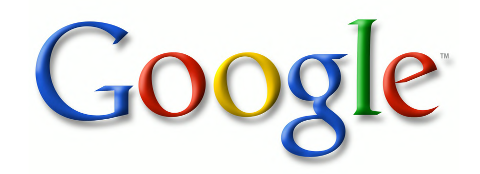
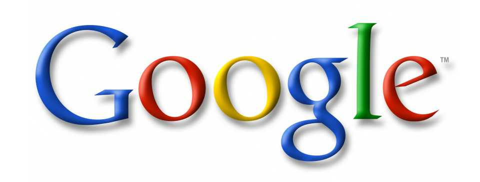
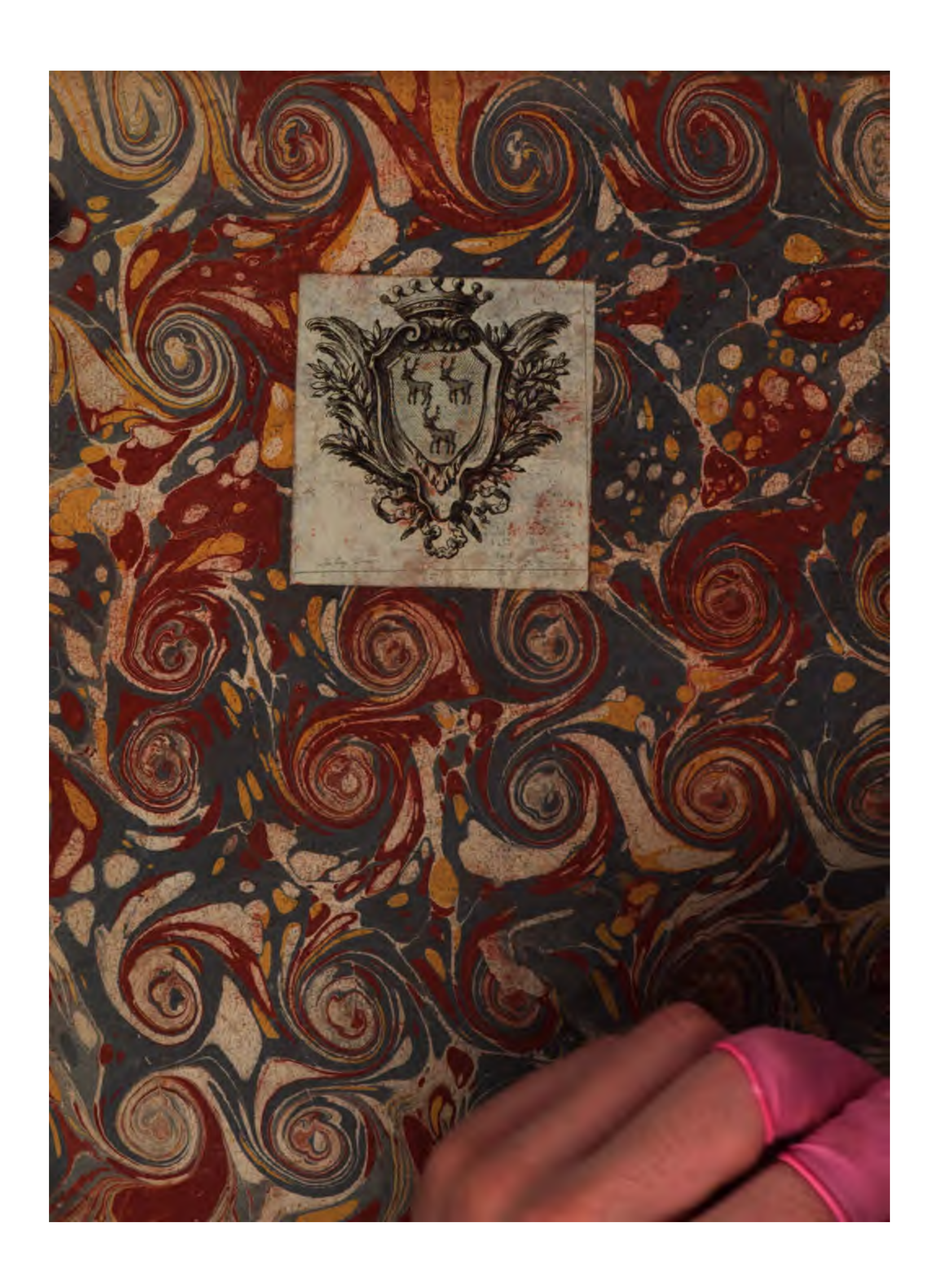
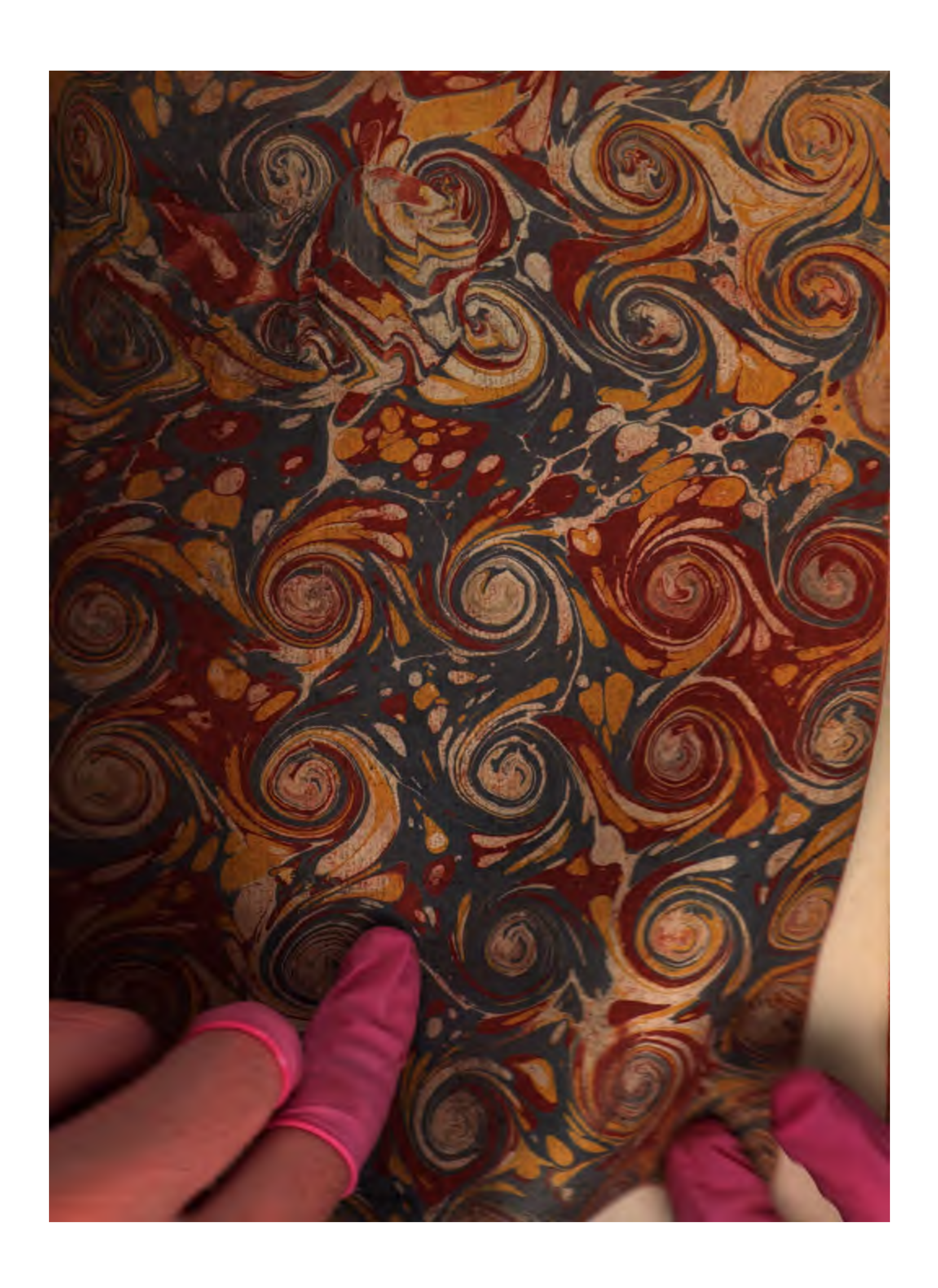


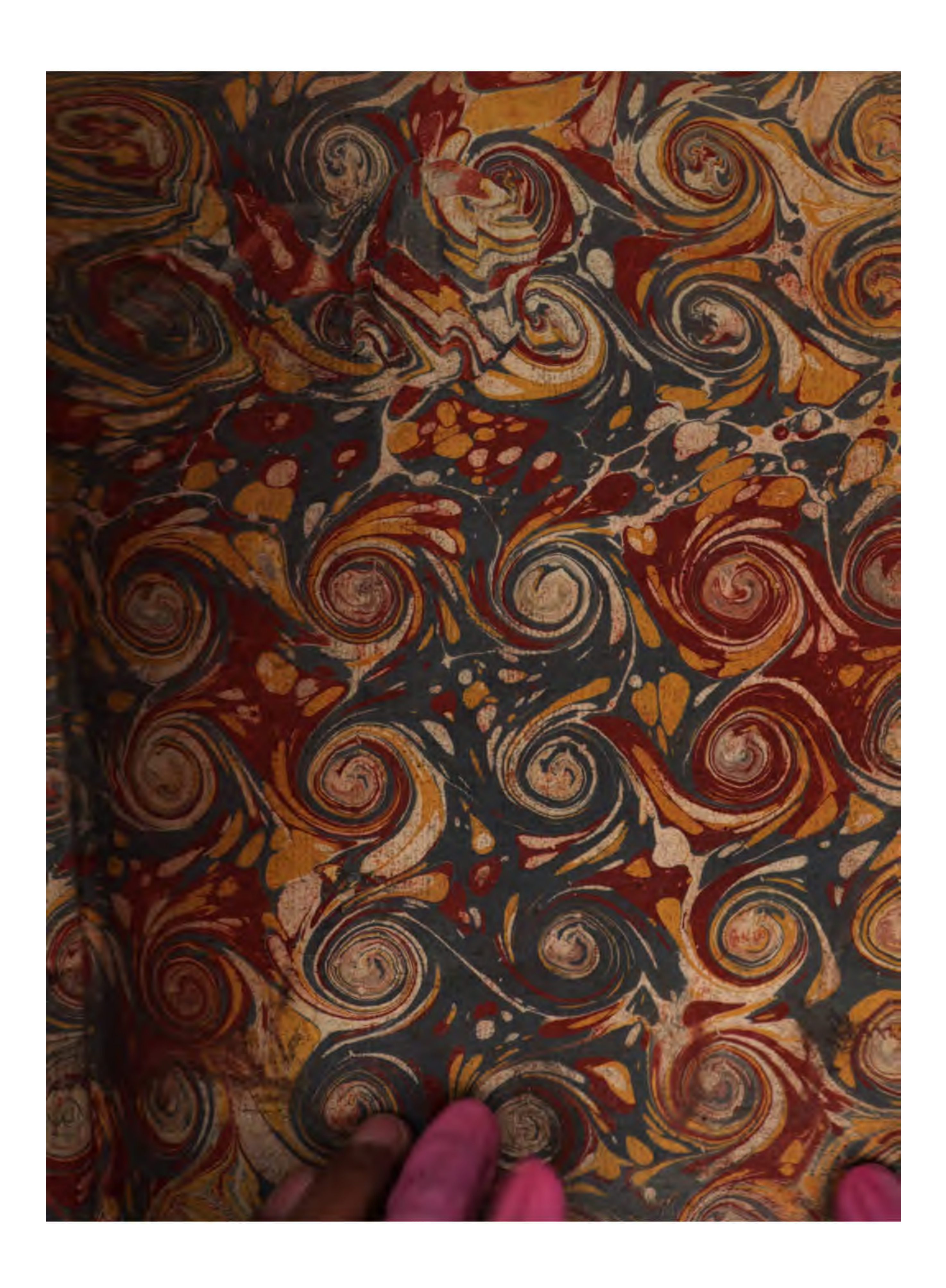












HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

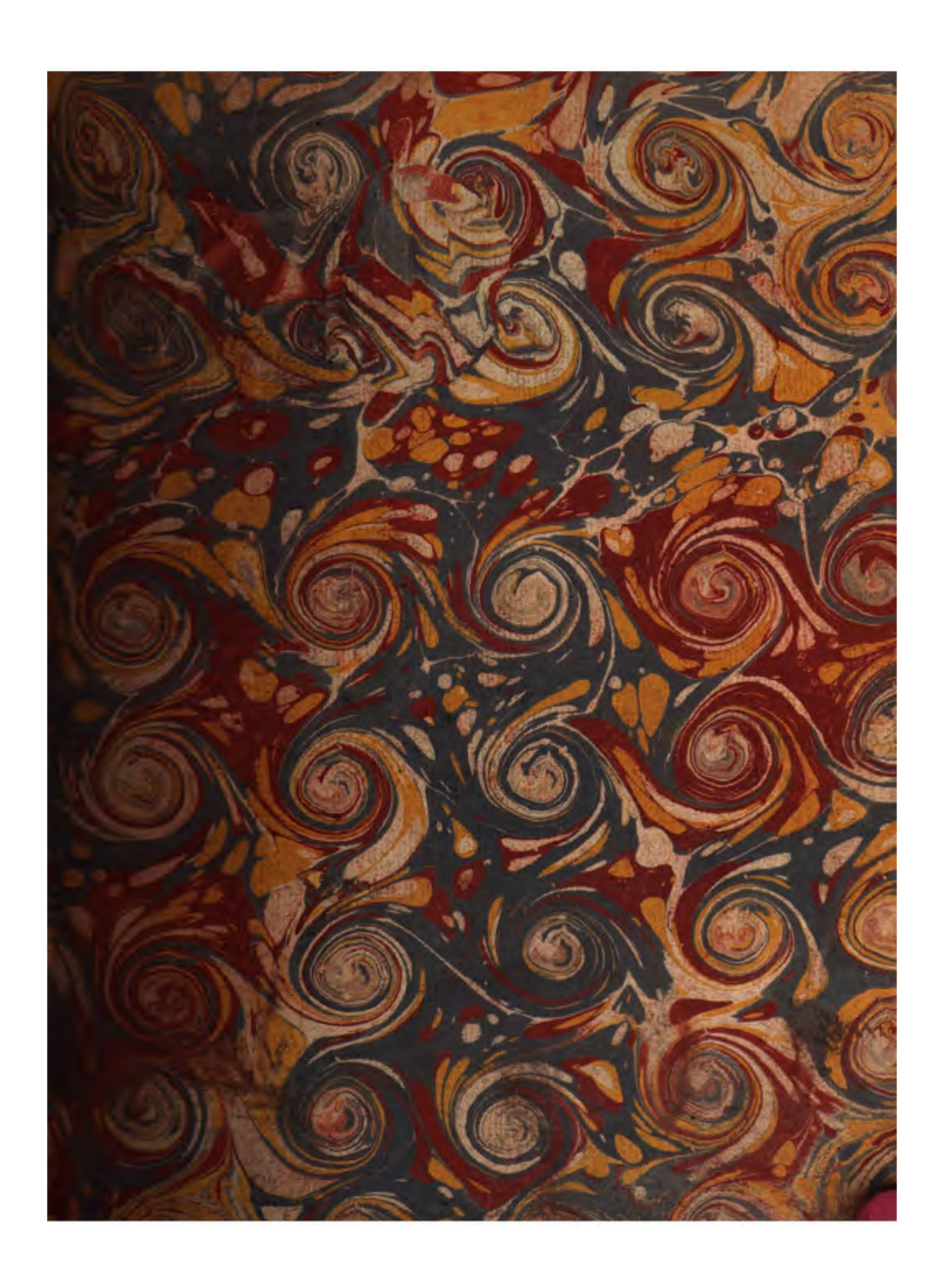
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIII.





HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIII.





TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

GÉOMÉTRIE.

ASTRONOMIE.

HYDROGRAPHIE. 97

DIOPTRIQUE.

MÉCANIQUE.



TABLE POUR LES MÉMOIRES.

ERRATA POUR L'HISTOIRE.

Page 19, *ligne* 27, sont situées, *lisez* sont situés.
Page 20, *ligne* 14, qu'elle produisit, *lisez* qu'elle fournit.
Page 26, *ligne* 1, 16 lignes, *lisez* 16 pouces.
Page 32, *ligne* 30, détaillés, *lisez* détachés.
Page 52, *ligne* 34, par-derrière, *lisez* derrière.
Page 73, *ligne* 12, purs, *lisez* pures.
Page 87, *ligne* 5, les a mis, *lisez* les a mises.
Page 125, *ligne* 5, Cartésienne, de la, *ôtez* la virgule.
Page 142, *ligne* 7, Borichius, *lisez* Borrichius.
Page 148, *ligne pénultième* présid, *lisez* présidé.
Ibid. dernière, incessammée, *lisez* incessamment.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1768.

Page 287, *ligne* 27, 11d 39′ 42″, *lisez* 11d 38′ 30″.

HISTOIRE



HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCLXX.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LES SOLFATARES DES ENVIRONS DE ROME.

PRESQUE toute l'extrémité de l'Italie offre des phénomènes qui annoncent la présence de matières sulfureuses & inflammables. Nous avons rendu compte en 1750* des observations de M. l'abbé Nollet sur la Solfatare qui est aux environs de Naples; nous avons à parler ici de celles que M. Fougeroux a faites dans son voyage d'Italie, sur les solfatares

V. les Mém. page 1.

* Voy. Hist. 1750, p. 20.

des environs de Rome, qui n'ont preſque de commun avec celle de Naples que de produire du ſoufre & des matières vitrioliques. On diroit preſque, en empruntant le langage de la Chimie, que dans le laboratoire de Naples la Nature s'eſt propoſé de travailler uniquement par la voie sèche, tandis que dans celui de Rome elle n'opère que par la voie humide.

Le ſoufre des environs de Rome eſt fourni par des ſources qui tiennent ce minéral en diſſolution, ſous la forme de *foie de ſoufre*, qu'on ne reconnoît que trop à ſon odeur inſupportable qu'on ſent de très-loin. La principale ſource de ces eaux eſt environ à quatorze milles ou près de cinq lieues de Rome; elle forme deux petits lacs d'environ trente-cinq ou quarante toiſes de large dans leur plus grande étendue. Près d'un de ces baſſins ſont des reſtes d'anciens édifices conſtruits, à ce qu'on prétend, par Agrippa pour la commodité des bains; car les Romains connoiſſoient les propriétés de ces eaux, & Pline * les cite comme très-favorables aux bleſſés.

* *Voy. Hiſt. Nat. de Pline, liv. XXI, ch. 2.*

Au fond de ce lac eſt une eſpèce de goufre ou une ouverture extrêmement profonde; les ſondes qui y ont été faites, en donnent la profondeur au moins de 80 braſſes; mais il y a grande apparence qu'au milieu où l'on n'a pu aller, elle ſeroit beaucoup plus grande. On voit ſur le lac pluſieurs petites îles flottantes, que M. Fougeroux regarde comme produites par la corroſion de l'eau, qui en détruiſant la terre de ſes bords, forme des végétaux qui y croiſſent une eſpèce de tourbe ſur laquelle elle n'a plus de priſe.

L'eau du lac offre un phénomène ſingulier, elle ſemble bouillir quand on y jette une pierre ou quelque corps qui s'y enfonce: M. Fougeroux penſe que cet effet n'eſt dû qu'à l'air qui ſe dégage de la vaſe que la chute de ce corps vient troubler, & cette explication paroît d'autant mieux fondée, que le bouillon eſt d'autant plus long-temps à paroître que l'endroit du lac où l'on jette la pierre eſt plus profond.

L'eau de ce baſſin a une couleur bleuâtre & une forte odeur de foie de ſoufre qui ſe fait ſentir à plus d'une lieue, & même quelquefois juſqu'à Rome qui, comme nous venons de le dire,

en eſt diſtante de près de cinq lieues; elle va ſe jeter dans le Téverone par un canal de trois, quatre ou cinq pieds de profondeur, dans lequel elle coule aſſez rapidement; les bords de ce canal ſont remplis d'une pâte de ſoufre graſſe au toucher & très-reconnoiſſable à ſon odeur.

Cette eau miſe dans un verre y conſerve long-temps ſa limpidité, ſa couleur bleuâtre & ſon odeur de foie de ſoufre; ce qui prouve bien la parfaite diſſolution de cette ſubſtance dans l'eau.

Ces eaux contiennent encore une eſpèce de ſélénite qui paroît avoir produit les carrières de travertin dont on bâtit la plupart des édifices de Rome; ces pierres ſont d'un grain très-fin, & percées de pluſieurs trous: on pourroit ſoupçonner que la pâte ſoufrée dont nous venons de parler eſt le débris de ces pierres que l'eau ſoufrée décompoſe journellement. Cette même ſélénite recouvre les plantes & les ſubſtances étrangères baignées par cette eau, & les habitans ſavent ajouter à ce jeu de la Nature, en arroſant fréquemment avec cette eau les corps qu'ils veulent incruſter; on trouve encore ſur le chemin de ces eaux, des pierres blanches ſi ſemblables à des dragées, qu'elles en ont retenu le nom de *dragées de Tivoli.*

M. l'abbé Nollet avoit obſervé que la chaleur de ces eaux étoit de 20 degrés, tandis que celle de l'atmoſphère étoit de 18; elles n'ont donc par elles-mêmes qu'une chaleur médiocre. La vapeur qu'elles répandent eſt très-déſagréable, elle fatigue la gorge & la poitrine; elle ternit très-promptement les métaux & le galon, préciſément comme le fait la vapeur du ſoufre.

On aſſure que la vapeur de ces eaux pourroit faire périr les oiſeaux qui paſſeroient au-deſſus, & qu'ils l'évitent avec ſoin. M. Fougeroux n'avoit pas un oiſeau ſous la main pour s'en aſſurer, mais il préſume que la rapidité de leur vol les mettroit à l'abri des mauvais effets de cette vapeur, & qu'ils ne s'en éloignent que comme d'une odeur qui leur eſt déſagréable & qui pourroit leur nuire s'ils ſe trouvoient dans le cas d'y être long-temps expoſés; l'inſtinct eſt en pareil cas un guide plus ſûr que le raiſonnement.

On juge bien que M. Fougeroux n'a pas oublié de ſoumettre ces eaux à l'examen chimique; une bouteille épaiſſe & très-exac-

tement bouchée qu'il avoit apportée à Paris, fut examinée par M. Cadet, & voici le résultat de cette analyse.

Cette eau puisée depuis près d'un an, ayant été débouchée, parut avoir encore une couleur bleuâtre quoique peu foncée, & elle répandoit une odeur de foie de soufre assez vive.

Une partie de cette eau ayant été évaporée, déposa un peu de soufre & une terre calcaire blanche qui fermenta avec l'acide du vinaigre, & produisit par son union avec cet acide une terre foliée à base terreuse.

Ce qui restoit de l'eau de la bouteille fut soumis aux épreuves suivantes.

L'huile de tartre par défaillance y forma un précipité d'un brun presque noir; celui qu'occasionna le vinaigre de Saturne étoit d'un brun plus clair, la dissolution de cuivre n'en précipita rien, mais cette même dissolution avec une goutte d'alkali volatil prit une belle teinture bleue, qui mêlée avec l'eau, la rendit un peu rouge: d'où il suit que ces eaux ne contiennent presqu'aucun acide surabondant.

Elles paroissent composées uniquement d'un soufre très-volatil & d'une terre absorbante, d'où résulte un foie de soufre formé de ce soufre & de l'alkali terreux, peut-être de l'alkali marin, peut-être même de l'alkali volatil.

Il est au moins certain que le soufre sublimé par les volcans contient plusieurs matières étrangères qui se dissipent avec le temps, & qui, lorsqu'il est nouvellement tiré des crevasses du volcan, altèrent sa couleur & son odeur naturelle, qu'il ne reprend que lorsque l'évaporation les lui a enlevées.

M. Fougeroux a observé quelque chose de semblable dans une seconde bouteille de ces eaux qu'il fit venir; celle-ci étoit moins épaisse & apparemment moins bien bouchée que la première, cependant il ne s'en étoit pas échappé une goutte d'eau, mais en arrivant à Paris elle avoit absolument perdu son odeur & sa couleur, elle étoit très-claire & sans aucune odeur; le phlogistique du soufre s'étoit dissipé, & l'acide vitriolique devenu oisif y avoit formé avec la substance terreuse une espèce de sélénite que le mouvement avoit fait précipiter, & un autre sel neutre en très-petite quantité.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire & des expériences de M. l'abbé de Mazéas sur ces mêmes eaux, rapportées par M. Fougeroux, que le soufre de ces eaux est extrêmement volatil, & qu'il s'y fait en peu de temps des décompositions & des recompositions assez singulières; mais il faut avoir, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, le tact bien fin en Physique pour les reconnoître & pour les saisir.

SUR LA NATURE DE L'EAU.

ON peut regarder l'Eau comme une terre très-simple, qu'un très-foible degré de chaleur peut tenir en fusion, qui affecte une forme *régulière*, qui est dure & transparente lorsqu'elle est en masse, & qui devient une poudre blanchâtre lorsqu'on la réduit en très-petites parties. Mais cette terre est-elle absolument inaltérable, en sorte que lorsqu'elle est pure on ne puisse en rien séparer ni la faire changer de forme? c'est une question qui a jusqu'ici partagé les Chimistes, & que M. Lavoisier s'est proposé d'examiner dans les deux Mémoires qu'il a lûs à l'Académie sur ce sujet. V. les Mém. pages 73 & 90.

Pour établir nettement l'état de la question, il falloit d'abord rapporter les moyens qu'on avoit cru devoir employer jusqu'ici pour l'éclaircir, & dont le résultat avoit pu faire penser que l'eau pouvoit être changée en terre, c'est ce que M. Lavoisier a fait dans son premier Mémoire. Ces moyens sont en général de deux espèces, la distillation & la végétation; il résulte du premier, que l'eau de pluie recueillie avec toutes les précautions nécessaires pour en exclure toute matière étrangère, avoit toujours donné dans un très-grand nombre de distillations successives une petite quantité de terre, d'où on avoit cru être en droit de conclure qu'une partie de l'eau se changeoit en terre à chaque distillation. Mais étoit-il bien sûr que l'eau de pluie ne contînt pas une terre ou poussière assez fine pour être enlevée avec elle dans les vaisseaux distillatoires, sans que les distillations réitérées pussent jamais l'en séparer entièrement? Il est vrai que dans ce cas le sédiment devroit diminuer à chaque distillation, & c'est ce

qui n'arrive pas. D'autres ont attribué ce ſédiment à la pouſſière répandue dans l'air, mais en ce cas il ne devroit pas avoir lieu dans les vaiſſeaux exactement fermés, où cependant on l'obſerve. Nous verrons bientôt ce qui avoit pu leur faire illuſion dans cette recherche, & les expériences de M. Lavoiſier ne laiſſeront aucun doute ſur cette matière.

Les preuves de la tranſmutation de l'eau, tirées de l'accroiſſement des plantes dans l'eau pure, étoient plus ſpécieuſes; on avoit élevé des plantes, même des arbres, dont les racines n'avoient jamais été que dans de l'eau pure & filtrée, & les uns & les autres avoient pris de l'accroiſſement: on croyoit donc être en droit d'en conclure que cette eau avoit changé de nature & s'étoit transformée pour fournir la ſubſtance ſolide de ces végétaux. Mais la végétation eſt un phénomène trop peu connu & trop compliqué pour qu'on puiſſe l'employer ici; l'air de l'atmoſphère dans lequel les feuilles ſont plongées, ſert autant à l'accroiſſement des végétaux que l'eau qu'ils pompent par leurs racines. Cet air n'eſt rien moins que pur, & il peut entraîner avec lui, ſoit les matières qu'il tient en diſſolution, ſoit même une pouſſière très-fine qui y eſt preſque toujours ſuſpendue; il n'y a donc que des opérations chimiques qui puiſſent décider la queſtion dont il s'agit, & nous venons de voir que toutes celles qu'on avoit faites juſqu'à préſent étoient inſuffiſantes.

M. Lavoiſier s'eſt propoſé dans ſon ſecond Mémoire d'examiner de nouveau chacune de ces opinions & d'interroger la Nature par de nouvelles expériences; elles lui ont fourni une explication du phénomène, à laquelle on ne ſe ſeroit pas attendu, & que toutes les circonſtances des obſervations faites juſqu'ici contribuent à confirmer.

Si la diſtillation n'avoit fait que ſéparer de l'eau une terre étrangère qui y auroit été ſuſpendue, l'eau diſtillée auroit diminué de peſanteur ſpécifique à chaque diſtillation; or cette diminution n'exiſte pas, ou eſt beaucoup moindre qu'elle n'auroit dû l'être dans cette hypothèſe; ainſi il en faut conclure que le ſédiment eſt étranger à l'eau & eſt fourni par la cucurbite, ou bien qu'il y a une véritable tranſmutation. Pour être en droit de prononcer

avec certitude, M. Lavoisier a renfermé de l'eau dans un pélican bien bouché; on sait que cette espèce d'alembic reporte dans le corps de l'instrument le produit de la distillation, qui par ce moyen se répète continuellement.

Après une distillation de cent un jours, le poids total du vase & de l'eau est demeuré le même, mais l'eau en ayant été tirée avec son sédiment, le pélican s'est trouvé diminué de poids sensiblement, & l'eau augmentée de la même quantité; enfin l'eau séparée de son sédiment & distillée de nouveau à l'ordinaire, a déposé un nouveau sédiment semblable au premier, qui y étant joint étoit un peu supérieur en poids à ce que le pélican avoit perdu: d'où il résulte deux vérités également importantes; la première, que la nature de l'eau n'est pas altérée par la distillation; & la seconde, que le verre est dissoluble dans l'eau, & que cette *dissolution* qu'on ne s'étoit pas avisé jusqu'ici de regarder comme cause de ce phénomène, s'opère dans nos laboratoires sans le secours de ces grands moyens dont la Nature semble s'être réservé le secret. L'alkali fixe qui entre dans la composition du verre est probablement l'intermède qui rend possible la dissolution du sable dans l'eau: mais il s'agiroit de déterminer quelle est la proportion du sable & de l'alkali dans cette partie dissoluble? si elle est la même pour la terre dissoute dans l'eau & pour le sédiment terreux? quels phénomènes présenteroit la distillation réitérée de l'eau dans des vaisseaux de grès ou de métal? tous Problèmes dont la lecture des Mémoires de M. Lavoisier fait desirer la solution, & qui peuvent être le sujet de bien des recherches & la matière de plusieurs Mémoires. Nous devons espérer que M. Lavoisier ne négligera rien pour satisfaire l'impatience des Physiciens, & pour confirmer la belle découverte que nous venons d'exposer.

SUR LA
DÉCLINAISON DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

LA déclinaison de l'Aiguille aimantée a certainement des loix prescrites par la Nature, mais elles nous sont inconnues jusqu'ici, & si l'on peut parvenir à les connoitre, ce ne peut être V. les Mém. p. 459.

qu'en obſervant avec ſoin les différens changemens qu'on obſerve dans ce phénomène, la vîteſſe avec laquelle s'opèrent ces changemens, & toutes les circonſtances dont ils ſont accompagnés.

M. le Monnier a entrepris ce travail, qui exige une recherche exacte des plus anciennes obſervations, une critique judicieuſe de leur degré d'exactitude & une comparaiſon ſuivie de toutes celles qu'on y peut employer. Nous allons rendre compte de ſes premiers eſſais.

La première obſervation de l'aiguille aimantée que M. le Monnier emploie, eſt de 1541; elle déclinoit alors à Paris de 7 degrés vers l'Eſt: de-là juſqu'à 1600, les obſervations donnent ſa direction comme ſtationnaire; elle ſemble même avoir peut-être encore avancé vers l'Eſt avant que de ſe rapprocher du Nord. Le mouvement de l'aiguille pour ſe rapprocher de ce terme, eſt enſuite devenu plus rapide; il a été d'abord de 4 degrés en quarante ans, puis de 3 degrés en vingt-ſix ans.

L'année 1666, époque de la fondation de l'Académie, a été auſſi, pour Paris, celle de la direction de l'aiguille aimantée vers le point précis du Nord, comme ſi la Nature s'étoit empreſſée d'offrir un phénomène remarquable à une Compagnie qui naiſſoit pour l'étudier. L'aiguille a changé depuis ſa direction, en ſe tournant de plus en plus vers l'Oueſt, & ce changement s'eſt fait d'abord aſſez promptement, & enſuite avec une bien plus grande lenteur. On en jugera aiſément ſi l'on fait attention que depuis 1758 juſqu'en 1771, ſon mouvement moyen a été de 8 minutes par an, tandis que de 1666 à 1769, ce même mouvement moyen a été de 12 minutes par année, & que de 1666 à 1702 il avoit été de 15 minutes & demie, en ſorte que l'inſtant de la plus grande vîteſſe répond environ à l'année 1684. Ce ralentiſſement de mouvement donne lieu à M. le Monnier de conjecturer que l'aiguille approche du terme où elle ſera ſtationnaire, & peut-être pour devenir rétrograde.

Indépendamment de la marche de la variation de l'aiguille, obſervée dans un même lieu, il y a encore d'autres changemens de cette variation, qui dépendent du changement de lieu; mais la marche en eſt ſi irrégulière qu'on n'a pu juſqu'ici la réduire à aucune

même règle constante, & il en faut toujours revenir à suivre les observations faites dans un même lieu.

Celles que M. le Monnier rapporte dans cet Ouvrage, sont tout ce qu'on a de plus certain sur cette matière; & si elles ne sont pas absolument suffisantes pour découvrir la loi que suit ce phénomène à Paris, elles mettent sur la voie de nouvelles observations qu'on pourroit faire pour la découvrir, en faisant voir, comme nous l'avons dit, que l'extrémité de l'aiguille semble tendre vers un point qui s'écarte un peu du Nord à l'Ouest, comme un pendule tend au centre de la Terre, & faire autour de son centre, en vertu de cette tendance, de lentes oscillations dont chacune dure environ deux siècles, & qui pour le temps & la grandeur sont divisées en deux parties à peu-près égales.

SUR LE PÉTROLE DE PARME.

LES Huiles végétales essentielles ou grasses, ne sont pas les seules que nous connoissions; il y en a de naturelles & de minérales qui sortent d'elles-mêmes de la terre ou des rochers en quelques endroits, & qu'on nomme pour cette raison *Pétrole*, *Petroleum* ou *huile de pierre*. V. les Mém. p. 37 & 45.

L'Académie a rendu compte en 1715 * de l'analyse que feu M. Boulduc avoit faite de cette huile minérale, d'où il résultoit que c'étoit un bitume liquide qui ne différoit des bitumes solides que par sa fluidité. L'huile de pétrole qui avoit été soumise aux expériences de M. Boulduc, venoit du bailliage de Mont-Festin dans le duché de Modène; mais le Mémoire de cet Académicien ne contient aucun détail sur la manière de le recueillir & sur les endroits où on le trouve; connoissance cependant nécessaire, si l'on veut essayer de connoître comment cette huile se forme dans la terre, & ce qui entre dans sa composition.

* *Voy. Hist. 1715, p. 15.*

C'est à quoi M. Fougeroux a essayé de remédier dans les deux Mémoires desquels nous avons à parler. M. Ferrarini, Chimiste de S. A. R. l'Infant Duc de Parme, l'a mis à portée de décrire avec exactitude la manière de retirer le pétrole, usitée dans les États de ce Prince.

Le village de *Miano* d'où on le tire, n'eſt éloigné de Parme que d'environ cinq lieues; on y creuſe de certains puits qu'on ne perce pas juſqu'à l'eau, dans le fond deſquels le pétrole ſe ramaſſe & deſquels on le tire avec des eſpèces de ſeaux deſtinés à cet uſage. Il y a dans ce lieu pluſieurs de ces puits abandonnés, mais il n'y en a que cinq qui travaillent, dont trois donnent du pétrole blanc, & deux autres du pétrole roux. Tous ceux de ces puits qui fourniſſent du pétrole, ne ſont pas à plus de dix pieds de diſtance des anciens & à environ 40 pieds les uns des autres, ils ont à peu-près cent quatre-vingts pieds de profondeur. Les habitans aſſurent qu'il y a cinquante ans le pétrole ſe trouvoit à une bien moindre profondeur.

On ne connoît point d'indices certains qui puiſſent indiquer à la ſurface du terrain, s'il contient du pétrole à la profondeur que nous venons de dire; il faut en courir le haſard: ſouvent diverſes circonſtances locales obligent d'abandonner les puits plus ou moins creuſés; quelquefois étant percés à leur profondeur, on n'y trouve qu'une quantité de pétrole inſuffiſante pour indemniſer des frais.

Une longue expérience a cependant appris aux habitans de Miano quelques règles qui leur ſervent de guide dans leurs travaux; ils obſervent de ne jamais fouiller près d'un endroit où l'on ait anciennement tiré du pétrole, la veine en doit être épuiſée: ils regardent comme un ſigne avantageux de trouver près de la ſurface de la terre un lit aſſez épais d'une eſpèce d'argile d'un gris verdâtre, coupée de ſix en ſix pieds par une autre terre plus commune. Cette argile qu'ils nomment *terreno cocco*, eſt d'autant plus dure qu'elle eſt plus profonde; ils veulent que dès la profondeur de cinquante pieds on ſente une odeur de pétrole, & qu'elle s'augmente à meſure qu'on approfondit le puits, juſqu'à devenir inſupportable aux ouvriers qui, vers la fin, ont beſoin d'être relevés de quart-d'heure en quart-d'heure.

Lorſque tous ces ſignes ſe trouvent, on continue de percer juſqu'à ce qu'on voie ſuinter le pétrole des terres, ſouvent il s'en élance par jets; il eſt même arrivé qu'en perçant un puits de cette eſpèce, on trouva au fond une cavité naturelle dans laquelle il

s'étoit rassemblé environ huit cents livres de cette huile minérale.

Deux raisons font qu'on rétrécit le fond des puits; on en enlève plus aisément le pétrole, & on abrège le travail des ouvriers, que l'odeur pénétrante de cette huile rend presque impraticable. Ces puits fournissent peu en hiver, aussi sont-ils abandonnes dans cette saison, & on n'y vient puiser que depuis le printemps jusqu'à la fin de l'automne.

Des trois puits de Miano qui fournissent du pétrole blanc, deux le donnent pur & sans mélange; le troisième, fait depuis quatre ans, le fournit mêlé avec de l'eau un peu salée. Le pétrole qu'on en retire & qui surnage cette eau, n'en est pas moins bon; il sortoit pur d'abord, & l'eau n'y est venue qu'après. Le seul inconvénient qui en résulte est la nécessité de l'épuiser plus souvent; l'eau, si on la laissoit trop s'accumuler, boucheroit les sources de l'huile & l'empêcheroit de couler.

La quantité d'huile fournie par chaque puits dans le même temps n'est pas égale: il y en a qui ne donnent par jour qu'une demi-livre de pétrole, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre.

L'huile au sortir des puits est toujours un peu louche à cause de la terre qu'elle tient, & elle est d'autant plus colorée que cette terre est plus brune; on la lui enlève en la distillant avec de l'eau, l'huile monte la première & est alors très-claire & très-blanche. Les montagnes voisines de Miano & que côtoie le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole; & tout ce canton contient des lits de coquilles fossiles en partie détruites.

Dans les puits de *Salso maggiore*, d'où l'on tire l'eau salée qui fournit de sel tout l'État de Parme, on trouve aussi du pétrole qui surnage l'eau; la plupart des puits n'en donnent qu'une quantité trop petite pour la recueillir, mais il y en a un duquel on en tire assez pour qu'on emploie cette huile à éclairer les ouvriers pendant la nuit, parce que sa mauvaise qualité l'empêcheroit d'être marchande. M. de Montigny a aussi observé dans les salines de Franche-comté, que leurs eaux contenoient des parties grasses & bitumineuses qui avoient une assez forte odeur de pétrole.

A Velléïa qui n'est qu'à environ sept lieues de Plaisance, il y a

au pied d'une montagne une ſource qui ſemble bouillir, quoique le thermomètre n'y indique aucune chaleur ſenſible. Ce phénomène n'eſt pas rare en Italie, & l'Académie en a déjà donné l'explication dans ſon Hiſtoire*; mais ce qui s'offre de ſingulier, c'eſt que ſur cette eau s'obſerve une vapeur ſombre, qui a une odeur de pétrole, & qu'au-deſſus de cette ſource, pour peu qu'on creuſe la terre, il en ſort une vapeur ſemblable qui prend feu à l'approche d'un corps enflammé, & brûle pendant pluſieurs jours.

* Voy. Hiſt. 1750, p. 21.

Ce phénomène a fourni à M. Fougeroux l'explication très-naturelle de ces feux, ou plutôt de ces vapeurs inflammables qui s'obſervent en tant d'endroits de l'Italie; & c'eſt ce qui fait la matière de ſon ſecond Mémoire.

Il en a obſervé pluſieurs dans ſa route, mais ils ſe reſſemblent ſi fort par les circonſtances eſſentielles, que nous ne parlerons que des plus conſidérables pour venir plus promptement à l'explication très-plauſible qu'il en donne.

Ces feux ſont ceux de la montagne de *Canida* près Pietra-mala; ils ſont au nombre de quatre, & les habitans leur donnent des noms différens; la première bouche ſe nomme *di Legno*, parce que la vapeur allumée donne une flamme claire & ſemblable à celle du bois enflammé; la ſeconde s'appelle *del Piglio;* la troiſième *del Montaggiolo;* & la quatrième porte le nom général de la montagne de *Canida.*

La ſeconde bouche ou celle *del Piglio* eſt ſituée plus bas que celle *di Legno*, ſur la même montagne, à environ 70 toiſes de ſon ſommet. Dans celle ci, d'un léger enfoncement ayant environ ſept pieds de diamètre, il ſort une vapeur très-volatile qui ne devient viſible que lorſqu'on l'allume en lui préſentant une lumière. Cette flamme n'eſt en aucune manière nuiſible, elle n'occupe pas à la fois toute la ſuperficie de ce terrain; du papier, du bois ſec jetés dans ce feu ne s'y enflamment pas comme dans un feu ordinaire, mais ils s'y conſument aſſez promptement. La vapeur ſeule eſt ſuſceptible d'inflammation, & la terre n'a aucune chaleur à quelques pouces de profondeur; elle eſt dans cet endroit couleur de cendre huileuſe, ayant une odeur très-ſenſible de pétrole, & ſi l'on fouille

un peu plus profondément, on en voit ſuinter de cette huile; on y obſerve auſſi des débris de végétaux détruits: ces végétaux entreroient-ils dans la compoſition du pétrole? ſi on jette de cette terre dans de l'eau chaude, il y ſurnage une liqueur huileuſe; cette même liqueur paroît encore s'élever ſous une forme laiteuſe, dans la diſtillation de cette terre.

On n'obſerve aux environs de ces feux aucun des phénomènes qui conſtatent la préſence d'une bouche de volcan, quoiqu'on puiſſe ſoupçonner aſſez légitimement qu'il y en ait eu autrefois & qu'il puiſſe même y en avoir, mais très-profondément. Il réſulte de cette ſtructure que ces vapeurs inflammables pourroient bien n'être qu'une évaporation de l'huile de pétrole contenue dans la terre & enlevée par l'action de ce feu profond. Si cette vapeur légère eſt aſſez abondante, elle continuera de brûler dès qu'elle aura pris feu; mais ſi elle eſt moins abondante, elle s'éteindra dès que le feu n'aura plus d'aliment, & ne pourra s'allumer de nouveau que lorſqu'elle ſera renouvelée.

On n'eſt jamais plus ſûr d'avoir deviné le ſecret de la Nature, que lorſqu'on peut parvenir à en imiter les effets; c'eſt effectivement ce qui eſt arrivé à M. Fougeroux, & voici comment il eſt parvenu à imiter en petit ce qu'il avoit vu en grand dans ſon voyage.

Il a mis dans une grande terrine de la terre glaiſe trouvée au fond des puits de Miano, dans laquelle il avoit mêlé de cette terre légère que dépoſe le pétrole dans les vaiſſeaux où on le met; il a recouvert ce mélange avec pluſieurs pouces de terre légère, en mettant le tout ſur des charbons allumés. La vapeur s'eſt élevée à une très-foible chaleur; elle s'eſt allumée dès qu'on lui a préſenté un corps enflammé, & a produit comme les feux d'Italie, une flamme bleue qui a couru ſur ce terrain factice, abandonnant ſouvent une place pour paſſer dans une autre, détruiſant les corps aiſément inflammables ſans les enflammer, & qui s'éteignoit dès qu'on ſouffloit deſſus un peu fort; en un mot cet effet en petit étoit ſi ſemblable à ceux que M. Fougeroux avoit obſervés en Italie, qu'il n'eſt preſque pas poſſible qu'il n'en ait deviné la véritable cauſe.

SUR LES BARRES MÉTALLIQUES
PRÉSERVATRICES DU TONNERRE.

V. les Mém. page 53.

ON connoît depuis long-temps l'analogie qui existe entre le Tonnerre & l'Électricité; l'Académie en a rendu compte en plusieurs endroits de son Histoire *, elle a de même rapporté l'ingénieuse application faite par M. Franklin, de ce principe à un moyen de préserver du tonnerre les édifices, en élevant au-dessus de ces mêmes édifices, des verges ou pointes métalliques qui communiquassent par des conducteurs de même nature avec le terrain, & au moyen desquelles on pouvoit, selon lui, soutirer, pour ainsi dire, le feu électrique qui s'approcheroit de ces édifices, & le faire dissiper en silence & sans explosion.

* *Voy. Hist. 1748, p. 35; 1752, p. 9; 1753, p. 78; 1755, p. 25; 1764, p. 1; 1767, p. 28.*

Cette idée étoit assez intéressante pour mériter qu'on en fît de nombreuses expériences, c'est cependant ce qu'on n'a point fait; les uns ont traité ce moyen d'inutile, d'autres l'ont regardé comme plus propre à provoquer la foudre qu'à s'en défendre, & presque personne ne l'a mis en pratique.

C'est ce qui a déterminé M. le Roy à discuter de nouveau cette matière dans le Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & à y faire voir que, malgré tout ce qu'on a pu dire, l'utilité de ces barres est fondée sur l'analogie la plus suivie & la mieux établie.

Le premier pas dans cette recherche doit être de mettre, pour ainsi dire, sous les yeux du lecteur la marche du fluide électrique, que la plus grande partie des Physiciens regardent aujourd'hui avec la plus grande probabilité, au moins comme très-analogue avec la matière du tonnerre, s'il n'est pas absolument le même. Il résulte de l'examen qu'en a fait M. le Roy, quelques principes établis par l'expérience, & qu'on ne peut en aucune façon révoquer en doute.

La matière électrique passe avec une rapidité prodigieuse d'une extrémité à l'autre des corps électrisables par communication, sur-tout s'ils sont métalliques, & cela quelque longueur qu'on leur suppose.

Si l'un de ces corps prenant l'électricité d'un conducteur par l'un de ses bouts, touche par l'autre la terre ou l'eau d'un bassin, d'un puits, &c. l'électricité du conducteur disparoît, & il n'est plus possible de l'électriser tant que cette communication subsiste.

Le fluide électrique passant librement dans un corps métallique, n'est disposé à éclater que lorsque cette route lui manque, & qu'il se trouve vis-à-vis de corps qui ne le reçoivent que difficilement; alors il ne manque pas de les briser & de les détruire.

Quelque quantité de matière électrique qu'on suppose couler dans le corps métallique, pourvu qu'il la puisse contenir, il ne communique aucune impression aux corps qui en sont les plus voisins.

Nous avons dit, pourvu qu'il la puisse contenir; car s'il étoit trop menu pour la recevoir toute, elle le fondroit & le briseroit.

Les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité.

Si un corps métallique est surmonté d'une partie saillante, même assez peu élevée, l'électricité se portera sur cette partie, sans toucher au reste du corps.

Tels sont les phénomènes les plus constans que présente l'électricité excitée par le frottement; examinons présentement l'analogie qui se trouve entr'eux, & les effets du tonnerre qu'on a observés.

Il est certain que toutes les fois que le tonnerre tombe sur un édifice, ce sont presque toujours les parties métalliques saillantes, comme les croix, les girouettes, les timbres d'horloge, &c. qu'il attaque de préférence; & il n'est pas moins connu que si ces corps communiquent à des barres de fer, fils d'archal, fentons de cheminées, la fondre suit constamment ces corps jusqu'à leur extrémité. M. le Roy rapporte plusieurs exemples qui prouvent cette marche du tonnerre, qu'il regarde comme si constante qu'il n'hésite pas d'assurer que si on avoit des observations suivies, on ne trouveroit pas un seul exemple du contraire.

On observe de même que toutes les fois que les fils sont trop menus pour contenir tout le feu électrique qui s'y jette, il les fond, les brise, & les détruit.

Lorsque le tonnerre a une fois enfilé un conducteur métallique, il suit cette route paisiblement tant qu'il lui est possible de la suivre;

mais où elle lui manque, il éclate & brise tous les corps qui s'opposent à son passage, à moins que ces conducteurs métalliques n'aboutissent au terrain ou à une grande masse d'eau, où il se perd. Ces propriétés de la foudre sont prouvées par un grand nombre de faits, dans lesquels elles ont constamment été observées.

Si présentement on veut prendre la peine de comparer les effets de l'électricité & ceux du tonnerre, que nous venons de rapporter, il sera difficile de se refuser à l'identité qui se trouve entre l'une & l'autre, & d'en conclure que les mêmes moyens qu'on emploie pour dissiper l'électricité artificielle, peuvent être également employés pour dissiper celle des nuées orageuses. Examinons présentement comment ces moyens peuvent être mis en usage pour préserver les édifices de la foudre; & voici la manière dont M. le Roi pense qu'on les peut employer.

On placera au plus haut de l'édifice une barre de fer de cinq à six pieds au moins de longueur, & de deux pouces de diamètre, & cette barre sera presque cylindrique, & terminée par en haut par une pointe qui ne sera pas trop aiguë, afin de ne pas attirer le feu du tonnerre de trop loin. Cette barre communiquera très-intimement avec une autre barre, qui descendra depuis le haut de l'édifice jusque dans la terre ou dans un bassin plein d'eau, où elle se plongera; & si le lieu est fort exposé à de violens orages, on établira au-dessous du comble des barres horizontales, soutenues sur des appuis ou consoles de pierre, qui communiqueront aux barres descendantes.

Ces dernières barres, qui doivent servir de conducteurs à la foudre pour la perdre dans le terrain, auront au moins huit à neuf lignes d'équarrissage : on peut assez raisonnablement présumer que cette grosseur sera suffisante pour recevoir toute l'électricité orageuse, sans que les barres soient rompues; mais la seule expérience peut fixer ces dimensions d'une manière invariable. En observant bien toutes ces circonstances, il y a tout lieu de croire que la foudre tombant sur un édifice, enfilera de préférence l'appareil métallique qu'on lui présente, & ira se perdre dans la terre sans causer aucun dommage à cet édifice.

Il ne reste plus qu'à répondre à deux objections qui pourroient se

se faire contre cet usage des barres préservatrices; on pourroit les regarder comme inutiles, ou même comme dangereuses.

La première ne mérite pas qu'on s'y arrête; l'établissement de ces barres est si peu coûteux & si facile, si on le compare aux frais d'un bâtiment, & l'utilité dont elles peuvent être est si grande, qu'on ne doit certainement pas hésiter à faire cette petite dépense.

Quant au danger, l'objection est plus forte, mais il est aisé de la détruire : ces barres ne pourroient être dangereuses, qu'en ce qu'elles attireroient le tonnerre; mais si elles peuvent l'attirer elles le transmettront infailliblement au terrain, & si elles ne l'attirent pas, elles ne produiront aucun effet.

Il est donc prudent d'employer ce préservatif pour les grands édifices, & pour ceux qui contiennent des matières combustibles. Aussi le Grand-Duc de Toscane, dont le suffrage mériteroit d'être compté, quand on ne le regarderoit que comme Physicien, a-t-il fait placer de ces barres sur tous ses magasins à poudre. La République de Venise a, dit-on, pris le même parti, & le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta il y a deux ans la Société royale sur les moyens de préserver ce grand édifice des effets du tonnerre. Des exemples de cette espèce, prouvent au moins que cette invention est mise au rang des choses possibles & utiles.

SUR LA COMPARAISON D'UN MORCEAU DE BOIS FOSSILE Trouvé à Saint-Germain-en-Laye, AVEC LE JAYET.

IL est peu de personnes dans le royaume qui ignorent les magnifiques travaux qui ont été faits à la montagne de Saint-Germain-en-Laye, pour l'adoucissement de la grande route de Normandie qui y passe. Un des principaux inconvéniens qu'y a rencontré M. Perronet, sous les ordres duquel ces travaux ont été faits, a été une source d'eau assez abondante qui y couloit de temps immémorial, & qui ruinoit, par les éboulemens qu'elle occasionnoit, les ouvrages les plus solides.

V. les Mém. p. 252.

On n'a pû se délivrer de cette source incommode, qu'en ouvrant de profondes tranchées pour pénétrer jusqu'à son lit, & en détourner le cours. Ces tranchées ont fait voir l'intérieur de la montagne, composé de différens lits parallèles entr'eux, & ayant à peu près la pente de dix-huit à vingt pouces par toise, qui est l'inclinaison naturelle de la montagne.

Ce n'est que sur le cinquième lit, composé d'une glaise couleur d'ardoise, & placé à environ vingt-deux pieds de profondeur, qu'on a trouvé celui de la source; & vers le bas de ce lit, qui est à vingt-neuf pieds de profondeur, & où la glaise est plus noire & mêlée de craie de différentes couleurs, on a trouvé dans le fond du banc de glaise un morceau de bois fossile qui traversoit la tranchée, & dont on n'a pu par cette raison déterminer la longueur, ses extrémités étant engagées de part & d'autre bien avant dans le terrain. Ce bois, dans la partie découverte, étoit très-lourd, couleur de café brûlé, & très-noir en quelques endroits; il avoit quatre ou six pouces de grosseur, & ses nœuds & ses fentes étoient remplis de pyrites ferrugineuses & sulfureuses, qui s'y étoient moulées comme dans une lingotière.

Ces pyrites introduites dans le bois fossile, n'ont au reste rien qui doive surprendre, puisqu'immédiatement au-dessous on a trouvé un lit entier de ces mêmes pyrites, qu'on soupçonne, avec beaucoup d'apparence, de donner la qualité minérale à une source qui sort de la même colline au-dessous du château neuf.

Le morceau de bois fossile fut enlevé par ordre de M. Perronet, qui l'apporta à l'Académie, & M. Fougeroux fut chargé d'en examiner la nature.

La ressemblance de ce bois fossile avec le jayet frappa M. Fougeroux. On sait que cette substance se trouve dans des carrières plus ou moins profondes, par morceaux posés assez souvent les uns sur les autres, & presque toujours formés de lames dans lesquelles on aperçoit des fibres; tous caractères qui semblent appartenir à un bois pétrifié.

Des morceaux de jayet brut comparés à celui de Saint-Germain, offrirent la plus grande ressemblance; même couleur à l'extérieur, même poli & même noir dans les cassures, même degré de dureté,

même facilité de se polir, même brillant après l'avoir été; en un mot, rien de ce que le coup d'œil pouvoit offrir ne parut différent: M. Fougeroux passa à d'autres épreuves. On sait que le jayet est susceptible de se brûler, & qu'en se brûlant il répand une odeur de bitume ou de pétrole; quelques morceaux de celui de Saint-Germain mis sur les charbons ardens offrirent les mêmes phénomènes, en observant seulement de choisir ceux qui ne contenoient point de pyrites; car dans ceux-ci l'odeur du soufre masquoit absolument celle du pétrole, & la faisoit disparoître. Enfin des morceaux du bois de Saint-Germain, bien exempts de pyrites & soumis à la distillation dans des vaisseaux clos, ont donné absolument les mêmes principes que des morceaux de jayet mis à la même épreuve.

Il résulte donc de tout ce que nous venons d'exposer, que le morceau de bois pétrifié trouvé à Saint-Germain étoit du véritable jayet, & qu'il est très-probable que ce dernier est produit par des végétaux plus ou moins pénétrés de matières inflammables. Il seroit, sans doute, curieux de savoir quelle est l'espèce de bois qui produit le jayet; s'il est du genre des résineux, & les circonstances nécessaires pour qu'il se convertisse en jayet. Mais on sent bien que de nouvelles observations peuvent seules éclaircir ces doutes; celles de M.[rs] Perronet & Fougeroux peuvent mettre sur la voie, & ouvrent une nouvelle carrière aux recherches des Naturalistes & des Physiciens.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

LA ville de Remiremont & le bourg de Plombières, célèbre par ses eaux minérales, sont situées dans des vallées qui reçoivent les écoulemens de plusieurs montagnes voisines, dont elles sont entourées. Le 25 Juillet 1770, il y eut à Remiremont un orage très-violent avant le coucher du Soleil; les habitans se crurent quittes de tout danger par la cessation de cet orage, ils étoient

cependant bien éloignés de l'être; & cet orage, tout violent qu'il avoit été, n'étoit que le prélude de la ſcène affreuſe qui alloit ſe paſſer : l'air n'avoit pas même été rafraîchi. Bientôt on vit des nuées très-noires ſe raſſembler en maſſes énormes, & ſe mouvoir d'une façon effrayante au gré du vent, qui paroiſſoit ſouffler à la fois de tous les points de l'horizon.

Bientôt il ſe déclara un ſecond orage plus furieux que le premier; & que l'obſcurité des nuées, jointe à celle de la nuit, rendoit encore plus terrible; cependant les ravages du vent, les éclairs redoublés & le tonnerre, qui rouloit & éclatoit preſque ſans interruption, ne furent que la moindre cauſe du dégât qu'éprouva ce malheureux canton.

L'énorme quantité de pluie que cet orage verſa ſur les montagnes voiſines, en fut, à proprement parler, le fléau deſtructeur; la quantité d'eau qu'elle produiſit, eut bientôt produit un nombre prodigieux de torrens, qui, roulant impétueuſement par toutes les gorges des montagnes, entraînèrent tout ce qui ſe trouva ſur leur route, & couvrirent les vallées, qui formoient auparavant des prairies riantes & des terres bien cultivées, d'un amas informe de débris, de terre, de ſable, d'arbres & de rochers; en ſorte que ce canton n'offre plus aujourd'hui que l'image du chaos.

Les collines, & ſur-tout celles dont le terrain n'étoit pas extrêmement tenace, ont été coupées & entamées en un très-grand nombre d'endroits, & il s'y eſt creuſé de profonds ravins qui ont l'air de précipices.

On jugera aiſément que dans ce déſordre général, les habitations ne furent pas épargnées; toutes celles qui ſe trouvèrent ſur la route des torrens, furent entraînées avec tout ce qu'elles contenoient, & celles qui ſe trouvoient en bas, furent enſévelies ſous les énormes monceaux de débris que les eaux y avoient amenés. On n'entendoit de tous côtés que les cris des malheureux habitans qui périſſoient accablés ſous leurs maiſons ruinées, ou qui trouvoient dans leur fuite la mort qu'ils avoient voulu éviter; & ces cris, joints à l'obſcurité & au fracas que faiſoient les vents, les eaux & le tonnerre, imprimoient la dernière touche d'horreur à cet affreux tableau.

Dans le nombre des maiſons détruites avec leurs habitans, on

a ſur-tout mentionné une huilerie, placée dans une petite plaine au pied des collines. Cette petite plaine, autrefois prairie agréable, eſt devenue un amas de rochers, de cailloux, de terre & de ſable, entourée de côteaux à moitié détruits; & ce vaſte amas de décombres ſert aujourd'hui de tombeau à l'Huilier & à toute ſa famille, dont aucun n'a pu échapper au danger.

On a regardé comme un phénomène ſingulier, ce qui eſt arrivé dans une autre plaine pareille; le torrent l'a comblée du débris d'une maſſe énorme de terrain qu'il a ſapé par le pied, & des arbres d'un bois de ſapin qui la couvroit. Ces arbres renverſés, & entraînés pêle-mêle avec les rochers & la terre, forment une maſſe confuſe dans l'endroit où étoit la plaine; un ſeul de ces arbres, au milieu de tout ce ravage, a gliſſé parallèlement à lui-même, & ſe trouve aujourd'hui planté debout au milieu de tous ces débris: il ſeroit peut-être difficile d'aſſigner le degré de probabilité d'un tel évènement. Plombières ne pouvoit manquer, par ſa ſituation, d'avoir part à ce déſaſtre; la vallée où ce bourg eſt ſitué eſt ſi étroite, qu'elle n'a pu comporter qu'un ſeul rang de maiſons, au nombre d'environ quatre-vingts. La petite rivière d'Eaugrogne qui y paſſe, y porte non-ſeulement les eaux de ſa ſource, placée ſur la montagne d'Olichamp, à une lieue & demie de Plombières, mais encore les écoulemens des eaux pluviales qu'elle reçoit dans ce trajet. Auſſi Plombières avoit-il eſſuyé déjà du dommage en 1660 par le débordement de cette rivière; & on avoit fait pour s'en garantir un large canal, revêtu de groſſes pierres de taille dans toute la longueur de ce bourg.

Malgré cette précaution, Plombières ne fut pas en cette occaſion exempt du ravage qu'eſſuya tout le canton. Dès quatre heures après-midi la rivière commença à croître, vraiſemblablement par l'écoulement de la pluie du premier orage, & une demi-heure après elle étoit augmentée d'environ trois pieds, mais toujours dans ſon lit. Vers dix heures du ſoir elle commença à déborder, & mit un pied d'eau dans la rue, & en moins d'une heure elle étoit montée juſqu'à ſix pieds au-deſſus du ſol des maiſons, deſquelles il y eut pluſieurs de renverſées & quelques-unes fort entamées. Vers minuit les eaux baiſsèrent conſidérablement, mais bientôt après elles

remontèrent; parce que les foins entraînés par l'eau, & les débris des maisons engorgèrent le canal; mais enfin elles s'écoulèrent, & la rivière rentra dans son lit : les petits bains, les deux étuves qui étoient vis-à-vis, & le grand bain, ont été détruits ou comblés de décombres.

Ce qu'il y a de singulier, c'est que les sources minérales n'ont pas paru donner avec plus d'abondance qu'à l'ordinaire, pendant que les sources d'eau commune étoient considérablement augmentées; vraisemblablement l'origine des premières est assez profonde & assez éloignée, pour qu'elles n'aient rien pu recevoir des eaux de cette espèce de déluge, qui a ravagé la superficie du terrain.

Il est au reste impossible de se former une idée du bouleversement affreux de tout ce canton, dans une étendue de pays de plus de douze lieues carrées; il est tel, que ceux qui l'avoient vu la veille s'y trouvoient comme étrangers, & la quantité d'eau étoit si énorme, que quinze jours après l'accident les torrens couloient encore, & dans plusieurs endroits assez sensiblement. Tout ce détail est tiré d'une relation très-circonstanciée de ce funeste phénomène, envoyée à M. Morand fils, par M. Deguerre, Docteur en Médecine, stipendié de la ville & de l'abbaye de Remiremont, qui passe ordinairement toute la saison des eaux à Plombières : on peut juger s'il a été à portée de recueillir toutes les particularités de ce fait, malheureusement trop intéressant.

I I.

Le 6 Juin 1770, vers les dix heures du soir, M. du Séjour, père de M. du Séjour, Académicien, étant à Chambourcy près Saint-Germain-en-Laye, avec M. Leblanc, connu par son talent pour la Poësie, & M. de Verriere, ils aperçurent un arc-en-ciel causé par la Lune; cette planète étoit alors presque au méridien, & distante de son plein seulement d'un jour & demi. L'arc-en-ciel paroissoit du côté du Nord, où il pleuvoit actuellement, & tomboit jusqu'à terre sur la forêt de Saint-Germain. On n'y distinguoit point les couleurs, comme on les voit dans l'arc-en-ciel produit par le Soleil; on apercevoit seulement des nuances entre les différens cercles concentriques dont l'arc étoit composé.

Ces arcs-en-ciel lunaires sont rares, mais ils ne sont pas sans exemple. Nous apprenons d'Aristote qu'on en observa deux de son temps, mais il ajoute qu'ils étoient blancs. Gemma, Frisius, Verdries & Senner, assurent en avoir observé dans lesquels les couleurs étoient sensibles. Snellius en a vu deux en deux ans de temps, & Plot en a observé un en 1675. En 1711 il en parut un avec de belles couleurs dans le Derbishire en Angleterre; il est vrai que selon la remarque de M. Musschenbroek, on pouvoit soupçonner que dans quelques-unes de ces observations on avoit pris pour des arcs-en-ciel de ces couronnes qui entourent quelquefois la Lune; & cela d'autant plus, qu'on y fait mention de cercles entiers, figure que l'arc-en-ciel ne peut jamais avoir. Le célèbre M. Weidler observa en 1719 un arc-en-ciel lunaire, formé par les rayons de la Lune en quartier, reçus sur une petite *pluie*; aussi n'y put-il presque pas reconnoître les couleurs. M. Musschenbroek lui-même en rapporte deux dans ses Essais de Physique *; le premier, du 1.[er] Octobre 1729, entre 9 heures & demie & 10 heures. Dans celui-ci, quoique la Lune répandît beaucoup de lumière, & que la pluie sur laquelle se forma l'arc-en-ciel fût très-forte, il ne put distinguer aucune couleur; & le second, observé à Ysselltein; celui-ci étoit fort grand & fort éclatant; mais il ne paroissoit que d'une couleur jaune, & par-tout uniforme.

* *V. Ess. de Phys. de Musschenbroek, &c. 1613.*

III.

L'Académie a déjà fait mention dans son Histoire, de plusieurs échos singuliers; en voici encore un qui peut en augmenter le nombre. M. l'abbé Guynet, Ecclésiastique du grand Séminaire d'Autun, étant pendant les vacances de 1769 au château de la Rochepot, & se promenant sur le chemin de Châlons, qui passe au-dessous du village, il heurta sans dessein assez rudement une pierre contre une autre; le bruit qu'il avoit fait lui fut rendu après quelques secondes, & il jugea par le temps que l'écho avoit mis à répondre, qu'il répéteroit peut-être un demi-vers, & effectivement il le répéta; il fit plus, il répéta un vers Alexandrin tout entier. Le lendemain Madame la comtesse de la Rochepot, que M. l'abbé Guynet avoit avertie, étant venue en cet endroit, l'écho

répéta quatorze syllabes bien articulées. M. l'abbé Guynet voulut voir si, à l'exemple de celui dont il est fait mention dans l'Histoire Naturelle d'Oxford, le silence & la fraîcheur de la nuit lui en feroient répéter un plus grand nombre; il y revint à 10 heures du soir avec le Curé de la paroisse, & effectivement l'écho répéta jusqu'à seize syllabes; il est vrai qu'alors le temps étoit presque calme : il rendit de même une partie d'un air joué sur le violon. Cet écho est, comme nous venons de le dire, sur la route de la Rochepot à Châlons, vis-à-vis le château de la Rochepot, qui est bâti sur un rocher très-élevé & creux en quelques endroits : c'est vraisemblablement dans ces rochers que la voix se réfléchit si parfaitement.

IV.

M. du Tour, Correspondant de l'Académie, lui a envoyé plusieurs morceaux de Tripoli tirés des carrières de ce fossile, qui sont à Ménac en Auvergne. Ces morceaux sont comme feuilletés, & portent les empreintes assez bien marquées de feuilles qui paroissent avoir appartenu à des arbres, mais sans qu'on puisse juger de l'espèce d'arbre, ou de ce pays ou étranger qui les a produites; il a paru seulement qu'elles différoient sensiblement de celles dont on trouve les empreintes dans les premiers bancs de charbon de terre. Ce fait ajoute un nouveau degré de probabilité au sentiment de M.rs Ludwig & Gardeil, qui croient que le tripoli est formé en tout ou en partie de végétaux. M.rs Guettard & Fougeroux y avoient déjà reconnu plusieurs morceaux de matières végétales; mais l'observation de M. du Tour peut répandre un nouveau jour sur cette matière. On a cru aussi apercevoir dans les morceaux de tripoli envoyés par M. du Tour, un rapport assez marqué avec les schites, ce qui s'accorde avec le sentiment donné par M. Fougeroux dans un Mémoire lû en 1769 *, & feroit voir que la classe des schites est beaucoup plus étendue qu'on ne le pense communément.

* Voy. Hist. 1769, p. 8.

V.

Le P. Fourcault, Minime, a fait voir à l'Académie, des Oiseaux desséchés, conservés dans des bocaux de cristal, dont l'orifice n'étoit que d'une médiocre grandeur : la manière de les y faire

entrer,

entrer, eſt un ſecret qu'il a dépoſé cacheté à l'Académie; mais à condition de n'être ouvert qu'après ſa mort. On juge bien que cette manière d'introduire des Oiſeaux dans des bocaux à goulot étroit, a ſes bornes; elle ne peut être miſe en pratique que ſur des Oiſeaux depuis la groſſeur de l'Oiſeau-mouche, juſqu'à celle d'un étourneau ou d'une pie; ceux qui ſeront plus gros, auront beſoin d'être conſervés ſous des cloches de verre, qu'on maſtiquera bien ſur la baſe de bois qui les ſoutiendra. On pourroit auſſi conſerver de même ceux que le P. Fourcault enferme dans ſes bocaux; mais ils y ſont plus aiſés à garantir des inſectes deſtructeurs, & il ne ſe cache pas même d'avoir été bien aiſe de vaincre la difficulté de les y faire entrer. Quoi qu'il en ſoit, ces oiſeaux ſont extrêmement bien conſervés dans ces bocaux, & on peut aiſément les tourner & retourner pour les conſidérer en tout ſens; avantage réel pour ceux qui s'occupent de cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, qui ne pourroient ſans injuſtice refuſer au P. Fourcault leur reconnoiſſance.

V I.

Voici encore un fait de même eſpèce, M. Hériſſant a fait voir à l'Académie, pluſieurs animaux, & même un ſujet humain, conſervés au moyen d'une poudre dont il avoit déjà parlé, & de laquelle il a dépoſé la compoſition au Secrétariat de l'Académie. Il a préſenté de même à la Compagnie, quantité de poiſſons & d'inſectes conſervés dans toute leur fraîcheur, par le moyen d'une liqueur très-claire & très-limpide, incapable d'altérer ni de diſſoudre le lut dont il ſe ſert pour boucher les bocaux, & qui ne reviendra pas à plus de ſix ſous la pinte. Que d'avantages offerts aux amateurs de l'Hiſtoire Naturelle!

V I I.

D. Antonio de Ulloa, Correſpondant de l'Académie, a remis à M. le Gentil, à ſon paſſage à Cadiz, deux coquilles pétrifiées, tirées en 1761, de la montagne où eſt une mine de vif-argent, dans le gouvernement de *Oüanca-Velica*, au Pérou. A l'endroit où elles ont été trouvées, le mercure ſe ſoutient à 17 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$, ce qui répond à 2222 toiſes $\frac{1}{3}$ au-deſſus du niveau de la mer. Au plus haut de cette montagne, qui n'eſt pas à beaucoup près la plus élevée de ce canton, le mercure ſe ſoutient à

16 lignes, ce qui répond à 2337 toises de hauteur perpendiculaire; & à la ville de *Oüanca-Velica*, le mercure se soutient à 18 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$; d'où il suit que cette ville est placée à la hauteur de 1949 toises au-dessus du niveau de la mer, plus haut qu'une grande partie des nuées que nous voyons communément passer sur nos têtes. D. Antonio de Ulloa a dit à M. le Gentil, qu'il avoit détaché ces coquilles d'un banc fort épais, dont il ignoroit encore l'étendue; & a promis de faire passer à l'Académie la suite de cette découverte.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

V. les Mém. p. 526. L'Écrit de M. le Roy, sur les Aréomètres:

Page 524. Et les observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769, par M. Duhamel.

CETTE année parurent les deuxième & troisième volumes des Mémoires sur différentes parties des Arts & des Sciences, par M. Guettard.

Nous avons rendu compte en 1768 * du premier volume de ces Mémoires, & des raisons qui avoient déterminé M. Guettard à les publier à part.

* *Voy. Hist. 1768, p. 38.*

Les Polypiers fossiles forment l'objet de la plus grande partie de ceux de ces Mémoires dont nous avons à parler. M. Guettard a cru, avec raison, qu'il ne pourroit donner de ces substances une histoire satisfaisante & instructive, s'il ne la faisoit précéder par celle des corps analogues qui se trouvent dans la mer. Ces corps sont les seules productions de la Nature qu'on ait placées successivement dans les trois règnes; & celui auquel ils appartiennent réellement, a été le dernier auquel on se soit avisé de les attribuer.

Les Anciens les ont regardés comme des plantes, & la plupart des Botanistes ont embrassé ce sentiment, poussés peut-être, sans qu'ils s'en aperçussent, par un desir secret d'étendre les objets de leur science; cette opinion même fut regardée comme absolument

démontrée, lorſque M. le Comte Marſigli eut découvert les prétendues fleurs du corail, & en eut donné la deſcription. En vain les produits de l'analyſe chimique des coraux ſe trouvoient les mêmes que ceux des matières animales, cette objection, toute forte qu'elle étoit, paroiſſoit très-foible; & on croyoit y répondre d'une manière ſatisfaiſante, en citant l'exemple des plantes crucifères, qui donnent auſſi ces mêmes produits.

Lorſque M. Peyſſonel oſa avancer en 1726, que les prétendues fleurs du corail étoient de véritables animaux, tous les Naturaliſtes s'élevèrent contre lui; cependant les inſectes furent obſervés par d'autres, & les ſectateurs obſtinés de l'ancien ſyſtème, furent réduits à dire que ces animaux, qu'ils ne pouvoient s'empêcher de reconnoître pour tels, étoient étrangers aux corps ſur leſquels on les trouvoit; ils tenoient cependant à leurs tuyaux, deſquels on ne pouvoit les ſéparer ſans les déchirer; il ſe trouvoit d'ailleurs une très-forte analogie entre ces animaux & les polypes d'eau douce, découverts & décrits par M. Trembley. Tout invitoit à regarder nos ſubſtances marines comme des groupes de polypes, ſuſceptibles de devenir os, ou pour parler plus juſte, coquilles; mais ce n'étoit encore qu'une opinion, lorſque M. Hériſſant fit ſur ces ſubſtances les mêmes expériences qu'il avoit faites ſur les coquilles; on vit alors qu'une membrane animale, flexible & continue, formoit le corps des coraux, & il fut bien prouvé que le tuyau de chaque petit polype s'oſſifioit préciſément comme les coquilles; & comme la partie pierreuſe eſt plus épaiſſe que le tuyau d'un polype ne peut être long, il en réſulte que les plus anciens polypes ont dû ceſſer de vivre, ou plutôt ont dû être réduits à cette membrane oſſifiée, dont le tiſſu continu appartient à tous les polypes, & ne peut par conſéquent être regardée comme morte dans toutes ſes parties.

Cette hiſtoire des polypiers a conduit M. Guettard à diſcuter pluſieurs points importans & pluſieurs opinions qui ſe ſont introduites dans quelques Écrits d'Hiſtoire Naturelle, tels que l'exiſtence & le mouvement de ce que l'on nomme *molécules organiques* dans les infuſions des plantes, de la reproduction des parties coupées aux animaux, ou celles des animaux entiers par bouture; il réſulte des réflexions de M. Guettard ſur le premier objet, que s'il n'eſt

peut-être pas auſſi prouvé qu'il le penſe, que ce mouvement obſervé dans les infuſions des plantes ne ſoit que mécanique, il ne l'eſt pas non plus à beaucoup près qu'il ſoit ſpontané; & que cette queſtion ne peut être décidée que par des obſervations très-délicates, qui exigent des yeux exercés à ces ſortes de recherches, & des eſprits qui ne ſoient pas ſuſceptibles d'illuſion, & qui ſur-tout ne ſoient pas prévenus de ſyſtèmes.

M. Guettard obſerve qu'il y a des animaux qui ne reproduiſent que des parties qui ne paroiſſent point néceſſaires à l'économie animale, & dont ils pourroient abſolument ſe paſſer; que d'autres reproduiſent des parties même eſſentielles, & qu'enfin d'autres ſont tels, qu'une de leurs parties détachée du tout, produit un animal ſemblable à celui dont elle a été détachée; & ces différentes reproductions ſont liées à des différences eſſentielles dans l'organiſation de ces eſpèces. Il y a dans tous ces faits des circonſtances bien ſingulières, & qui prouvent bien que ſi on veut introduire, peut-être aſſez inutilement, quelques vues de Métaphyſique ſpéculative dans l'étude de la Phyſique, au moins doivent-elles être ſévèrement ſoumiſes aux expériences; les Sciences naturelles n'étant & ne pouvant être que le réſultat des obſervations faites ſur les phénomènes de la Nature.

M. Guettard termine ce qu'il dit des polypiers marins, par une diſcuſſion d'un autre genre, en faiſant voir, contre le ſentiment de M. du Tour & de M. Donati, que ce ne ſont ni les Anciens ni les Italiens, mais les Naturaliſtes françois de ce ſiècle qui ont découvert les polypiers marins. Il eſt, ſans doute, avantageux de faire voir comment l'eſprit humain s'eſt élevé par degré juſqu'aux plus grandes découvertes; mais il faut avouer auſſi que ſouvent les diſputes d'antériorité roulent ſur des idées vagues, qui, ſi les choſes avoient été tout autrement qu'elles ne ſont, auroient encore pu s'y appliquer.

Dans les recherches ſur les polypiers foſſiles, M. Guettard examine dans quels lieux de la terre ils ſe trouvent, & avec quelles ſubſtances ils ſont mêlés. Il les diſtingue, & les claſſe enſuite d'après leur différente forme; & ce qui eſt bien plus difficile & plus important, d'après la nature de leurs analogues vivans.

Les tuyaux de mer doivent, ſuivant M. Guettard, former une claſſe à part, & n'être pas confondus avec les coquillages ni avec les polypes; & il donne l'hiſtoire des tuyaux, ou marins ou foſſiles, ſur le même plan que celle des polypiers. On y trouve tout ce qui a été fait ſur cette matière, & même juſqu'à l'expoſition de tout ce qu'elle a occaſionné de ſyſtèmes ou d'opinions abſurdes.

L'ouvrage de M. Guettard contient encore des recherches phyſiques & géographiques ſur les eaux, ſur les attériſſemens qu'elles ont formés en France; & il eſt précédé d'obſervations détachées ſur différens objets d'Hiſtoire Naturelle, de Chimie, de Phyſique, de Médecine & d'Anatomie. Cette collection peut être regardée comme un ample tréſor d'obſervations utiles & curieuſes, & qui méritera toujours la plus vive reconnoiſſance de la part des Naturaliſtes & des Phyſiciens.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. l'abbé Nollet, intitulé : *L'Art des expériences, ou Avis aux Amateurs de la Phyſique, ſur le choix, la conſtruction & l'uſage des inſtrumens, & ſur la préparation & l'emploi des drogues qui ſervent aux expériences.*

Dans toutes les Sciences fondées ſur l'expérience ou ſur l'obſervation, la connoiſſance des inſtrumens eſt une partie néceſſaire de la ſcience; mais dans la Phyſique expérimentale, cette partie eſt, pour ainſi dire, la plus importante. Le réſultat de chaque expérience n'eſt ſouvent qu'un fait aiſé à obſerver, mais dont on ne peut connoître les conſéquences ou les cauſes, que par l'examen des moyens qu'on emploie pour le produire, & en s'aſſurant qu'il n'a pu être le réſultat de ces moyens que d'une ſeule manière.

L'art de faire ces expériences, que donne ici M. l'abbé Nollet, ſeroit donc un ouvrage utile, & ſans lequel les Leçons de Phyſique ſeroient demeurées incomplètes, quand même il ne contiendroit qu'une théorie détaillée des inſtrumens & de leurs uſages; mais il contient de plus la manière de conſtruire ces inſtrumens, & de choiſir les matériaux qui doivent entrer dans leur conſtruction, & de préparer toutes les pièces qui y entrent; en ſorte qu'il n'y a point de Maître de Phyſique qui, à l'aide de ce livre, ne puiſſe

faire exécuter la plupart de ces machines par des ouvriers tels qu'on en trouve dans presque toutes les grandes villes. On juge bien que cette partie de l'ouvrage de M. l'abbé Nollet est remplie d'une infinité de détails minutieux, mais nécessaires; & qu'il ne pouvoit espérer d'autre récompense de ce pénible travail, que d'avoir contribué aux progrès de la Physique, qui étoit son unique passion. En effet, sans un pareil secours, l'étude de la Physique expérimentale ne pourroit faire partie de l'éducation dans les Colléges de province, & les Savans qui, dans les pays éloignés de la capitale, voudroient tenter des expériences nouvelles, ne pourroient s'y procurer les instrumens nécessaires. C'étoit dans cette vue que M. l'abbé Nollet avoit, pour ainsi dire, pris avec le public l'engagement de lui donner cet ouvrage, qu'il jugeoit lui-même nécessaire à la parfaite intelligence de ses Leçons, & sur-tout à répandre le goût de l'étude de la Physique, en facilitant les moyens de s'y livrer. C'étoit-là l'espèce de succès qui flattoit le plus M. l'abbé Nollet; sa modestie & son amour pour les Sciences & pour le bien public, lui faisoit préférer à tout autre honneur, celui d'avoir le premier fait sentir à la Nation, & à ceux qui la gouvernent, l'agrément & l'avantage que peuvent procurer les connoissances physiques.

CETTE même année parut une seconde édition *des Lettres de M. de Mairan au P. Parennin, Jésuite, Missionnaire à Pékin.*

* *Voy. Hist. 1759, p. 41.*

L'Académie a rendu compte en 1759 * de la première édition de cet ouvrage, qui n'étoit alors composé que des trois lettres écrites au P. Parennin; mais l'édition s'en étant épuisée, M. de Mairan s'est déterminé à en donner une seconde, de laquelle nous avons à rendre compte.

Nous ne parlerons donc pas dans cet article des trois lettres au P. Parennin, dont l'Académie a déjà rendu compte à l'endroit cité de son Histoire; mais de plusieurs morceaux séparés, la plupart déjà publiés, & que M. de Mairan a joints à cette seconde édition de son ouvrage.

De ce nombre sont ses Conjectures sur la fable de l'Olympe,

lûes à l'Académie royale des Inscriptions & Belles-Lettres. Personne n'ignore qu'Homère, & presque tous les Mythologistes Grecs, avoient fixé le séjour de leurs Dieux sur le mont Olympe, & que les Phrygiens avoient fait de leur mont Ida celui de Jupiter, & de quelques autres Dieux tutélaires de leur pays. Un passage de Diodore de Sicile fit soupçonner à M. de Mairan, que ces fables pouvoient avoir un fondement dans la Physique, & que l'apparence de la lumière qui couronnoit respectivement ces deux montagnes pour les peuples de la Grèce ou de la Troade, & qui n'étoit que l'effet de l'Aurore boréale, toujours basse dans ces climats, leur avoit persuadé que c'étoit le séjour ou l'assemblée des Dieux. D'autres monumens antiques sont venus à l'appui de cette idée très-vraisemblable, & ont formé un corps de preuves qui la rendent aussi certaine que le peut être une conjecture de cette espèce.

Le second ouvrage que M. de Mairan a joint à ses Lettres au *P. Parennin*, est sa Dissertation sur la Balance des Peintres de M. de Piles, qu'il avoit lûe en 1755 à l'Académie qui en avoit alors rendu compte dans son Histoire *, à laquelle nous prions le lecteur de vouloir bien recourir.

* *Voy. Hist.* 1755, p. 79.

Le troisième, est l'extrait d'un Mémoire de M. Winslow, sur les Monstres, relatif à la dispute que ce célèbre Anatomiste avoit alors sur ce sujet avec M. Lémery. Cet extrait, fait alors par M. de Mairan lorsqu'il exerçoit à l'Académie la fonction de Secrétaire, est imprimé dans l'Histoire de l'Académie pour 1743 *, & n'est que répété ici presque sans aucun changement.

* *Voy. Hist.* 1743, p. 53.

Le quatrième, est une Lettre écrite à M. le Comte de Caylus par M. de Mairan, sur l'explication d'une pierre antique gravée, que M. de Mairan fait voir être relative à l'horoscope d'Auguste & à la comète qui parut après la mort de Jules César. Cette lettre avoit été publiée dans le Journal des Savans, au mois de Décembre 1764, & nous en avons rendu un compte détaillé dans l'Histoire de l'Académie de la même année *, à laquelle, pour éviter des redites inutiles, nous prions le lecteur de vouloir bien recourir. Nous ajouterons seulement ici, que dans cette seconde édition M. de Mairan a joint à sa première lettre à M. de Caylus une seconde Lettre au même Académicien, dans laquelle il répond à quelques

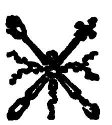
* *Voy. Hist.* 1764, p. 41.

objections qui lui avoient été faites sur l'époque de la comète de César, ou, ce qui est la même chose, sur celle de la célébration des jeux de Vénus mère, par Auguste, & dans laquelle il discute quelques passages d'Historiens qu'on avoit allégués contre son sentiment; mais cette discussion polémique est trop étrangère aux occupations de l'Académie, pour trouver place dans son Histoire; & nous ne pouvons qu'exhorter le lecteur à la voir dans l'original.

Le dernier article ajouté par M. de Mairan à cette seconde édition de ses lettres au P. Parennin, est une courte histoire de ce qui s'étoit passé lorsque M. de Mairan, n'étant pas encore Membre de l'Académie, envoya en 1715, à cette Compagnie, sa Dissertation sur *la roue d'Aristote.* On y verra dans un avertissement l'état de la question, on y trouvera la Lettre de M. de Mairan à M. de Fontenelle, alors Secrétaire, en lui envoyant la solution de ce singulier problème, pour être communiquée à l'Académie; la réponse qu'il en reçut, & enfin l'extrait que M. de Fontenelle lui-même fit de cette Dissertation dans l'Histoire de l'Académie *. Et comme cet extrait contient tout ce qui peut être dit sur cette question dans le plus grand abrégé, & de la manière la plus claire, nous ne pouvons qu'engager le lecteur à y recourir.

* *Voy. Hist.* 1715, p. 30.

Ces ouvrages, dont on peut regarder quelques-uns comme les délassemens de M. de Mairan, ont mérité l'attention des Juges les plus éclairés en cette matière, & ont obtenu leur approbation & leurs suffrages. Nous pouvons mettre dans ce nombre celui de l'Académie royale des Inscriptions & Belles-Lettres, qui a bien voulu adopter la Dissertation sur l'Olympe. Ils peuvent servir de preuve, que l'esprit propre aux hautes Sciences, n'exclut pas toujours celui qui est propre aux discussions littéraires & le goût pour les Arts de pur agrément; & il y a tout lieu d'espérer que le public verra avec plaisir ces morceaux détaillés réunis en un même corps.



ANATOMIE.

ANATOMIE.

SUR LES
PARTIES DE LA GÉNÉRATION DE LA FEMME.

LES parties de la génération ſont un des principaux objets de l'Anatomie. Indépendamment de leur importante fonction dans l'accompliſſement des vues générales de l'Auteur de la Nature pour la perpétuité des eſpèces, elles ſont encore, & ſur-tout dans la femme, le ſiége de pluſieurs maladies cruelles & dangereuſes qu'on ne peut eſpérer de guérir qu'autant que la ſtructure de ces parties & leurs différens rapports à toutes celles qui compoſent le *corps animal*, ſeront parfaitement connues. V. les Mém. p. 183.

C'eſt ce qui a déterminé M. Portal à en faire le ſujet de ſes recherches; il commence dans le Mémoire dont nous avons à rendre compte, par l'examen de la matrice & des liens qui ſervent à la fixer dans ſa poſition; les parties internes de ce viſcère, & enſuite les externes doivent devenir le ſujet de pluſieurs autres Diſſertations.

On auroit peine à croire combien ſont différentes les unes des autres les deſcriptions qu'ont données les Anatomiſtes, de cet important organe; ils n'étoient d'accord ni ſur ſa figure, ni ſur ſa poſition, ni même ſur ſa nature. Les uns le regardoient comme une eſpèce d'animal fixé par des liens au ſein d'un autre animal; d'autres voyoient dans ce viſcère un vaiſſeau avec des voiles & des rames: on juge bien que toutes ces idées ne tendoient pas à faire connoître la ſtructure de la matrice & à faciliter la guériſon des maladies dont elle peut être le ſiége.

Il a donc été néceſſaire à M. Portal de porter ſur cette matière, encore ſi obſcure, le flambeau de l'Anatomie; & voici le fruit de ſes recherches.

La matrice dans le fœtus eſt placée entièrement au-deſſus du baſſin, dans l'enfant qui vient de naître elle commence à y deſcendre, mais elle excède encore ſenſiblement le niveau du haut

des os pubis; dans la fille de quinze ans elle eſt au-deſſous de ces os, & enfin elle eſt très-enfoncée dans une vieille femme.

Sa ſituation ne varie pas moins que le lieu qu'elle occupe; elle eſt preſque verticale dans le fœtus, & preſque horizontale dans un âge avancé.

La matrice change auſſi de figure avec l'âge; dans le fœtus elle eſt preſque priſmatique, dans l'adulte elle reſſemble à certains flacons de criſtal, qui approchent de la forme triangulaire; & enfin dans un âge plus avancé elle eſt irrégulièrement arrondie. La différence d'âge en apporte même dans ſa couleur; elle eſt blanche dans le fœtus, rouge dans la fille nubile, & pâle dans la vieilleſſe.

La matrice eſt recouverte preſqu'entièrement par une lame du péritoine; cette lame ſe replie vers l'orifice de la matrice, & forme les deux ligamens ronds, compoſés de la duplicature de cette lame & d'un cordon de vaiſſeaux qui vont à la matrice, & qu'elle enferme; en s'étendant ſur les côtés de la matrice, elle forme la lame antérieure des ligamens larges qui s'attachent aux muſcles iliaques; la lame poſtérieure forme, par deux replis, deux ligamens circulaires qui embraſſent le rectum. Lorſque la matrice ſe développe dans la groſſeſſe, la hauteur des ligamens larges diminue; & il paroît qu'en général la matrice n'eſt ſuſpendue par tant de ligamens flexibles, que pour pouvoir s'enfler librement & ſe prêter au développement du fœtus.

La matrice ſuſpendue dans le bas-ventre par ſes ligamens, & enveloppée de la lame du péritoine, qui la recouvre, préſente une eſpèce de reſſemblance avec une chauve-ſouris qui étend ſes ailes. Auſſi cette reſſemblance lui en a-t-elle fait donner le nom par quelques Anatomiſtes.

Cette même lame du péritoine partage, par ſa poſition, le baſſin en deux eſpèces de chambres, l'une antérieure, & l'autre poſtérieure. Dans l'adulte la chambre antérieure eſt plus petite que la poſtérieure, parce que l'os ſacrum ſe penchant en arrière, augmente la capacité de cette dernière; mais dans l'enfance, où cet os eſt preſqu'à plomb, la capacité des deux chambres eſt à peu près égale.

Les deux portions de cette lame qui enveloppent la matrice, peuvent s'en séparer, mais cependant en déchirant toujours quelques productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres, pour y former aux vaisseaux des gaines ou capsules assez semblables à celle qui, dans le foie, revêt la veine-porte, & qu'on connoît communément sous le nom de *capsule de Glisson*, quoique, selon M. Portal, la découverte en soit dûe à *Walæus*, qui l'a décrit le premier.

Ces gaines cellulaires des vaisseaux se trouvent dans quelques sujets surchargées de graisse; dans d'autres elles deviennent le siége d'une hydropisie singulière, contenue entre la paroi externe de cette gaîne & le vaisseau. M. Portal l'a quelquefois observée; il a même observé une hydropisie de l'aorte à peu près semblable, qu'il a décrite dans l'*Historia Anatomico Medica* de M. Lieutaud, dont il a donné une nouvelle édition en 1767.

Il résulte de ce que nous avons dit de la position de la matrice, qu'elle est suspendue & comme fixée par huit ligamens. De ces huit, les quatre supérieurs ont été connus & décrits par tous les Anatomistes; mais très-peu ont observé les quatre inférieurs. On en avoit successivement attribué la découverte à plusieurs illustres Anatomistes, nos contemporains; mais M. Portal trouve qu'elle appartient à Hermondaville, qui professoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième siècle, & dont la Chirurgie est conservée manuscrite dans la Bibliothèque du Roi & dans celle de Sorbonne; & M. Portal les trouve depuis décrits dans les Ouvrages postérieurs, & sur-tout dans ceux de Sanctorini & de Gunzius, dans lesquels il est impossible de les méconnoître.

La cavité de la matrice varie comme sa grosseur & sa position dans les différens âges. Dans l'enfance elle est formée de quatre plans, qui lui donnent assez la figure d'une pyramide triangulaire tronquée par sa pointe, & dont la base seroit en haut. Elle est alors bien plus épaisse vers son col que vers son fond; ce qui est absolument différent dans l'adulte, où elle est bien plus épaisse à son fond qu'à son col : observation absolument dûe à M. Suë, Chirurgien de Paris, & célèbre Anatomiste.

Ce qu'on observe de plus singulier dans l'intérieur de la matrice,

eſt une ramification de pluſieurs lignes ſaillantes, qui, dans une jeune perſonne, forment la reſſemblance d'un palmier. Cette ramification ſe voit dans les planches de Graaff, quoiqu'il n'en diſe rien dans ſon Ouvrage : le Deſſinateur avoit apparemment les yeux meilleurs que l'Anatomiſte.

Entre les branches, & principalement auprès du tronc de cet arbre, on obſerve les orifices des canaux excréteurs de pluſieurs corps *ganglioformes*, deſquels ſort une matière viſqueuſe quand on comprime la paroi de la matrice ; on les aperçoit encore plus aiſément en faiſant rôtir une matrice à grand feu.

Dans l'adulte l'arbre & ſes branches s'effacent, & la cavité devient liſſe & ſe rétrécit avec le temps.

Dans les matrices de tous les âges, les parois latérales ſont toujours plus épaiſſes que les antérieures & poſtérieures, parce que c'eſt-là que ſe trouvent les troncs des artères & des veines qui fourniſſent le ſang à cet organe & l'en remportent ; & comme ils ne pénètrent la matrice qu'à une certaine diſtance de ſon col, il doit néceſſairement arriver que le fond en ſoit plus épais que le col, toutes les fois que ces vaiſſeaux ſeront gorgés de ſang, comme il arrive dans la groſſeſſe.

M. Portal a obſervé fréquemment des excroiſſances ſur la paroi interne de la matrice des vieilles femmes, même dans celles qui n'avoient pas eu d'enfans ; ces excroiſſances étoient connues, mais on ne les croyoit pas ſi communes.

La ſurface interne de la matrice eſt très-irritable ; quelques gouttes de vinaigre jetées dans celle d'une chienne vivante, qu'on avoit ouverte, y ont produit à l'inſtant des mouvemens très-marqués. Harvée avoit obſervé à peu près la même choſe ; mais la ſurface extérieure ne paroît pas jouir de la même ſenſibilité. M.rs Senac & Haller avoient auſſi trouvé que la ſurface externe du cœur n'étoit preſque pas irritable, quoique la ſurface interne des ventricules le fût beaucoup.

Les obſervations de M. Portal ſur la matrice, dont nous venons de rendre compte, jettent un très-grand jour ſur la ſtructure de cet organe, & ſont bien propres à faire deſirer la ſuite de ce travail, qu'il promet de donner.

SUR LA
STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE,
ET SUR CELLE DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

SI l'organe qui a fait le ſujet de l'article précédent, eſt un des plus eſſentiels à la conſervation des eſpèces, celui duquel nous avons à traiter dans celui-ci ne l'eſt pas moins à celle de chaque individu. V. les Mém. p. 393.

Les anciens Anatomiſtes n'ont eu aucune connoiſſance du canal Thorachique, qui cependant fait la communication entre les organes de la digeſtion & ceux de la ſanguification. Euſtache l'aperçut le premier dans le cheval; mais la découverte de cet organe dans l'homme *eſt* entièrement dûe au célèbre Pecquet, autrefois Membre de cette Académie. Vanhorne, ſon condiſciple & ſon ami, en donne une deſcription plus détaillée; & enfin du Verney enchérit encore ſur leurs travaux.

Pour mieux comprendre le but des recherches de M. Portal ſur cette matière, il ne ſera peut-être pas inutile de remettre ſous les yeux du lecteur la poſition, la ſtructure & l'uſage du canal thorachique, tel qu'il avoit été décrit par les Anatomiſtes qui l'ont précédé.

Les alimens une fois digérés dans l'eſtomac, paſſent dans les inteſtins grêles; là s'ouvrent les orifices d'un grand nombre de canaux très-déliés, qui, en ſe réuniſſant, forment ce qu'on nomme les *veines lactées*, qui, après avoir rampé quelque temps ſur le méſentère, vont ſe rendre à un tuyau, nommé le *canal thorachique*, placé verticalement le long de l'épine du dos, & qui va s'inſérer dans la veine ſouclavière, à quelques doigts de ſon embouchure dans l'oreillette gauche. Ces vaiſſeaux ſéparent des alimens digérés, qui paſſent dans les inteſtins grêles, la partie deſtinée à la nourriture de l'animal, qui, dans cet état, eſt ſous la forme d'une liqueur blanche un peu épaiſſe, qu'on nomme *chyle*, & la vont verſer dans la ſouclavière, & de-là dans le cœur, où elle ſe mêle avec le ſang.

Pecquet, qui n'avoit d'abord obſervé cet organe que dans le chien, avoit aperçu que l'inſertion des veines lactées dans le canal thorachique, ſe faiſoit dans une eſpèce de veſſie, ou que le bas de ce canal ſe renfloit & formoit un réſervoir, auquel les Anatomiſtes avoient même donné ſon nom; il crut pouvoir en inférer que le même réſervoir ſe trouvoit auſſi dans l'homme. Cette concluſion étoit précipitée; mais Pecquet étoit d'autant plus excuſable, que quoique ce réſervoir ne s'y trouve pas, l'extrémité inférieure du canal où ſe fait l'inſertion des veines lactées, eſt enveloppée d'un tiſſu cellulaire, qui lui en donne l'apparence. C'eſt ce point anatomique dont M. Portal a voulu s'aſſurer; & voici le réſultat de ſes obſervations.

Le réſervoir prétendu du chyle n'exiſte point dans l'homme; dans plus de trente ſujets que M. Portal a diſſéqués, il a trouvé les vaiſſeaux lactés communiquant immédiatement avec l'extrémité inférieure du canal, qui forme en cet endroit une eſpèce de ſac ou d'anneau vaſculaire, recouvert d'une lame de tiſſu cellulaire. On peut même avec de l'adreſſe dégager les veines lactées du tiſſu cellulaire qui les enveloppe; & il y a apparence que les Anatomiſtes ont été trompés par l'apparence de membrane que prend ce tiſſu cellulaire avec l'âge.

Ce réſervoir du chyle, qui n'exiſte pas dans l'homme, exiſte dans pluſieurs animaux. On le trouve dans le chien, où Pecquet l'avoit effectivement vu; l'écureuil & le ſinge ont pluſieurs réſervoirs & pluſieurs canaux. Dans quelques poiſſons ils ſont encore plus nombreux; M. Ferrein en a vu juſqu'à ſept dans le dauphin.

Il eſt eſſentiel d'être en garde contre une illuſion qui peut en impoſer dans cette recherche; il ſe trouve quelquefois des ramifications d'artères ſanguines vides de ſang, & d'autres fois des vaiſſeaux lymphatiques qui rampent ſur l'extrémité inférieure du canal thorachique, ſans le pénétrer, & qu'on prendroit aiſément pour des veines lactées, ſi l'on n'étoit prévenu qu'ils n'en ſont pas, & qu'ils ne s'ouvrent pas dans le canal.

Au-deſſus de l'inſertion des veines lactées, le canal thorachique s'élève preſque perpendiculairement, en ſuivant à peu près la colonne vertébrale; mais à ſon extrémité ſupérieure il ſe détourne un peu,

pour se jeter dans la souclavière gauche; quelquefois, mais rarement, cette extrémité se partage en deux canaux, dont l'un va s'ouvrir dans la souclavière gauche, & l'autre dans la jugulaire du même côté.

Le canal thorachique va en s'élargissant à son extrémité supérieure. Cet élargissement fit soupçonner à M. Portal qu'il devoit y avoir en cet endroit des vaisseaux de communication qui y aboutissent, & il les chercha. Sa recherche ne fut pas vaine; il poussa de l'air dans les vaisseaux lymphatiques de Willis, qui rampent à l'extérieur du poumon, & cet air pénétra dans le canal par deux tuyaux lymphatiques qui s'y insèrent : il en a depuis trouvé jusqu'à vingt-deux de cette espèce. Quelques Anatomistes, du nombre desquels sont Bartholin & Albinus, paroissent en avoir connu quelques-uns; mais aucun n'avoit aperçu ceux qui naissent de la partie antérieure du canal jusqu'à M. Portal, qui y en a démontré six, qui paroissent partir de l'œsophage & de la graisse du médiastin. On ignore encore l'usage de ces vaisseaux: mais c'est beaucoup en Anatomie que d'être certain de leur existence: toutes les embouchures de ces tuyaux dans le canal sont garnies de valvules.

La ressemblance du chyle avec le lait, avoit fait imaginer à quelques Anatomistes qu'il devoit y avoir une communication immédiate entre le canal thorachique & les mamelles; mais cette communication n'existe pas, & M. Portal n'a pu en trouver aucun vestige, quelques recherches qu'il ait faites sur ce sujet; preuve bien frappante que les conjectures les plus plausibles, ne doivent jamais être regardées comme des faits, ni reçues sans un sévère examen.

Lorsque M. Portal lut à l'Académie le Mémoire dont nous venons de parler, M. Pinson, Chirurgien, y fit voir tout ce système vasculaire, pour ainsi dire, réalisé dans une pièce en cire colorée, qui en représentoit jusqu'aux plus petites branches, & leur position. L'exactitude de la ressemblance, & la perfection de l'exécution, attirèrent à l'auteur les justes éloges que méritoit une pièce, qui étoit en même-temps une preuve subsistante de ses connoissances en Anatomie, & de son adresse en ce genre.

SUR DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

V. les Mém. p. 236.

LE Mémoire duquel nous avons à parler dans cet article, est moins une Dissertation, qu'un recueil de plusieurs observations importantes, qui n'ont entr'elles aucune liaison, & desquelles nous allons essayer de présenter une légère idée.

Les Anatomistes avoient beaucoup insisté sur la dilatation contre nature de la vessie, & sur les mauvais effets qui en résultoient; mais très-peu d'entr'eux avoient détaillé les inconvéniens qui naissent de la diminution & du racornissement de la vessie, plus commun qu'on ne le pense dans les sujets qui sont parvenus à un âge avancé. Les trois premières observations de M. Portal lui furent offertes par hasard.

La première fut faite sur le cadavre d'une vieille femme, dans lequel il trouva la vessie réduite à la grosseur d'une noix, & l'ouverture de son col presqu'entièrement oblitérée; aussi paroissoit-il des vestiges d'inflammation dans les reins & dans les parties voisines, & il y a bien de l'apparence que cette femme étoit morte d'une suppression d'urine.

Dans le second & le troisième cadavres, il observa le même racornissement de la vessie; mais il remarqua que la membrane interne étoit la seule qui se fût épaissie, & que dans le premier de ces deux sujets, il s'étoit formé un canal de communication entre l'ombilic & la vessie.

Ces deux observations ayant mis, pour ainsi dire, M. Portal sur la voie, il examina un grand nombre de cadavres de vieillards, dans lesquels il trouva très-fréquemment, non-seulement la même diminution de la vessie, mais encore un pareil racornissement dans l'estomac, sur-tout dans ceux qui ont fait un grand usage de liqueurs spiritueuses. Il résulte de ces observations, que les ischuries ou suppressions d'urine occasionnées par cette cause, ne sont pas rares chez les vieillards, quoique la plupart des Anatomistes n'en aient point parlé.

Les Anatomistes ne connoissent que depuis peu de temps la maladie nommée *Spina bifida*, qui n'est qu'une espèce d'hydropisie dans

la moelle épinière; les uns ont cru que l'eau étoit infiltrée dans la membrane qui enveloppe cette moelle, & les autres qu'elle étoit amassée entre la pie & la dure-mère. Les observations que fit M. Portal sur le cadavre d'un fœtus hydrocéphale, dans lequel il trouva une communication libre d'un bout à l'autre de cette moelle, lui fit soupçonner que ce canal pouvoit exister dans l'état naturel, & l'engagèrent à faire des recherches sur ce sujet. Il a trouvé effectivement ce canal décrit dans deux Auteurs; Charles Étienne en fait mention dans sa description de la moelle épinière, & ajoute qu'il se remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre; Colombus a été plus loin, il en a donné la grandeur & une description exacte & très-détaillée. M. Portal croit que cette cavité, qui dans l'état naturel est presque toujours vide, est destinée à faciliter les mouvemens de la moelle épinière; mais il est bien singulier que ce canal, décrit par deux Anatomistes très-anciens, ait été ignoré ou mal connu de la plupart des Anatomistes modernes.

Les anciens Anatomistes avoient tous regardé les deux ventricules latéraux du cerveau, comme deux cavités distinctes & indépendantes l'une de l'autre. Varoli a pensé le premier qu'ils communiquoient l'un avec l'autre; & son sentiment a tellement été adopté par tous ceux qui l'ont suivi, que le célèbre M. Winslow n'a pas hésité à décrire fort au long les ouvertures par où se fait cette communication. M. Portal a cependant trouvé dans plusieurs sujets la cloison qui les sépare bien entière; & même dans une de ses observations, où il trouva ces deux ventricules remplis de liqueur, il put faire écouler celle qui remplissoit un des deux ventricules, sans que l'autre en perdît une seule goutte. Il a trouvé une observation semblable dans Tulpius, qui avoit trouvé un des ventricules rempli d'eau, tandis que l'autre étoit absolument vide; le même fait fut encore observé par Baglivi à l'ouverture du corps du célèbre Malpighi. Il n'est pas étonnant au reste qu'il ait pu se glisser quelque incertitude en cette partie, la cloison qui sépare ces deux cavités étant si mince, qu'il faut une extrême adresse pour ne pas la déchirer en enlevant la voûte qui les recouvre. Il n'arrive que trop souvent aux Anatomistes de détruire ou d'altérer, sans s'en apercevoir, les parties qu'ils veulent observer; c'est une

partie essentielle de cet Art, que de savoir diriger ses coupes & ses observations.

Il y a long-temps que Charles Étienne & Riolan se sont élevés contre l'usage des corps baleinés, destinés à redresser la taille ou à en cacher les défauts. Leur sentiment a été adopté par tous les Anatomistes qui les ont suivis; M. Winslow lui-même en a fait la matière d'un de ses Mémoires, & M. Portal vient encore de traiter la même matière; mais malgré l'accord de tous les Anatomistes sur cette matière, on a toujours continué d'en faire usage. Voici un fait qui fait voir quelles suites cet usage peut avoir.

Une femme de qualité, âgée de soixante-six ans, qui faisoit usage de ces corps pour cacher les défauts de sa taille, se trouva attaquée d'une douleur périodique assez vive au pied gauche; cette douleur revenoit tous les jours quelques heures après le repas, elle augmenta avec l'âge, & elle étoit plus violente quand cette Dame avoit mangé plus qu'à l'ordinaire. Elle mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à cet accident; M. Portal l'ouvrit, & il trouva que les corps dont elle s'étoit servie avoient forcé les deux dernières des fausses côtes du côté gauche à se renverser dans le bas-ventre; elles appuyoient en cet état sur le colon, & lorsque cet intestin s'emplissoit de matières, comme les côtes renversées s'opposoient à sa dilatation de ce côté, il pressoit alors les nerfs lombaires, & cette pression qui affectoit aussi les nerfs cruraux, étoit la cause de la douleur qu'elle sentoit au pied gauche. Combien de faits singuliers tiennent à des causes qu'on ne s'aviseroit pas même de soupçonner, & que l'observation seule peut faire connoître!

La question qui roule sur l'égalité ou l'inégalité des ventricules du cœur, a partagé jusqu'ici les plus célèbres Anatomistes, & chaque parti peut citer en sa faveur des noms respectables : les observations multipliées étoient donc seules capables de la décider. C'est aussi le moyen qu'a employé M. Portal; & il a en effet trouvé par-là la raison de la diversité d'opinions qui règne sur ce point entre les Anatomistes, & il l'a tirée du changement de capacité que les ventricules éprouvent dans les différens âges. Le ventricule gauche est plus grand que le droit dans le fœtus; dans l'enfance,

les deux ventricules ſont à peu près égaux ; & enfin le ventricule droit devient le plus grand dans l'adulte.

On ne ſera pas étonné de cette différence, pour peu qu'on faſſe réflexion que la circulation ne ſe fait pas de la même manière dans le fœtus & dans l'homme qui a reſpiré. Dans le fœtus, c'eſt le ventricule gauche qui reçoit le plus de ſang ; dans l'homme, c'eſt au contraire le ventricule droit qui en reçoit davantage. Il doit donc néceſſairement arriver que chacune de ces cavités ſe diſtende & s'agrandiſſe à proportion de la quantité du ſang qu'elle reçoit, & que le développement du cœur ſe faſſe dans cette même proportion.

Il y a cependant des exceptions à cette règle générale. M. Portal a trouvé dans ſes nombreuſes diſſections quelques cadavres dans leſquels elle n'étoit pas obſervée ; mais cela même ne doit pas ſurprendre. La conſtruction de tous les individus d'une même eſpèce eſt la même, ſi on ne la conſidère qu'en gros ; mais il s'y trouve pourtant une foule de variétés de détail dès qu'on les examine ſéparément. L'intérieur de nos corps ne ſe reſſemble pas plus que nos viſages, qui, bien que tous compoſés des mêmes parties, ont toujours entr'eux des différences ſuffiſantes pour les faire diſtinguer.

Le dernier article du Mémoire de M. Portal, eſt un recueil de pluſieurs obſervations ſur les muſcles. Les premières roulent ſur les muſcles que M. Portal nomme *capſulaires*. Ces muſcles exiſtent dans preſque toutes les articulations ; ils ſont attachés d'une part à l'os, & de l'autre à la capſule articulaire. Ils rempliſſent les plus grandes fonctions dans l'économie animale ; car tandis que les muſcles les plus puiſſans élèvent l'os, ils élèvent en même-temps la capſule, & empêchent, en l'éloignant de l'os, qu'elle n'en ſoit bleſſée ou comprimée ; ce qui fait dire à M. Portal, que ſans eux le mouvement des extrémités ſeroit ou douloureux, ou même impoſſible. Cependant malgré l'importance de l'uſage de ces muſcles, & leur préſence dans preſque toutes les articulations, pluſieurs d'entr'eux avoient échappé aux recherches des Anatomiſtes ; & parmi ceux qui en avoient connu une partie, pluſieurs leur attribuoient des fonctions très-différentes de celles auxquelles ils ſont réellement deſtinés.

Il y a plus, il ſe trouve pluſieurs muſcles bien connus & bien décrits par les Anatomiſtes, qui, ſelon M. Portal, doivent être rangés dans cette claſſe. De ce nombre ſont le *ſus épineux*, qui ſert à l'élévation de l'humérus & de ſa capſule; le *petit feſſier*, qui ſoulève la capſule de la hanche dans l'extenſion du fémur; le *poplité*, le *long palmaire*, le *plantaire grêle* & les *lombricaux*. Le travail de M. Portal ſur ces muſcles, l'a mis à portée de les décrire avec exactitude, & de donner à cette partie d'anatomie le degré de perfection qui lui manquoit.

Les muſcles dentelés poſtérieurs, ont fait auſſi le ſujet des recherches de M. Portal. Ces muſcles ſont ſouvent confondus par une large aponévroſe, dont les feuillets ſont continus dans pluſieurs ſujets, mais ſéparés dans d'autres. Malgré une membrane qui recouvre ces muſcles, & l'aponévroſe du grand dorſal qui les maintient en ſituation, il arrive quelquefois qu'ils ſe déplacent; & M. Portal rapporte un exemple très-ſingulier de ce déplacement, qui coûta la vie au malade.

Un homme ayant fait une chute aſſez conſidérable, ſentit une douleur très-vive au dos entre la huitième, la neuvième & la dixième côte, & aſſez près des vertèbres; on y ſentoit une tumeur dure, & il ne pouvoit fléchir le tronc, quelqu'effort qu'il fît, & le plus léger étoit accompagné de douleurs très-vives : il périt dans les convulſions. A l'ouverture du cadavre, M. Portal trouva que cette tumeur étoit formée par une partie du muſcle grand dorſal, qui avoit été déplacée, & s'étoit introduite entre les feuillets de l'aponévroſe commune des deux dentelés, où elle étoit pincée; d'où il conclut avec raiſon, que pour guérir ce malade, il auroit fallu faire une inciſion à la peau, inciſer le ligament, & débrider les parties, pour détruire l'étranglement & favoriſer la réduction.

Les muſcles des yeux ſont le dernier objet des recherches que M. Portal a communiquées à l'Académie dans ce Mémoire. Galien avoit admis ſept muſcles deſtinés au mouvement de l'œil, & il fut ſuivi par Véſale. Fallope oſa le contredire, & réduiſit les ſept muſcles de Galien à ſix, à l'un deſquels (le grand oblique) il reconnut la ſingulière propriété de paſſer par une eſpèce de poulie, au moyen de laquelle il fait faire à l'œil un mouvement preſque

contraire à sa première direction. Arantius travailla sur la même matière, & vit que ces muscles s'attachoient autour de cette espèce d'anneau, qu'on nomme le *trou optique*, parce qu'il donne passage au nerf de ce nom; excepté cependant le petit oblique, qui, selon lui, a son attache à la partie inférieure & externe de l'orbite.

Valsalva pensa dans la suite que les muscles de l'œil formoient par leur réunion un anneau qui embrassoit le nerf optique, & que par conséquent ils étoient tous égaux, parce qu'il supposoit cet anneau concentrique à l'axe de l'œil. M. Vinslow découvrit que le trou optique étoit plus près de l'angle interne de l'œil, que de l'angle externe; & comptant toujours que l'attache des muscles étoit sur l'anneau qu'on supposoit l'entourer, il en conclut que les muscles étoient inégaux en longueur. Cette conclusion fut attaquée par M. Lieutaud, dont les recherches lui avoient fait voir que les quatre muscles étoient égaux en longueur, & qu'ils formoient par leur réunion un cône droit, dont l'axe passoit par le centre de la prunelle; mais que le trou optique étoit éloigné d'environ trois lignes de cet axe.

M. Portal a été plus loin, & ses recherches lui ont fait voir que les muscles interne, inférieur & externe, se réunissent en un seul tendon grêle & court, attaché au bord inférieur & postérieur du trou optique; mais que dans les enfans ils paroissoient se ramifier dans l'os. Quant au muscle droit supérieur & au releveur de la paupière, le tendon dans lequel ils se réunissent a son attache à la partie supérieure & antérieure du trou optique.

Les attaches de ces muscles ne forment donc par leur réunion aucun anneau qui embrasse le nerf optique, comme Valsalva l'avoit avancé; & il étoit d'autant plus important de détruire cette erreur, qu'elle étoit préjudiciable à l'art de guérir, puisqu'elle entraînoit une erreur considérable, plusieurs Médecins attribuant la cause de quelques gouttes sereines à la contraction subite de cet anneau qui comprimoit le nerf optique, & traitant leurs malades en conséquence; mais il est visible que l'anneau étant un être de raison, sa pression sur le nerf optique, & les effets qu'on lui attribue, tombent d'eux-mêmes, & qu'il faut chercher une autre cause de cette maladie. Il arrive rarement que les recherches anatomiques

portées à un certain point, manquent de procurer quelque avantage à la Médecine & à l'humanité.

SUR
QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES DES DOIGTS DANS L'HOMME.

V. les Mém. p. 137.
IL n'eſt pas rare de voir des hommes nés avec un ou pluſieurs doigts ſuperflus; mais ces variations méritent d'être examinées & rapprochées, & peuvent par ce moyen donner lieu à des recherches intéreſſantes & utiles.

C'eſt dans cette vue que M. Morand a entrepris de recueillir tous les faits de cette eſpèce qu'il a pu trouver, & dont l'hiſtoire compoſe une partie du Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & qu'il en a tiré des inductions qui pourront jeter quelque jour ſur cette matière.

Les doigts ſurnuméraires qu'on obſerve, ſont en général de deux eſpèces; ils peuvent être ſymétriques avec les autres, & pour lors c'eſt réellement un doigt ſurnuméraire, ou bien il part de la première phalange du cinquième doigt, ſoit par une eſpèce de bifurcation, ſoit par une articulation lâche entre deux ſurfaces plates.

Un doigt ſurnuméraire peut avoir du mouvement ou en être privé; s'il en a, & qu'il ſoit ſymétriſé comme les autres, il faut qu'il ſoit organiſé comme eux, & qu'il ait ſes os, ſes muſcles, ſes nerfs & ſes tendons; s'il n'a pas de mouvement, il eſt alors formé d'un ou de pluſieurs os revêtus de leur perioſte, & couverts en dehors de la peau; mais il n'a entre l'os & cette peau qu'une graiſſe de la conſiſtance du ſuif, qui en remplit l'intervalle : ce dernier cas eſt le plus commun.

M. Morand rapporte beaucoup d'exemples de cette eſpèce de monſtruoſité; mais dans le nombre de ces exemples il s'en trouve deux, qui font voir qu'elle peut devenir comme héréditaire dans une famille.

Le premier exemple est tiré d'une observation communiquée à l'Académie par M. le Commandeur Godeheu, son Correspondant; dans son séjour à Malte il y avoit vu un habitant nommé Gratia Kalleia, qui étoit né avec six doigts aux mains & aux pieds; celui-ci avoit eu quatre enfans, dont trois avoient hérité en tout ou en partie de cette conformation de leur père, & l'aîné qui lui étoit le plus semblable en ce point, s'étant marié, a eu quatre enfans dont trois étoient semblables plus ou moins à leur père.

Il résulte de ce court exposé, que cette espèce de monstruosité peut se communiquer par les pères & se transmettre à toute une famille, mais se peut-elle aussi transmettre par les mères? l'observation suivante, publiée par M. de Maupertuis, va répondre à cette question.

Élisabeth Horstman, de Rostoch en Allemagne, étoit née avec *six* doigts à chaque main & à chaque pied, elle eut une fille conformée de même, celle-ci fut mariée & eut quatre enfans, qui apportèrent en naissant la même singularité, & quatre autres qui n'avoient rien d'extraordinaire; un des premiers s'étant marié à une fille bien conformée, en eut six enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; cette conformation monstrueuse se communique donc aussi par les mères, & s'altère par les alliances avec des sujets bien conformés; il y a plus, quelques Naturalistes assurent qu'il y a dans l'Inde une montagne dont les habitans ont tous huit doigts à chaque pied; il y a grande apparence que ces montagnards, séparés par leur situation des autres Indiens, ont perpétué chez eux cette monstruosité par des alliances constamment faites entr'eux.

Une circonstance singulière que le hasard a offerte à M. Morand, l'a *mis* à portée de voir dans le plus grand détail l'organisation d'un *sujet* sexdigital qui vivoit à Paris en 1754, & qu'il fit voir à l'Académie la même année; ce sujet étoit un jeune homme qui avoit six doigts à chaque main & autant à chaque pied; ce jeune homme étant mort, M. Morand trouva moyen de disposer de ses mains & de ses pieds qu'il disséqua & qu'il examina soigneusement.

L'examen anatomique lui offrit une diſpoſition d'os, de muſcles, de tendons, tel qu'on n'y pouvoit méconnoître tout l'appareil néceſſaire pour rendre ces parties ſurnuméraires utiles, & pour leur procurer les mouvemens qui leur étoient néceſſaires, il y avoit ſeulement une addition d'organes, mais on n'y remarquoit preſque rien qui ne fût plus ou moins dans l'exacte ſymétrie & conforme à l'ordre naturel.

De cette obſervation anatomique naît preſque néceſſairement une queſtion phyſique; nous n'avons en Phyſique que deux ſyſtèmes pour expliquer la formation des monſtres; ſavoir celui des germes primitivement monſtrueux & celui de la confuſion accidentelle de deux ou de pluſieurs germes dans le ſein de la mère; le premier regarde les monſtres comme l'ouvrage de la toute-puiſſance & de la volonté du Créateur, & le ſecond les croit produits par l'action des cauſes ſecondes.

On peut aiſément concevoir que les doigts ſurnuméraires ſans mouvemens & ſans fonctions, qui ne ſont, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, que des ſimulacres de doigts, ſoient les reſtes d'un germe détruit qui ſe ſoient collés au germe ſubſiſtant lors de ſon développement, mais comment imaginer que des organes travaillés avec ſoin, ayant tout l'appareil néceſſaire pour exécuter leurs mouvemens, puiſſent avoir été produits ſans deſſein & par une rencontre fortuite; la probabilité d'un tel évènement eſt phyſiquement nulle, & que ſera-ce ſi on fait réflexion à la ſuite de la même monſtruoſité dans la même famille; en vain allégueroit-on le dérangement des molécules organiques, ces mots auſſi vides de ſens que les formes plaſtiques d'Ariſtote, ne peuvent être pris pour une explication, & M. Morand penſe que ces deux ſyſtèmes ſi débattus en 1740 & 1743 par M.[rs] Winſlow & Lémery peuvent & doivent être adoptés tous deux, que les parties monſtrueuſes pourvus d'une organiſation régulière, doivent être regardées comme des ſuites de la volonté immédiate du Créateur, & celles qui manquent de ces caractères, comme les débris de quelque germe détruit.

Les doigts ſurnuméraires ſont un avantage quand ils ſont bien organiſés, & ce ſeroit une folie que de ſe priver de ce préſent de

la

la Nature, mais lorſqu'ils ſont difformes & ſans mouvement, il eſt poſſible de s'en débarraſſer; la Chirurgie offre des moyens de les retrancher, M. Morand ne les a pas oubliés dans ſes recherches, il les rapporte & les ſoumet à l'examen d'une ſage critique, propre à éclairer ſur le choix de ces moyens, ceux qui ſeroient dans le cas d'en faire uſage; il a même pouſſé ſon exactitude encore plus loin; les monſtruoſités de cette eſpèce dont nous venons de parler, ſont l'ouvrage de la Nature, il a porté ſes regards juſque ſur celles qui ne ſont dûes qu'aux écarts de l'imagination des Peintres, il a trouvé des mains à ſix doigts dans un tableau de la Cène, peint par Léonard Vinci, qu'on voit dans le réfectoire des Dominicains de Milan, & dont il y a une copie à Luzarches; il a vu auſſi dans le réfectoire d'une grande Abbaye un tableau repréſentant la Pentecôte, dans lequel un des Apôtres eſt repréſenté avec ſix doigts à chaque main; on peut juger par le ſoin que M. Morand a pris de raſſembler juſqu'à cette eſpèce de ſuperflu, qu'il n'a ſûrement omis aucune recherche pour s'aſſurer du néceſſaire.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Mlle Bihéron, bien connue de l'Académie par ſon talent pour l'imitation des pièces anatomiques, a fait voir cette année une pièce ou fantôme relatif à la manœuvre des accouchemens; ce fantôme repréſente le bas-ventre & la moitié des cuiſſes, il eſt formé ſur un baſſin dont le coccix eſt mobile; la matrice & ſes dépendances, la veſſie & le rectum y ſont diſpoſés comme dans l'état naturel; l'entrée du rectum, celle des grandes lèvres, l'orifice de la matrice, peuvent être reſſerrés ou dilatés à volonté; le corps de la matrice & ſon fond, ſont inclinés d'un côté ou de l'autre, ſelon qu'on le deſire; ils peuvent ſe contracter en ſe rapprochant graduellement vers l'orifice: au moyen de cette conſtruction & en plaçant un fantôme d'enfant dans la matrice avec ſon cordon & ſon délivre, on peut imiter ce qui ſe paſſe

dans l'accouchement naturel, depuis le moment où l'enfant est au couronnement jusqu'à celui auquel la femme est délivrée: on peut aussi mettre l'enfant ou les enfans dans quelque position que ce soit, pour imiter tous les accidens qui peuvent traverser l'accouchement; & comme la vessie & l'urètre sont dans leur position naturelle, on peut pratiquer sur ce fantôme l'opération de la sonde, comme on est quelquefois obligé de faire pendant le travail. On peut aisément juger de l'avantage que peut procurer cette machine, en facilitant sans danger aux Élèves, des essais qui souvent ne se font pas sans risques sur le vivant, & combien M.lle Bihéron mérite de reconnoissance en ce point.

II.

M. Morand a fait voir à l'Académie un pied de Lièvre très-singulier; indépendamment du coup de fusil qui avoit tué cet animal, il en avoit long-temps auparavant reçu un autre, qui lui avoit emporté l'extrémité de la patte qu'on nomme le pied; cette partie avoit été remplacée par une masse osseuse qui lui en tenoit lieu, c'étoit une espèce de jambe de bois, dont la Nature seule avoit fait les frais.

III.

M. du Hamel a fait part à l'Académie de l'observation suivante; un Paysan âgé d'environ quarante ans, s'étant endormi au fort de l'été en rase campagne, fut frappé d'un coup de soleil qui lui fit tomber tous les cheveux; il demeura chauve pendant près de dix ans & en avoit pris son parti, lorsqu'il s'aperçut à l'âge de cinquante ans que ses cheveux repoussoient, & ils revinrent en effet plus forts & plus drus que ceux qu'il avoit perdus: il n'est peut-être pas aisé de donner une raison plausible de ce phénomène.

IV.

Un Correspondant de l'Académie, aussi distingué par ses talens dans le Génie, que par son exactitude à bien observer, communiqua à l'Académie un fait singulier qui lui étoit arrivé; il est âgé d'environ cinquante-cinq ans & a un des deux yeux assez foible pour qu'il le compte pour rien; il s'est accoutumé de bonne heure à l'usage de verres de différens foyers, & ses yeux ont

conservé assez de flexibilité pour se prêter à la différente force de ces verres, depuis les lentilles de microscopes jusqu'aux conserves les plus foibles. Ayant voulu pendant l'hiver de 1770 transcrire un ouvrage assez long, sous un petit volume, & par conséquent d'un caractère beaucoup plus fin qu'à son ordinaire, il fut obligé de se servir d'un verre de 18 pouces; & ce travail dura près de deux mois: au bout de ce temps il fut surpris de ne pouvoir plus lire avec ses lunettes ordinaires les livres même qu'il lisoit avant ce travail avec le plus de facilité; il conjectura avec raison que son œil fixé pendant un si long-temps au même point, avoit perdu une partie de sa flexibilité; il tenta de la rappeler en employant successivement des verres de plus longs en plus longs foyers, son attente ne fut pas trompée & en moins de deux jours il eut rétabli la flexibilité de son œil au point de lire avec ses lunettes ordinaires de 60 pouces de foyer.

V.

Une Dame très-replète, âgée de près de soixante-cinq ans, se plaignoit depuis long-temps d'une difficulté de respirer qui devenoit très-incommode dès qu'elle avoit quelque chagrin ou qu'elle montoit un escalier; cette difficulté de respirer étoit accompagnée de palpitations de cœur très-vives, pendant lesquelles le pouls étoit très-irrégulier: les digestions n'étoient cependant pas troublées, & ce qui est très-particulier, c'est que la malade soutenoit beaucoup mieux les voitures rudes que les douces: on employa différens remèdes, les saignées seules apportoient quelque soulagement momentané, les autres remèdes faisoient plus de mal que de bien; la maladie augmenta toujours & la malade mourut.

A l'ouverture du corps qui fut faite en présence de M.rs Vernage, Malouin & Portal, on trouva dans le ventre un médiocre épanchement de sérosités, le foie étoit engorgé & très-dur; la vésicule du fiel fort rétrécie, ne contenoit aucun liquide, sa cavité étoit absolument remplie par quatre pierres biliaires cylindriques mises bout à bout, & qui lui avoient fait prendre la forme d'un canal de diamètre égal dans toute sa longueur, les autres viscères du bas-ventre étoient dans l'état naturel.

La poitrine offrit des phénomènes plus singuliers, les poumons,

& particulièrement le droit, étoient très-adhérens à la plèvre dans une grande étendue, & ils étoient imbibés de ſang; le péricarde prodigieuſement diſtendu, paroîſſoit contenir un fluide; en effet il en ſortit, lorſqu'on l'ouvrit, une grande quantité de ſang; le cœur étoit énormément gros & les oreillettes monſtrueuſes; le ventricule droit étoit au moins deux fois plus ample que le gauche & leurs parois que cette diſtenſion avoit ſemblé devoir rendre plus minces, étoient au contraire plus épaiſſes, mais ce qu'il y avoit de plus ſingulier, c'eſt qu'elles étoient percées de pluſieurs déchirures ou crevaſſes par leſquelles le ſang avoit paſſé dans le péricarde; le ventricule gauche même, malgré la grande épaiſſeur de ſes parois, l'étoit en trois endroits; les valvules étoient endurcies & hériſſées de concrétions pierreuſes ou oſſeuſes, un amas de même matière placé derrière elles, ne leur permettoit de donner au ſang qu'une iſſue très-étroite, & ce paſſage étoit encore géné par des oſſifications dont l'aorte étoit incruſtée, & tous ces obſtacles n'étoient que de trop juſtes cauſes de la rupture du cœur; le ſang comprimé par ce muſcle ne pouvant couler par l'aorte en quantité ſuffiſante, a dû agir contre les parois du cœur même, les diſtendre & à la fin les déchirer.

On a pluſieurs exemples de ruptures du cœur, mais on n'avoit pas obſervé de ruptures du ventricule gauche, & encore moins en auſſi grand nombre que M. Portal l'a obſervé dans cette Dame; on juge bien que cette maladie n'étoit pas ſuſceptible de guériſon, mais on peut légitimement préſumer que ſi dès le commencement de ſon mal elle eût été fréquemment ſaignée, on auroit pu en retarder les progrès & en éloigner la fin.

V I.

M. le Vacher de la Feutrie, Médecin de la Faculté de Paris, a communiqué à l'Académie l'obſervation ſuivante : dans le cadavre d'une femme de ſoixante-cinq ou ſoixante-dix ans qu'il diſſéquoit, il remarqua un dérangement très-conſidérable dans les parties de la génération & dans la veſſie; l'orifice du vagin étoit oblitéré & par-derrière cette eſpèce de digue, étoit ramaſſée une grande quantité de matière noirâtre, épaiſſe & inflammable; le vagin en étoit ſoulevé & occupoit dans le baſſin le lieu qu'y

occupe ordinairement la vessie qu'il avoit jetée de côté; il partoit de cette dernière deux conduits, l'un étoit ouvert & perçoit l'extrémité antérieure du vagin, l'autre que M. de la Feutrie reconnut pour le véritable urètre, étoit entièrement oblitéré dans son extrémité antérieure: le dérangement observé dans la situation de ces parties fit conjecturer à M. de la Feutrie, que le vagin ayant été fermé vraisemblablement par la suite d'un accouchement laborieux, le sang menstruel privé de son issue, avoit formé par son amas & son séjour, cette grosse masse qui avoit déplacé la vessie; que dans ce déplacement l'urètre naturel ayant été plié & contourné, l'urine a cessé de pouvoir y couler, & que les uretères étant libres & fournissant toujours cette liqueur, elle a forcé la membrane interne de s'échapper par une des mailles du réseau musculeux & s'étoit frayé une nouvelle route; c'est ainsi qu'il rend raison du dérangement qu'il a observé dans ce cadavre. Quoique cette observation ne soit nouvelle presqu'en aucun de ses points, cependant il a paru singulier de voir tous ces accidens réunis dans un même sujet, & cette singularité a engagé l'Académie à la publier avec toutes ces circonstances.

VII.

Bernier, auteur d'une histoire de la Médecine & des Médecins, a avancé que les fractures & les luxations étoient incurables dans les chevaux: voici un exemple qui prouve que cette règle n'est pas générale, & que la Nature se procure quelquefois des ressources pour faire marcher ces animaux après une luxation de la cuisse.

Un cheval de cinq ans fit une chute après laquelle il boita, on fut un an sans pouvoir s'en servir, au bout de ce temps on lui fit reprendre le travail, qu'il soutint pendant treize mois, puis il mourut d'une maladie qui parut tout-à-fait étrangère à la chute.

M. Tenon, auquel l'Académie doit la relation de ce fait, l'ouvrit & il trouva toute la cavité cotyloïde droite, dont étoit sortie la tête du fémur, remplie d'une substance osseuse, mais il s'étoit formé une autre cavité articulaire, qui recevoit cette tête au-dessus & en avant du bord sourcilier sur une partie de l'os

des ifles, naturellement convexe & fort étroite dans le cheval; cette cavité ne paroiffoit point avoir été creufée dans l'os par l'action de la tête du fémur, l'os n'étoit pas moins épais à cet endroit que l'étoit la partie correfpondante gauche dans l'os fain, elle avoit été produite par le concours de plufieurs caufes dignes d'attention; l'os des ifles du côté malade & fur-tout dans le lieu affecté par la maladie, s'étoit confidérablement élargi & fur le penchant de fa convexité où il eft communément fort mince, il avoit acquis beaucoup d'épaiffeur, parce qu'il s'étoit amaffé & élevé fur cet endroit beaucoup de fubftance offeufe; c'étoit au milieu de cet amas nouvellement produit, que s'étoit formée la nouvelle cavité, la tête du fémur paroiffoit confidérablement ufée à fa furface interne, & on ne trouva à cette nouvelle articulation aucun veftige du ligament rond ni du ligament capfulaire, qui avoient été vraifemblablement détruits.

Cet exemple inconteftable & peut-être unique, prouve invinciblement qu'à la fuite d'une luxation arrivée à la cuiffe d'un cheval il s'étoit formé une articulation nouvelle, une cavité cotyloïde différente de l'ancienne, qui n'eft point l'effet de l'excavation de l'os; & qu'enfin la Nature a voulu faire voir qu'on ne devoit pas tant fe défier de fes reffources, même dans le cas de la luxation en haut & en avant, qui arrive fort rarement même dans l'homme.

VIII.

M. Tenon a eu occafion d'obferver un homme, qui dans fon enfance avoit eu, à la fuite de la petite vérole, les deux avant-bras attaqués d'une carie qui en détacha plufieurs efquilles; depuis les os n'étoient parvenus qu'au tiers de leur longueur naturelle, la carie avoit produit cet effet en détruifant une partie des vaiffeaux qui fervent à la nutrition & à l'accroiffement; dans un adulte elle n'eût occafionné que l'amaigriffement du membre attaqué; les mufcles de l'homme obfervé par M. Tenon, avoient pris toute leur longueur, elle n'étoit plus proportionnée avec celle des os, en forte que l'avant-bras n'étoit plus fufceptible de mouvement fpontané, on lui rendoit cette faculté en empoignant les mufcles de manière à les tendre & à en diminuer la longueur, les mains

n'avoient point perdu le sentiment, elles distinguoient toutes les qualités sensibles, & la carie n'avoit ni détruit ni affoibli les organes du toucher.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

L'Écrit de M. Portal sur la structure de quelques parties du Veau marin. V. les Mém. p. 413.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Lieutaud, intitulé: *Synopsis universæ praxeos Medicæ in binas partes divisa,* &c. *nova editio:* deux vol. in-4°, à Paris, chez Didot.

La première édition de cet ouvrage de M. Lieutaud avoit été publiée en françois, sous le titre de Médecine-pratique, en un seul volume *in-8.°* en 1759, & l'Académie en rendit compte dans son *Histoire* de cette année*, ce livre a eu le sort de tous les bons ouvrages, l'édition en a été bientôt épuisée; il a été traduit en latin, & on en a fait plusieurs éditions qui se sont multipliées chez l'Étranger, on juge bien que ce n'a pas été sans qu'il s'y soit introduit des fautes; c'est en grande partie cette raison qui a déterminé M. Lieutaud à donner une édition latine de son ouvrage qu'il pût avouer, & qu'il a considérablement augmentée; c'est de cette dernière que nous avons à parler dans cet article, en supprimant toutefois ce que cette édition peut avoir de commun avec la première, de laquelle elle est la traduction & dont le Lecteur trouvera l'analyse en 1759 à l'endroit cité.

* *Voyez Hist. année 1759, page 91.*

L'édition de laquelle il est ici question, est divisée en deux parties, la première n'est à proprement parler qu'une traduction du premier ouvrage françois de M. Lieutaud, à laquelle il a joint quelques observations nouvelles; mais la seconde est un ouvrage absolument neuf & tout différent du premier, c'est un précis de la matière médicale auquel l'Auteur a ajouté un Traité des alimens & des boissons; la réunion de ces trois ouvrages forme le corps le plus complet de Médecine-pratique qui ait paru jusqu'à présent; il commence par les médicamens internes en général & en particulier, il donne la définition des médicamens les plus usités & s'étend beaucoup sur la manière de reconnoître

les cas qui exigent un remède plutôt qu'un autre; & comme les meilleurs remèdes deviendroient impuiſſans & ſouvent funeſtes s'ils n'étoient adminiſtrés à doſes convenables, M. Lieutaud a joint à la notice qu'il donne des remèdes, un tableau très-inſtructif & très-détaillé des doſes des médicamens & ſur-tout de celles des remèdes actifs ou violens, tant liquides que ſolides qui ſont le plus en uſage dans la pratique de la Médecine.

Les médicamens externes, c'eſt-à-dire ceux qui s'appliquent à l'extérieur, forment la ſeconde claſſe des remèdes; M. Lieutaud ſuit à leur égard le même ordre qu'il a ſuivi pour les médicamens internes, en allant toujours du général au particulier, mais dans l'une & dans l'autre partie, il préfère toujours les remèdes les plus ſimples & les plus communs dont les propriétés ſont bien reconnues, à ceux qui ſont rares ou que l'art ne procure à la Pharmacie qu'avec beaucoup de peines & de frais; comme il eſt cependant des cas qui les exigent, il donne une idée claire & préciſe des médicamens qui ſe trouvent tous préparés chez les Apoticaires, & indique la nature des drogues ou ſubſtances ſimples des trois différens règnes de la Nature qui entrent dans leur compoſition, il y ajoute une idée des opérations & des procédés chimiques néceſſaires pour les obtenir, & il n'a point oublié de parler des différentes formes ſous leſquelles ces remèdes peuvent être adminiſtrés, ſoit relativement à la maladie, ſoit pour en diminuer le dégoût, des intermèdes avec leſquels on les peut introduire, & d'avertir ſoigneuſement des précautions qui ne peuvent être négligées ſans mettre en riſque le malade qui en fait uſage.

Les alimens ſont, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, les remèdes des gens ſains, ils peuvent dans pluſieurs cas, ſervir à rétablir la ſanté, mais toujours ils doivent ſervir à l'entretenir, & ſouvent notre intempérance les met dans le cas de la détruire; le choix de ces alimens eſt donc une partie eſſentielle de la Médecine, & c'eſt pour cette raiſon que M. Lieutaud a joint à ſon Ouvrage un ample traité des alimens & des boiſſons, dans lequel il examine les différentes qualités de ceux qui ſont en uſage & indique les cas dans leſquels on doit préférablement ſe ſervir des uns ou des autres.

La

La disposition de cet Ouvrage offre à ceux qui en feront usage, une exposition claire & abrégée de ce qu'il y a de plus important dans la pratique de la Médecine, dans la connoissance de la matière médicale & dans la manière de conserver la santé.

Le plan sur lequel il est exécuté est absolument neuf, & on peut assurer qu'il répond parfaitement à la haute réputation que l'Auteur s'est si justement acquise.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. Portal, intitulé *Histoire de l'Anatomie ;* six volumes in-12.

Tout Anatomiste jaloux d'étendre les limites de sa science, doit avant tout être instruit des travaux, des recherches & des observations que les Anciens & les Modernes ont faits & consignés dans leurs *Écrits*: il doit être en état d'analyser & de comparer les faits, de fixer les époques des découvertes, de faire connoître la suite & la chaîne des connoissances acquises, de démêler & de rectifier les erreurs en remontant à leurs sources, & dégageant ainsi le connu de l'inconnu, se frayer une route assurée à de nouvelles recherches. Au point où en est actuellement l'Anatomie moderne, cette voie de procéder est celle qui promet le plus de succès pour perfectionner les connoissances.

C'est en associant ainsi la partie scientifique de l'Anatomie aux dissections répétées ou à la pratique de l'art que M.[rs] Morgagni, Haller & quelques autres se sont illustrés, & qu'ils ont donné à leurs ouvrages un degré de mérite & d'utilité qui sera toujours reconnu & avoué par les Anatomistes.

M. Portal ayant bien compris les avantages d'une étude dirigée sur ce plan, s'y est entièrement livré; & pour en retirer tout le fruit possible il a entrepris de faire une analyse détaillée, suivie & raisonnée de tous les ouvrages qui ont été publiés sur l'Anatomie en remontant jusqu'aux temps les plus reculés, & présentant siècle par siècle la suite des faits, le fil des progrès & la chaîne des découvertes jusqu'à nos jours.

L'Ouvrage est terminé par une Table très-étendue, qui doit en lier toutes les parties, rapprocher tous les objets & former

par ce moyen un corps d'Anatomie des plus curieux & des plus intéreſſans.

Quelques Auteurs ont prétendu donner une eſpèce d'hiſtoire de l'Anatomie, en publiant des Liſtes nombreuſes des ouvrages anatomiques, mais le mérite, quoique réel de ce travail, n'eſt que celui des Bibliographes: il faut cependant en excepter Goëlike, car en indiquant les Ouvrages, il en donne quelquefois une courte notice aſſez bien faite, en rappelant des obſervations qui ſont propres à l'Auteur dont il parle; mais perſonne avant M. Portal, n'avoit traité cette matière avec autant d'étendue & de détail, n'avoit préſenté une ſuite auſſi nombreuſe de faits bien analyſés & ramenés à leurs véritables époques; perſonne enfin n'avoit travaillé ſur le plan que nous venons de tracer, pour compoſer une vraie Hiſtoire de l'Anatomie. On ne peut certainement que ſavoir gré à M. Portal d'avoir exécuté cet utile projet.



CHIMIE.

SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

LA Chimie & les Arts qui en dépendent, ont ſouvent un but très-différent. Il ſuffit au Chimiſte que ſes réſultats ſoient exacts & qu'il voie clairement par où & comment il les a obtenus. La peine, la dépenſe, & quelquefois même le riſque n'entrent point en ligne de compte. Dans les Arts dépendans de la Chimie, ce n'eſt pas aſſez que d'obtenir les réſultats qu'on deſire, il faut encore les obtenir avec profit, & par conſéquent choiſir entre les procédés Chimiques, qui conduiſent à un même but, ceux qui y mènent avec le plus grand profit poſſible. Dans la réduction ou la ſéparation des métaux, par exemple, on n'a pas, pour but d'obtenir la plus grande quantité poſſible de ces métaux, ou, ce qui revient au même, de tirer de la mine tout ce qu'elle contient, on cherche ſeulement à rendre la différence entre le produit & la dépenſe, la plus grande poſſible. Et pour en donner un exemple, ſi l'on veut ſéparer le cuivre & l'argent mêlés enſemble, rien n'eſt plus aiſé que d'y parvenir, en ſuivant le procédé uſité dans les laboratoires des Chimiſtes, qui conſiſte à fondre le mélange avec du plomb qui ſe charge du fin, & à le paſſer à la coupelle pour vitrifier le cuivre & le plomb, & avoir le fin abſolument ſéparé. Mais ſi l'on vouloit ſuivre en grand la même méthode, on conſommeroit en pure perte une grande quantité de plomb, & il reſteroit après l'opération une maſſe métallique, contenant beaucoup de cuivre & même une portion d'argent mêlée avec la litarge.

V. les Mém. p. 514.

M. Jars, dans ſes Voyages, avoit examiné en Chimiſte, les travaux de la plupart des mines. Il donne dans ce Mémoire, un moyen de ſéparer du cuivre, le plomb & l'argent, avec bien moins de frais : ce moyen eſt le fruit de ſes obſervations ſur les

travaux de Blakembourg, & des expériences qu'il a eu occaſion de faire ſur de grandes maſſes de litarge mêlées de cuivre & d'argent, reſtées aux affineurs, après avoir coupelé des matières de billon : en voici le procédé.

En ſoumettant à l'action d'un feu doux & modéré, ces matières mêlées avec de la pouſſière de charbon, la litarge ſe revivifie en plomb, & comme ce métal ſe fond à une chaleur bien moindre que celle qu'exige le cuivre, il coule dans un baſſin diſpoſé pour le recevoir, & entraîne avec lui l'argent qu'il a ſéparé du cuivre, & qui pour lors n'eſt plus mêlé qu'avec le plomb, duquel on peut toujours aiſément le ſéparer, en le coupellant dans des fourneaux diſpoſés pour faire cette opération en grand. Le cuivre qui reſte après cette opération contient encore de l'argent, mais en très-petite quantité. On pourroit, en y ajoutant du plomb nouveau, retirer cet argent par la même méthode; mais M. Jars a trouvé par ſes expériences & par le ſuccès des travaux de Blakembourg, dont le célèbre M. Cramer a dirigé les opérations, qu'il valoit mieux employer, pour cet effet, un mélange de plomb & de pyrites martiales; par ce moyen, le plomb en ſe fondant, entraîne l'argent & le ſoufre ſurabondant des pyrites, s'unit au cuivre avec lequel il a plus d'affinité qu'avec l'argent, & l'en ſépare. Il réſulte de cette ingénieuſe combinaiſon que le culot de plomb qui contient l'argent, tient moins de cuivre, & que les ſcories dans lequel le cuivre eſt réduit, & ſur leſquelles on peut, s'il eſt beſoin, répéter la même opération, contiennent moins d'argent.

On fond en baſſe Bretagne des mines de plomb, tenant argent, en y ajoutant de la chaux éteinte à l'air, & du charbon. La chaux s'unit à l'acide vitriolique, qui ſe dégage du ſoufre que contient la mine, & forme avec lui une eſpèce de ſélénite, & la chaux métallique ſe revivifie en plomb tenant argent, par le phlogiſtique du charbon.

D'après l'examen de toutes ces méthodes, M. Jars en propoſe une pour la réduction & la ſéparation des matières métalliques. Elle conſiſte à employer à la fois les moyens expoſés ci-deſſus, tant pour traiter les mines de plomb, que pour celles tenant argent

& cuivre, parce que les procédés dans l'un & dans l'autre cas, tendent également à avoir le plus d'argent qu'il est possible, en employant le moins de plomb; en effet, il est aisé de voir que l'argent & le plomb ayant moins d'affinité avec le soufre & avec l'acide vitriolique, que le fer & le cuivre; & ces derniers métaux ayant plus d'affinité avec le soufre qu'avec l'argent & le plomb, l'addition des pyrites martiales, du charbon de terre & de la chaux, facilite la revivification du plomb, qui se saisit de l'argent, & la séparation de ces deux métaux d'avec le cuivre.

Les mêmes principes qui ont donné à M. Jars sa méthode de séparer l'argent qui se trouve dans les mines de plomb & de cuivre, lui ont aussi fourni un moyen de séparer l'or qui se trouve dans les mines d'argent ou de cuivre. Si l'or est mêlé avec l'argent, on l'en séparera en grande partie, en mêlant dans le fourneau des pyrites martiales, avec les morceaux de mine. Ces pyrites sont très-abondantes en soufre, & comme l'argent a plus d'affinité avec le soufre qu'avec l'or, la plus grande partie restera dans les scories, & le culot qui tombera au fond du creuset sera très-riche en or. Si au contraire l'or étoit mêlé avec le cuivre & l'argent, on tirera sûrement le fin, en employant à la fois des pyrites sulfureuses & de la litarge. Car alors, quoique le cuivre ait plus d'affinité que le plomb avec l'or; cependant, comme il en a moins avec l'or qu'avec le soufre, il abandonne l'or que la litarge entraîne à mesure qu'elle se revivifie en plomb, par le phlogistique du charbon. C'est dans la plus profonde théorie Chimique, & par le plus savant usage de la table des affinités, que M. Jars a trouvé les moyens que nous venons de décrire, de diminuer les frais & la durée des opérations qu'on est obligé de faire en grand pour la séparation des métaux.

SUR LA PIERRE CALAMINAIRE.

L'INTÉRIEUR de la terre peut être regardé comme un vaste laboratoire, où la Nature exécute en grand, & dans l'espace de plusieurs siècles, des opérations souvent supérieures aux V. les Mém. p. 15.

forces des hommes : l'analyſe des corps qui en réſultent, peut, ſi elle eſt bien faite, nous aider à deviner les loix qui dirigent ces combinaiſons : nous diſons, ſi elle eſt bien faite, car les Chimiſtes ne pouvant le plus ſouvent produire, par la compoſition, des matières ſemblables, il ne leur reſte en ce cas, aucun moyen direct de vérifier les erreurs dans leſquelles une mauvaiſe méthode d'analyſer auroit pu les faire tomber. Il n'y a d'ailleurs preſque point de bonne analyſe d'un corps un peu compoſé, de laquelle il ne réſulte ou un fait nouveau, ou la confirmation de quelque vérité qu'on ne faiſoit encore que ſoupçonner, ou qui du moins ne faſſe naître de ces idées vagues, mais heureuſes, qui, comme une eſpèce d'inſtinct, dirigent la marche du génie.

Les voyages qu'a faits M. Sage en Angleterre, l'ont mis à portée d'examiner les pierres Calaminaires qui ſe trouvent dans les comtés de Sommerſet & de Nottingham, & lui ont fait naître l'envie de faire une exacte analyſe de l'un & de l'autre.

La pierre Calaminaire du comté de Sommerſet eſt en criſtaux imparfaits, durs, faiſant feu avec le briquet, creux dans leur intérieur, y contenant quelquefois de l'eſpèce de mine de plomb qu'on nomme *galène*, & dont la figure a beaucoup de rapport à celle d'un ſpath, qui ſe rencontre aux environs de la mine ; en ſorte qu'il y a tout lieu de croire que les criſtaux de ſpath ayant été détruits, la matière de la pierre calaminaire a pris leur place & s'y eſt moulée.

Dans le comté de Nottingham, la pierre calaminaire ſe trouve en deux états différens, l'une eſt blanche, ſon intérieur paroît ſillonné comme un bois vermoulu, & ces ſillons ſont remplis d'une terre brune ; l'autre eſt criſtalliſée & d'un vert tendre : ces deux eſpèces ne font point feu avec le briquet, & ne produiſent point d'effervescence avec les acides.

Ces deux pierres calaminaires ayant été diſtillées ſans intermède, & ſeulement en les mêlant avec la poudre de charbon, il s'eſt formé des criſtaux de ſel marin dans le balon que M. Sage avoit pris la précaution d'enduire d'huile de tartre par défaillance, ce qui prouve inconteſtablement qu'elles contiennent l'acide de ce ſel, comme une grande quantité de mines, dans leſquelles

la partie métallique n'eſt minéraliſée que par l'action de cet acide. La quantité même qu'elles en contiennent n'eſt pas peu conſidérable. M. Sage l'évalue à trente-quatre livres par quintal, il eſt vrai que ce réſultat lui a été conteſté, mais il a offert de convaincre les incrédules, en répétant l'opération devant eux.

Les expériences de M. Sage lui ont fait voir encore que ces pierres calaminaires contenoient du fer, que toutes les ſubſtances ſalines contenoient une matière graſſe, différente du phlogiſtique, & que lorſqu'elle s'y trouve en grande quantité, elle les rend indiſſolubles à l'eau.

Puiſque l'analyſe fait reconnoître dans ces pierres calaminaires, une matière métallique minéraliſée avec l'acide marin; il étoit aſſez naturel de croire que le zinc mêlé avec du ſel ammoniac, qui contient cet acide, formeroit un corps à peu-près pareil. Il n'en a rien été. L'opération n'a produit qu'un beurre très-aiſé à ſublimer; & le ſel ammoniac s'eſt décompoſé malgré l'extrême volatilité du zinc: mais ce beurre qui en eſt provenu, eſt moins cauſtique que celui d'antimoine, moins coûteux & plus aiſé à préparer, & par toutes ces raiſons il pourroit être utilement employé en Médecine: ce ſera un fruit ſurnuméraire du travail de M. Sage.

SUR LES MINES EN GÉNÉRAL,

Et en particulier ſur celles de CORNWALL.

M. JARS, dans ſes Voyages, avoit examiné en Phyſicien, la plus grande partie des mines de l'Europe. Il ſe propoſoit d'en donner une deſcription, & d'y joindre les réflexions que ſes obſervations lui avoient donné lieu de faire, & les procédés nouveaux qu'elles lui avoient fait imaginer: ſa mort a interrompu ce travail important, dont le Mémoire ſur les mines de Cornwall en Angleterre, n'eſt qu'une petite partie. V. les Mém. p. 540.

De toutes les mines, celles d'étain ſont les moins connues en France. Il y a cependant une très-grande apparence qu'il s'y en trouveroit ſi on ſavoit les chercher; c'eſt ce qui a déterminé M. Jars à décrire l'exploitation des mines de la province de Cornwall en Angleterrre, qui ſont les plus abondantes de l'Europe.

Cette province eſt une eſpèce de péninſule qui forme une langue de terre dirigée à peu-près de l'Eſt à l'Oueſt, dans la partie occidentale d'Angleterre, & dont une des extrémités forme le cap-Lézard, ſi connu des Navigateurs : elle n'eſt ſéparée de la province de Devonshire, que par de hautes montagnes, dans leſquelles on a exploité quelques mines : ces montagnes vont en s'abaiſſant vers l'Oueſt. C'eſt dans cette dernière partie que les mines ſont très-abondantes, & M. Jars fait obſerver que les mines les plus riches ne ſe trouvent preſque jamais dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce que les mineurs nomment *demi-montagne*, c'eſt-à dire, dans celles qui ſont dominées par d'autres plus élevées.

L'étain ſe trouve dans cette province, ſous deux différentes formes. On y a autrefois travaillé beaucoup de mines d'étain, mais aujourd'hui la plus grande récolte de ce métal ſe fait en lavant les terrains du fond des vallées, pour en tirer le minéral qui s'y trouve en petites parcelles arrondies, & qui paroiſſent avoir été roulées par les eaux. La plus grande partie de ces morceaux, tient pour la groſſeur, le milieu entre le gravier & le ſable. M. Jars croit que ces morceaux de minéral, ſont des déblais d'anciennes mines, qui ont été antérieurement travaillées, & que les eaux ont entraînés dans les vallons, ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable, que quoique les eaux aient pu détacher quelque portion du rocher qui contient la mine, il ſeroit comme impoſſible qu'elles euſſent entraîné tout ce qui ſe trouve de minéral dans les vallées ; & il vaut d'autant mieux, ſelon lui, rapporter ces débris de minéral à quelques mines anciennement travaillées, qu'on ſait qu'alors l'exploitation des mines n'étoit pas portée au point de perfection où elle eſt aujourd'hui ; & qu'il étoit preſque impoſſible qu'il ne reſtât une très-grande quantité de minéral dans les déblais qu'on jetoit, & que les eaux pouvoient entraîner très-aiſément. Il oſe même prédire d'après la manière dont il a vu travailler les mines de plomb du Northumberland, que dans un ſiècle on trouvera dans les vallées qui ſont au-deſſous, du minéral de plomb en poudre, comme on en trouve d'étain dans la province de Cornwal.

Il s'y eſt auſſi rencontré un morceau de quartz criſtalliſé qui

contenoit de l'étain en nature, & qu'on donnoit pour étain vierge ou natif: mais M. Jars ayant bien examiné les fragmens de ce morceau, est bien plus porté à croire que ce quartz très-commun dans le canton, avoit servi anciennement de sol ou de paroi à un fourneau, & que l'étain coulant avoit rempli les vides qui se trouvoient entre les cristaux; & il embrasse d'autant plus volontiers ce sentiment que malgré toutes ses recherches il n'avoit encore jamais pu voir un seul morceau d'étain vierge ou natif.

On trouve dans la même province, des mines d'étain de même nature, mais dont cependant une partie est en roche; cette roche est de la nature du granit, mais très-friable; & elle contient par-tout un peu de minéral d'étain, & il y en a qui contiennent des petites veines noires, plus riches que le reste, dont quelques-unes même contiennent quelques grains d'étain pur; ces veines sont toutes parallèles, & vont constamment de l'est à l'ouest : ce rocher se travaille en plein air, & comme il se réduit facilement en sable, on y fait passer, sur-tout en hiver & dans les temps humides, des petits courans d'eau qui l'entraînent; on remue l'eau chargée de ce sable, & le minéral d'étain, comme le plus pesant, tombe au fond de ce ruisseau d'où on le retire, le reste du rocher que l'eau n'a pu attaquer, est cassé à coups de masse & transporté au bocard pour le piler; & pour l'y conduire plus facilement, on a creusé un canal par le moyen duquel on le transporte par bateau; ce rocher devient moins friable & plus dur, à mesure que la mine s'approfondit. Tous les filons métalliques de cuivre ou d'étain de la province de Cornwall, ont leur direction de l'est à l'ouest, & presque tous leur pente au nord; il y en a cependant quelques-uns inclinés au midi, mais c'est le cas le plus rare : on y observe encore, en bien moindre nombre, quelques filons en plateau & horizontaux. Dans l'étendue de la province de Cornwal, le minéral dominant est l'étain. M. Jars y avoit cependant remarqué des mines où ce minéral est joint à du cuivre, & quelques autres où ce dernier métal est seul; mais en général l'étain domine, & il y est quelquefois engagé dans une roche de granite : on en voit de cette espèce au Mont-Saint Michel en Angleterre, qui n'est séparé comme le nôtre, du continent, que par un bras de mer, qui disparoît de basse marée; on en a

même extrait autrefois, mais le Seigneur du lieu qui a craint pour ſa montagne & pour la ſolidité du château bâti deſſus en a fait ceſſer l'exportation.

Il ſort de la province de Cornwall, environ pour 46 millions d'étain chaque année, & pour à peu-près la même ſomme de cuivre.

M. Jars a remarqué dans tous ſes voyages, que tous les filons avantageux à exploiter, étoient parallèles aux rivières principales; obſervation importante, & qui peut jeter un très-grand jour ſur la recherche & ſur la formation des veines minérales. La direction de l'eſt à l'oueſt qu'affectent les filons de Cornwall, ne permet pas d'eſpérer qu'on en trouve le prolongement en Bretagne, mais il pourroit s'y en trouver de paralèlles; on y voit pluſieurs rochers de la même nature que ceux qui contiennent l'étain; on en trouve même dans pluſieurs autres provinces du royaume.

On ne doit pas cependant être étonné qu'on ne ſe ſoit pas appliqué juſqu'ici en France, à rechercher ces mines; les filons des autres mines s'annoncent, pour ainſi dire, à la ſurface de la terre, par du quartz, du ſpath, de la pyrite; ſouvent ces dernières priſes par leur brillant pour des mines d'or, ont fait découvrir des mines avantageuſes; mais les filons d'étain ne préſentent rien à la ſurface du terrain qui ſemble annoncer une mine; ils offrent tout au plus une eſpèce de matière d'un brun rougeâtre, qui ne reſſemble en rien à du métal : cette mine d'ailleurs eſt très-difficile à eſſayer, il n'eſt donc pas étonnant qu'on n'ait pas fait beaucoup de recherches à ce ſujet, ou qu'elles n'aient pas eu de ſuccès; on doit donc exhorter ceux ſur-tout qui vivent à la campagne, à rechercher s'ils ne trouveroient pas quelques-unes de ces mines; & M. Jars preſcrit la manière de ſe conduire dans cette recherche. On ne peut que regretter la perte de cet Académicien zélé, qui prive le Public d'une infinité de matériaux précieux qu'il avoit ramaſſés avec des peines & des fatigues incroyables.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

V. les Mém. p. 68.
L'Écrit de M. Jars, ſur la manière uſitée en Angleterre, de convertir le Plomb en *Minium*.

OBSERVATION CHIMIQUE.

M. DE LA LANDE avoit rapporté de son voyage d'Italie, de la terre, de l'eau & quelques matières salines tirées de la grotte du Chien. Il pria à son retour M. Cadet d'en faire l'analyse, dont voici le résultat.

La terre de la grotte du Chien, n'est ni sulfureuse, ni arsénicale, ni métallique ; elle paroît être un mélange de gyps, de portions de quartz différemment colorées, de sable, de végétaux détruits, & d'un peu de terre calcaire.

L'eau de la grotte du Chien mise en expérience, a donné du sel marin à base terreuse, & un peu de terre calcaire ; on peut évaluer cette quantité à 8 grains de sel, & deux grains de terre calcaire par pinte de cette eau ; le sel pris dans les fentes ou lézardes des murs des bains de vapeurs, est un sel alumineux qui participe d'un peu de fer ; ce sel, d'après les expériences auxquelles il a été soumis, ne peut être soupçonné de contenir du cuivre, ni aucune substance arsénicale.

CETTE année M. de Machy Apothicaire de Paris, lut à l'Académie, un Mémoire sur la nature des sels volatils, tirés des substances animales. L'occasion de son travail fut le phénomène singulier d'une liqueur composée de phlegme saturé avec de l'alkali volatil, tiré du sang de Bœuf qui se cristallisoit au froid, & dont la cristallisation se dissipoit par la chaleur ; il soupçonna que cette liqueur contenoit un sel neutre, susceptible de cristallisation dans le froid, & que la chaleur décomposoit lentement, ne laissant subsister que la partie acide.

Dans la vue de s'en assurer, il prit du sel volatil concret de sang de Bœuf, qu'il soumit à toutes les expériences nécessaires pour s'assurer qu'il passoit dans la distillation du sang, assez d'acide pour saturer l'alkali volatil qui en résulte.

Une plus grande quantité de ce sel montant à 3 onces, fut exposée

à l'air ſur une fenêtre pendant un mois, & il s'en diſſipa une once, qui étoit la portion d'alkali combinée avec l'acide, qui formoit un ſel neutre & tranſparent. M. de Machy croit y avoir aperçu des petits criſtaux cubiques, ſur leſquels il a verſé de l'huile de vitriol, qui en a dégagé des vapeurs blanches, qu'il croit être de l'eſprit de ſel, qu'il conſidère par conſéquent comme un des principes conſtituans des alkalis volatils.

Les expériences de M. de Machy, prouvent très-bien la préſence de l'acide, mais elles n'ont pas paru ſuffiſantes pour déterminer ſa nature. Comme elles ouvrent la route à une recherche intéreſſante, l'Académie a cru devoir communiquer au Public cette idée de M. de Machy, dont le travail lui a paru mériter des éloges, & d'être ſuivi par ceux qui s'intéreſſent au progrès de la Chimie.



GÉOMÉTRIE.

SUR LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES ORDINAIRES, FINIES ET PARTIELLES.

LE Calcul intégral a été jusqu'ici l'unique objet des travaux de M. le Marquis de Condorcet, l'Académie a rendu compte dans plusieurs endroits de son Histoire, des différens Mémoires qu'il a donnés sur cette matière, en voici encore trois relatifs à ce même objet, desquels nous allons essayer de présenter l'esprit & la marche, autant qu'il sera possible de le faire sans calcul.

L'un de ces Mémoires a pour objet les différences ordinaires, l'Auteur y compare la méthode d'intégrer plusieurs équations sans avoir éliminé, avec celle d'intégrer après l'élimination l'équation qui reste entre les variables; & il montre que dans l'une & dans l'autre il ne suffit pas pour obtenir le dernier résultat, d'avoir trouvé autant d'équations qu'il en faut pour chasser les différences des variables qui doivent être éliminées; mais qu'il faut les avoir telles, que cette élimination soit possible. Ainsi, par exemple, si l'on a une équation du second ordre entre deux variables, ou deux du premier entre trois, il ne suffit pas d'avoir deux intégrales, pour que la proposée soit résolue; mais il faudra souvent en chercher de nouvelles, jusqu'à ce qu'on en ait de telles, que l'élimination de chacune des variables, ou celle de chacune des différences, soit possible. V. les Mém. p. 191.

Le facteur d'une équation rationnelle, peut ne pas être rationnel, même pour le premier ordre, & M. Euler a traité des équations rationnelles, où ce facteur contient des radicaux. M. de Condorcet détermine ici la forme irrationnelle que peut avoir le facteur pour les différens ordres, & il montre que cette forme dépend du nombre d'intégrales essentiellement différentes que peuvent avoir les équations proposées.

V. les Mém. p. 108.

La théorie des Équations aux différences finies, fait le ſujet d'un autre Mémoire, où elle eſt traitée d'une manière plus directe & plus générale qu'elle ne l'a été juſqu'ici. M. de Condorcet trouve leurs équations de conditions, & celles des *maxima* & *minima*, par la même méthode qui les donne pour les différences ordinaires, & à laquelle il n'a fallu ajouter qu'une remarque fort ſimple; quant à leur intégration, il marque le nombre & la forme des tranſcendantes & des arbitraires que l'intégrale peut contenir lorſqu'une des variables a une différence conſtante; ces arbitraires peuvent être une fonction quelconque de cette variable; mais fonction dont la différence ſoit nulle, en ſorte que ſi l'on regarde l'équation comme repréſentant une courbe, la variable dont la différence eſt conſtante comme l'abſciſſe, & qu'on ait un nombre donné de points de la courbe égal à l'ordre de l'équation, tous les points de la courbe répondans à une ſuite d'ordonnées, diſtantes entr'elles de la différence conſtante, ne ſeront pas abſolument indéterminés. Cela peut paroître paradoxal, parce que les points déterminés paroiſſent être les ſeuls qui appartiennent à la ſolution du Problème; mais il faut obſerver que les arcs de courbes décrits entre les points déterminés, doivent être tels que ſi on en ſuppoſe une ordonnée une fois connue par une abſciſſe quelconque, toutes les ordonnées diſtantes de la différence conſtante ſoient déterminées, ce qui ne peut arriver que lorſque l'équation qui détermine les portions des courbes eſt compoſée de fonctions déterminées de x & de fonctions arbitraires, dont la différence ſoit nulle. Toute équation poſſible aux différences finies a une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, mais il n'y a pas un nombre égal à l'expoſant de ſon ordre, dont la différentiation puiſſe produire la propoſée. C'eſt une différence eſſentielle entre ces équations & celles aux différences infiniment petites.

De même, la différence de x étant conſtante & finie, toute fonction de x peut être regardée comme une différentielle exacte; mais il n'eſt pas toujours poſſible de l'exprimer en termes finis, quoiqu'il ſoit toujours poſſible de l'avoir par une ſérie infinie, ce qui doit diſtinguer ces fonctions de celles qui ſeroient données par des équations abſurdes, & qu'on ne peut exprimer par aucune forme.

Les équations aux différences partielles, sont l'objet d'un troisième Mémoire, elles diffèrent encore plus des équations aux différences totales, elles n'ont point nécessairement d'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, & les fonctions arbitraires qu'elles contiennent peuvent n'avoir pas disparu successivement, mais toutes à la fois : enfin le nombre de fonctions transcendantes y est indéfini ; mais l'ordre de l'équation différentielle ordinaire qui peut les faire disparoître est déterminé ; ainsi pour le premier ordre l'intégrale peut contenir un nombre infini de fonctions logarithmiques simples. V. les Mém. p. 151.

Il n'est ici question que des équations qui peuvent avoir une intégrale en termes finis, toutes n'en sont pas susceptibles, quoique d'ailleurs au nombre des équations possibles. L'auteur a fait sur cette matière également importante & épineuse, de nouvelles *Recherches* qui paroîtront dans les Mémoires de 1772.

M. de Condorcet termine celui-ci par des réflexions sur la méthode de résoudre les problèmes en déterminant *à priori* les formes dont leurs solutions sont susceptibles, & cherchant ensuite par la méthode des coëfficiens indéterminés, celle qui convient à chaque problème. On sent aisément de quelle utilité peuvent être les Recherches de M. de Condorcet, dans une matière si importante & qui mérite tant d'être éclaircie.

CETTE année parurent les premier & deuxième volumes *du Cours de Mathématique, à l'usage de l'Artillerie,* par M. Bézout.

Sous le nom *d'Élémens d'une science*, on peut entendre ou l'enchaînement de ses principes fondamentaux & l'analyse des opérations qu'elle emploie, ou bien seulement l'exposition des vérités les plus simples & les plus utiles pour l'usage ordinaire. Dans le premier cas, c'est la métaphysique de la Science, la génération des idées sur lesquelles elle est fondée, qui sont l'objet des élémens, & c'est sur cette science même que doivent porter les réflexions de l'Auteur. Dans l'autre cas il est question de rendre

les vérités les plus faciles à saisir qu'il est possible, sans cependant rebuter par une exposition trop longue; il faut savoir s'écarter de l'ordre naturel sans nuire à la rigueur des démonstrations, toutes les fois que l'ordre naturel exigeroit une attention trop forte, il faut entrer dans de longs détails sur les opérations fréquentes dans la pratique; enfin il faut être assez détaillé pour ne pas fatiguer les esprits médiocres, & cependant être assez court pour ne pas dégoûter des esprits plus pénétrans, & c'est alors d'après les observations sur les hommes à qui les élémens sont destinés, que l'Auteur doit établir l'ordre de son ouvrage.

M. Bézout a déjà publié des Élémens destinés aux Gardes de la Marine, & le succès en a prouvé la bonté; il y avoit ajouté des remarques importantes, & même de nouvelles méthodes d'analyse où l'avoient conduit les réflexions qui s'étoient offertes à lui pendant la composition de son ouvrage. Celui dont nous annonçons ici les deux premiers volumes, étoit destiné pour les Élèves de l'Artillerie, ils renferment l'Arithmétique, la Géométrie, la Trigonométrie rectiligne, l'Algèbre, & l'application de l'Algèbre à la Géométrie.

Dans ces Élémens, il y a des propositions sans lesquelles il seroit impossible de connoître la Théorie nécessaire aux Officiers d'Artillerie, elles sont destinées à tous les Élèves: d'autres moins utiles & plus difficiles, sont destinées seulement à ceux qui ont plus de facilité ou plus de zèle; ainsi cet ouvrage a l'avantage & de ne rien offrir aux esprits ordinaires, qui soit au-dessus de leur portée; & de donner en même-temps aux autres esprits, une occupation suffisante pour le temps de leurs études, & par-là il remédie à l'inconvénient de donner une instruction égale à des esprits inégaux.

Le zèle à remplir les devoirs d'une place importante peut seul engager un Géomètre tel que M. Bézout, à sacrifier une partie de son temps, & par conséquent de sa gloire à la composition d'un ouvrage de ce genre, le mérite de ces travaux n'est que pour très-peu de personnes; ainsi ils servent peu à la réputation d'un Auteur, mais il a le plaisir d'être utile & de l'être sans intérêt.

CETTE

CETTE même année, M. l'Abbé Marie, Professeur de Mathématiques au Collége Mazarin, présenta à l'Académie une nouvelle édition des *Leçons élémentaires de Mathématiques, par feu M. l'abbé de la Caille.*

Les Elémens publiés par M. l'abbé de la Caille, ont été distingués par leur précision, la rapidité de leur marche & la manière dont l'Auteur a su renfermer dans un très-petit espace la plus grande partie des Théories les plus importantes de l'Analyse; les principes de la Théorie exposés clairement, l'esprit des méthodes principales, & quelques exemples, sont tout ce qu'il a pu donner sur chaque matière. L'édition nouvelle, présentée à l'Académie, par M. l'abbé Marie, contient des élémens de Mathématiques purs, faits sur ce même plan; il y a ajouté des théories qui, lorsque M. l'abbé de la Caille a publié son ouvrage, étoient réservées aux grands Géomètres; & qui depuis, grâces aux progrès immenses qu'a faits l'Analyse, sont devenus communes. On trouve dans ces additions la même précision que dans M. l'abbé de la Caille, & il seroit difficile de distinguer ce qui appartient à l'Auteur, de ce qui appartient à l'Éditeur.



ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL, déduite du passage de Vénus, du 6 Juin 1769.

V. les Mém. p. 9.

* Voy. l'Hist. 1757, p. 97; 1761, p. 98; 1769, p. 93.

L'ACADÉMIE a fait voir dans plus d'un endroit de son Histoire, de quelle importance étoit l'observation des passages de Vénus sur le Soleil *, pour établir la véritable parallaxe de ce dernier astre & de celle qui avoit été déduite de celles des observations qui ont été faites des deux passages arrivés en 1761 & en 1769, qui sont venus jusqu'ici à sa connoissance.

Dans le nombre de ces observations, il s'en est trouvé deux dans lesquelles les deux contacts de l'entrée & de la sortie de Vénus sur le disque du Soleil, avoient été observés, & qui étoient assez éloignées pour en pouvoir conclure la parallaxe, sans même connoître avec précision la différence de Longitude de ces deux lieux. Avantage très-grand si l'on considère la difficulté de déterminer avec exactitude ce dernier élément.

Ces deux observations que M. de la Lande emploie à la recherche de la parallaxe du Soleil, sont, celle qui a été faite au Fort du Prince de Galles, sur la côte occidentale de la baye d'Hudson, près de la rivière de Churchill, à 58d 47′ 30″ de latitude boréale, par M.rs Dymond & Wales, envoyée par la Société royale de Londres; & celle qui a été faite par M. Planman à Cajanebourg en Finlande. Dans l'une & dans l'autre observation, l'entrée & la sortie de Vénus, ont été exactement observées, & par conséquent on a eu dans chacune avec précision, la corde du disque du Soleil, parcourue par Vénus; c'est au moyen de ces cordes que M. de la Lande a pensé à obtenir la véritable quantité de la parallaxe horizontale du Soleil; nous allons essayer de présenter ici l'esprit de sa méthode.

Puiſque la diſtance de Vénus a un rapport ſenſible avec des diſtances priſes ſur le globe terreſtre, il doit néceſſairement arriver, qu'un Obſervateur placé au centre de la Terre, voie Vénus décrire une certaine corde du diſque du Soleil, tandis que d'autres, placés à différens points de la ſurface du globe, lui en voient décrire d'autres différentes, par l'effet de la parallaxe. Si donc on connoît la quantité de cette parallaxe, on pourra en calculant l'effet qu'elle a dû produire ſur chaque obſervation, les rappeler à celle qui auroit été faite par un ſpectateur, placé au centre de la Terre; & ſi la parallaxe eſt parfaitement exacte, toutes les obſervations concourront à donner la même pour celle de l'Obſervateur placé au centre de la Terre : mais ſi on prend une parallaxe trop grande ou trop petite, alors le même accord ne ſubſiſtera plus, & au lieu que dans le premier cas, toutes les obſervations donnent la même corde pour l'obſervation du centre; dans le ſecond, les obſervations en donneront chacune une différente, on ſera donc averti par cette différence, que la parallaxe employée, n'eſt pas la véritable; & on en eſſayera une autre juſqu'à ce que par cette eſpèce de règle de fauſſe poſition, on ſoit parvenu à déterminer celle qui ramène toutes les obſervations à donner la même corde pour les obſervations du centre.

C'eſt en employant cette méthode, que M. de la Lande eſt parvenu à déterminer la parallaxe du Soleil, en employant les obſervations du Fort du prince de Galles & de Cajanebourg, dans chacune deſquelles les deux contacts ont été obſervés; car il eſt aiſé de voir par ce que nous venons de dire, que cette condition eſt eſſentielle; il en réſulte qu'en employant la parallaxe de 9 ſecondes qu'il avoit autrefois adoptée, les obſervations réduites à celle du centre, ne donnoient pas la même corde; mais qu'en ſe ſervant d'une parallaxe de 7",73, les deux obſervations donnent préciſément la même corde; d'où l'on peut conclure que la parallaxe horizontale eſt d'environ 8 ſecondes au lieu de 10 ſecondes, qu'on avoit long-temps ſuppoſées. Les obſervations faites en Californie, traitées par la même méthode, ont donné la parallaxe moyenne d'environ 8" $\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde avec les réſultats des obſervations de 1761. Conſéquence d'autant

plus importante que la distance de la Terre au Soleil, fondée sur la connoissance de la parallaxe de cet astre, est un des Élémens primordiaux, sur lesquels est fondée toute l'Astronomie.

SUR LES OBSERVATIONS faites par M. l'Abbé CHAPPE, *en Californie.*

V. les Mém. p. 83.
NOUS venons de parler dans l'article précédent, des Observations faites en Californie, il étoit nécessaire avant que de les employer, de s'assurer du degré de leur précision. La mort de l'Auteur, enséveli, pour ainsi dire, sous ses propres lauriers, ne lui ayant pas permis d'en rendre aucun compte détaillé ; M. de Thury a bien voulu rendre ce service à la mémoire de son ami, & suppléer à ce qu'il n'étoit plus en état de faire, en donnant un extrait circonstancié de ses opérations.

L'observatoire de M. l'abbé Chappe, à Saint-Joseph de Californie, étoit une grange à maïs, du toit de laquelle on avoit détruit une partie qui n'étoit recouverte que d'une toile, qu'on pouvoit hausser & baisser à volonté. Ses instrumens qui consistoient en une machine parallactique, un quart-de-cercle & un instrument des passages, étoient posés sur des massifs faits exprès, & composés de pierres & de briques, la pendule attachée à un bloc de cèdre très-dur, enfoncé & scellé de deux pieds & demi en terre; & la lunette de 10 pieds destinée à l'observation des contacts, étoit suspendue à une potence, portée par une poutre de 8 à 9 pouces d'équarrissage; de manière qu'elle pouvoit aisément se mouvoir dans le sens horizontal & dans le sens vertical.

Tous ces préparatifs étoient finis dès le 28 Mai, la pendule réglée, la longitude du lieu & sa latitude à très-peu près déterminées, & les jours qui précédèrent l'observation, & que M. l'abbé Chappe employa à régler exactement la marche de sa pendule, furent si favorables qu'il pouvoit en répondre à quelque heure que ce fût du jour ou de la nuit.

Les jours qui s'écoulèrent jusqu'à l'observation, furent employés à tout préparer. M. l'abbé Chappe étoit incertain sur le lieu du

limbe du Soleil, où Vénus devoit entrer, sur le disque de cet astre; & ce fut ce qui le détermina à n'observer le premier contact qu'avec la lunette de la machine parallactique, il l'observa à 11^h $59'$ $10''$, d'une façon très-précise, il estima le milieu de l'entrée de Vénus sur le disque à 12^h $5'$ $17''$, & le contact intérieur à 12^h $17'$ $27''$. M. l'abbé Chappe ne put, quoiqu'il le cherchât avec beaucoup d'attention, trouver aucune trace de ce croissant, que quelques Astronomes croient avoir vu autour de Vénus, avant sa jonction au Soleil dans l'observation de 1761; mais ce qui n'échappa pas à sa vue, & qui avoit déjà été remarqué en 1761, c'est que dans le contact interne, le bord de Vénus, parut s'alonger comme si c'eût été une matière molle, collée au bord du Soleil, & qui ne s'en détachât qu'avec peine.

Pendant toute la durée du passage, il prit continuellement la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & les bords du Soleil, le diamètre de la Planète qu'il trouva de près de 59 secondes; & enfin, la plus petite distance des centres de Vénus & du Soleil.

Dans l'observation de la sortie de Vénus, elle parut, à l'approche du bord du Soleil, s'alonger beaucoup plus qu'elle n'avoit fait à l'entrée; le premier contact se fit à 5^h $54'$ $0''$; à 6^h $3'$ $57''$, M. l'abbé Chappe estima la sortie du centre; & enfin la sortie totale fut à 6^h $13'$ $19''$.

Le lendemain, & tous les jours suivans jusqu'au 11 Juin, qu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut, furent employés à constater par des hauteurs correspondantes, la marche de la pendule; il profita d'un intervalle de son mal, pour faire le 18, l'observation de l'éclipse de Lune de ce jour; & il continua dans les intervalles qu'il eut, d'observer malgré son état fâcheux, les éclipses des satellites jusqu'au 19 Juillet, onze jours avant sa mort.

A ces observations du phénomène principal, M. de Thury en a joint plusieurs autres, comme celles d'*Arcturus*, qui ont donné la latitude de Saint-Joseph de 23^d $4'$ $0''$; celles du Soleil, qui la donnent de 23^d $3'$ $35''$; celles des éclipses des satellites

de Jupiter, qui établissent la différence de longitude, entre Paris & Saint-Joseph, de $7^h 28' 35''$; il y a joint de même quelques observations faites par M. l'abbé Chappe, tant au Havre & à Cadiz, que dans sa route, pour constater la marche de la montre marine de M. Berthoud, desquelles il résulte, que cette montre avoit très-bien donné l'attérage des Canaries, & quelques tentatives faites pour l'usage du mégamètre de M. de Charnières. Enfin on trouve encore dans ce Mémoire, le détail de l'observation de l'éclipse de Lune du 18 Juin 1769. On est étonné en lisant ce Mémoire, du nombre prodigieux de matériaux que M. l'abbé Chappe avoit rassemblés dans le court espace de deux mois, & on ne peut, suivant la réflexion de M. de Thury, les examiner sans regretter de plus en plus, celui auquel on en est redevable, & auquel ils ont coûté la vie.

V. les Mém. p. 416.

Ces mêmes observations ont été examinées par M. de la Lande; & il les a comparées, suivant la méthode dont nous venons de parler dans l'article précédent, aux observations faites à Cajanebourg par M. Planman, & à Wardhus par le P. Hell; il en résulte que l'observation de M. l'abbé Chappe, comparée à celle du P. Hell, avec une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, fait trouver une plus longue durée pour Wardhus que pour Saint-Joseph, mais seulement de $33''$; il faudroit donc augmenter un peu la parallaxe, & la porter à $8'',81$, pour satisfaire à ces deux observations.

La même observation comparée à celle de Cajanebourg, exige, pour les représenter toutes deux, une parallaxe de $8'',47$: si on compare celle de Cajanebourg avec celle du Fort-au-Prince, on aura la parallaxe de $8'',37$; on la trouve de $8'',54$ par la comparaison de celle du Fort-au-Prince & de celle de la mer du Sud; M. de la Lande croit devoir adopter celle qui se tire de la comparaison des observations de M. l'abbé Chappe & de M. Planman, qui donne pour parallaxe moyenne $8'',47$.

On voit aisément, par tout ce que nous venons de dire, que toutes les observations s'accordent à donner la même parallaxe dans des limites assez étroites; on peut donc, sans craindre d'erreur sensible, la prendre, selon M. de la Lande, de $8''\frac{1}{2}$, & en partant

de cette parallaxe, il a calculé les distances respectives de toutes les Planètes, leurs diamètres, leurs masses & leurs densités; en un mot, s'il m'est permis d'user de ce terme, toute l'architecture du systême solaire, dont il a composé une Table qui termine ce Mémoire.

SUR LE DIAMÈTRE DU SOLEIL

qu'on doit employer dans le calcul des passages de Vénus.

ON s'est aperçu depuis long-temps que le diamètre du Soleil paroissoit d'autant plus petit que les lunettes avec lesquelles on l'observoit étoient plus grandes, & cette apparence vient de ce que la véritable image du Soleil est augmentée par une espèce de couronne lumineuse dépendante de l'aberration des rayons; aberration que la longueur des lunettes rend nécessairement moindre, tant parce que la sphéricité du verre objectif est moindre, que parce que l'image est plus grande. V. les Mém. p. 403.

Dans les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, cette espèce d'augmentation optique ne peut avoir lieu, puisque la Planète, en couvrant le corps réel du Soleil, couvre en même temps, ou au moins fait disparoître en cet endroit la couronne d'aberration qui augmente le Soleil à nos yeux.

L'examen des différentes observations de Vénus sur le Soleil, dans lesquelles les contacts de l'entrée & de la sortie ont été observés, a confirmé M. de la Lande dans l'idée qu'il avoit de cet agrandissement optique du Soleil, & toutes combinées ensemble, lui ont fait voir que le diamètre du Soleil, déterminé par le micromètre, devoit être pris de 6" plus petit, si on veut l'appliquer à ces phénomènes. M. du Séjour avoit trouvé de même, qu'indépendamment de l'inflexion, il falloit diminuer ce diamètre de quelques secondes pour le faire cadrer avec l'Éclipse de 1764.

Cette même couronne d'aberration qui augmente le diamètre apparent du Soleil, a aussi servi à M. de la Lande pour expliquer

V. les Mém. p. 406. un phénomène observé dans les passages de Vénus sur le Soleil par un très-grand nombre d'Astronomes.

Ce phénomène observé dans les deux passages de 1761 & de 1769, est une espèce de ligament obscur qui semble joindre le bord de Vénus à celui du Soleil, lorsqu'elle en est éloignée de quelques secondes.

M. de la Lande regarde ce phénomène comme tenant à la même cause que l'augmentation de diamètre de laquelle nous venons de parler; l'augmentation du diamètre du Soleil n'est qu'une apparence qui dépend de la lumière de cet astre, & devient comme une prolongation du bord réel. Il doit donc arriver qu'au moment que Vénus touche le bord réel du Soleil, la partie correspondante de l'augmentation disparoisse, & forme cette espèce de prolongement obscur qui semble aller chercher le bord apparent du Soleil. Cette explication nette & précise rend une raison très-plausible de ce singulier phénomène.

SUR LE PASSAGE DE VÉNUS sur le Soleil, du 3 Juin 1769.

V. les Mém. p. 558. NOUS avons rendu compte dans les articles précédens, de l'usage qu'on avoit fait des différentes observations du dernier passage de Vénus sur le Soleil. Il est évident que le degré de certitude des résultats qu'on en a tirés, dépend de l'exactitude & de la précision des observations sur lesquels ils sont fondés, & qu'il étoit de la dernière importance de les soumettre à un rigoureux examen : c'est aussi ce qu'a entrepris M. Pingré, du Mémoire duquel nous avons à parler.

Les observations qu'a examinées M. Pingré, sont au nombre de vingt-sept. La première est celle de M. Rumowski, faite à Kola en Lapponie; malheureusement le ciel ne seconda pas autant qu'il auroit été à desirer, le zèle & l'intelligence de l'Observateur; une nuée noire & épaisse cacha précisément la partie du Soleil où Vénus devoit entrer, en sorte qu'on eut l'observation de

de l'entrée de Vénus, beaucoup plus par estime que par observation; la sortie fut observée plus exactement, le Soleil étoit cependant couvert d'un nuage clair. M. Rumowski croit néanmoins qu'on peut compter sur la précision de cette phase. M. Rumowski, & M.rs Ochtenski & Borodulin ses Associés dans cette observation, observèrent aussi la fin de l'éclipse de Soleil du 4 Juin; & cette observation calculée très-soigneusement par M. Pingré, a donné la longitude de Kola de 2h 2′ 43″ à l'orient de Paris, sa Latitude avoit été déterminée par les observations de M. Rumowski, de 68d 52′ 56″.

La seconde est celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Bothnie orientale; il fut aussi contrarié par le mauvais temps, cependant il obtint l'immersion totale de Vénus à son entrée sur le disque du Soleil, & l'émersion totale à sa sortie, la latitude boréale de Cajanebourg est de 64d 13′ 30″, & sa longitude tirée de l'observation de l'éclipse du Soleil, de 1h 41′ 41″, à l'est de Paris, la lunette dont il s'étoit servi étoit de 21 pieds.

La troisième est celle de Ponoi en Lapponie, faite par M. Jacques-André Mallet, avec une lunette achromatique de 12 pieds; les deux contacts de l'entrée, furent très-bien observés; mais les nuages qui survinrent un peu après le milieu du passage, ne lui permirent pas d'observer ceux de la fin; l'éclipse de Soleil du 4 Juin, n'éprouva pas le même inconvénient, il en eut le commencement & la fin, & cette observation lui donna la longitude de Ponoi, il en avoit déterminé la latitude de 67d 4′ 30″.

La quatrième est celle de M. Pictet, faite à Oumba en Lapponie, par 66d 45′ 2″ de latitude septentrionale; mais le mauvais temps qui dura toute la journée, l'empêcha d'observer le passage de Vénus sur le Soleil; il n'obtint que le commencement & la fin de l'éclipse de Soleil. M. Pingré déduit de cette observation, la longitude d'Oumba de 2h 7′ 43″ à l'orient de Paris.

La cinquième &, selon M. Pingré, la plus complète de toutes, est celle de Wardhus, capitale de la Lapponie danoise, faite par le P. Hell Jésuite, Astronome de Leurs Majestés Impériales, accompagné du P. Sajnovis son confrère, & de M. Borgrewing,

Les deux contacts y ont été obſervés, & par conſéquent la durée du paſſage: l'éclipſe de Soleil l'a été de même avec la plus grande préciſion; & le P. Hell a déterminé par ſon moyen, la longitude de Wardhus, de $1^h\ 55'\ 7''$ à l'orient de Paris. Le P. Hell en avoit, au moyen de plus de deux cents obſervations, déterminé la latitude boréale de $70^d\ 22'\ 36''$. On ne doit pas au reſte, être étonné que la latitude de Wardhus n'ait été déterminée que par la ſeule obſervation de l'éclipſe de Soleil: la ſaiſon où l'on étoit alors, & pendant laquelle il n'y a pas de nuit dans ces climats, ne pouvoit permettre au P. Hell d'obſerver aucune éclipſe des ſatellites de Jupiter.

Le long temps qui s'eſt écoulé entre l'obſervation du P. Hell & ſa publication, avoit donné lieu à quelques Aſtronomes de jeter quelques doutes ſur la fidélité de cette pièce. Mais M. Pingré a entrepris de diſſiper ce nuage, en faiſant voir l'accord ſingulier de l'obſervation du P. Hell, avec celles qui ont été faites dans les principaux obſervatoires de l'Europe, & par les plus habiles Aſtronomes; nous allons les rapporter toutes.

La ſixième eſt celle de Saint-Péterſbourg, faite par M. Lexell, le P. Stalh, le P. Mayer, & le Profeſſeur Euler. Le premier contact intérieur à la ſortie de Vénus, y fut très-exactement obſervé, le bord du Soleil paroiſſoit un peu ondulant, mais celui de Vénus étoit bien tranché; le contact extérieur fut obſervé avec la même préciſion, & l'éclipſe de Soleil fut pareillement obſervée avec toute l'exactitude poſſible; cette dernière donne la longitude de Péterſbourg, de $1^h\ 51'\ 56''$ à l'orient de Paris, différente ſeulement de $4''$ de celle de $1^h\ 52'\ 0''$ qu'on a coutume de lui donner.

L'Impératrice de Ruſſie, ne s'étoit pas contentée de faire faire des obſervations de ce phénomène dans la capitale de ſon empire, elle avoit encore envoyé des Aſtronomes dans le Nord, le Sud & l'Eſt des vaſtes provinces qu'elle poſsède en Aſie. M. Iſlenief, fut envoyé à Jakoutzk, il n'y obſerva que les contacts de la ſortie; mais comme on ne connoît ni la latitude, ni la longitude de ce lieu, M. Pingré n'a pu faire aucun uſage de cette obſervation.

M. Lowitz alla obſerver à Gurief, il eut le contact intérieur & l'extérieur de la ſortie de Vénus, & le commencement &

la fin de l'éclipse de Soleil ; cette dernière donne la différence des méridiens entre Paris & Gurief, de 3^h $18'$ $28''$ à l'Est; deux observations de la hauteur méridienne d'α de l'Aigle & de θ d'*Antinoüs*, & de trois hauteurs méridiennes du Soleil, ont déterminé la latitude boréale de cette ville, de 47^d $7'$ $8''\frac{1}{2}$.

M. Krafft observa à Orenburg, il eut les deux contacts de la fin très-exactement, il observa de même l'éclipse de Soleil. M. Pingré en a déduit la latitude d'Orenburg, de 3^h $3'$ $1''$ à l'orient de Paris, & M. Krafft en a déterminé la latitude boréale, de $51^d 46'$.

M. Christophe Euler avoit été envoyé à Orsk, où il a fait de nombreuses observations. M. Pingré a conclu de cinquante-quatre des principales, la latitude d'Orsk de 51^d $12'$ $11''$, il a aussi observé plusieurs immersions & émersions des satellites de Jupiter, elles donneroient la longitude d'Orsk de 3^h $45'$ $9''$ à l'orient de *Paris*; mais le résultat ne peut se soutenir, & M. Pingré présume qu'il s'est glissé quelqu'erreur dans ces observations : il observa les deux derniers contacts, & dans le contact intérieur il remarqua le prolongement obscur, dont nous avons parlé, mais il faut qu'il y ait encore ici quelque manque d'exactitude, car la durée de la sortie devoit être selon le calcul, beaucoup plus courte qu'en aucun autre lieu, & elle a été observée beaucoup plus longue, l'éclipse de Soleil qui fut observée à Orsk, ne donne pas la longitude conforme à celle qui résulteroit de l'observation de Vénus, & M. Pingré n'a pas cru devoir en faire usage.

A Stockolm, le passage de Vénus fut observé par M.rs Ferner, Wargentin & Wilk, ils trouvèrent le plus parfait accord entre les observations qu'ils firent avec différens instrumens des deux contacts de l'entrée. A Upsal M.rs Melander, Prosperin, Bergmann & *Salenius* observèrent, les deux premiers le premier contact; & tous, le second contact.

A Greenwich, le phénomène fut observé par M.rs Maskelyne, Hitchins, Hist, Horsley, Dollond & Nairne, ils observèrent tous, les deux contacts de l'entrée; & toutes leurs observations ne diffèrent que d'un petit nombre de secondes.

Au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudson, situé

ſelon pluſieurs obſervations, à 58^d 47′ 30″ de latitude ſeptentrionale, les quatre contacts furent obſervés malgré la brume & le peu de netteté des bords, par Mrs Dymond & Wales.

Une remarque ſingulière de M. Pingré, eſt qu'en adoptant le diamètre de Vénus de 58 ſecondes, tel qu'il a été trouvé par les meſures exactement faites avec le micromètre; preſque tous les Obſervateurs l'ont trouvé plus petit, en le meſurant par le temps écoulé entre les deux contacts; M. Pingré n'en eſt pas ſurpris, il penſe que la lenteur du mouvement de Vénus, le peu de netteté de ſes bords, peut-être auſſi l'inflexion des rayons du Soleil, ſont des cauſes ſuffiſantes pour expliquer ce phénomène.

Les deux Aſtronomes anglois dont nous venons de parler, ne ſont pas les ſeuls qui aient fait en Amérique, l'obſervation de ce phénomène, M. Pingré en a reçu pluſieurs; mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, lui a d'autant moins permis de s'en ſervir dans cette recherche, qu'une très-petite erreur dans la longitude du lieu, en produit une conſidérable dans la parallaxe.

Dans un Écrit publié en 1767 par M. Pingré, ſur le choix des lieux où ce phénomène pouvoit être obſervé avec le plus d'avantage; il avoit donné une Table des lieux du Soleil & de Vénus, depuis 7^h juſqu'à 2^h, cette Table ne lui a pas paru aſſez préciſe & il en a calculé une autre qui repréſente aſſez bien toutes les obſervations faites en Europe; en ſuppoſant la parallaxe du Soleil de 9″,2, le demi-diamètre de cet aſtre de 15′ 47″, & celui de Vénus de 29 ſecondes.

En employant cette parallaxe de 9″,2, M. Pingré trouve que la différence de temps auroit dû être de 8′ 6″, entre la durée totale du paſſage obſervé à Wardhus, & celle qui avoit été obſervée à la baie d'Hudſon; & que pour les réduire à donner cette différence, il falloit réduire la parallaxe du Soleil à 9″,132.

On ne trouve pas dans toutes les obſervations, celle de l'entrée & de la ſortie de Vénus, ſur le diſque du Soleil; au moyen deſquelles on peut déterminer la parallaxe, ſans connoître la longitude préciſe du lieu où l'on a obſervé; mais auſſi dans le nombre des lieux où l'on n'a pu obſerver que l'entrée ou la ſortie, il

s'en trouve plusieurs dont la longitude est très-bien connue; or en combinant dans la supposition d'une certaine parallaxe, le temps qui a dû s'écouler entre l'entrée vue dans un de ces endroits, & la sortie observée dans l'autre, on voit s'il répond exactement à celui que donnent les observations; & s'il n'y répond pas, on réduit la parallaxe à la quantité nécessaire pour l'y faire convenir.

En employant cette méthode, M. Pingré trouve que les observations de S.t Pétersbourg, comparées de cette manière avec celles de Stockolm, & celles du fort du Prince de Galles, donnent, toute réduction faite, la parallaxe du Soleil de 9",161.

Les mêmes observations faites au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudson, comparées à celles de S.t Pétersbourg & d'Upsal, donnent la parallaxe de 9",072.

L'observation de Cajanebourg, comparée à celle de la baie *d'Hudson*, donne pour parallaxe 9",242; celles de Greenwich 9",302; & 9",747. Enfin celles de Paris, toujours comparées avec celle de la baie d'Hudson, donnent la parallaxe de 9",150. Tous ces résultats diffèrent si peu de celui de l'observation de Wardhus, qu'ils mettent, selon M. Pingré, l'exactitude de cette dernière, à l'abri de tout soupçon.

Puisque l'observation de l'entrée ou de la sortie étant données avec la longitude du lieu de l'observation, on peut obtenir la parallaxe supposée inconnue; il est clair que la parallaxe étant supposée connue, on peut de l'observation tirer la longitude inconnue du lieu où elle a été faite.

En employant cette-méthode, M. Pingré trouve qu'en employant la parallaxe du Soleil de 9",15, on auroit la longitude de Norriton en Pensilvanie, de 5^h 11' 44" à l'ouest de Paris; *celle de* Philadelphie de 5^h 10' 27", celle de Lewestonn de 5^h 9' 52", celle de New-Cambridge de 4^h 54' 1", celle de l'Isle de Coudre près Quebec, de 4^h 50' 20", sur laquelle néanmoins, il pourroit y avoir quelqu'incertitude; celle du Cap-François de S.t Domingue, tirée de ses observations & de celles de M. de Fleurieu, de 4^h 58' 43".

Les observations de Coppenhague, donnent la longitude de cette ville de 41' 6" à l'orient de Paris; celles d'Ingolstat, de

36′ 18″; celles de Vienne en Autriche, de 56′ 1″; enfin celles de Cadiz, de 34′ 37″ $\frac{1}{2}$ à l'Oueſt de Paris, & celles d'Édimbourg, ou du moins de l'endroit où s'eſt faite l'obſervation à un mille & demi au Nord-Eſt de cette ville, de 22′ 20″ auſſi à l'Oueſt de Paris.

Depuis la lecture de ce Mémoire, les obſervations de feu M. l'Abbé Chappe & celles de Don Vincent Doz, & de Don Salvador de Medina Officiers eſpagnols, qui l'avoient accompagné, ſont parvenues à l'Académie, de même que celles faites à l'iſle de Taïti ou du Roi George, ſous la latitude auſtrale de 17^{d} 28′ 55″ & dont la longitude eſt de 149^{d} 26′ à l'Oueſt de Greenwich, par Mrs Green, Cook & Solander. Celle faite à Mexique, du premier contact intérieur, par Don Alzate, Don Gama & Don Bartolachi; & enfin, celle de Batavia, ſous la latitude auſtrale de 6^{d} 12′, dans laquelle on n'a eu que le ſecond contact intérieur.

On juge bien que M. Pingré n'a pas négligé de calculer ces obſervations, & en voici le réſultat. La durée totale du paſſage obſervé par M. l'Abbé Chappe, comparée à celles de Wardhus a donné la parallaxe de 8″, 75, & celles de l'iſle de Taïti, comparées à celles du fort du Roi George, dans la baie d'Hudſon, l'ont donnée de 8″,73.

En admettant donc pour parallaxe du Soleil le 3 Juin 1770, 8″,75, ce que M. Pingré penſe qu'on peut faire ſans le moindre riſque; la parallaxe du Soleil dans ſes moyennes diſtances, ſera de 8″,88, différente ſeulement de quelques dixièmes de ſeconde de celle de 9 ſecondes, qu'ont donné la plupart des autres obſervations que nous avons rapportées.

Cette même parallaxe de 8″,75 appliquée aux obſervations de Mexique & de Batavia, a donné la longitude de Mexique, de 6^{h} 50′ 1″ à l'Oueſt du méridien de Paris; & celle de Batavia, de 6^{h} 57′ 50″ à l'Eſt de ce même méridien; ceux qui ſont au fait des calculs aſtronomiques, & qui ſavent combien il eſt pénible de déduire par leur moyen, les réſultats des obſervations, ſur-tout quand il en faut diſcuter l'exactitude, ſentiront ſeuls le mérite du travail de M. Pingré & le degré de reconnoiſſance que lui doivent les Aſtronomes.

SUR LA THÉORIE DE LA COMÈTE Qui a paru au mois d'Avril 1769.

L'ASTRONOMIE des Comètes eſt, pour ainſi dire, encore au berceau, ce n'eſt que depuis que la Théorie newtonienne les a mis au nombre des Planètes, que les Aſtronomes en ont fait l'objet de leurs recherches; avant ce temps elles paſſoient à la honte de l'humanité, pour des phénomènes extraordinaires & menaçans, qui ne paroiſſoient que pour annoncer des malheurs. V. les Mém. p. 24.

On ne doit pas au reſte s'étonner qu'on n'ait pas regardé les Comètes comme des corps aſſujettis à des mouvemens uniformes & réguliers; ces planètes ne ſont viſibles pour nous que pendant une aſſez petite partie de leur cours; & ſuivant la poſition où ſe trouve la Terre pendant cette courte apparition, la même comète placée au même point de ſon orbite réelle, peut paroître parcourir dans le ciel étoilé des régions diamétralement oppoſées. La fameuſe comète de 1759 avoit paru paſſer dans ſon apparition précédente entre les conſtellations ſeptentrionales, & dans celle de 1759, quoiqu'à peu-près dans la même partie de ſon orbite, elle parut dans les conſtellations méridionales.

Il eſt donc de la dernière importance pour pouvoir reconnoître ſi une comète eſt la même qu'une qui a déjà été vue, de déterminer ou plutôt eſquiſſer la théorie de toutes celles dont on a des obſervations ſuffiſantes pour remplir cet objet.

Mais ſera-t-on toujours ſûr qu'une comète dont on aura déterminé l'orbite, par les obſervations faites pendant une de ces apparitions, ſuive aſſez exactement cette orbite qu'on lui a tracée, pour qu'on puiſſe aiſément la reconnoître à cette marque? Son mouvement pendant pluſieurs ſiècles que peut durer ſa révolution, ne ſe trouvera-t-il pas altéré au point de lui faire décrire au moins dans la portion où elle nous eſt viſible, une route aſſez différente de la première, pour qu'on la prenne pour une comète nouvelle & inconnue?

Cette altération de route, n'eſt rien moins qu'impoſſible.

M. Caſſini fils, auteur du Mémoire dont nous parlons, fait voir deux cauſes qui peuvent concourir à cet effet. La première eſt l'altération qu'éprouvent les comètes par la rencontre & l'approche plus ou moins grande des planètes, qui peut détourner conſidérablement une comète de ſa route, & opérer des changemens conſidérables dans la poſition des nœuds, l'inclinaiſon, le lieu du périhélie.

L'erreur inévitable dans ces ſortes d'obſervations, eſt la ſeconde cauſe indiquée par M. Caſſini. Ces aſtres ne ſont pas terminés comme les planètes, très-ſouvent ils ne paroiſſent que comme un nuage blanchâtre mal terminé, dont on ne peut diſtinguer les bords, & dont il eſt extrêmement difficile de déterminer le paſſage par les fils de la lunette. Les étoiles auxquelles on les compare, peuvent être mal placées dans les catalogues, & mille circonſtances peuvent ôter le moyen de les déterminer; ſouvent la comète paroît dans une partie de ſon orbite peu favorable à la détermination de ces élémens; & on n'a pas toujours toutes les obſervations néceſſaires.

Il ne ſeroit donc pas étonnant, que des cinquante-une comètes qui compoſent la liſte de celles dont on a eſſayé de déterminer les orbites, il y en eut quelqu'une qui fût réllement la même, qui eût paru pluſieurs fois, quoique ſes diverſes apparitions donnaſſent des différences ſenſibles dans pluſieurs points de ſa théorie. M. Caſſini penſe que celles de 1532 & de 1661, ſont dans ce cas, quoiqu'elles paroiſſent différer de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de plus de 5 dans celui du périhelie. M. Caſſini croit pouvoir dire la même choſe de celles de 1699 & 1742, dont la théorie ne diffère que dans le lieu du nœud. On peut donc regarder comme un principe conſtant, que toutes les fois qu'il ſera queſtion de décider de l'identité de deux Comètes, on ne doit pas exiger un ſi parfait accord entre leurs théories, ſurtout s'il eſt queſtion d'employer des obſervations anciennes, qui ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude, que ne le ſont les obſervations modernes, & peuvent par conſéquent être ſuſpectes, non-ſeulement par les circonſtances mais par elles-mêmes.

Il eſt donc eſſentiel d'expoſer avec quelque détail, les obſervations

observations que l'on fait à présent sur chaque nouvelle Comète; & de les consigner, pour ainsi dire, à la postérité, exemptes, autant qu'il est possible, de toute équivoque & de tout soupçon; sur-tout si les Comètes ont été vues devant & après leur passage par le périhélie, puisque ce cas est le plus favorable qu'on puisse desirer pour bien établir leur théorie.

C'est dans cette vue que M. Cassini a cru devoir publier les observations de la Comète de 1769, découverte le 8 Août de la même année par M. Messier, & qui ne put, à cause du mauvais temps, être observée que le 21; cette Comète étoit précisément dans le cas dont nous venons de parler, elle alloit alors vers son périhélie, elle devoit reparoître encore après y avoir passé, & toutes les circonstances se trouvoient favorables pour en déterminer la théorie avec exactitude.

Pour faire voir cependant combien les plus petites différences dans les observations, peuvent influer sur la détermination des élémens de la théorie, M. Cassini rapporte ceux que ses observations lui ont donnés, & desquels il se croit aussi sûr qu'on puisse l'être en pareille matière, & les compare à ceux que M. Zanotti a publiés.

Il résulte de cette comparaison, qu'il se trouve une différence assez considérable entre les élémens des deux théories, on ne doit pas même en être trop surpris, la théorie de M. Zanotti n'est fondée que sur les observations faites avant le passage par le périhélie, au lieu que celle de M. Cassini, a pour base une longue suite d'observations, faites devant & après le passage par le périhélie, ce qui doit mettre la théorie de M. Cassini au rang des plus certaines.

Mais il résulte de cette différence entre la théorie de M. Zanotti & *la sienne*, que si on en avoit seulement conservé les résultats, la Postérité auroit sûrement jugé que les deux orbites indiquées, étoient celles de deux différentes comètes, quoiqu'elles appartiennent à une seule; il en résulte encore, que si le plus ou le moins d'observations, & les circonstances dans lesquelles elles ont été faites, peuvent jeter une si grande différence entre les observations de deux Astronomes aussi habiles que M.rs Cassini &

Zanotti, que n'a-t-on point à craindre des résultats qui proviennent d'observations faites par des mains moins exercées, & dont faute de détail, on ne peut apprécier la valeur? Il est donc bien à souhaiter que tous ceux qui font des observations de Comètes, suivent l'exemple de M. Cassini, & veuillent bien les donner dans le plus grand détail qu'il leur sera possible; c'est le seul moyen d'éviter les erreurs si préjudiciables à l'avancement de cette partie de l'Astronomie, & de ne pas ajouter volontairement à la longueur de temps déjà très-grande qu'elle exige pour être portée à sa perfection.

SUR LES

ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

V. les Mém. p. 257.

* *Voyez Hist. année 1764, page 105.*

NOUS avons rendu compte en 1764, du commencement de ce travail de M. du Séjour, nous en avons exposé fort au long les principes, & présenté les vues de l'auteur, en parlant de son premier Mémoire sur cette matière; les six qui l'ont suivi, n'ont été que l'application de ces principes : celui duquel nous avons à parler ici, est le huitième de cette suite, & il présente un objet assez intéressant pour mériter un article à part; il s'agit dans ce Mémoire, de déterminer par les observations des Eclipses, la position des lieux de la Terre où elles ont été observées, & les élémens même qui servent à les calculer, c'est par-là que le calcul analytique de ces phénomènes devient utile aux progrès de l'Astronomie; si en effet on a calculé d'après des élémens connus & une position donnée, le commencement d'une éclipse de Soleil, l'instant où elle devient totale ou annulaire, celui où elle cesse de l'être, & qu'ensuite l'observation ne soit point d'accord avec le calcul, cette observation montre évidemment qu'il y a de l'erreur dans le systême d'élémens qu'on a choisis, & elle enseigne en même temps à en trouver un autre, qui satisfasse aux phénomènes; c'est en cela que la méthode analytique a un grand avantage, elle donne entre les élémens & les observations, des équations qui restent les mêmes, quelle

que soit la valeur de ces élémens ; en sorte, que si des observations d'un autre genre, ou des théories plus parfaites, obligent de leur donner de nouvelles valeurs, les mêmes observations d'Éclipses, & les mêmes équations peuvent toujours servir, ce qui n'a point lieu avec le calcul purement arithmétique, qui comme on sait, ne peut jamais donner que des solutions particulières.

Si on a observé une phase donnée d'une Éclipse dans un endroit de la surface de la Terre, on a une équation dont les termes expriment les élémens du calcul de l'éclipse, & la longitude du lieu où s'est faite l'observation ; si l'on a observé une autre phase de la même éclipse, on a encore une autre équation qui exprime la longitude ; & comme elle doit être exactement la même dans les deux équations, on a entre les élémens une équation de condition : dans ce cas, si les élémens sont connus d'une *manière* assez approchée pour qu'on puisse négliger le *quarré* de ce qu'il faut ajouter à cette valeur donnée pour avoir la vraie valeur ; on aura pour toutes les équations de condition des équations linéaires. Or les élémens du calcul de l'éclipse étant les mêmes pour les différens lieux de la Terre, on aura autant d'équations de condition qu'on peut avoir de lieux où l'on ait fait deux observations de deux phases de la même éclipse ; & si l'on avoit autant d'équations de condition que d'élémens, on pourroit les déterminer tous par le même moyen. Mais la méthode directe d'élimination deviendroit alors trop longue, & il vaut mieux ne déterminer par ce moyen, que ceux des élémens qui sont le moins connus, en regardant les autres comme exacts ; & si l'on vient à découvrir qu'ils ne le soient pas, & qu'on connoisse la correction qu'on doit leur appliquer, une simple substitution donnera celle qu'il faut faire alors, aux élémens déterminés par les équations de condition. M. du Séjour suppose, par exemple, que tous les élémens soient bien connus, hors la parallaxe de la Lune & le diamètre du Soleil, & il cherche à déterminer quelle correction il faudroit faire à ces quantités pour les mettre d'accord avec les observations de l'éclipse de 1764, faites à Londres & à Vienne, & il la trouve par ses équations de condition : si maintenant il vient à reconnoître qu'un autre élément, par exemple,

le rapport des axes de la Terre, doive être corrigé d'une certaine quantité, la même formule donnera dans l'inſtant ce qu'il faut dans ce cas ajouter à la correction du diamètre du Soleil ou de la parallaxe de la Lune; & c'eſt un grand avantage que cette détermination puiſſe ſe faire immédiatement, car indépendamment de toute autre conſidération, la valeur des élémens étant donnée d'après les obſervations, & celles-ci n'étant exactes que juſqu'à un certain point, on n'a pu juſqu'ici exiger dans la valeur des élémens, qu'une préciſion égale à celle des obſervations, & ſi on avoit voulu en chercher une plus grande, quelque méthode qu'on eût pu employer, la correction qui en réſulteroit, pourroit auſſi bien éloigner qu'approcher de la vraie valeur. Il y a donc pour les valeurs des élémens, une exactitude qui tient à la bonté des inſtrumens, & des corrections qu'on ne peut attendre que du temps.

Nous avons déjà dit que chaque obſervation donnoit une équation qui déterminoit la longitude du lieu où elle avoit été faite. M. du Séjour l'exprime par une formule analytique, il ſuppoſe enſuite que chaque élément eſt augmenté d'une quantité dont le quarré peut être négligé, & par ce moyen il a la longitude égale à une conſtante, plus une ſomme de conſtantes multipliées chacune par la correction inconnue de chaque élément; ainſi à meſure que ces corrections viendront à être connues, on verra de quelle quantité la longitude en ſera augmentée ou diminuée. Ses méthodes d'approximation ne ſont fondées que ſur deux ſuppoſitions; l'une que l'on connoît à peu-près tous les élémens (tous les Aſtronomes en conviennent, mais M. du Séjour ne s'eſt pas contenté d'être ſûr que ſon hypothèſe ne ſeroit pas conteſtée, il a voulu la rendre inconteſtable, & c'eſt à quoi il a employé une partie conſidérable de ſon ouvrage); l'autre ſuppoſition eſt qu'on puiſſe négliger le quarré de la correction des élémens. Or il faut d'abord pour qu'on puiſſe négliger ce quarré légitimement, que les équations qui contiennent les élémens, n'aient pas pluſieurs racines réelles à peu-près égales, & cet inconvénient ne peut être à craindre ici; il faut de plus que les équations rigoureuſes pour chaque élément, n'aient pas de racines égales.

car alors la correction indiquée pourroit différer de la vraie valeur d'une quantité très-comparable à cette première correction. Ainsi dans le cas où cette égalité de racines seroit possible, il faudroit s'assurer si elle n'a pas lieu, mais heureusement telle est la nature de ces méthodes analytiques employées par M. du Séjour, que l'on ne peut en vérifier la légitimité sans trouver le moyen de corriger ce qu'elles peuvent avoir de défectueux.

M. du Séjour a déterminé d'après les observations de l'éclipse du 1.er Avril 1764, la valeur du demi-diamètre du Soleil; après avoir apporté dans cette détermination les attentions les plus scrupuleuses, sans être rebuté par toutes les longueurs de calcul qu'elles entraînent nécessairement, il a trouvé ce demi-diamètre plus petit de cinq secondes qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps. M. de la Lande ne croyoit pas que la méthode employée par M. du Séjour pour les éclipses de Soleil, pût en déterminer le demi-diamètre avec assez de précision, & quelques élémens lui paroissoient trop incertains dans ce cas particulier; la théorie ne pouvoit décider cette question, & il en falloit attendre la solution du temps & de l'observation; celles des deux passages de Vénus, pouvoient servir à déterminer le demi-diamètre du Soleil, & M. de la Lande qui les a calculées depuis, est parvenu par son calcul, à la même correction proposée par M. du Séjour.

La Figure de la Terre entre nécessairement dans les calculs astronomiques, poussés au degré de précision qui fait le mérite de la méthode de M. du Séjour; mais comme cette figure est encore incertaine, il cherche ici à diminuer les inconvéniens de cette incertitude : premièrement en réduisant toutes les observations au niveau de la mer, secondement en supposant que les méridiens sont des ellipses dont les axes sont variables, & par ce moyen il a une hypothèse qui ne s'éloigne que très-peu de la vérité; & il peut employer pour la correction de cet élément, la même méthode que pour celle de tous les autres.

L'éclipse de 1764 a été pour M. du Séjour, une occasion précieuse d'appliquer sa méthode & d'examiner par son moyen, plusieurs questions importantes dans l'Astronomie; les observations

des deux passages de Vénus sur le Soleil, vont être à présent l'objet de son travail, & nous avons lieu d'espérer que rien de ce que l'Astronomie en peut attendre, n'échappera à une si bonne méthode maniée par un Analyste qui ne voit aucune difficulté au-dessus de ses forces & de son courage.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

V. les Mém. p. 179. Les Remarques sur les hauteurs de la Lune, prises au Cap françois de Saint-Domingue, pour en déduire la longitude géographique: Par M. le Monnier.

p. 233. Et le Supplément aux Observations du Printemps de 1735: Par le même.

CETTE année M. Cassini de Thury présenta à l'Académie, un *Instrument* de son invention, destiné à prendre hauteur & à trouver l'heure vraie, sans aucun calcul, & lut un Mémoire pour en expliquer la construction & l'usage; ce Mémoire a depuis été imprimé à part.

Tous ceux qui ont quelque connoissance de ce qu'on nomme en Astronomie, la *doctrine sphérique*, savent qu'étant donnée la latitude ou hauteur de pôle d'un lieu, il est possible d'assigner pour un jour donné l'heure à laquelle le Soleil sera à une hauteur donnée, & que réciproquement la latitude & la hauteur du Soleil étant données, on parvient aisément à déterminer l'heure; c'est à obtenir commodément ces hauteurs, qu'est destiné l'Instrument présenté par M. de Thury, nous allons essayer d'en donner une idée.

Deux gnomons éloignés l'un de l'autre de 6 ou 12 pouces, sont portés par deux montans de bois de même hauteur, attachés à une tablette mobile, deux règles d'ivoire divisées d'un côté en pouces & lignes, & de l'autre en degrés, reçoivent l'image du Soleil, & marquent la hauteur de cet astre, depuis 0 jusqu'à 45 degrés sur le montant vertical, & depuis 45 degrés jusqu'à 90 sur la tablette mobile horizontale.

La division par degrés est faite par le calcul, & les hauteurs ont été vérifiées avec un quart-de-cercle de 2 pieds de rayon. Vérification si facile que chacun la peut faire ou répéter, dans un beau jour d'été, pris aux environs du solstice.

Un niveau ou un fil-à-plomb, détermine la situation horizontale de la tablette, & celle-ci est appliquée sur une autre, de manière qu'elle peut tourner sans sortir de sa position horizontale; qu'au simple mouvement du doigt elle suit le Soleil, & qu'on prend des hauteurs correspondantes, sans toucher à l'instrument; toute la machine est enfermée dans une boîte noircie en dedans, qui fait l'office d'une chambre obscure pour mieux distinguer l'image du Soleil.

Quelques additions faites à cet instrument par M. de Thury, lui donnent encore d'autres propriétés, & le mettent à portée de servir utilement aux Voyageurs qui voudront contribuer au progrès de la Géographie.

Une simple lunette ajoutée à la tablette mobile, peut servir à prendre la hauteur des Étoiles pendant la nuit, pour avoir la différence des latitudes par les hauteurs méridiennes des Étoiles, & pour avoir les passages de la Lune & des Étoiles de même hauteur pour les longitudes; on peut même rendre cette addition beaucoup plus intéressante en rendant la lunette achromatique, car alors elle pourra servir à observer les éclipses des satellites de Jupiter. M. de Thury donne dans son Mémoire, les dimensions de celle qu'il a fait construire, & les expériences qu'il a faites pour déterminer l'effet & le rapport des petites lunettes à celles dont on se sert communément dans les observatoires, & il insiste beaucoup avec raison, sur la nécessité de connoître le rapport de l'effet des lunettes qu'on veut employer; cet article cependant n'est ici traité qu'en passant, M. de Thury se proposant d'en faire le sujet d'un ouvrage particulier. Ce Mémoire est terminé par un précis des objections qu'on peut faire contre la précision des instrumens qu'il propose, auxquelles il répond de la manière la plus satisfaisante, il ne veut pas même qu'on s'en tienne à ses expériences, il en appelle à celles du Public; & tout ce que l'Académie peut ajouter ici, c'est que le 6 Janvier 1770, l'un

des Commiſſaires nommés pour examiner cet inſtrument, vit prendre par ſon moyen, la hauteur méridienne du Soleil, avec aſſez de préciſion, pour donner la déclinaiſon de cet aſtre, à moins d'une minute près de celle que donnoit le calcul.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de la propriété qu'a l'inſtrument propoſé, de donner les hauteurs; pour lui donner celle d'indiquer l'heure avec préciſion, M. de Thury y a joint des Tables pour la trouver tous les jours de l'année, ſoit par le Soleil, ſoit par les Étoiles, ſans qu'on ſoit obligé de connoître les paſſages par le méridien : ces Tables ſont calculées même juſqu'aux ſecondes pour ſervir également aux grands inſtrumens, avec leſquels on pourroit prendre des hauteurs. Cet inſtrument a paru d'un uſage ſimple & commode, l'explication nette & préciſe, & on ne peut que ſavoir gré à M. de Thury d'avoir fait ce préſent au Public.



HYDROGRAPHIE.

HYDROGRAPHIE.

L'Académie a rendu compte en 1767[a], de la relation du Voyage que M. le Marquis de Courtanvaux, avoit entrepris pour la vérification de quelques Instrumens destinés à la détermination des Longitudes en mer; elle a parlé de même en 1769[b] de celui de M. Cassini fils, pour le même objet: en voici encore un troisième, pour la même fin, par M. Pingré, sur la frégate du Roi l'*Isis*, commandée par M. de Fleurieu Enseigne des Vaisseaux du Roi, & dont l'armement n'avoit d'autre but que la vérification des méthodes proposées pour obtenir la Longitude en mer; mais quoique l'examen de ces méthodes fût en général le but du Voyage, il étoit expressément porté dans les instructions, de donner la plus grande attention à l'examen des Montres ou Horloges marines, présentées par M. Berthoud horloger de Paris, qui effectivement n'avoient pas été examinées dans les deux précédens Voyages dont nous venons de parler.

V. les Mém. p. 487.

[a] *Voyez Hist. 1767, p. 120.*

[b] *Voyez Hist. 1769, p. 102.*

La frégate n'ayant d'autre destination, que de vérifier les méthodes de trouver la Longitude en mer, le Roi avoit ordonné à l'Académie de nommer un de ses Astronomes, pour cette expédition, & le choix de l'Académie, tomba sur M. Pingré, qui fut chargé d'agir, toujours de concert avec M. de Fleurieu, dans tout ce qui pouvoit concerner l'objet de leur expédition.

Nous ne pouvons suivre M. Pingré, dans le détail intéressant de son voyage, qui veut être lû dans son Mémoire même, nous nous contenterons d'en tracer, pour ainsi dire, la route, ne nous arrêtant qu'aux endroits qui seront susceptibles de quelques remarques particulières. Les montres marines soumises par M. Berthoud à l'examen, étoient au nombre de deux, cotées *n.° 6* & *n.° 8*. L'auteur en les livrant à l'examen, avoit averti qu'il ne comptoit sur leur précision, que jusqu'au point que leur écart n'excèderoit pas quatre minutes en deux mois, & nous aurons bien-tôt

occasion de voir qu'il avoit tenu sa parole, & même au-delà; nous croyons même devoir prévenir le Public, que dans la dernière épreuve qui en a été faite, l'auteur avoit si bien corrigé les petits défauts de ces pièces, qu'elles ont atteint une bien plus grande exactitude; quoi qu'il en soit, l'erreur de ces montres dans les plus grandes traversées qu'ait faites M. Pingré, n'a pas paru aller jusqu'au point d'en causer une de deux minutes de temps, en six semaines, ce qui suffit pour l'usage de la Géographie & de la Navigation.

M. Pingré s'étoit embarqué le 8 Décembre 1768, mais les vents contraires, retinrent le navire dans la rade de l'île d'Aix, jusqu'au 12 Février, & dès le 18 ils eurent connoissance des côtes d'Espagne; le 19 on reconnut la tour de Fer qui est l'entrée de l'ouverture de la Corogne, & on en détermina la position; le 20, on aperçut le cap Finistère, dont le relèvement & les observations faites à bord, donnèrent la position un peu différente de celle qu'avoit déterminée M. de Bory *, aussi M. de Fleurieu prétendoit-il que la pointe relevée, n'étoit pas le véritable cap. Le 21, on releva l'île des Barlingues, & le 22 le cap la Roque; M. Pingré s'étoit bien proposé de reconnoître de même le cap Saint-Vincent, mais la route du navire se trouva trop éloignée de la côte pour l'apercevoir, & ils ne revirent plus la terre qu'à Cadiz où fut leur première relâche.

* Voyez Hist. 1769, p. 109.

La latitude de cette ville avoit été déterminée de $36^d\ 31'\ 7''$, par le P. Feuillée en 1724, & cette détermination avoit été confirmée par les observations de Don George Juan & de feu M. Godin; la longitude n'étoit pas à beaucoup près, connue avec la même précision, M. Pingré la tire de plusieurs observations de l'éclipse solaire du 1.er Avril 1764, & qu'il discute avec la plus grande attention, & la détermine de $34'\ 32''$ de temps à l'Ouest de Paris, ou de $8^d\ 38'$ de degré. Le 15 Mars, l'*Isis* appareilla pour sortir de Cadiz, & le 19 elle arriva avant midi à la baie de S.te Croix, dans l'île de Ténériffe, l'une des Canaries; cette ville est la résidence du Gouverneur général de ces îles, & la reconnoissance de l'Académie ne permet pas de taire ici l'accueil que nos Observateurs reçurent de Don Miguel-Lopez-

Fernandez de Heredia, qui occupoit alors ce poste; & qui non-seulement favorisa de tout son pouvoir les opérations qu'ils jugèrent à propos de faire, mais encore ne négligea rien pour leur rendre agréable le séjour de cette île. Le P. Feuillée n'avoit pas observé directement la latitude ni la longitude de S.te Croix, ses observations avoient été faites à la Laguna, ville à un peu plus d'une lieue du port, mais toute réduction faite, M. Pingré conclud que S.te Croix est par la latitude boréale de $28^d\ 29'$ & $36'\frac{1}{2}$ d'heure à l'Ouest du méridien de Paris, à 2 minutes près de la longitude que donnoit l'horloge marine, *n.° 8.*

M. Pingré partit de S.te Croix le 28 Mars au soir, & le 4 Avril au matin, on releva deux montagnes appelées les *mamelles du cap Vert*, & à midi on avoit presque doublé la pointe d'Almadie, on rangea la côte en passant devant le cap Vert & le cap Manoël; & à 4 heures du soir on mouilla dans la rade de Gorée, les Observateurs y trouvèrent de beaux jours, mais le ciel constamment couvert toutes les nuits; la latitude de cette île, est d'après les observations de M.rs Varin, de Glos & des Hayes, de $14^d\ 40'$; & les montres marines fixèrent sa longitude à $19^d\ 47'$ à l'Ouest du méridien de Paris.

L'*Isis* partit de Gorée le 11 Avril, on releva l'île de Mai, & la frégate mouilla dans la rade de la Praya, après avoir pris toutes les précautions recommandées par M. Daprès, auxquelles M. Pingré ajoute un nouveau point de reconnoissance.

De la Praya, la frégate fit route vers la Martinique, mais en passant on releva l'île de Feu & l'île Brava; il étoit alors question de déterminer la latitude du vaisseau, mais le Soleil presque vertical, rendoit les observations très-douteuses, & M. Pingré ne put y suppléer que par des hauteurs de Sirius & de la Chèvre, qui donnèrent cette latitude de $14^d\ 28'$.

Le 3 Mai vers $4^h\ \frac{1}{4}$ du soir, les Pilotes se croyoient encore à 40 lieues au moins de la Martinique, mais les horloges marines n'en donnoient que 21: malgré les représentations des Pilotes, M. de Fleurieu fit courir une bordée au Nord, & ensuite une au Sud, pour se tenir à même distance; vers les 4 heures du matin on reprit la route de l'Ouest, & à 5 heures on aperçut

la terre à 6 lieues, où en auroit-on été sans cette sage précaution? Le même jour on mouilla en rade du fort Saint-Pierre, les horloges marines donnèrent la longitude de ce fort, de 63^d $31'$ à l'Oueſt de Paris, à 7 minutes de degré de celle que M. Pingré tire de plusieurs obſervations précédemment faites dans ce lieu.

Du fort Saint-Pierre, l'*Iſis* fit voile pour Saint-Domingue; & elle mouilla dans la baie du Cap-François le 23 Mai après midi.

Ce climat eſt peu favorable aux obſervations, les matinées y ſont communément aſſez belles, mais peu après midi, les nuages s'accumulent & il y a chaque jour un orage violent, qui dure juſque bien avant dans la nuit, le Thermomètre s'y ſoutint jour & nuit entre 25 & 26^d, & le mercure dans le Baromètre s'eſt conſervé toujours entre 28 pouces $2\frac{1}{2}$ lignes & 28 pouces $3\frac{2}{3}$ lignes, la même choſe avoit été obſervée à la Martinique; des hauteurs méridiennes d'Étoiles, donnèrent la latitude de l'endroit où l'on obſerva, de 19^d $46'$ $40''$; & les horloges marines la longitude de 11^d $12'$ à l'Oueſt du Fort-royal de la Martinique, & par conſéquent, la longitude abſolue de 74^d $38'$ à peu près la même que celle qu'on peut tirer de quelques obſervations de la hauteur de la Lune. M. Pingré croit pourtant que toute comparaiſon faite, on peut porter cette longitude à 74^d $39'$.

Ce fut dans cet endroit que M.rs de Fleurieu & Pingré, obſervèrent à 2^h $44'$ $44''$ de temps vrai, le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil.

Ils quittèrent Saint-Domingue le 16 Juin au matin, & obſervèrent en mer l'Éclipſe de Lune, qui arriva la nuit du 18 au 19. Le 2 Juillet, le 3 & le 4, on put encore obſerver, mais les jours ſuivans il ne fut plus poſſible; on étoit environné continuellement d'une brume épaiſſe, froide & humide, il n'y a pas même lieu de s'en étonner, l'*Iſis* traverſoit alors le grand-banc de Terre Neuve, où l'on ſait que cette température eſt ordinaire. Pendant qu'on traverſoit le grand-banc, on fit un grand nombre de ſondes, dont les moindres donnèrent 35 & 33 braſſes, mais avant que d'avoir atteint ce banc & immédiatement après l'avoir quitté, on ne trouva pas fond à 200 braſſes.

L'*Isis* avoit quitté les acores de l'Est du grand-banc le 8 au matin, le 18 étant par 39^{d} 36′ de latitude, & 30^{d} 58′ de longitude, on eut connoissance des îles de Flore & de Corvo, desquelles on fit plusieurs relèvemens; les jours suivans on releva de même les autres îles Açores, comme Fayal, l'île du Pic, celle de Saint-George; & le 23 Juillet, le navire mouilla dans la rade d'Angra capitale de l'île de Tercère & de toutes les Açores, située vers le milieu de la partie méridionale de cette île, où, pour le dire en passant, le Vaisseau du Roi ne fut pas reçu avec les mêmes attentions qu'il l'avoit été à Sainte-Croix de Ténériffe.

Nos Voyageurs levèrent l'ancre le 1.er Août à 9 heures du matin, & dès le lendemain ils eurent connoissance de l'île de Saint-Michel qu'ils relevèrent; le 3 & le 4, ils relevèrent Sainte-Marie, la dernière des îles Açores qui se trouva sur leur route.

Les calmes & les courans, ne permirent pas à M. de Fleurieu, d'attaquer l'île de Madère par le Nord-Ouest, comme il se l'étoit proposé, on la découvrit le 12 Août au matin, mais par la partie du Sud, & M. Pingré observa que le cap qui ferme à l'Ouest l'entrée de la baie de Funchal, étoit assez précisément par 19^{d} 21′ de longitude à l'Ouest de Paris, & par 32^{d} 41′ de latitude septentrionale.

Le navire étoit cependant parvenu à l'entrée de cette baie, & quoique M. de Fleurieu n'eût pas eu d'abord la pensée d'y entrer, cependant le calme qui régnoit & qui ne permettoit pas de poursuivre la route, l'y avoit invité; il avoit même fait mettre la chaloupe & ses canots à la mer, pour remorquer le Vaisseau, mais le vent qui s'éleva de terre, rendit ces préparatifs inutiles: on continua la route, on reconnut en passant, l'île de Salvage, sur laquelle M. Pingré observa un gros piton ou montagne, dont il détermina la latitude de 29^{d} 57′ 30″, & la longitude de 18^{d} 32′ à l'Ouest de Paris; & enfin l'*Isis* mouilla le 15 Août à Ste Croix de Ténériffe, d'où elle ne repartit que le 24 au soir, & M. Pingré aperçut le 26, la belle Comète qui paroissoit alors, & dont la queue paroissoit avoir 90 ou 100^{d} de longueur. Dans le commencement du Voyage, l'*Isis* n'avoit

mis que quatre jours pour aller de Cadiz à S.te Croix; dans le retour vingt-deux jours suffirent à peine, pour faire la même traversée de S.te Croix à Cadiz : on cessera au reste de s'en étonner si on fait attention, que les vents constamment à l'Est, au Nord-Est ou au Nord, dans ces parages, sont favorables à ceux qui vont de Cadiz aux Canaries, & par conséquent contraires à ceux qui en reviennent. Le séjour à Cadiz dura jusqu'au 13 Octobre, que les Observateurs reprirent la route de France, où ils mouillerent dans la rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre 1769, après huit mois & dix-neuf jours d'une heureuse navigation.



DIOPTRIQUE.

SUR LES
LUNETTES ACHROMATIQUES.

DEPUIS que M. Euler a proposé de détruire les couleurs qui paroissent dans les Lunettes, en faisant passer les rayons dans des verres qui eussent une force dispersive différente; la perfection de ces Lunettes, a été l'objet des Géomètres, des Physiciens & des Chimistes. V. les Mém. p. 461.

M. Dollond est le premier qui ait découvert par l'expérience, que la combinaison des verres de *flint-glass*, avec des verres ordinaires, pouvoit produire l'effet que M. Euler avoit annoncé, les expériences qui le conduisirent à ce résultat, avoient été faites par Newton, ou du moins paroissoient l'avoir été, & cependant ce grand homme n'avoit pas aperçu cette différence dans la force dispersive de l'eau & du *flint-glass*. Il n'est certainement pas étonnant qu'il ait pu se tromper dans cette occasion, tout ce qu'il a fait d'ailleurs, a bien mis sa gloire à couvert. Mais un savant Anglois, saisi vraisemblablement de l'enthousiasme national, n'a pas cru qu'on pût même lui reprocher cette légère erreur; il a cherché des moyens de la sauver, & voici celui qu'il emploie, il a supposé que Newton pour augmenter la force réfractive de l'eau, y mettoit souvent des sels, & qu'ainsi il étoit vraisemblable qu'il avoit comparé avec le *flint-glass*, non de l'eau pure, mais une dissolution de sel de Saturne, & répétant ainsi l'expérience, il a trouvé le même résultat que Newton. Idée singulière, mais qui prouve bien la vénération qu'on a en Angleterre, pour la mémoire de ce grand homme; heureuse la nation où l'on sait honorer le génie, avec cette espèce de superstition, & où les hommages qu'on lui rend, même après la mort, sont inspirés par cette espèce d'enthousiasme, si différent des louanges froides,

plus souvent inspirées par le desir d'abaisser ses contemporains, que par celui d'honorer ses prédecesseurs !

M. Jeaurat qui s'étoit proposé de travailler à la perfection des Lunettes achromatiques, a cru devoir, avant que de donner les Tables nécessaires à leur construction, déterminer par de nouvelles expériences, la différente force de réfrangibilité & de dispersion du verre de Venise & du *flint-glass*; ses résultats sont très-peu différens de ceux de M.rs Dollond, Clairaut, & l'Abbé de Rochon, & il les a tirés des expériences semblables à celles de ce dernier.

Il y a deux sortes d'aberrations à craindre dans les lunettes, celle de sphéricité & celle de réfrangibilité; il est impossible de les anéantir entièrement toutes deux, si l'on n'emploie que des verres sphériques, & on est convenu dans la pratique de n'en point employer d'autres; cette erreur, si c'en est une, avoit séduit Descartes, & peut-être s'est-on trop tôt rebuté des obstacles: quoi qu'il en soit, puisqu'on ne se sert que de verres sphériques, il faut du moins rendre l'aberration inévitable, la moindre possible. Ce problème qui est du genre des problèmes indéterminés, exige bien de la finesse, pour être résolu d'une manière à satisfaire à tout ce que la Physique y fait entrer de considérations particulières, & plusieurs célèbres Géomètres en ont fait l'objet de leurs recherches.

M. Jeaurat propose ici de s'en tenir à détruire totalement l'aberration de réfrangibilité, qui est la plus grande, parce qu'en la détruisant, on détruit une partie de l'aberration de sphéricité, & qu'en multipliant le nombre des verres, on la détruit entièrement ou presque entièrement; les verres étant ainsi multipliés, il est évident que la quantité de lumière sera aussi diminuée, mais M. Jeaurat trouve par expérience, qu'elle ne l'est pas assez pour que cette diminution puisse nuire à la bonté de la lunette.

Quand on veut ici appliquer la théorie à la pratique, il faut introduire dans les formules analytiques, la valeur des différentes réfractions, & ces valeurs sont données par l'expérience. M. d'Alembert a employé des réfractions telles, que si dans cette hypothèse, on veut détruire en entier l'aberration de réfrangibilité, il

il faut donner aux verres une grande courbure, mais l'épaiſſeur des verres étant limitée, il en réſulteroit que les lunettes auroient une petite ouverture, & il eſt eſſentiel qu'elles en aient une grande. Les valeurs de réfraction que M. Jeaurat a trouvées par ſes expériences, donnent après leur ſubſtitution dans les formules analytiques, des dimenſions plus favorables ; auſſi la lunette conſtruite d'après ſes principes, & qui a cinq pouces de long, a-t-elle 18 lignes d'ouverture, tandis que les lunettes angloiſes de 6 pouces n'en ont que 15.

Le but de M. Jeaurat étant d'éclairer les conſtructeurs de lunettes, il a joint à ſon Mémoire, huit différentes combinaiſons de verres, tendantes toutes au même but, & par les mêmes principes; & dans chaque combinaiſon, des Tables de la longueur des rayons pour chaque longueur de l'objectif, depuis deux pouces *juſqu'à* 20 pieds; & pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à la perfection de ce travail, il a placé à la fin, des notes ſur la manière de préparer l'émeril, & de travailler les verres. Ce n'eſt qu'au moyen d'ouvrages pareils à celui de M. Jeaurat, que les Arts peuvent tirer parti des hautes ſpéculations des Savans.



MÉCANIQUE.

SUR LA FILATURE DES SOIES.

V. les Mém. p. 437.

ON eſt, depuis pluſieurs années, extrêmement éclairé ſur la théorie abſtraite & purement géométrique de la Mécanique. La Géométrie a dicté des loix à cette partie de la ſcience des Machines, & ceux qui s'y appliquent ont des règles certaines, qui ne leur laiſſent, pour ainſi dire, que le mérite de les appliquer plus ou moins facilement au Calcul. Mais pour peu qu'on y faſſe d'attention, on verra aiſément que ces machines, priſes dans l'état purement idéal, ne ſont pas celles qui peuvent ſubvenir aux beſoins de l'humanité, & qu'il doit y avoir une autre eſpèce de Mécanique qui touche de plus près aux machines uſuelles. L'immenſe variété des circonſtances phyſiques qui affectent ces dernières, la multitude & la préciſion des opérations qu'elles doivent exécuter, ſouvent ſans exiger aucune attention de la part de ceux qui s'en ſervent, n'a pas juſqu'ici permis de rappeler cette partie de la Mécanique à l'application commode des règles générales; & le Mécanicien proprement dit, eſt obligé de tirer de ſon propre fonds des reſſources dans une infinité de circonſtances. Cette eſpèce de génie de reſſources, les connoiſſances qu'il exige, & le travail preſque continuel néceſſaire pour en faire l'application, ſont autant de cauſes de la rareté des grands Mécaniciens, & autant de raiſons de leur décerner les honneurs dûs aux bienfaiteurs de l'humanité, ſur-tout quand leurs travaux influent ſur le commerce national.

L'ouvrage de M. de Vaucanſon, ſur la filature des Soies, dont nous avons à rendre compte, eſt préciſément dans ce dernier cas.

Le cocon d'un ver à ſoie n'eſt, à proprement parler, qu'un peloton de fil, filé par cet inſecte; & tirer la ſoie des cocons eſt devider ce peloton. Comme cette ſoie eſt légèrement gommée par l'animal, on met les cocons dans une baſſine remplie d'eau chaude; & après les avoir ſuffiſamment agités, pour en détacher ce qui peut

y rester de bourre, on ramasse, avec quelques brins de bruyères, les bouts des fils qui flottent, pour en réunir plusieurs ensemble, & en former des brins plus ou moins forts, suivant les différens usages auxquels on la destine. Cette opération s'appelle *le tirage des soies*, & c'est d'elle que dépend en grande partie la beauté de la *soie*, par l'attention qu'on doit avoir à bien purger les cocons de leur bourre, & à ne tirer ensemble que ceux qui peuvent donner de la soie de même qualité.

Ces assemblages de fils de soie simples sont passés, deux à deux, par les yeux des deux branches d'une même fourchette, attachée au tour qui porte le devidoir où ils se vont rendre. Anciennement, on ne faisoit que les croiser sur deux rouleaux cylindriques mobiles, puis ils passoient dans les yeux de deux pièces mobiles, qui les dirigeoient & les obligeoient d'étaler l'écheveau sur le devidoir. Les Piémontois, qui s'étoient mis en possession de travailler mieux la soie qu'aucune nation, avoient ajouté à cette pratique celle de tordre ensemble les deux assemblages de fils, afin que par ce moyen le fil, obligé de couler dans les hélices que formoit ce tors, conservât moins de bourre, se séchât en s'exprimant, & se rendit plus uni & plus brillant. Mais le nombre de tours qu'on faisoit faire aux deux fils ne pouvoit pas trop se mesurer, parce qu'il n'étoit exécuté que par les tireuses, qui rouloient les deux brins entre leurs doigts, devenus presque insensibles par l'habitude de les plonger dans l'eau bouillante: & si les tours se trouvoient en trop grand nombre, il falloit casser les fils pour les détordre; aussi, pour s'épargner cette peine, elles donnoient toujours moins de tours qu'il n'étoit nécessaire. D'ailleurs, sur les tours, même Piémontois, le mouvement du *va & vient*, cette pièce qui conduit le fil sur différens endroits du devidoir, n'étoit pas assez bien exécuté; & ceux qui avoient voulu corriger en France ce défaut, y en avoient introduit de plus considérables. C'est à tous ces inconvéniens que M. de Vaucanson a entrepris de remédier, dans le tour qu'il a fait fabriquer, & qui est en usage depuis plus de douze années à la manufacture de soie d'Aubenas, où l'on fait, par son moyen, des soies aussi belles & aussi propres au moins à être mises en organsin que celles du Piémont; il y

a même apparence qu'elles les ſurpaſſent, puiſqu'elles ſe vendent plus cher.

Pour faire diſparoître l'inconvénient qui naît de la mauvaiſe manière de faire la croiſure & le roulement des fils, il met entre les filières de la fourchette dont nous avons parlé, & les yeux des guides du *va & vient*, un cercle de cuivre aſſujetti entre quatre rouleaux, qui lui permettent de tourner ſur lui-même, au moyen d'une corde ſans fin, qui répond à une manivelle; ce cercle eſt vide en dedans, & porte aux deux extrémités d'un de ſes diamètres, deux crochets de verre dans leſquels on paſſe les fils, après les avoir fait croiſer au ſortir des yeux de la fourchette, & on les croiſe encore avant que de les faire paſſer dans ceux des guides du *va & vient* : il réſulte de cette opération, que la tireuſe en faiſant aller la manivelle qu'elle a ſous ſa main, fera tourner le cercle de cuivre & donnera à la ſoie autant de tours qu'elle voudra, & ſi elle s'aperçoit qu'elle en ait donné plus ou moins qu'elle ne le doit, elle peut ſans interrompre le travail, & ſans caſſer le fil, en ajouter ou en ôter : il réſulte encore un avantage de cette conſtruction, c'eſt que les tours qu'on donne aux fils de ſoie, étant partagés en deux endroits différens, permettent aux fils de gliſſer bien plus aiſément que s'ils étoient réunis, & les expoſent bien moins à ſe caſſer.

Le mouvement du *va & vient*; qui diſtribue les fils ſur le devidoir, n'eſt pas moins eſſentiel à cette opération; les fils de ſoie malgré les croiſures, arrivent toujours un peu mouillés ſur le devidoir, & il eſt néceſſaire qu'ils ne ſe collent pas les uns aux autres, ce qui rendroit la ſoie difficile à devider & toute écorchée, & il en réſulteroit un déchet de 10 à 12 pour cent; il faut donc que le mouvement des guides du *va & vient*, ſoit tel que le fil de ſoie qui arrive, ne rencontre jamais celui qui vient d'arriver, mais toujours ceux qui ont eu le temps de ſe ſécher; pour cela il faut que ce mouvement ſoit relatif à celui du devidoir.

Pour établir ce rapport d'une façon conſtante, les Piémontois ſe ſervoient d'un engrénage de quatre roues dentées, dont la première étoit enarbrée ſur l'axe du devidoir, mais cet engrénage

étoit si peu solide, que le règlement Piémontois obligeoit à avoir pour chaque tour, une double garniture des pièces qui composent ce mouvement, parce qu'il étoit rare qu'elles se conservassent en état pendant toute la durée d'un tirage.

Les fileurs François n'avoient jamais voulu adopter cette mécanique, & ils regloient le mouvement des guides, par le moyen d'une corde sans fin passée sur deux poulies de différens diamètres, dont l'une tenoit à l'arbre du devidoir, cette construction étoit simple, elle évitoit les inconvéniens des engrénages, mais elle en avoit elle-même de plus considérables, l'inégale tension de la corde qui lui permettoit quelquefois de glisser, la variation du diamètre de la poulie, des guides que la vapeur de la bassine faisoit renfler pendant le jour, & qui diminuoit la nuit, jetoient une inégalité dans le mouvement des guides, qui dérangeoit absolument toute l'opération. M. de Vaucanson avoit bien paré quelques-uns de ces inconvéniens, mais l'expérience l'obligea enfin, de revenir aux engrénages; il les a perfectionnés, il les a éloignés de la vapeur de la bassine, & par ce moyen, il est parvenu à les rendre durables, & à établir cette proportion constante entre le mouvement des guides, & celui du devidoir, qui est si nécessaire à la perfection de l'écheveau; & le résultat de ce travail a été une telle diminution dans le déchet, que la soie bien tirée ne perd pas une once sur cent livres.

Les tours à double croisade, tels que nous venons de les décrire, ont été établis à Aubenas, au nombre de cent, & le succès qu'ils ont eu depuis environ douze ans qu'ils sont établis, a engagé M. de Vaucanson, à en publier la description, une sage défiance l'avoit retenu jusque-là : mais quelque perfection que les tours de M. de Vaucanson puissent donner à la soie, la netteté & l'égalité dans le fil, dépendent de trois manutentions antérieures; 1.° de tirer chaque qualité de cocon séparément; 2.° de les bien purger dans la bassine, & toujours en petite quantité à la fois; 3.° enfin, de ne jamais jeter qu'un brin à la fois pour entretenir l'égalité de grosseur dans le fil de soie,

Malheureusement ceux qui font le tirage en particulier, & pour leur compte, ont peu d'intérêt à rendre la soie parfaite;

bonne ou mauvaise on parvient avec de petites finesses à la vendre à peu-près un prix égal. On ne doit donc attendre de la soie propre à organsiner pour faire des chaînes d'étoffes, que des grandes manufactures où le tirage de la soie se fait avec les précautions nécessaires, & où ceux qui tirent trouvent leur intérêt à bien tirer.

Quelques Écrivains ont regardé ce tirage fait dans les grandes manufactures, comme funeste à l'industrie des campagnes; cependant en nous mettant à portée de nous passer de l'Étranger, les manufactures doivent augmenter cette branche de notre commerce, & par conséquent la culture des vers & des mûriers. Si une nation existoit isolée de toutes les autres, les opérations qui exigent le plus de mains, devroient être préférées, mais lorsqu'on a des voisins avec lesquels on peut être en concurrence, il semble que la perfection des travaux doive l'emporter sur toute autre considération. Il faut en France, ou tirer de Piémont la soie des chaînes, ou établir de grandes manufactures semblables à celle d'Aubenas, dont les soies ont déjà dans le commerce, un prix supérieur à celui des soies de Piémont, ou nous passer de belles étoffes, quel parti prendre? Nous ne nous permettrons sûrement pas de prendre le dernier. Tel est l'état de la question, entre M. de Vaucanson & les Écrivains qu'il combat, & il ne nous appartient nullement de prononcer entr'eux.

LES Arts qui ont été publiés en 1770, sont au nombre de quatre.

Le premier est l'*art du facteur d'Orgues*, seconde & troisième partie, par D. Bédos de Celles, Religieux Bénédictin de la Congrégation de Saint-Maur, Correspondant de l'Académie. Il avoit donné, dans la première partie, l'immense détail des parties qui composent un grand Orgue; mais il n'avoit pas enseigné la manière de les fabriquer, ni les différens moyens d'accélérer ce travail, & de le porter à sa perfection : c'est l'objet de la seconde partie, où la construction de chaque pièce, & sa liaison avec les autres, sont traitées dans le plus grand détail. La troisième est destinée

à enseigner la manière de dresser les devis des Orgues, plus ou moins grands, qu'on peut se proposer de construire; celle de veiller à l'exécution de ces projets; celle de recevoir les orgues quand ils sont exécutés. D. Bédos y enseigne encore le mélange des jeux de cet instrument, en faveur de ceux qui voudroient toucher de l'orgue & qui ne seroient pas au fait de cette partie; & enfin il y fournit, à ceux qui ne sont pas à portée d'avoir aisément des facteurs, les moyens de conserver leur orgue, & d'y faire eux-mêmes les petites réparations auxquelles cet instrument est plus sujet qu'aucun autre.

Le second est l'*art du Menuisier*, seconde partie, par le sieur Ronbo *fils*, maître Menuisier. L'auteur avoit donné, dans la première, le manuel de cet art, la description des outils, & celle des différens assemblages; dans celle-ci il met en usage ces premières connoissances, & en fait l'application à la menuiserie mobile, telle que les portes, les fenêtres, les volets, &c. à quoi il joint un Traité complet de l'art du trait. Cet art est beaucoup plus savant qu'on ne se l'imagine, & bien des ouvriers le pratiquent sans en connoître les principes, qui deviennent cependant d'une nécessité absolue dans les cas extraordinaires. Enfin il met son lecteur à portée de connoître tout ce qui peut être nécessaire à la fermeture & à la décoration des appartemens, & en état de le faire exécuter lui-même, sans pouvoir être trompé ni sur la bonté de l'ouvrage, ni sur la dépense qu'il exige.

Le troisième est l'*art de l'Indigotier*, par M. de Beauvais-Raseau. Cet art, presque absolument inconnu en France, ne pouvoit être décrit que par quelqu'un qui, comme l'auteur, l'eut vu pratiquer lui-même, & y eut porté des yeux accoutumés à observer. Il décrit les différentes espèces de la plante dont on tire cette matière, sa culture, la manière de la récolter, d'en faire pourrir les feuilles, de battre la teinture qu'elles donnent, pour en séparer la fécule colorante; & enfin de recueillir cette fécule, & de la mettre en état d'être vendue. Toutes ces opérations y sont détaillées avec soin, & on suivra avec plaisir la description nette & précise que l'Auteur en donne.

Le quatrième & dernier art est celui *du Brodeur*, par M. de Saint-Aubin, Dessinateur du Roi. Ceux qui n'ont qu'une connoissance superficielle de cet art, seront étonnés, en lisant cette description, de voir combien il exige de connoissances & d'adresse. L'Auteur en donne une courte histoire, décrit les différens genres de broderie qui sont en usage, les différens points, les différentes étoffes & les différentes matières qu'on y emploie; & le tout est accompagné de plusieurs Dessins exécutés par M. de Saint-Aubin, qui ne sont pas un médiocre ornement pour cet ouvrage, déjà intéressant par lui-même.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXX.

I.

UN Thermomètre divisé en quatre parties, présenté par M. l'abbé Soumille, Correspondant de l'Académie. Tout le monde physicien connoît les thermomètres de M. de Reaumur, & on sait que c'est à la propriété qu'ils ont d'être comparables qu'on est redevable d'un très-grand nombre d'Observations intéressantes, mais si l'on veut avoir les parties de degrés avec quelque précision, ils doivent être extrêmement grands, & par conséquent très-difficiles à transporter, & si on les réduit à un moindre volume, la petitesse de leurs degrés, empêchera de distinguer leurs divisions M. l'abbé Soumille a remédié à ce défaut, en coupant, pour ainsi dire, ce grand thermomètre en quatre parties. Dans la première division, le terme de la glace est placé tout au haut du tube ; & à mesure que le froid augmente, la liqueur descend, & marque les degrés de condensation jusqu'à 20 degrés, terme suffisant pour ce climat, & qu'il seroit possible de porter plus loin s'il étoit nécessaire ; & lorsque le temps devient plus chaud que le terme de la glace, l'esprit-de-vin qui monte est

reçu

reçu dans une boule qui termine le tuyau par en haut, & cette partie de thermomètre devient inutile; la seconde commence où celle-ci finit, c'est-à-dire, que le terme de la glace est tout près de la boule inférieure, & à mesure que la chaleur augmente, l'esprit-de-vin s'élève jusqu'à 20 degrés, après quoi il entre dans la boule supérieure, & cette seconde partie demeure inutile; la troisième commence au 20.e degré & va jusqu'au 40e; & enfin la quatrième, au 60e: on voit aisément, qu'un cinquième le porteroit jusqu'à 80, &c. C'est par cet ingénieux moyen, que M. l'abbé Soumille est parvenu à se procurer en plusieurs parties aisément transportables, un thermomètre dont les degrés ont un pouce de long, & peuvent être aisément divisés en douzièmes d'une ligne, sur lesquels il sera encore possible d'estimer de plus petites parties. Ce moyen de faire apercevoir jusqu'aux moindres changemens de la température de l'air, sans trop augmenter la grandeur du thermomètre, a paru ingénieux & fort sûr.

II.

Une *Machine propre à faire périr les Mulots dans leurs trous, par la vapeur du soufre*, présentée par M. Gasselin; elle consiste en une boîte de tôle garnie de deux tuyaux de même métal, dont l'un répond à un soufflet, & l'autre sert de buse, pour chasser l'air dans les trous des mulots; on allume dans la boîte dont nous venons de parler, quelques morceaux de vieux linge & quelques éclats de bois; dès que ceux-ci sont bien en feu, on jette dessus du soufre concassé, on ferme la boîte, & introduisant le canon de la machine dans un des trous, on fait agir le soufflet: il est évident que par ce moyen, la fumée du drapeau & du soufre, est chassée dans les trous des mulots, on la voit sortir par les ouvertures qui y communiquent & qu'on a soin de fermer, & par ce moyen on force ces animaux destructeurs, à recevoir la vapeur du soufre qui les tue infailliblement. Cette machine a très-bien réussi dans les épreuves, que le Gouvernement en a fait faire; elle a paru ingénieuse, portative & très-propre à remplir le but que l'auteur s'étoit proposé.

III.

Une *Canne Gnomonique, qui sert à indiquer l'heure par les hauteurs du Soleil*, présentée par M. de Caire de la Condamine. La méthode de M. de Caire, peut se réduire à ce problème, *étant donnée la longueur de l'ombre du bâton à midi, trouver sur le bâton les hauteurs qui à toutes les heures donneroient la même longueur d'ombre ;* & en cela elle diffère des méthodes qui ont été décrites jusqu'ici, l'usage en paroît aussi plus commode, parce que M. de Caire n'est pas obligé de mesurer la longueur de l'ombre, qui souvent seroit trop longue & mal terminée lorsque le Soleil est peu élevé ; la superficie cylindrique est partagée longitudinalement en huit par huit lignes qui vont d'un bout à l'autre ; l'une qui est la plus apparente, marque les longueurs de l'ombre à midi de cinq en cinq jours pour une latitude donnée : Des sept autres lignes, les deux extrêmes appartiennent aux solstices, & les cinq autres aux différens signes, & sur ces dernières, il a marqué le nom des heures à côté des différens points qui donnent à ces heures, la longueur de ces ombres égales à celle de l'ombre de midi ; l'usage n'en est pas plus difficile que la construction ; sur un plan uni & horizontal, on mesurera sur l'ombre de la Canne, une portion égale à la longueur de l'ombre à midi, & on en marquera l'extrémité, tenant ensuite la Canne perpendiculaire, on promènera le doigt en travers sur la ligne qui répond au signe où est le Soleil, jusqu'à ce que l'ombre de ce doigt vienne sur l'extrémité marquée pour l'ombre méridienne ; & alors en regardant sur la canne, le doigt indiquera sur la ligne l'heure cherchée. Cette ingénieuse construction a paru devoir être utile & agréable à ceux qui seront fixés dans un même canton, & qui ne se soucieront pas d'avoir l'heure avec une très-grande exactitude.

IV.

Une *Pendule*, présentée par M. Biesta horloger, *qui est suspendue dans sa boîte, de manière qu'elle peut toujours aller, quoiqu'on l'incline même assez considérablement*. Dans les pendules ordinaires, le mouvement de la pendule est attaché fixément à

la boîte. Dans celle de M. Biesta, il en est, pour ainsi dire, indépendant; il tourne librement autour de deux pivots placés exactement dans le prolongement de l'axe du rochet, ces deux pivots sont portés sur les faces extérieures d'une espèce de chassis, qui ressemble à la cage d'une très-petite pendule; & roulent dans deux pièces fixées dans l'intérieur des platines du mouvement: cette petite cage porte dans son intérieur la verge avec l'ancre, & à son extérieur la suspension du pendule; d'après ce que nous venons de dire, il est aisé de voir que si on incline la cage d'un côté ou de l'autre, le mouvement de la pendule se mettra toujours dans la verticale; & comme elle-même tourne autour de ce même point, que la relation de l'ancre & des dents du rochet ne sera pas changée, & que la pendule reste en échappement, elle continuera d'aller: il faut ajouter encore que pour ramener avec *plus* de force, la petite cage à sa véritable position, elle porte un grand cadre de cuivre, dans lequel le mouvement peut aller & venir, & qui a par en bas une épaisseur considérable, afin d'avoir plus de poids. Cette construction de M. Biesta pour faire qu'une Pendule se trouve toujours en échappement malgré les diverses positions de la cage, a paru neuve & ingénieuse, & pouvoir être utile en bien des occasions.

V.

Un *Cadran ou Équation mobile*, présenté par le même Auteur. Ce Cadran a deux faces, sur l'une sont marqués les jours de l'année, & sur l'autre est le Cadran, garni de deux aiguilles, l'une de cuivre & l'autre d'acier, l'aiguille de cuivre est fixée à une aiguille qui est sur la face postérieure du Cadran, & qui sert à indiquer les jours de l'année, l'une ne peut pas se mouvoir sans faire mouvoir l'autre; alors si l'on met la Montre sur l'heure vraie un certain jour de l'année, il faut placer l'aiguille postérieure sur ce jour, & l'aiguille d'acier sur midi du Cadran, en faisant alors glisser l'aiguille postérieure sur les jours suivans, l'aiguille d'acier indiquera l'équation du temps, & fera par conséquent connoître combien la Montre ou la Pendule qu'on examine, a dû avancer ou retarder sur le temps vrai. Ce Cadran ne donne

donc que ce qu'on peut obtenir par le calcul astronomique & qu'on trouve même tout calculé dans la Connoissance des Temps; mais cette manière de trouver l'Équation, la rend sensible aux yeux, & l'Académie a cru qu'elle pourroit par cette raison, être agréable au Public.

V I.

Des *Corps de Feutre*, présentés par le sieur Gérard, Tailleur de corps à Reims. Ces Corps sont faits d'un feutre préparé, très-fort & cependant souple, qu'on peut revêtir d'une étoffe plus ou moins épaisse suivant la saison. Le sieur Gérard n'y ajoute point de baleine. Ce feutre comprime mollement & avec uniformité, les parties du corps qu'il recouvre : on a cru que ces corps seroient exempts de la plupart des inconvéniens reprochés si souvent aux corps baleinés, & qu'ils pouvoient être approuvés comme beaucoup moins dangereux que ces derniers.

V I I.

Un *Dais*, exécuté uniquement en fer, par le sieur Gérard, Serrurier de Paris, chargé de l'entreprise des ferrures du nouveau bâtiment de Sainte-Geneviève.

Ce *Dais*, entièrement de fer, est composé de quatre colonnes, du haut desquelles partent des ornemens qui, en se réunissant, forment le dessus du Dais; ce dessus est surmonté d'une Gloire, & chaque colonne l'est d'un Ange à genoux, regardant la Gloire: le tout a 16 pieds de hauteur. Du piédestal de ces colonnes partent des ornemens en guirlandes de roses qui s'unissent, & portent au milieu, sur des nuages, le livre scellé de l'Apocalypse & l'Agneau. Les colonnes sont composées de palmes, autour desquelles s'entrelacent des pampres chargés de raisins. Tout cet assemblage est composé de pièces travaillées séparément au marteau, polies & assujetties par des vis entre elles; & à un bâtis de fer qu'elles recouvrent; & le tout est si léger que le Dais tout monté pèse à peine quatre cents livres. L'Académie a regardé cet ouvrage comme un chef-d'œuvre dans l'art de la Serrurerie, & comme une preuve de la possibilité d'employer le fer en ornemens, &

de lui faire imiter parfaitement les plus légers feuillages. C'eſt, ſi l'on peut s'exprimer ainſi, une eſpèce d'extenſion de l'art de la Serrurerie, & c'eſt à ce titre que l'Académie lui a donné place dans ſon Hiſtoire.

VIII.

Une *Machine*, propoſée par le P. Bertier, de l'Oratoire, *pour élever de l'eau par la dépreſſion ou élévation du mercure, produite par le balancement d'un pendule.* Il avoit déjà propoſé cette même machine en 1735, mais l'Académie, en l'approuvant, l'avoit regardée comme d'une exécution extrêmement difficile: l'expérience eſt venue au ſecours de la théorie du P. Bertier; la machine a été exécutée avec le plus grand ſuccès, & pluſieurs perſonnes l'ont vu faire très-bien ſon effet, chez feu M. Paſſement.

IX.

Une *manière*, propoſée par le même Auteur, *pour monter les Globes de manière qu'ils puiſſent ſervir de Cadran.* Elle conſiſte à mettre au Globe un demi-méridien mobile ſur ſes pôles, & qui ſoit refendu dans l'intervalle entre les tropiques; dans cette fente coulera un curſeur chargé d'une lentille. En plaçant le Globe à la hauteur du pôle de l'endroit où l'on obſerve, & l'orientant, le demi-méridien étant tourné au Soleil, & le curſeur placé ſelon la déclinaiſon du Soleil; dès que l'image de cet aſtre, produite par la lentille, tombera préciſément ſur le milieu de l'épaiſſeur du demi-méridien, celui-ci ſera le cercle horaire actuel, & marquera, ſur l'équateur, l'heure qu'il eſt & que l'on deſire de ſavoir. On a cru que cet uſage du Globe pourroit être agréable à pluſieurs perſonnes.

X.

Un *Fauteuil roulant, à l'uſage des malades, gens âgés ou convaleſcens,* préſenté par le ſieur Ferry, Serrurier.

La mécanique de ce *Fauteuil* a trois objets; 1.° de faire marcher le fauteuil à la volonté de celui qui y eſt aſſis; 2.° de baiſſer le doſſier ſous tel angle qu'on jugera à propos, juſqu'à la ſituation preſque horizontale; 3.° de prolonger le ſiége aſſez en avant pour

soutenir les jambes du malade, qui dans ce cas pourroit faire un lit de son fauteuil; le premier de ces trois objets est rempli par deux manivelles, que le malade peut mouvoir lui-même, & qui, à l'aide d'une bascule, communiquent le mouvement à un engrénage qui fait mouvoir deux roues placées sous les pieds de derrière du fauteuil; le second objet est rempli par un arc de cercle denté, qui est mené par une mécanique semblable à celle que nous venons de décrire; le troisième enfin, qui est le prolongement du siége, se fait par le moyen d'un double chassis de fer, qui, par le mouvement que lui imprime une autre manivelle, sort de dessous le fauteuil : le mécanisme par lequel l'un de ces chassis s'élève au niveau du siége, pour supporter les jambes du malade, est la partie de la machine la plus ingénieuse; lorsque le double chassis est sorti, pour la plus grande partie, de dessous le siége, le chassis supérieur se trouve arrêté par un frein, tandis que l'autre continue son mouvement : cette circonstance oblige des espèces de chevalets qui se trouvent entre les deux chassis, de s'élever, de sorte qu'à l'extrémité du mouvement le chassis supérieur se trouve écarté de l'inférieur de toute la hauteur des chevalets, ce qui le met au niveau du siége.

Quoique cette mécanique ait beaucoup de rapport avec celle qui est employée à l'Opéra, pour mettre le parterre au niveau du théâtre, on doit cependant savoir gré au sieur Ferry d'en avoir fait une application ingénieuse & utile; son Fauteuil a paru bien remplir l'objet qu'il avoit eu en vue: on croit qu'il seroit utile dans le cas pour lequel il est destiné; mais qu'il seroit seulement à desirer qu'il travaillât à le simplifier, tant pour le rendre moins pesant, que pour en diminuer le prix, qui, dans l'état où il est & vu la multitude des pièces qui le composent, deviendroit certainement considérable.

LE Parlement ayant fait l'honneur à l'Académie de lui demander son avis sur les Lettres patentes accordées au sieur Jean Antoine, Écuyer, par lesquelles Sa Majesté accorde audit sieur Antoine la permission d'établir à Paris, une fabrique de

matelats & de couvertures, avec des laines qu'il prépare lui-même par des procédés particuliers; l'Académie a cru qu'il y avoit d'autant moins d'inconvénient à enregiſtrer leſdites Lettres, qu'elles ne portent point de privilége excluſif, & qu'elles ne peuvent nuire au progrès de l'induſtrie dans cette partie.

DANS le nombre de Pièces qui ont été préſentées cette année à l'Académie, elle a jugé les ſept ſuivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Obſervations Météorologiques, faites à Pékin depuis 1757 juſqu'en 1763: Par le P. Amyot.

De Refractionibus Aſtronomicis: Par le P. Boſcowich.

Sur deux Éclipſes, viſibles le 3 Avril & le 26 Octobre 1772: Par M. du Vaucel.

Obſervations de la Comète de 1769, faites à l'Iſle de France: Par M. de la Nux, Correſpondant de l'Académie.

Sur la Découverte d'une nouvelle Iſle, à 75 lieues de Madagaſcar: Par le même.

Expériences faites au feu, ſur un Diamant, des Pierres précieuſes & des Métaux: Par M. d'Arcet.

Sur la Cauſe de la dureté du Ciment des anciens Vénètes: Par M. l'Abbé de Mazeas, Correſpondant de l'Académie.

L'ACADÉMIE avoit propoſé pour le ſujet du Prix de 1768, *de perfectionner les méthodes ſur leſquelles eſt fondée la théorie de la Lune; de fixer, par ce moyen, celles des équations de cette Planète qui ſont encore incertaines; & d'examiner en particulier ſi l'on peut rendre raiſon, par cette théorie, de l'équation ſéculaire du mouvement moyen de cette Planète.*

N'ayant pas été ſatisfaite des Recherches qu'elle avoit reçues

ſur ce ſujet, elle l'avoit propoſé de nouveau pour cette année 1770, avec un Prix double.

Quoique dans le nombre des Pièces envoyées, il s'en ſoit trouvé pluſieurs remplies de recherches eſtimables, l'Académie n'a pas cru la queſtion ſuffiſamment réſolue; cependant conſidérant la difficulté du Problème, & ne voulant pas décourager les Concurrens, elle a cru devoir récompenſer le travail qui diſtingue ſur-tout une des Pièces, qui a pour deviſe, *Errantemque canit Lunam*, & en conſéquence elle lui a adjugé la moitié du Prix double.

Les Auteurs de cette Pièce ſont, conjointement, M.rs Léonard Euler, Aſſocié-Étranger de l'Académie, & Membre de celles de Berlin & de Péterſbourg, & Jean-Albert Euler ſon fils.

L'autre moitié du Prix double eſt réſervée pour la joindre à celui de l'année 1772, qui ſera par ce moyen de 4500 livres; & l'Académie propoſe de nouveau la même queſtion pour ce Prix.



ÉLOGE

ÉLOGE

DE M. L'ABBÉ NOLLET.

JEAN-ANTOINE NOLLET, de la Société royale de Londres, de l'Institut de Bologne, de l'Académie des Sciences d'Erford, Maître de Physique & d'Histoire naturelle des Enfans de France, Professeur royal de Physique expérimentale au Collége de Navarre & aux Écoles de l'Artillerie & du Génie, naquit à Pimpré, village du diocèse de Noyon, le 19 Novembre 1700, d'honnêtes habitans de ce lieu, qui y exerçoient la fonction de Laboureur.

Nous ignorons absolument tout le détail de ses premières années, & nous ne commencerons à le suivre que depuis les premiers pas qu'il fit dans la carrière littéraire, dans laquelle il s'est si glorieusement distingué.

Ses premières études furent faites au collége de la ville de Beauvais, où il demeura jusqu'à la fin de ses humanités. A en juger par le stile net & correct avec lequel il écrivoit, & par l'espèce d'érudition qu'il possédoit, nous pouvons assurer sans risque, qu'il avoit dû être au rang des meilleurs écoliers de son temps.

M. l'Abbé Nollet s'étoit destiné à l'état ecclésiastique, & les études théologiques qui lui devenoient nécessaires pour cet objet, l'obligeoient à faire à Paris sa philosophie, ou à renoncer à pouvoir prendre aucun Degré, ce motif le détermina malgré la modicité de sa fortune, à venir s'établir dans la capitale; & il n'eût certainement pas hésité de s'y rendre, s'il eût pu savoir quels fruits il devoit un jour recueillir de ce voyage.

Un des premiers qu'il dut à la régularité de ses mœurs & aux connoissances qu'il avoit déjà acquises, fut que M. Taitbout alors Greffier de l'Hôtel-de-ville de Paris, le choisit malgré sa jeunesse pour lui confier l'éducation de ses enfans, ce poste le mit

bientôt à portée non-ſeulement de continuer ſes études, mais même de développer ſes talens; il trouva moyen d'établir un laboratoire à l'Hôtel-de-ville même: c'étoit-là que le jeune Philoſophe alloit s'exercer aux arts dont l'étude de la Phyſique à laquelle il ſe livroit déjà, lui faiſoit ſentir le beſoin, & ſacrifier les plaiſirs que lui offroit une compagnie aimable & brillante, au deſir de s'inſtruire & de ſe perfectionner; il s'amuſoit ſur-tout à travailler en émail à la lampe, art que la multiplicité des inſtrumens de Phyſique dans leſquels entrent les tuyaux de criſtal, rend ſi néceſſaire à un Phyſicien. Je me ſouviens d'avoir vu de lui un ouvrage en ce genre, dont les plus habiles Émailleurs (le célèbre Raux même, qui avoit été ſon maître en cette partie) ſe ſeroient fait honneur, c'étoit un ſur-tout de deſſert, repréſentant une colonade ſurmontée d'une eſpèce de dôme, ce dôme ſervoit de réſervoir à une quantité d'eau ſuffiſante pour faire aller pendant une heure & plus des jets d'eau & des caſcades, qui ornoient cette machine; c'étoit, ſi l'on veut, une eſpèce de jeu, mais où ſe déclaroit déjà le talent de ſon auteur pour la Phyſique, & ſon goût pour la belle décoration.

Du fond de la retraite où vivoit M. l'Abbé Nollet, ſa réputation ne laiſſoit pas de s'étendre. Nous avons dit, en faiſant l'Éloge de M. Clairaut *, qu'il avoit eu part en 1726 à l'établiſſement d'une Compagnie, qui conſacroit entièrement ſes travaux à l'avancement des Arts. M. l'Abbé Nollet y fut admis dès 1728, ſur la ſeule réputation qu'il s'étoit acquiſe, & juſtifia le choix de cette Compagnie par une grande quantité de travaux, entr'autres, par un Globe céleſte, qu'il publia en 1730 & qu'il dédia à Monſeigneur le Comte de Clermont, qui avoit honoré cette Compagnie de ſa protection. Feu M. Dufay, travailloit alors à ſes recherches ſur l'Électricité, il crut avoir trouvé une reſſource aſſurée dans les talens du jeune Phyſicien, & n'héſita pas à l'aſſocier à ſes travaux qu'il continua avec lui pendant deux ans; au bout de ce terme M. de Reaumur lui confia ſon laboratoire, & ce fut dans cette excellente école qui a fourni à l'Académie, pluſieurs de ſes plus illuſtres Membres, qu'il acheva de ſe former; il y avoit en effet ſi bien profité, que dès

* *Voyez Hiſt. 1765, p. 149.*

1734, M. Dufay lui propoſa de faire avec lui, le voyage d'Angleterre. Cet Académicien ſi vif & ſi zélé ſur l'honneur de la nation, n'auroit ſûrement pas mené avec lui un Phyſicien qu'il n'eût pas cru capable de le ſoutenir dignement. Deux ans après il fit un voyage en Hollande, & ce fut-là qu'il eut occaſion de voir M.[rs] Muſſchenbroek, Allaman, & pluſieurs autres illuſtres Phyſiciens avec leſquels il étoit déjà digne de figurer, & qu'il lia avec eux une amitié & une correſpondance qu'il a toujours entretenue juſqu'à ſa mort.

Toutes les demarches qu'avoit fait juſqu'alors M. l'Abbé Nollet, l'approchoient de l'Académie; il y étoit connu & deſiré. Le paſſage de M. de Buffon à une place d'Adjoint-Botaniſte, fit vaquer en 1739, une place d'Adjoint-Mécanicien, & M. l'Abbé Nollet l'obtint le 19 Avril de la même année, & trois ans après celle d'*Aſſocié*, vacante par la mort de M. l'Abbé de Molières. La réputation qu'il s'étoit faite n'étoit pas demeurée renfermée dans la capitale, elle avoit percé juſque dans les Cours étrangères; à peine fut-il admis à l'Académie, qu'il fut appelé à la cour de Turin par le Roi de Sardaigne, pour faire un Cours de Phyſique expérimentale, devant S. A. R. M. le Duc de Savoie; & le Roi de Sardaigne en fut ſi ſatisfait, qu'il voulut que tous les inſtrumens que M. l'Abbé Nollet y avoit portés, demeuraſſent entre les mains de l'Univerſité, pour perpétuer, pour ainſi dire, les lumières que venoit d'y répandre M. l'Abbé Nollet, qui ſera par ce moyen, à jamais l'inſtituteur & le père de cette floriſſante école.

Auſſitôt après ſon retour de ce voyage, il donna en trois Mémoires, un travail ſuivi ſur la Machine pneumatique.

Dans le premier, il recherche la cauſe d'une vapeur qui paroît dans le *récipient* de la machine dès qu'on commence à y raréfier l'air. On avoit toujours attribué cette vapeur à l'humidité des cuirs qui ſervent à appliquer le récipient ſur la machine; M. l'Abbé Nollet trouva par des expérences déciſives & finement imaginées, que cette cauſe ſi vraiſemblable, n'étoit cependant pas la vraie, qu'en diminuant l'étendue des cuirs ou même en leur ſubſtituant un cordon de cire molle, la vapeur paroiſſoit toujours de la

même quantité, & qu'enfin elle n'eſt dûe qu'aux matières étrangères ſuſpendues dans l'air, & qu'il laiſſe tomber dès qu'on le raréfie. On eſt étonné en liſant ce Mémoire, de voir avec combien de ſagacité il a ſu varier ſes recherches pour arracher ce ſecret de la Nature.

Dans le ſecond & le troiſième, il donne une deſcription exacte & détaillée de la Machine pneumatique ſimple, de celle qui a deux corps de pompe allant alternativement, & de tous les inſtrumens qui en ſont comme les acceſſoires; il examine en Phyſicien l'uſage de toutes les parties qui la compoſent; il y ajoute une infinité de moyens ingénieux d'obtenir plus de préciſion & plus de facilité dans ſon uſage & de multiplier les expériences auxquelles on peut l'employer; il pouſſe même l'attention juſqu'à rechercher les formes les plus agréables qu'on peut lui donner, ſans altérer les qualités eſſentielles qu'elle doit avoir; ces ornemens ſagement répandus ſeront, s'il m'eſt permis d'employer cette expreſſion, les fleurs dont la ſévérité de la Philoſophie lui permet quelquefois d'orner ſon front.

Il s'éleva en 1741, dans l'Académie, une queſtion qui vint exercer la ſagacité de M. l'Abbé Nollet. Deſcartes voulant expliquer la peſanteur par la force centrifuge de ſa matière ſubtile, avoit avancé, qu'en enfermant dans un globe de verre, un fluide avec des petits corps ſpécifiquement moins peſans, ces petits corps ſeroient portés au centre du globe, dès qu'on le feroit tourner rapidement ſur ſon axe, mais il n'en avoit pas fait l'expérience: ſon aſſertion fut contredite par M. Hughens, qui trouva par la Théorie, que les petits corps ſeroient rappelés non au centre, mais le long de l'axe. M. Bulfinger, fit depuis l'expérience, qui répondit au calcul de M. Hughens, mais il penſa, que ſi on pouvoit imprimer au globe deux rotations qui ſe croiſaſſent à angles droits, les petits corps ſeroient portés au centre, il imagina même une machine pour cela, mais la mort l'empêcha d'en faire l'expérience; & toute cette queſtion étoit abandonnée lorſqu'en 1741, M. l'Abbé de Molières, prétendit alléguer l'aſſertion de Deſcartes, comme une preuve de l'exiſtence des tourbillons de ce Philoſophe; cette expérience fut conteſtée par M. l'Abbé Nollet, elle

fut répétée devant l'Académie & variée de mille façons, M. l'Abbé Nollet exécuta même celle que M. Bulfinger avoit proposée, & il fit voir avec la plus grande évidence, qu'on ne pouvoit rien conclure, ni de l'une ni de l'autre, en faveur de l'explication cartésienne, de la pesanteur.

A peine eut-il fini la lecture de ce travail, qu'il fut demandé à Bordeaux pour y faire un Cours de Physique expérimentale. La célèbre Académie qui subsiste depuis long-temps dans cette ville, crut avoir encore quelque chose à tirer de ce Cours, elle l'honora de son suffrage, voulut être pourvue de l'appareil de machines nécessaires pour répéter ces expériences, & engagea M. l'Abbé Nollet à présider à leur construction.

Cette honorable distraction le tint éloigné pendant près d'une année du travail académique; mais aussitôt qu'il fut revenu il paya cette interruption avec usure.

Il lut en 1743, deux Mémoires; le premier, sur la manière dont se forme la glace qui flotte sur les rivières; & le second sur l'ouïe des poissons.

On s'étoit aperçu depuis long-temps, que les glaçons qui flottent sur les grandes rivières, étoient différens de ceux qui se forment sur les étangs & sur les autres eaux tranquilles; on avoit même tenté d'en rendre raison en disant, que la glace des rivières se formoit la nuit à leur fond, & étoit enlevée le jour par le soleil, à la surface de l'eau, où elle se réunissoit en glaçons; la nature de cette glace, qui est effectivement rare & spongieuse, & les différentes portions d'herbes & de terre qu'on trouve presque toujours sous les glaçons, sembloient favoriser cette opinion universellement adoptée par les gens de rivière, & admise même par plusieurs savans Physiciens: cependant M. l'Abbé Nollet s'étoit assuré, que dans le temps même que les rivières sont glacées, le Thermomètre plongé à leur fond s'y soutient toujours au-dessus de la congélation; ce fait lui rendit toute l'explication suspecte, & il sut si adroitement varier ses expériences, qu'il fit voir que les glaçons se formoient à la surface des rivières, dans les endroits où il se trouve plusieurs particules d'eau allant d'un mouvement égal, & par conséquent dans un repos

relatif les unes à l'égard des autres; que ces glaçons d'abord extrêmement minces étoient souvent brisés, & que leurs débris flottant sur l'eau, se joignoient les uns aux autres, & à d'autres feuilles de glace, pour former les gros glaçons, & que les herbes & le sable qu'on trouvoit dessous ne venoient que des hauts fonds où ils avoient touché dans leur route: explication nette, précise, conforme à la saine Physique, & démontrée par les expériences de M. l'Abbé Nollet.

Les Anatomistes & les Physiciens étoient partagés sur l'ouïe des poissons, les uns pensoient qu'ils jouissoient de ce sens comme les autres animaux; & les autres, qu'ils en étoient absolument privés; il falloit pour décider cette question, examiner deux points essentiels, le premier si ces animaux avoient un organe semblable ou analogue à notre oreille; & le second si les sons se pouvoient transmettre dans l'eau, sans quoi les oreilles auroient été absolument inutiles aux poissons.

Ce fut ce dernier point que M. l'Abbé Nollet entreprit de discuter, plusieurs expériences lui apprirent qu'un corps sonore enfermé dans l'eau, se faisoit cependant entendre, & que le son étoit sensiblement aussi fort dans l'eau purgée d'air, que dans celle qui ne l'étoit pas, mais tout cela ne répondoit pas directement à la question: & pour la décider, il prit le parti de se plonger lui-même entièrement dans l'eau, & répéta deux fois cette expérience; dans la première, il entendit très-bien un coup de pistolet tiré dans l'air, un sifflet & même les paroles qu'on prononçoit au-dessus de lui; dans la seconde, il observa un fait bien plus singulier, le bruit qu'il avoit excité en frappant deux cailloux l'un contre l'autre, se fit non-seulement entendre à son oreille, mais encore il se fit apercevoir par un fremissement sur tout son corps; d'où il suit, que l'eau peut d'une part, transmettre aux poissons, le bruit qui se fait dans l'air; & que de l'autre, ils peuvent être avertis de deux manières, de celui qui s'excite dans l'eau. Nous croyons que le Public nous saura quelque gré d'ajouter ici que la possibilité d'entendre pour les poissons, est aujourd'hui incontestablement prouvée, & que les recherches de M.rs Geoffroy & Camper, ont fait voir évidemment que

maux ont toute la partie essentielle de l'organe de l'ouïe, leur manque que l'oreille externe.

ore cette même année une observation singulière, ille dont on se sert pour colorer l'esprit-de-, qui enfermé dans ces instrumens, perd temps, & la reprend dès qu'on lui rend la avec l'air extérieur.

eut-être surpris que dans la même année où il venoit er deux ouvrages aussi pleins de recherches fines & ates, que ceux dont nous venons de parler, il ait pu en donner encore au Public, un plus considérable : ce fut cependant cette même année qu'il publia les deux premiers volumes de ses Leçons de Physique expérimentale, dont la suite a paru depuis en différentes années jusqu'en 1764, qu'il en publia le sixième volume.

On avoit eu jusque-là quelques ouvrages en ce genre, mais en très-petit nombre, & il s'en falloit bien qu'ils fussent aussi étendus, & que les matières fussent traitées avec l'ordre, la netteté & la précision qui règnent dans celui-ci ; le choix des questions y est fait avec la plus grande intelligence, il les présente avec la plus grande netteté, puis il énonce les expériences qui doivent servir à les décider, décrit les différens instrumens qu'il va employer, explique les effets qui en résultent, & en fait l'application, soit aux phénomènes de la Nature, soit aux procédés les plus intéressans qui sont en usage dans les arts.

Nous ne pouvons passer sous silence, en parlant de cet ouvrage, l'adresse avec laquelle M. l'Abbé Nollet, a su substituer en plusieurs endroits, des preuves d'expériences, aux démonstrations mathématiques qu'il ne fait qu'indiquer ; il se met par ce moyen, à la portée d'un bien plus grand nombre de lecteurs, & ceux même qui sont en état d'entendre les raisonnemens mathématiques, ont le double plaisir de les retrouver sous une forme nouvelle, & de voir des vérités intellectuelles soumises en quelque sorte, au jugement des sens.

C'est encore dans ce même ouvrage, que M. l'Abbé Nollet a avancé le premier, que le tonnerre pouvoit bien n'être que de

l'électricité, fort en grand, idée qui a depuis été confirmée par une infinité de faits, mais il falloit alors avoir le tact bien fin en Physique, pour former une telle conjecture.

Les belles expériences de M. Newton sur la Lumière, que si peu de Physiciens avoient pu parvenir à répéter, & tout ce que l'Optique, la Dioptrique & la Catoptrique offrent de curieux & d'intéressant sur cette matière, font partie de cet ouvrage; & M. l'Abbé Nollet, l'a présenté de telle manière, & si bien détaillé les précautions nécessaires pour y réussir, que ces expériences autrefois si rébelles, n'offrent presque plus aucune difficulté.

Dans le dernier volume il donne un abrégé succinct, mais exact, de l'Astronomie, relativement à la machine nommée *planétaire*; il expose les merveilleuses propriétés de l'aimant, & les curieuses expériences qui servent à les découvrir. Enfin il passe à une autre merveille, découverte de nos jours, je veux dire, à l'Électricité, & donne dans le plus grand détail, les expériences surprenantes, qui ont été faites sur cette intéressante matière; qui a été pendant presque toute sa vie, le principal objet de ses recherches, & de laquelle nous allons bientôt avoir lieu de parler.

L'année 1744 fut marquée par un évènement trop honorable à M. l'Abbé Nollet, pour le passer sous silence, il fut appelé à la Cour, pour y faire un Cours de Physique expérimentale, en présence de feu M. le Dauphin, & ce Prince en fut si satisfait, qu'il l'engagea à en faire l'année suivante un second, en présence de feue Madame la Dauphine, Infante d'Espagne. Le Philosophe fut obligé de paroître à la Cour de son Souverain; & grâces à la douceur de son caractère, il ne s'y fit que des amis.

Nous avons dit que M. l'Abbé Nollet s'étoit occupé de l'électricité, pendant une grande partie de sa vie. Cette admirable propriété des corps, entrevue il y a près de deux cents ans, par Otho de Guericke, avoit été oubliée pendant presque tout le temps écoulé depuis ce Philosophe, jusqu'à nous. M.rs Gray & Hauksbée, de la Société royale de Londres, en avoient depuis fait l'objet de leurs recherches. M. Dufay la tenoit de ce dernier, & il avoit, comme nous l'avons dit, associé M. l'Abbé Nollet, à ses

à ses travaux; tant que M. Dufay vécut, M. l'Abbé Nollet se contenta de contribuer à ses découvertes; mais à la mort de ce célèbre Académicien qui arriva en 1739, très-peu de temps après l'entrée de M. l'Abbé Nollet à l'Académie, il crut pouvoir s'emparer, pour ainsi dire, d'une matière sur laquelle ses travaux précédens lui donnoient une espèce de droit.

Nous disons qu'il s'en empara; en effet, aucune expérience sur cette matière ne lui étoit échappée, non-content de celles qui avoient été tentées par les autres Physiciens, il en avoit inventé une infinité d'autres toutes plus ingénieuses les unes que les autres; de la plupart desquelles, il a fait part à l'Académie, dans plus de dix Mémoires qu'il lui a lûs en différens temps sur ce sujet.

Il étoit bien difficile qu'en retournant en tant de manières les phénomènes électriques, il ne fût tenté de les rappeler à un même principe, & d'en assigner la cause.

Ce fut en effet ce qu'il fit en 1745 & en 1746, en publiant d'abord dans un Mémoire lû à l'Académie, & ensuite dans un ouvrage qu'il fit imprimer à part, sous le titre *d'Essai sur l'Électricité*, l'espèce de théorie qu'il avoit imaginée, & dont les bornes qui nous sont prescrites, ne nous permettent de présenter que la plus légère idée.

Après avoir fait voir que la matière du feu, & celle de l'électricité étoient exactement la même, & ne différoient que par la manière dont elle étoit mise en action; voici, selon lui, celle par laquelle il pense que le corps devenu électrique, la met en jeu.

Lorsque par le frottement, on parvient à rendre un corps électrique, une partie de la matière du feu qu'il contenoit, est chassée de ses pores, & en même temps, remplacée par le même *fluide*, présent, selon presque tous les Physiciens, dans tout cet Univers. Il se trouvera donc autour de ce corps des rayons ou courans de cette matière, qui s'en élanceront, que M. l'Abbé Nollet nomme *matière effluente;* & d'autres qui viendront vers le corps, qu'il nomme *matière affluente:* les mouvemens que de la poussière exposée au corps électrique prend par son action, & ceux que ce même corps imprime à la fumée, font voir à l'œil, la réalité de ces deux courans.

Mais pourquoi dans cette ſuppoſition, un petit corps non électrique, eſt-il attiré par celui qui l'eſt, puis enſuite repouſſé? rien n'eſt plus ſimple ſelon M. l'Abbé Nollet, ce corps entraîné par quelqu'un des courans de matière affluente, peut à cauſe de ſa petiteſſe, paſſer entre les rayons de matière effluente, & être porté vers le corps, mais dès qu'il l'a touché il devient lui-même électrique, & hériſſé de rayons qui ne lui permettent plus d'échapper au courant de matière effluente qui l'entraîne & l'éloigne du corps électriſé.

Un autre principe d'expérience, adopté par M. l'Abbé Nollet, eſt que la matière électrique ſe meut dans les corps ſolides, bien plus facilement que dans l'air; d'où il ſuit qu'elle doit y couler le plus long-temps qu'elle peut, & que lorſqu'elle en ſort pour rentrer dans l'air, elle doit s'écarter pour former des aigrettes; de-là naît l'explication de la manière dont elle peut ſe communiquer par les conducteurs, à une diſtance immenſe, & celle d'une infinité de phénomènes.

Ce principe a cependant ſes exceptions, il y a, ſelon M. l'Abbé Nollet, des corps ſolides moins pénétrables que l'air, à la matière électrique : ce ſont les corps réſineux, & cette propriété les rend propres à ſervir de ſupport aux corps qu'on électriſe, & à les empêcher de diſſiper leur électricité, en la communiquant aux corps voiſins. Ces mêmes corps rendus électriques par le frottement, ne le ſont jamais autant que le verre, une parcelle de feuille d'or électriſée par celui-ci, ne ſera jamais repouſſée par eux. Feu M. Dufay en avoit conclu qu'il y avoit deux ſortes d'électricités, mais M. l'Abbé Nollet, ne croit pas cette diſtinction néceſſaire, il lui ſuffit que celle des corps réſineux, ſoit plus foible que celle du verre.

A l'aide de ce petit nombre de principes, il n'eſt aucun phénomène électrique, qu'il ne puiſſe expliquer d'une manière très-naturelle & avec la plus grande clarté.

Nous ne diſſimulerons cependant pas, que cette explication ſi ſimple & ſi nette, n'ait éprouvé des contradictions, & qu'on n'ait voulu lui en ſubſtituer une autre, nous n'entreprendrons point ici de décider laquelle des deux mérite la préférence; c'eſt

au Public Physicien, à prononcer sur cette contestation, nous nous contenterons de dire, qu'une grande partie de ceux qui ont droit de décider en pareille matière, ont adopté le sentiment de M. l'Abbé Nollet, qui par-là est devenu pour ainsi dire, chef de secte; c'est presque pour un Physicien, être devenu conquérant, ou, ce qui vaut bien mieux, législateur.

Cette contestation engagea M. l'Abbé Nollet à plusieurs discussions polémiques, qu'il a publiées sous la forme de lettres, en trois volumes in-douze, qui ont paru en différens temps, à quelques autres ouvrages relatifs à cette dispute, à quelques nouveautés sur ce sujet, & enfin à quelques applications de l'électricité, à des usages utiles ou agréables.

Quoique l'Électricité ait fait pendant presque toute la vie de M. l'Abbé Nollet, le principal objet de ses recherches, il ne négligeoit cependant aucune des parties de la Physique, il avoit donné en 1748, un Mémoire sur la cause de l'ébullition des liquides; on fut étonné de n'avoir pas été frappé d'un phénomène si ancien & si généralement connu; on croyoit communément, que la cause de l'ébullition des fluides étoit l'air qu'ils contiennent, & qui, dilaté par la chaleur, soulevoit la liqueur & formoit des bulles qui venoient crever à sa surface, quelque plausible que fût cette explication, elle n'étoit cependant pas vraie : l'eau peut bouillir jusqu'à être entièrement évaporée, d'où lui viendroit cette quantité d'air ? On peut même faire bouillir de l'eau absolument purgée d'air; il fallut donc chercher une autre cause de l'ébullition des liquides, & voici celle qu'assigna M. l'Abbé Nollet.

Dès que le feu a communiqué au vase qui contient la liqueur, un degré de chaleur suffisant pour la réduire en vapeur, la portion qui s'évapore augmente environ treize à quatorze mille fois son volume; elle s'élevera donc à la surface de la liqueur, sous la forme de bulles qui viennent s'y crever, d'autres parties succèdent aux premières & l'ébullition continue jusqu'à ce que toute la liqueur soit évaporée.

Il suit de-là, que le souffle de l'éolipyle & la vapeur qui s'exhale de l'eau bouillante, ne sont que de l'eau réduite en état de vapeur.

Il suit encore que dès que l'eau a pris une fois le bouillon,

elle ne peut en aucune manière, recevoir un plus grand degré de chaleur, puisque celui-là suffit pour la dissiper, mais que si elle est renfermée, on peut lui en faire prendre un capable de décomposer les os, & beaucoup d'autres corps très-solides; que plus le poids de l'atmosphère sera grand, plus il faudra de chaleur pour faire bouillir la même liqueur, que plus la liqueur sera facile à évaporer, plutôt elle bouillira, & qu'enfin les fluides qui comme les métaux fondus, ne peuvent s'évaporer, se consument au feu sans bouillir, en un mot, il n'est aucun fait de cette espèce qui se refuse à cette explication.

Peu de temps après la lecture de ce Mémoire, il fut envoyé par la Cour en Italie, dans la vue d'y prendre sur les Arts & sur la Physique, plusieurs connoissances intéressantes.

Il en rapporta en effet un très-grand nombre, dont il a consigné une partie dans nos Mémoires, nous ne pourrions sans excéder les bornes de cet Éloge, entreprendre d'en faire mention, nous dirons seulement qu'il examina en Physicien, toutes les raretés qui se rencontrent en si grand nombre dans cette belle partie de l'Europe; & sur-tout la Solfatare & le Vésuve, & qu'il donna même une cause très-vraisemblable, des terribles éruptions de ce dernier. On peut bien juger qu'il n'oublia pas de visiter les plus savans Professeurs des villes où il passa, & de conférer avec eux sur les différens objets de leurs recherches; il eut même occasion de détruire quelques erreurs, qui s'étoient accréditées, mais qui ne purent tenir contre la sagacité de ses recherches.

Il lut en 1756, un Mémoire sur un sujet intéressant, il est quelquefois nécessaire & toujours agréable, de pouvoir rafraîchir les liqueurs qui nous servent de boisson; M. l'Abbé Nollet entreprit d'examiner les moyens qu'on peut employer pour obtenir ce rafraîchissement : son principe est qu'un corps n'en refroidit un autre, qu'en partageant l'excès de chaleur que le premier a sur lui; de ce principe il déduit les moyens de tirer tout le parti possible des caves, des puits, des citernes, &c. & d'obtenir même lorsqu'on est privé de ces ressources, un rafraîchissement encore plus considérable, par le moyen des sels qu'on peut mêler avec l'eau, il enseigne même à économiser ces sels, & à n'en

perdre qu'une portion très-peu considérable. Service important à rendre au Public en général, mais bien plus particulièrement encore aux habitans des pays chauds, où le rafraîchissement des liqueurs devient non-seulement un agrément, mais encore une partie du régime nécessaire à la conservation de la santé.

L'utilité dont avoient été les travaux de M. l'Abbé Nollet sur la Physique expérimentale, avoit fait sentir combien il étoit à desirer qu'il y eût dans l'Université, une Chaire où l'on fît des Cours publics sur cette matière : le Roi voulut bien procurer cet avantage à ses Sujets, par la fondation d'une chaire de Physique expérimentale, au Collége de Navarre ; à laquelle il nomma M. l'Abbé Nollet. Le concours prodigieux de ceux qui accoururent à ses leçons, justifia la sagesse de cet établissement, soutenu aujourd'hui par le savoir & les talens de M. Brisson, de cette Académie, qui après avoir secondé M. l'Abbé Nollet pendant une partie de sa vie, est devenu après sa mort, son digne successeur.

Au commencement de 1757, M. l'Abbé Nollet fut appelé de nouveau à la Cour, & reçut le Brevet de Maître de Physique & d'Histoire Naturelle des Enfans de France ; il remplit les fonctions de ce poste honorable, auprès des jeunes Princes, avec la même attention & le même zèle, qu'il les avoit autrefois remplies auprès de leur auguste Père.

Cette même année fut encore l'époque de deux évènemens honorables à M. l'Abbé Nollet. On avoit senti combien il étoit à desirer que les Élèves de l'Artillerie & du Génie, eussent une connoissance même assez détaillée de la Physique. Ce fut dans cette vue qu'il fut nommé en 1757, Professeur de Physique expérimentale à la Fère, & en 1761 à l'école de Mézières. Vers la fin de la même année, il obtint la place de Pensionnaire, vacante par la mort de M. de Reaumur.

Ces nouvelles fonctions de M. l'Abbé Nollet, lui firent remarquer un abus considérable dans l'Artillerie ; la poudre à canon est grénée, c'est-à-dire, qu'elle n'est pas en simple poussière, mais qu'on la réduit en grains qui ont un volume sensible, elle perd avec le temps cette forme que l'art lui a donnée, pour reprendre celle de poussière ; & en cet état on la nomme *pulverin*, souvent

même le salpêtre s'en sépare, & on la nomme alors, *poudre décomposée.* Ce pulverin & la poudre décomposée, avoient toujours été regardés comme inutiles, & on portoit l'un & l'autre aux moulins pour les rebattre.

Malgré le préjugé adopté par tous les Artilleurs, M. l'Abbé Nollet osa penser qu'on se trompoit, il eut de la peine à obtenir qu'on en fît des expériences, elles décidèrent en sa faveur, & il en résulta que le pulverin & même la poudre décomposée, avoient presque autant de force que la poudre grénée; qu'on pouvoit les employer à faire des salves de réjouissance, & même dans le besoin, à tirer des boulets, en augmentant cependant un peu la charge; ces poudres jusqu'à présent inutiles, que M. l'Abbé Nollet donne le moyen d'employer, sont un véritable présent qu'il fait au Public.

Le dernier ouvrage de M. l'Abbé Nollet, est presque de même date que sa mort; circonstance honorable à sa mémoire, c'étoit l'accomplissement d'une promesse qu'il avoit faite au Public, en lui donnant ses Leçons de Physique expérimentale; pour ne pas grossir cet ouvrage, par le détail de la construction des instrumens, & par le choix des matières qu'on y emploie, il avoit renvoyé cet important objet, à un autre ouvrage qu'il promit alors : cet ouvrage a paru en 1770 en trois volumes, sous le titre de l'*Art des expériences;* il y indique les différens matériaux qui entrent dans la construction des instrumens, la manière de les choisir & celle de les travailler; il passe de-là, au choix des drogues qu'on emploie dans les différentes expériences; il donne la manière de les préparer pour l'usage, de même que celle de les employer; il décrit les différens Arts nécessaires à la construction des instrumens de Physique; en un mot, il n'y néglige rien de ce qui peut mettre son lecteur en état de former un Cabinet de Physique, & de pourvoir à l'entretien des pièces qui le composent; ouvrage utile à tous les Physiciens, & absolument nécessaire à ceux qui par différentes circonstances, se trouvent éloignés des ouvriers habiles dont ils auroient besoin, ou dans le cas de multiplier par une sage & industrieuse économie, les moyens de travailler que la Fortune leur a trop peu libéralement accordés.

M. l'Abbé Nollet avoit jusqu'à l'année dernière, joui d'une assez bonne santé, il étoit seulement sujet à des épanchemens de bile, qui sembloient n'exiger qu'un régime auquel la régularité de ses mœurs, lui permettoit de s'assujettir aisément. Vers la fin de l'année dernière, ces accidens devinrent plus fréquens, & on s'aperçut de quelque dépérissement, cependant il ne se relâchoit sur aucun de ses devoirs; le Roi l'avoit nommé au commencement de cette année, Sous-Directeur de cette compagnie, & je me félicitois de l'avoir pour Adjoint dans la fonction de Directeur que j'ai l'honneur d'exercer en ce moment *.

M. l'Abbé Nollet assista sans aucune interruption, à nos assemblées, jusqu'à la semaine sainte. Il alloit ordinairement passer les vacances à une maison de campagne qu'il avoit à quelques lieues de Paris, je lui souhaitai en le quittant, un bon voyage, j'ignorois & alors il ignoroit aussi, que c'étoit la dernière fois que je lui parlerois. Pendant la semaine de Pâques son incommodité devint plus considérable, & le samedi, il fut attaqué d'un violent mal au côté, qui l'obligea de se mettre au lit, on le ramena à Paris le Dimanche, pour être plus à portée des secours, mais il n'étoit plus temps de les lui donner; il profita de celui qui restoit, pour se disposer à la mort, en Philosophe chrétien; & mourut le mardi 24 Avril, veille de la dernière assemblée publique, avec tous les sentimens de la piété la plus sincère.

M. l'Abbé Nollet étoit grand & bien fait, sa physionomie annonçoit la douceur de son caractère, sur laquelle il ne s'est jamais démenti, non plus que sur la régularité de ses mœurs. Qui avoit vécu avec lui un jour, pouvoit répondre de tout le reste de sa vie, on ignore qu'il soit sorti un seul moment de son assiette ordinaire & de sa constante modération; il ne s'animoit que lorsqu'il parloit de Physique. Les ouvrages que nous venons de citer & bien d'autres, dont les bornes de cet Éloge, ne nous ont pas permis de faire mention, prouvent assez son assiduité au travail; tous ses plaisirs se bornoient à quelques promenades, & à la conversation de ses amis. On juge bien qu'avec un pareil caractère, il a mérité d'en avoir. Il étoit Diacre, mais entraîné

* M. de Fouchy étoit, en 1770, Directeur de l'Académie.

de bonne heure vers des objets étrangers à l'état ecclésiastique; il ne crut pas devoir aspirer au Sacerdoce, & se contenta de remplir les devoirs d'un Ecclésiastique très-régulier. Nous ne pouvons mieux terminer cet Éloge, que par deux traits, que nous ne pourrions supprimer, sans faire tort à sa mémoire. Cet homme connu de tout l'Univers, accueilli des Souverains, desiré dans les plus illustres Compagnies littéraires, ne faisoit pas un seul voyage à la Fère, sans se détourner au retour, pour aller dans le lieu de sa naissance, passer quelques jours avec sa famille, & y laisser des marques essentielles de sa tendresse & de sa bienfaisance. Avec des tels sentimens, rien ne lui eût été plus inutile que le fameux coffre du Visir*, il étoit bien éloigné d'être enivré de sa gloire.

Il n'étoit pas même nécessaire de lui appartenir, pour éprouver la bonté de son cœur. On a trouvé dans ses papiers des lettres par lesquelles on le remercioit de sommes considérables qu'il avoit données, & dont on n'avoit aucune connoissance; on sait même qu'il avoit fait seul quelques voyages dont on ignoroit le motif, il y a bien de l'apparence qu'ils étoient entrepris pour quelque cause semblable. Ces lettres ont trahi sa modestie, & donné la clef de ses mystérieuses absences.

La place de Pensionnaire-Mécanicien de M. l'Abbé Nollet, a été remplie par M. le Roi, Associé dans la même classe.

* Un Monarque Asiatique s'étant égaré à la chasse, trouva un Berger qu'il engagea à le remettre dans son chemin; ce Berger, qu'il eut le temps d'entretenir, lui parut homme de si bon esprit qu'il le prit à son service, &, de poste en poste, l'éleva à la dignité de premier Visir. Cette élévation rapide arma l'envie & la calomnie contre le nouveau Visir; on l'accusa de s'enrichir aux dépens du Prince, & d'avoir chez lui un cabinet toujours fermé, dans lequel il entroit seul, & où étoit un coffre dont il avoit la clef dans sa poche, & qu'il visitoit tous les jours. Le Monarque, sous prétexte d'honorer son favori d'une visite, voulut voir ce qui étoit dans ce coffre, qu'il se fit ouvrir d'autorité; on n'y trouva que l'habit & l'équipage de Berger, que le Visir visitoit tous les jours, pour se souvenir de son premier état, & qu'il reprit à l'instant sans que le Prince pût empêcher sa retraite.



ÉLOGE

ÉLOGE DE M. ROUELLE.

GUILLAUME-FRANÇOIS ROUELLE, Apothicaire de Paris, ancien Inſpecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu, Démonſtrateur en Chimie au Jardin royal des Plantes, de l'Académie Royale des Sciences de Stockolm, & de l'Académie Électorale d'Erford, naquit au village de Mathieu, à deux lieues de Caen, le 15 Septembre 1703, de Jacques Rouelle & de Marie Bougon, tous deux de bonne famille.

Ils lui donnèrent, dans ſes premières années, une éducation convenable à l'honnêteté de leur caractère; héritage précieux, que les pères vertueux ne peuvent trop ſe hâter de tranſmettre à leurs enfans avant que les paſſions, compagnes preſque inſéparables de la jeuneſſe, puiſſent empêcher chez eux le développement des vertus.

Le jeune Rouelle donna, dès ſon enfance, les eſpérances les plus flatteuſes; il avoit une mémoire heureuſe, une conception facile, un extrême deſir d'apprendre, & une émulation ſi vive que les amis de ſon père s'amuſoient ſouvent à la piquer, en parlant exprès devant lui des grands hommes qui avoient illuſtré ſa province, & ſur-tout du célèbre Poëte Malherbe, qu'une tradition du pays aſſure être né dans le même endroit que lui. Il entroit alors dans une eſpèce d'enthouſiaſme, & ſe ſentoit déjà tranſporté du deſir de les égaler; mais, grâce aux excellens principes qu'il avoit reçus, ce fonds d'amour-propre, ſi ſouvent dangereux, ne l'a jamais porté qu'à la vertu.

Des diſpoſitions ſi avantageuſes méritoient bien d'être ſuivies; elles le furent en effet, & dès qu'il fut en âge de commencer ſes études, on l'envoya au Collége du Bois, dans l'Univerſité de Caen. Après ce que nous venons de dire, il eſt preſque inutile d'ajouter qu'il fournit cette carrière avec éclat & avec le plus grand ſuccès.

Le cours des études laiſſe des intervalles de vacances; ce temps, qu'il venoit paſſer dans la maiſon paternelle, étoit communément

employé, non aux amuſemens ordinaires à ceux de ſon âge, mais à cultiver un petit jardin particulier, dans lequel il raſſembloit toutes les plantes qu'il pouvoit ſe procurer; & dans ſes promenades; il s'occupoit à ramaſſer toutes les pièces d'Hiſtoire Naturelle qui pouvoient piquer ſa curioſité. Le goût de la Botanique & celui de l'Hiſtoire Naturelle ſe développoient déjà chez lui, en même temps que les facultés de ſon eſprit.

Le temps de ſes études étant fini, il fallut faire choix d'un état. Son inclination le portoit à la Médecine; il en prit les premiers principes à l'Univerſité de Caen, & s'y livra avec encore plus d'ardeur qu'il n'en avoit montré dans ſes premières études. A ne conſidérer que ce que nous avons dit juſqu'ici de M. Rouelle, on ſeroit tenté de ſe le repréſenter d'un tempérament fort, & capable de réſiſter ſans peine aux travaux auxquels il s'étoit livré: on ſe tromperoit cependant beaucoup, & juſqu'à l'âge de dix-huit ans ſa ſanté fut très-chancelante; mais le deſir de la gloire & le goût du travail lui tinrent lieu de forces, & lui firent ſurmonter tous les obſtacles que lui oppoſoit la foibleſſe de ſon tempérament.

Dans le choix qui avoit décidé M. Rouelle pour la Médecine; le motif principal avoit été l'amour de la Chimie, à laquelle il deſiroit ardemment de ſe livrer; mais cette Science exige un laboratoire, des fourneaux, des vaiſſeaux, & mille autres ſecours qu'il ne pouvoit ſe procurer. Son impatience ne lui permit pas d'attendre qu'il pût les avoir. il engagea un Chauderonnier de Caen à lui prêter ſa forge, & ce fut-là qu'il établit ſon premier laboratoire, & qu'il commença l'exercice de la Chimie par des opérations peut-être aſſez groſſières, mais ſûrement eſtimables par le motif qui l'animoit & par le génie qui le conduiſoit. Un jour qu'une de ces opérations l'avoit conduit aſſez avant dans la nuit, il fut obligé de ſortir, & laiſſa la conduite du feu entre les mains d'un de ſes frères; celui-ci, moins ardent que M. Rouelle, s'endormit, & à ſon retour il trouva le feu éteint & l'opération manquée. Cet évènement l'anima d'une ſavante fureur; il ſaiſit le dormeur, le mit hors du laboratoire, lui en interdit l'entrée à jamais, & le remplaça par un autre de ſes frères, plus digne d'entrer dans cette laborieuſe carrière, & qui en effet l'a fournie avec le plus grand ſuccès.

L'ardeur avec laquelle M. Rouelle se livroit à l'étude de la Chimie, lui eut bientôt fait épuiser toutes les ressources que sa province lui pouvoit offrir en ce genre. Il savoit qu'il pouvoit espérer d'en trouver de nouvelles dans la capitale, mais la médiocrité de sa fortune mettoit un obstacle insurmontable à ce voyage: l'envie de s'instruire le leva. Il osa entreprendre de se réduire à un genre de vie capable d'effrayer quelqu'un moins avide de connoissances, & fut assez heureux pour trouver deux compagnons que la même ardeur, le rapport des caractères & la même honnêteté de mœurs portèrent à l'accompagner dans l'austère genre de vie qu'il méditoit. Une petite chambre, louée en commun, devint leur habitation; leur sobriété faisoit leur abondance, encore la passion de l'étude retranchoit-elle souvent de cet étroit nécessaire, pour l'acquisition de quelques livres. On pouvoit dire, à la lettre, que leur esprit se nourrissoit aux dépens de leur corps.

On juge bien que, dans une pareille retraite, le temps étoit scrupuleusement ménagé; que nos studieux anachorètes eurent bientôt parcouru la carrière dans laquelle ils étoient entrés avec tant de courage, & que M. Rouelle se vit en peu de temps en état d'opter entre les trois parties de la Médecine, pour lesquelles il étoit presque également bien préparé.

L'inclination que M. Rouelle avoit pour la Chimie, étoit par elle-même un motif suffisant pour le déterminer à la Pharmacie; mais il s'y en joignit encore un autre, trop honorable à sa mémoire pour que nous puissions le passer sous silence.

La Médecine & la Chirurgie ont continuellement sous les yeux les misères de l'humanité; ce triste spectacle, & les secours souvent cruels & douloureux que les maux exigent, affectoient si vivement son cœur sensible & vraiment humain, qu'il résolut de se l'épargner en se livrant à la Pharmacie, qui lui offroit presque autant d'occasions d'être utile, & ménageoit en même temps son extrême sensibilité. Cette foiblesse, si c'en est une, avoit sa source dans une qualité de cœur bien estimable & bien précieuse.

M. Rouelle s'étant une fois déterminé, il entra chez M. Spitzley, Apothicaire Allemand, qui tenoit alors le laboratoire du célèbre Lémery, mort il y avoit environ quinze ans. La mémoire de cet

illuſtre Chimiſte y reſpiroit, pour ainſi dire, encore, & devenoit un puiſſant motif d'émulation pour ceux qui y travailloient: la ſeule vue des fourneaux leur eût reproché la moindre négligence. Il y reſta ſept années entières, rempliſſant le vide des opérations par l'étude de la Botanique & de l'Hiſtoire Naturelle, qui lui valurent l'eſtime & l'amitié de M.rs de Juſſieu.

La lecture des livres de Chimie occupoit le reſte de ſon temps; aucun ne lui échappoit, pas même les plus obſcurs & les moins bien raiſonnés; il ſavoit dès-lors en tirer parti, ſon eſprit droit & juſte y démêloit le bon par une eſpèce d'inſtinct.

Après tant de peines & tant de travaux auxquels M. Rouelle s'étoit dévoué, pour acquérir les connoiſſances néceſſaires à l'état qu'il vouloit embraſſer, il étoit bien juſte qu'il commençât à en recueillir le fruit. Il s'établit à Paris, en qualité d'Apothicaire-privilégié, & commença en même temps ſes Cours particuliers de Chimie.

Tout commencement d'établiſſement eſt pénible, ſur-tout pour ceux qui, comme M. Rouelle, n'ont qu'une fortune médiocre, & il ne fut pas exempt de ce malheur; mais il faut avouer auſſi qu'il s'y procura lui-même des déſagrémens, par l'inflexibilité de ſa vertu & par ſa vivacité naturelle, qui ſouvent l'engagèrent à éclater contre des procédés qui ne méritoient que ſon mépris, & à négliger des égards & des bienſéances deſquelles il n'eſt jamais permis de ſe diſpenſer. Ces difficultés, tout-à-fait étrangères à ſa capacité, retardèrent conſidérablement le ſuccès de ſes Cours & de ſon établiſſement, & il eut beſoin de tout ſon mérite pour les ſurmonter: Leçon importante pour tous ceux à qui le commerce avec les Sciences pourroit faire oublier que c'eſt à des hommes qu'ils doivent les communiquer, & qu'il n'y en a point ſans défauts. Il arriva cependant ce qui devoit naturellement arriver, le mérite de M. Rouelle triompha enfin de tous ces obſtacles, ſa réputation s'établit, & avec elle une eſpèce d'opulence. Il eſſuya néanmoins encore quelques contradictions, il fut critiqué & même avec aſſez d'amertume; mais il prit alors le parti qu'il auroit dû prendre d'abord, il laiſſa parler les critiques & continua d'enſeigner: le Public décida en ſa faveur, & ſes ſuccès le vengèrent bien mieux qu'une réponſe.

Cette réputation, qu'il s'étoit si justement acquise, lui procura bientôt d'autres avantages; la place de Démonstrateur en Chimie au Jardin-royal vint à vaquer, en 1742, & il l'obtint sur sa seule réputation, & malgré les vives sollicitations de ses compétiteurs.

Il étoit bien difficile qu'un nom repété aussi souvent & aussi avantageusement que celui de M. Rouelle, ne parvînt pas aux oreilles de l'Académie, & plus difficile encore qu'il n'y fît desirer un sujet si généralement estimé; il y fut en effet souhaité, & l'Académie saisit, en 1744, l'occasion de se l'acquérir, en le nommant à la place d'Adjoint-Chimiste, vacante par la promotion de M. Malouin à celle d'Associé.

A peine y fut-il entré qu'il lut un excellent Mémoire *sur les Sels neutres*, dans lequel il essaye d'en donner une division méthodique, fondée sur la théorie de leur cristallisation. Lorsqu'on évapore doucement de l'eau qui tient un sel en dissolution, les molécules *salines*, jusque-là invisibles dans l'eau, s'unissent & reparoissent sous une forme constante & propre à chaque espèce de sel; & non-seulement chaque sel affecte, en se cristallisant, une forme constante, mais encore chacun retient plus ou moins d'eau dans la cristallisation, & exige un temps d'évaporation plus ou moins long pour se cristalliser. C'est de l'assemblage de ces caractères différemment combinés, que M. Rouelle tire sa division des sels en six classes. On avoit bien travaillé jusqu'ici à classer les productions de la Nature, mais on ne s'étoit pas encore avisé de rappeler à une division méthodique les ouvrages de l'art.

Ce premier travail en occasionna l'année suivante un second, *sur la cristallisation du sel marin en particulier.* Il y détermine le degré précis d'évaporation nécessaire pour obtenir les petites pyramides que donne ce sel; il y fait voir que ces molécules *salines*, spécifiquement plus pesantes que l'eau, s'y précipiteroient nécessairement sans leur adhérence avec l'air; que cette adhérence exige qu'elles soient parfaitement sèches; & qu'enfin la poussière qui voltige dans l'air peut, en favorisant cette dessiccation, faire cristalliser les sels à un degré d'évaporation beaucoup moindre que celui qui est ordinairement nécessaire à cette opération. Cette dernière observation fut fournie à M. Rouelle par l'incommode

circonſtance d'un bâtiment qu'on abattoit dans ſon voiſinage, & de laquelle il ſut profiter pour découvrir ce petit myſtère de la Nature.

Deux ans après il donna un Mémoire ſur un ſujet différent, & bien propre à piquer la curioſité des Phyſiciens. On connoiſſoit depuis long-temps la propriété qu'a l'eſprit de nitre, d'enflammer les huiles eſſentielles. Olaüs Borichius, célèbre Chimiſte Danois, avoit propoſé, il y a environ quatre-vingt-onze ans, d'enflammer l'huile de térébenthine par l'eſprit de nitre; mais ſoit que le procédé qu'il donna fût mal énoncé, ſoit qu'il ſe fût réſervé, comme il y a lieu de le ſoupçonner, le tour de main néceſſaire, les plus habiles Artiſtes n'avoient pu y réuſſir; & ſi Dippel, & M.rs Hoffman & Geoffroy étoient parvenus à enflammer cette huile, ce n'avoit pas été avec l'acide nitreux ſeul, mais en y joignant l'acide vitriolique, pour le déflegmer plus parfaitement.

Juſque-là l'inflammation des huiles eſſentielles par l'eſprit de nitre ſeul, avoit été miſe au rang des problèmes dont la ſolution étoit encore à donner. M. Rouelle entreprit cette recherche, & après bien des tentatives inutiles, il parvint enfin à deviner le tour de main juſque-là inconnu, & qui étoit comme la clef de l'opération; l'eſprit de nitre s'enflamme à la vérité lorſqu'il peut s'unir avec une matière qui contienne de la matière inflammable, mais il faut que cette matière ſoit réduite ſous la forme de charbon, il imagina donc d'attendre que les premières portions d'acide nitreux verſées ſur l'huile en euſſent produit un, pour lors en verſant ſur ce charbon une petite quantité de nouvel acide, l'inflammation ſe fait infailliblement; avec ce tour de main, il eſt beaucoup plus rare qu'elle manque, qu'il ne l'étoit qu'elle réuſſit, avant que M. Rouelle l'eût donné; il pouſſa même la ſolution plus loin, & par des procédés toujours fondés ſur la ſaine théorie, il parvint à enflammer pluſieurs huiles graſſes ou tirées par expreſſion.

La liaiſon entre la Littérature & les Sciences, eſt plus intime qu'on ne le penſe communément, un morceau d'Hiſtoire auquel feu M. le Comte de Caylus travailloit alors, le mit dans le cas de conſulter M. Rouelle, il s'agiſſoit des embaumemens des anciens Égyptiens, il étoit queſtion de deviner quelles étoient les

matières qu'ils employoient, & dont on peut avoir quelques échantillons dans les momies qui nous restent, & la manière dont ils les employoient. Nous disons deviner, car ce qu'en a écrit Hérodote, n'étoit ni assez étendu ni assez exact pour éclaircir suffisamment cette matière.

La confiance de M. de Caylus, ne fut point trompée, la Physique vint utilement au secours de l'Histoire, mais le travail se multiplia si fort entre les mains de M. Rouelle, qu'il devint la matière d'un Mémoire, qu'il lut à une des Assemblées publiques de l'Académie, & qui fut reçu du Public, avec le plus grand applaudissement.

Il y fait voir que l'art des embaumeurs Égyptiens, consistoit à consumer les entrailles, & à dessécher les chairs, par le moyen de l'ancien *natrum* d'Égypte, qu'il démontre être un puissant alkali, l'analyse qu'il avoit faite des matières balsamiques jointes aux momies lui avoit découvert qu'elles étoient composées de bitume de Judée, de succin & de quelques gommes aromatiques. Ces connoissances l'avoient mis à portée de réformer le passage d'Hérodote, où cet historien décrit les embaumemens des Égyptiens, dont vraisemblablement il n'avoit pas suivi les opérations par lui-même. Les différences qui se trouvent dans les momies, lui avoient fait remarquer jusqu'à quatre espèces différentes d'embaumemens, depuis celui qui n'étoit qu'un simple dessèchement jusqu'au plus somptueux : il n'oublie pas même que sur les bandes qui enveloppoient extérieurement une de ces momies, richement embaumée, on avoit trouvé une écriture inconnue, mais dont toutes les lignes, de deux en deux, étoient terminées par les mêmes caractères, ce qui sembleroit indiquer des vers rimés, & feroit remonter ainsi la rime jusqu'à la plus haute antiquité. En un mot il étoit, à force de recherches, parvenu à donner une description si complette de cet art, qu'on le pourroit pratiquer aujourd'hui, si l'on vouloit, avec le même succès que les Égyptiens.

Cette même année 1750, fut aussi marquée par deux évènemens trop honorables à la mémoire de M. Rouelle, pour pouvoir ici les passer sous silence.

Nous avons dit que M. Rouelle s'étoit établi à Paris, comme

l'Apothicaire-privilégié, la compagnie des Apothicaires de Paris fut jalouſe de s'acquérir un ſujet ſi diſtingué; elle fit offrir de le recevoir, & le laiſſa abſolument le maître des conditions; elle ne riſquoit rien, la nobleſſe de ſes ſentimens ne lui eût pas permis d'abuſer de cette offre dont il ſentoit tout le prix, il l'accepta, & fut reçu.

Peu de mois avant cette réception, l'Académie royale de Stockolm, l'avoit nommé pour un de ſes Membres : nomination qui certainement n'étoit pas dûe à l'intrigue & à la cabale, il ignoroit même qu'on eût penſé à lui, & ſon ſeul mérite avoit parlé en ſa faveur, il ne ſavoit pas ſolliciter d'une autre manière.

Non-ſeulement M. Rouelle ne ſavoit pas faire de ſollicitations, mais même il ſavoit refuſer les places qui s'offroient de la façon la plus flatteuſe, dès qu'elles ne pouvoient s'ajuſter au plan d'étude qu'il s'étoit propoſé; une des places de premier Apothicaire du Roi, vient à vaquer, l'importance de cette place engagea M. le Duc de la Vrillière, à la venir offrir lui-même à M. Rouelle, mais il auroit fallu abandonner ſes travaux & ſes Cours, & qui plus eſt, aller habiter un pays où toutes les profeſſions ſe changent en celle de courtiſan : M. Rouelle ne put s'y réſoudre, & la place fut opiniâtrément refuſée; l'offre & le refus, ſont par leurs motifs également dignes de louanges, & l'Académie ſe fera toujours honneur de compter au nombre de ſes Membres, les deux Acteurs de cette ſcène malheureuſement trop ſingulière; il ne tint pas la même rigueur à la propoſition qui lui fut faite peu de temps après, d'accepter la place d'Inſpecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu; celle-ci ne le tiroit point de ſes occupations, ne l'entraînoit point à la Cour, & procuroit à ſon cœur généreux & bienfaiſant, des moyens d'être utile ſans qu'on le pût ſoupçonner d'intérêt, auſſi n'héſita-t-il point à l'accepter; & cette place lui offrit une occaſion bien ſingulière de faire paroître combien le zèle qui l'avoit porté à l'accepter, étoit déſintéreſſé. Les Marchands qui fourniſſent à l'Hôtel-Dieu, tout ce qui concerne cette partie, ſont dans l'uſage d'envoyer tous les ans, une corbeille chargée de préſens, à celui qui eſt chargé de l'inſpection. M. Rouelle trouva cette corbeille en rentrant

rentrant chez lui, il la refusa avec mépris, & ne voulut jamais l'accepter tant qu'il a vécu: c'étoit peut-être pousser le désintéressement, jusqu'à l'excès; mais les excès en ce genre, sont d'autant plus honorables qu'ils sont plus rares: il se mettoit par-là en droit de ne pas ménager les abus; & pour les réprimer plus efficacement, il proposa aux Administrateurs, d'établir dans la maison même un premier Apothicaire, il donna un homme de sa main, & cet utile établissement qui subsiste encore aujourd'hui, en a fait disparoître la plus grande partie.

Ses occupations quelque multipliées qu'elles fussent, ne faisoient pas oublier à M. Rouelle, les devoirs qu'il s'étoit imposés envers le Public en entrant à l'Académie; il donna en 1754, un Mémoire, sur la surabondance d'acide qu'on observe dans quelques sels neutres. On avoit toujours cru jusque-là, qu'un sel neutre étoit composé d'une portion d'acide jointe à autant d'alkali, de matière métallique ou de terre absorbante, qu'il en falloit pour le saturer absolument; M. Rouelle soupçonna que cette saturation pouvoit n'être pas toujours si parfaite, & des recherches qu'il fit sur ce sujet, il résulte qu'il y a des sels neutres dans lesquels il existe une portion considérable d'acide, non uni à leur base; que souvent il se forme du même mélange deux sels, dont l'un a beaucoup d'acide, & l'autre très-peu; que plus les sels sont chargés d'acide, plus ils sont solubles, & que ceux qui en ont le moins sont les plus difficiles à dissoudre. Cette théorie appuyée par-tout sur des faits aisés à vérifier, donne la clef d'une infinité de phénomènes embarrassans, & peut être regardée comme un de ces principes primordiaux, auxquels on peut rappeler une infinité de faits qui en dépendent; il n'est peut-être pas donné aux Physiciens, de les expliquer autrement.

Ce Mémoire a été le dernier qu'il ait lû à l'Académie; presque aussitôt après, il fut chargé par le Ministre de la guerre, d'une opération importante, il s'agissoit de l'examen d'une nouvelle méthode de raffiner & même de composer le salpêtre: cet examen qui fut fait à l'Arsenal & à Essonne, de concert avec feu M. de Vallière, fut pénible & dura plusieurs mois, il en résulta que la méthode proposée, dénaturoit entièrement la poudre, & auroit

causé par-là au royaume, un dommage incroyable; les fatigues de cette opération lui causèrent un agacement dans le genre nerveux, qui a été le germe fatal de la maladie dont il est mort: ce fut-là le seul fruit qu'il recueillit de son travail. L'auteur du projet étoit puissamment protégé, & il se vangea du refus qu'il avoit essuyé, en faisant perdre à l'examinateur, la juste récompense qui lui étoit dûe.

M. Rouelle étoit apparemment destiné à essuyer de semblables aventures, l'année suivante il fut encore chargé d'un travail considérable pour l'examen des Monnoies d'or, il s'en acquitta de manière qu'on s'engagea à créer une place en sa faveur, il se fia sur cette promesse, & n'eut point la place; il ignoroit apparemment qu'à la honte de l'humanité, les récompenses les plus justement méritées, ne s'obtiennent ordinairement qu'à force de les solliciter.

L'état de la santé de M. Rouelle, devenoit cependant plus fâcheux, & l'obligeoit souvent à garder la chambre, il avoit obtenu en 1752 à l'Académie, la place d'Associé-Chimiste, vacante par la promotion de M. Bourdelin à celle de Pensionnaire, mais ses absences forcées devenant toujours plus fréquentes, il ne se crut pas en état de remplir la place de Pensionnaire, qui vaqua en 1766, par la mort de M. Hellot, & ne se mit point sur les rangs. La même raison l'obligea en 1768, à demander au Roi un successeur à sa place de Démonstrateur au Jardin du Roi, elle fut donnée à ce frère dont nous avons déjà parlé, confident de ses vues & de ses travaux, bien digne à tous égards de lui succéder, & que la Société des Arts de Londres, vient de mettre depuis peu au nombre de ses Membres; enfin il fut forcé de succomber à des douleurs invétérées, qui alloient toujours en augmentant depuis six ans, elles lui avoient ôté presque entièrement l'usage des jambes.

Dans ce fâcheux état, on crut que le changement d'air pourroit faire au moins quelque diversion à ses maux, & on le transporta à Passi, il n'y trouva aucun soulagement; bien loin de là, ses douleurs augmentèrent, & il mourut le 3 Août 1770, âgé d'environ soixante-six ans.

M. Rouelle n'étoit pas d'une grande taille, sa physionomie &

ſur-tout ſes yeux annonçoient ſa vivacité ; il étoit naturellement aſſez doux, mais il ne falloit pas le contredire en Chimie, la moindre bévue en ce genre, l'irritoit plus qu'une inſulte, & la diſpute devenoit bientôt très-vive, au reſte cette vivacité n'étoit que du moment & on la lui pardonnoit aiſément, en faveur du motif; lors même qu'il ne diſputoit pas ſur ce ſujet, il lui ſuffiſoit d'en parler pour entrer dans un certain enthouſiaſme, & ſon geſte s'animoit au point, qu'il en avoit contracté une eſpèce de tic, qui reſſembloit à des mouvemens convulſifs, & qui tenoit peut-être à la maladie dont il eſt mort.

Mais s'il avoit négligé ces agréables dehors de vertus que donne la politeſſe & le grand monde, il poſſédoit les vertus mêmes au ſuprême degré, & il étoit ardent défenſeur & religieux obſervateur de tout ce qu'il y a de ſacré parmi nous : nous n'en rapporterons ici que peu de traits, mais qui ſeront des preuves ſans replique.

Dans le temps de ſa jeuneſſe, un de ſes parens avoit ſollicité ſon père, de lui faire embraſſer l'état eccléſiaſtique, dans la vue d'employer le crédit qu'il avoit, pour lui faire obtenir des bénéfices conſidérables ; la tentation étoit délicate, mais M. Rouelle rejeta durement la propoſition, il ſavoit dès-lors, que l'Etre ſuprême s'eſt réſervé le choix de ſes Miniſtres, & qu'il menace de ſa colère, ceux qui par des motifs humains, oſent porter à ſes autels une main téméraire, ſans y avoir été appelés par lui-même.

Il ne ſouffroit ni relâche ni déſordre dans l'intérieur de ſa maiſon, il s'aſſuroit avec grand ſoin des mœurs, des talens & des études de ceux qu'il y admettoit ; ceux qui s'y diſtinguoient par leur exactitude & par la pureté de leurs mœurs, trouvoient bientôt en lui, un ami tendre & zélé ; mais ceux qui ſortoient de leur devoir & qui n'y rentroient pas après quelques avertiſſemens, n'y faiſoient pas un long ſéjour, & en étoient ſévèrement exclus.

Son cœur & ſa maiſon étoient toujours ouverts à ceux de ſes parens que le défaut de reſſources, ou un âge trop tendre, mettoient dans le cas de rechercher ſes ſecours ; il avoit pour eux des entrailles de père, & ne mettoit aucune différence entre eux & ſes propres enfans.

La réputation de ſon ſavoir n'étoit pas plus répandue que celui de ſa probité, & il étoit ſi bien connu ſur ce point chez les Étrangers, qu'ils lui envoyoient leurs Élèves; ils comptoient leur procurer, aux dépens de ce voyage, les moyens de ſe former également ſous ſes yeux aux Sciences & à la vertu.

Après tout ce que nous avons dit de M. Rouelle, il eſt preſque inutile d'ajouter ici qu'il n'étoit pas courtiſan; jamais, en effet, il ne s'eſt ſervi de l'accès qu'il avoit auprès des Miniſtres pour leur rien demander pour lui-même: peut-être eût-il mieux fait de ne pas pouſſer ce déſintéreſſement ſi loin.

Son attachement pour ſa patrie étoit extrême: on a pu remarquer qu'il n'avoit donné que peu de Mémoires à l'Académie; mais, indépendamment de ſes Leçons publiques, il avoit encore une autre occupation qui lui emportoit une grande partie de ſon temps. Il travailloit à un Cours complet de Chimie, & quoique cet ouvrage ne fut encore que commencé, on ſavoit qu'il y travailloit. Un Anglois fit exprès le voyage de Londres à Paris, dans la vue de lui propoſer d'acheter cet ouvrage pour en enrichir ſa patrie; il lui offrit de lui en payer cinq cents Louis de plus que les Libraires de Paris, s'engageant en même temps à le faire traduire en pluſieurs langues; mais, malgré tout le brillant de cette propoſition, l'amour de la patrie l'emporta chez M. Rouelle, & elle fut refuſée. Il n'a pas eu la conſolation de finir cet ouvrage, mais nous nous hâtons d'annoncer au Public qu'il n'y perdra rien, & qu'il le recevra bientôt des mains de M. ſon frère, parfaitement au fait des vues de l'Auteur, & plus digne que perſonne de lui faire un pareil préſent.

M. Rouelle s'étoit marié preſque en même temps qu'il s'étoit établi; il n'avoit jamais regardé le mariage comme une affaire de calcul; il crut que l'honnêteté des mœurs, la décence, l'intelligence dans les affaires, le courage & la modeſtie pouvoient plus contribuer à ſon bonheur qu'une dot plus conſidérable, & il a eu le bonheur de n'être pas trompé, & de jouir long-temps en paix de la ſageſſe de ſon choix.

De douze enfans qu'il a eus de ce mariage, il n'en reſte aujourd'hui que deux, un garçon & une fille. Il avoit préſid lui-même à l'éducation de ſon fils, & comptoit le faire inceſſammeé

voyager, pour le perfectionner dans l'Histoire Naturelle, dont il lui avoit inspiré le goût. Le devoir qui l'attachoit à son père, pendant ses longues infirmités, l'en a empêché jusqu'ici; mais il se propose d'honorer sa mémoire en continuant d'exécuter ses volontés, même après sa mort.

La place d'Associé-Chimiste, de M. Rouelle, a été remplie par M. Macquer, déjà Adjoint dans la même classe.

ÉLOGE DE MILORD MORTON.

JACQUES Douglas, Comte de Morton & d'Aberdour, Pair & Surintendant des Archives d'Écosse, Chevalier de l'Ordre du Chardon, & l'un des seize Représentans de la Pairie d'Écosse au Parlement d'Angleterre, Président de la Société royale de Londres, & chargé du soin du *Musæum Britannicum*, naquit à Édimbourg en Écosse, en l'année 1707. La maison de Douglas dont il sortoit, étoit l'une des plus anciennes de l'Écosse, & peut-être de l'Europe; & le Comte de Morton tient la cinquième place parmi les Comtes Écossois.

Il commença ses études en Écosse, & vint ensuite les continuer au Collége royal de Cambridge : après les avoir finies, il partit pour faire le tour de l'Europe, suivant l'usage de toute la jeune Noblesse angloise, dont l'éducation finit ordinairement par-là. Mais si tous vont voyager, tous ne tirent pas un égal avantage de leurs voyages. Le génie Philosophique du jeune Comte de Morton, le mit à portée de profiter du sien, & quand il revint en Angleterre, il avoit acquis plus de science & de talens, que n'en rapportent ordinairement de leurs voyages, les personnes de son rang. Bientôt ce goût lui fit faire connoissance avec le célèbre M. Mac-Laurin, il en fit son ami & ce fut par ses conseils & avec son secours, qu'il forma à Édimbourg, une Société de Philosophes, dont il devint le Président; se trouvant ainsi à l'âge de moins de vingt-six ans, fondateur d'une Académie qui est aujourd'hui au rang des plus célèbres de l'Europe.

Plus Milord Morton s'appliquoit à donner des preuves de son amour pour les Sciences, plus il donnoit de droits sur lui à la Société royale. Cette célèbre Compagnie, s'empressa d'en user, & elle le mit en 1733, au nombre des Membres qui la composent.

Cet honneur ne fit que redoubler son ardeur, il crut que la reconnoissance lui imposoit de nouveaux devoirs, & la Société persuadée de son attachement pour elle, le mit souvent dans le petit nombre de ceux qui composent son Conseil, où il fut plus attentif qu'aucun de ses collégues, à tout ce qui pouvoit intéresser l'avancement des Sciences ou les intérêts de la Compagnie. Enfin en 1763, la Société royale trouva moyen de le placer à sa tête comme elle le desiroit depuis long temps. La place de Président vacante par la mort de Milord Macclesfield, lui fut déférée tout d'une voix.

Dès que le Lord Morton se vit revêtu de cette dignité, il crut avoir contracté un nouvel engagement avec les Sciences & avec la Société royale, il apporta toujours la plus grande attention à encourager les découvertes & à augmenter les connoissances, il s'arma d'une sage sévérité, pour ne laisser proposer dans les élections, que des sujets capables de faire honneur à la Société; & pour maintenir l'ordre dans les assemblées.

Les qualités de Milord Morton, & son zèle pour l'avancement des Sciences, étoient bien connus en France, & sur-tout dans l'Académie, dont plusieurs Membres l'avoient vu, soit dans ses voyages en France, soit en Angleterre, elle desiroit depuis long-temps de le voir dans le petit nombre de ses Associés-Étrangers. La mort de Milord Macclesfield, qui laissoit une de ces places vacante, la mit à portée de suivre son inclination, & il obtint cette place le 30 Mai 1764; il étoit alors occupé de tous les mouvemens qu'il se donnoit à l'occasion du passage de Vénus sur le Soleil, qui devoit arriver le 3 Juin 1769, car son zèle paroissoit se renouveler, quand il se présentoit de ces occasions qui intéressent le bien général de l'humanité; il se donna des peines incroyables dans cette occasion, il travailla à procurer des situations avantageuses pour les observations, il rechercha des

Observateurs, il obtint du roi d'Angleterre, deux vaisseaux pour ces expéditions, & enfin il eut plus de part que personne, aux instructions qui furent données aux Observateurs ; l'Europe entière a été informée du succès de ces savantes expéditions.

Une seconde occasion de cette espèce, se présenta en 1766; & malgré la multiplicité des occupations que lui donnoit la place de Président de la Société royale, il assista régulièrement comme Commissaire des Longitudes, aux conférences qui se tinrent sur cet important objet; & travailla à proportionner les récompenses promises par la législation, aux services rendus en cette partie, & comme on savoit qu'on ne pouvoit trop l'occuper, il fut encore nommé Commissaire du *Musæum Britannicum :* emploi dans lequel il montra autant d'intelligence que d'activité.

Milord Morton étoit entré dans le monde, long-temps avant la mort de M.r son père, & ne jouissoit par conséquent pas des titres de sa maison : dès que la mort de ce Seigneur l'en eut mis en possession, le Roi lui conféra l'Ordre militaire du Chardon, & peu de temps après il fut élu pour un des seize Représentans de la Pairie d'Écosse dans le Parlement; poste qu'il garda jusqu'à sa mort, & où il soutint toujours avec la plus vive éloquence, les grands intérêts de la nation ; & tout ce qui pouvoit intéresser l'ordre public.

Il avoit été nommé à l'importante place de Surintendant des Archives d'Écosse, & pour mieux s'acquitter des devoirs de cette place, il avoit formé l'utile projet d'un cabinet d'Archives de ce royaume, il en avoit même commencé l'exécution, lorsque sa mort arrivée en 1768, mit également fin à sa vie, & à ses projets.

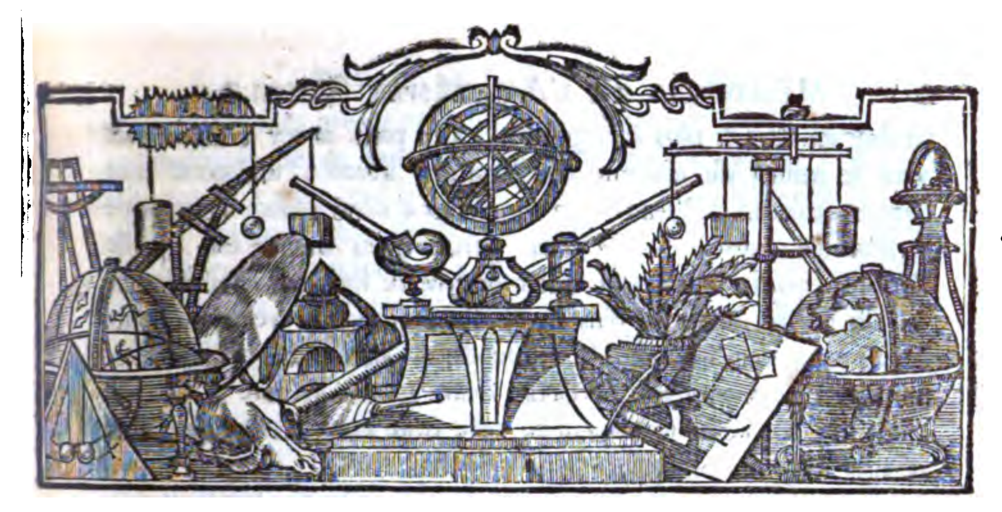
Milord Morton aimoit véritablement les Sciences, & il étoit ami né de tous ceux qui s'y distinguoient, il étoit sur-tout lié avec presque tous ceux qui sont à la tête de la Littérature en France, qu'il avoit connus dans ses voyages; toutes les fois que quelques Étrangers savans passoient en Angleterre, il se croyoit obligé de faire les honneurs de la Nation, de leur offrir ses services, & non-seulement il les traitoit comme il convenoit à un homme de sa condition, mais encore il n'épargnoit rien pour

leur faciliter l'exécution de leurs projets ; on ſait la manière dont il en uſa avec M. le Monnier, lorſque cet Académicien alla chez lui en Écoſſe, pour y obſerver l'éclipſe de Soleil de 1748, qui devoit y être annulaire; le but de cet Académicien, étoit de prouver par cette obſervation, ce qu'il avoit ſoupçonné, que le diamètre de la Lune, ne ſeroit pas autant altéré que le ſuppoſoient M.rs de la Hire & Newton ; & en effet, il ne le fut en aucune manière : obſervation précieuſe, confirmée depuis par celles de l'éclipſe annulaire de 1764, & à laquelle Milord Morton eut très-grande part, par toutes les facilités qu'il procura à M. le Monnier : en un mot, on peut dire que jamais perſonne n'eut plus de droit que lui, à l'eſtime & à l'amitié des gens de Lettres, & à la confiance de ſa patrie; & que perſonne n'a jamais plus conſtamment que lui, joui de l'une & de l'autre.

Il avoit été marié deux fois; la première avec Milady Halyburton, d'une très-ancienne famille d'Écoſſe, que ſon amour pour les Sciences nous permet d'aſſocier à cet éloge; & il a eu de chacun de ſes deux mariages, un fils & une fille.



MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXX.

MÉMOIRE

Sur les SOLFATARES des environs de ROME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LES Eaux soufrées sont communes en Italie, & l'on peut regarder la source que l'on traverse en allant de Rome à Tivoli, à un lieu distant de Rome de quatre à cinq lieues mesure de France, comme une de celles qui

3 Mars 1770.

semble en être la plus chargée *(a)*. On passe à cet endroit, & vers le milieu du chemin de Rome à Tivoli, un pont sous lequel coule un ruisseau large de quatre à cinq pieds; l'eau de ce ruisseau se nomme l'*aqua zolfa*, parce qu'en Italien on appelle le soufre *zolfo*; elle a une odeur de foie de soufre si considérable, qu'elle se fait sentir à plus d'une lieue quand le vent y porte. Nous en avons été infectés à une demi-lieue; & quelquefois, à ce que l'on prétend, l'odeur vient jusqu'à Rome. L'eau est bleuâtre, & prend la couleur de celle dont on se sert pour mettre certain linge au bleu.

Cette eau mise dans un verre paroît claire; elle y conserve cette couleur bleuâtre & son odeur de foie de soufre. Pour que cette eau colorée garde ainsi toute sa transparence, il faut que la dissolution du foie de soufre soit très-complète. Elle coule rapidement, & n'a dans le canal qu'on lui a formé pour la conduire jusqu'au *Teverone*, où elle va se décharger, que trois, quatre ou cinq pieds de profondeur: les bords du canal le long de ce ruisseau, sont garnis d'une pâte de soufre qui semble grasse au toucher, & l'on ne peut pas se tromper à son odeur.

L'eau soufrée contient encore un sédiment qui paroît avoir produit avec le temps les carrières d'où l'on tire aujourd'hui la pierre appelée *travertin*, *tiburtine*, ou de *Tivoli*. Ces pierres ont le grain très-fin, & sont percées de plusieurs trous; on en construit aujourd'hui une grande partie des bâtimens de Rome. Pline en parle *(lib. XXXVI, cap. XXII)*: ce dépôt seroit-il l'effet de la sélénite que l'eau tenoit en dissolution; & la pâte soufrée dont nous avons parlé, contiendroit-elle aussi une partie de ces mêmes pierres que l'eau auroit décomposées? Si l'on admet cette conjecture, on demandera encore long-temps, sans doute, comment ces eaux ont pu former ces pierres, & ensuite dissoudre & déposer cette même sélénite, & quel est l'agent dans ces

(a) Voyez le Mémoire de M. l'abbé Nollet, *année 1750*; dans ceux des *Savans Étrangers*, la description que donne M. l'abbé Mazéas, de cette source & des solfatares des environs de Rome: Kirker, *Latium vetus & novum*.

deux différentes opérations (b)! La Chimie nous offre cependant un exemple de ce fait dans le *liquor silicum* de M. Pott; on sait que l'on peut précipiter par un acide les cailloux qui ont été dissous par un alkali; & qu'après quelques jours, le fluide redissout encore le précipité qu'il avoit formé; mais ceci n'est propre qu'à appuyer ma conjecture, sans pouvoir donner une raison satisfaisante des moyens & du comment elle pourroit avoir lieu. Il est certain que l'eau soufrée dissout les pierres du canal qu'elle traverse; car nous avons dit qu'elles sont détruites & percées. Je voudrois avoir rapporté de cette espèce de pâte jaune & soufrée qui se trouve le long de ces pierres, & que je crois formée en grande partie de ces pierres dissoutes. Les eaux déposent encore la sélénite dont nous avons fait mention, sur les plantes ou substances étrangères qui se trouvent sur les bords du canal qu'elles traversent, & les encroûtent; ces incrustations durcissent à l'air, ainsi que les pierres tiburtines qui acquèrent de la dureté étant employées. Comme en très-peu de temps les différentes substances se trouvent encroûtées, les paysans arrosent avec cette eau des plantes & des fleurs; elles se recouvrent de ce limon pétrifiant, & elles ressemblent pour lors aux confitures de sucre glacées ou candies.

Le long du chemin qui conduit à ces eaux, on trouve encore de petites pierres blanches qui ressemblent tellement, par leur forme & leur blancheur, à des dragées, que l'on s'y trompe; aussi le nom de dragées de Tivoli leur a-t-il été donné.

Nous avons été jusqu'à la source de cette eau, elle forme deux petits lacs d'environ quarante toises dans leur plus grande étendue; proche l'un de ces bassins, sont des restes d'édifices anciens, connus aujourd'hui sous le nom de *Bagni della Regina.* On croit que ce lieu & ces eaux, étoient destinés pour servir de bains aux Anciens qui en connoissoient les propriétés: on les met encore en usage. On nomme l'eau de ces bains *Albula,* à cause de sa

(b) Ces pierres se calcinent & se réduisent en chaux; cependant quelques Auteurs l'ont regardé comme une lave ou un produit de volcan. Je ne crois pas la pierre formée par le volcan, mais il me paroît seulement qu'elle contient des parties de volcan.

couleur, qui n'eſt pas cependant une véritable couleur blanche: Martial, *lib. I, Epigram.* Pline, *Hiſt. natur. lib. XXXI, cap. II (c).*

M'étant propoſé de donner ici l'hiſtoire de ce lieu, j'ai cru devoir même raſſembler ce qui a déjà été examiné par ceux qui m'ont précédé, en ajoutant ſeulement l'idée que je propoſe ſur la formation des pierres de Tivoli, & ſur la deſtruction de cette même ſélénite.

Le lieu ſous-lequel paſſe ce ruiſſeau réſonne creux quand on frappe ſur la ſuperficie, il eſt ſec & aride; les plantes n'y viennent pas, non plus que ſur les bords du ruiſſeau. L'eau du lac paroît bouillir quand on y jette quelque corps étranger; j'ai cru ce phénomène produit par la décompoſition qui ſe faiſoit dans cette eau du corps qui y tomboit, & qu'il y occaſionnoit une eſpèce d'effervescence, mais je n'ai pas tardé à perdre cette idée. Tout corps produit le même effet, une pierre de quelque nature qu'elle ſoit, un caillou, un bâton, &c. ſuſpendu à une corde, ou jeté dans cette eau, y occaſionne le même mouvement, & les mêmes bulles d'air: & ces corps quand on les retire, paroiſſent n'y avoir ſouffert aucune décompoſition. Il ſemble donc que cet effet ſingulier, que nous avons examiné avec attention, n'eſt produit que par des bulles d'air qui ſe détachent du fond, & qui montent à la ſuperficie de l'eau: mais qu'eſt-ce qui fait monter les bulles? c'eſt ce qui reſte encore à déterminer: j'imagine qu'elles ſortent d'un fond de bourbe chargée d'eau; ce qui paroît d'autant plus conſtant, qu'ayant deſcendu une pierre ſuſpendue à une corde, & l'ayant devidée aſſez longue pour que la pierre ne tirât plus la corde, & qu'elle ſemblât porter au fond, les bulles étoient d'autant plus de temps à monter & à paroître à la ſuperficie de l'eau,

(c) Les environs de Tivoli étoient garnis de maiſons de campagne dans le temps des anciens Romains; aujourd'hui cet endroit eſt encore un lieu de délices, parce qu'outre ſa poſition agréable, on y trouve les meilleurs matériaux pour y bâtir; la pierre travertine, tiburtine, ou le travertin, y eſt commun, la pouzolane, ou une terre ſemblable, y eſt auſſi en abondance; on y cuit des briques; on fait de la chaux avec le travertin qu'on joint avec un ſable tiré de Teverone, pour en former d'excellent mortier.

qu'il avoit fallu filer plus de corde pour parvenir jufqu'au fond; & que les bulles montoient plus précipitamment quand, en changeant de place, le hafard faifoit trouver un fond plus voifin de la fuperficie, & qu'il falloit lâcher moins de corde pour que la pierre parvint au fond.

M. l'abbé Mazéas croit *(dans le Mémoire déjà cité)* que c'eft une terre calcaire unie à du foufre & à une portion de bitume, qui produit ce phénomène: je ne doute pas qu'il n'y ait de la terre féléniteufe dans ce lac; mais toute terre graffe & chargée d'air qui s'imbibe d'eau, produit ce même effet qui eft plus ou moins apparent, fuivant qu'il y a plus ou moins d'épaiffeur de terre ou de bourbe dans le fond du lac ou baffin, & que cette bourbe contient plus d'air *(d)*.

Ce lac, fuivant la corde que nous avons été obligé de filer, a, en certains endroits, jufqu'à 60, 70 & 80 braffes; nous n'avons pu aller au milieu du lac, où l'eau a fans doute encore plus de profondeur. On voit fur ce lac plufieurs petites îles flottantes *(e)* qui changent quelquefois de place; je les crois produites par la vertu corrofive qu'ont ces eaux; elles détruifent les terres qui font au-deffous des végétaux qui ont déjà fouffert eux-mêmes une efpèce de décompofition: ces plantes deviennent des efpèces de tourbes fur lefquelles les eaux n'ont plus de prife; les plantes reftent liées & forment ces îles qui peuvent fupporter un homme fans qu'il s'y enfonce: j'ai marché fur celles qui étoient voifines d'un des bords, & je me fuis cependant aperçu qu'en appuyant, l'eau fourcilloit de plufieurs endroits fous mes pieds.

On dit que les oifeaux ne paffent jamais fur ce lac, & que s'ils le traverfoient ils feroient punis de leur témérité par une mort prompte: je penfe que s'ils étoient long-temps expofés à cette vapeur, ils pourroient en être fuffoqués; mais je n'imagine

(d) L'on voit fouvent monter de pareilles bulles d'air des mares bourbeufes, & ceci leur arrive principalement lorfque le temps menace d'un orage prochain.

(e) Voyez M. Spon, *Voyage d'Italie*, qui parle des Ifles flottantes, *livre I.er* M. l'abbé Nollet, *Mémoires de l'Académie 1750*; & M. l'abbé Mazéas, dans le Mémoire déjà cité.

pas que l'effet en fût aussi prompt; je crois l'avoir presque prouvé: cependant il me manquoit un oiseau pour le soumettre à cette expérience.

Depuis l'endroit où nous avons commencé à sentir la mauvaise odeur de cette eau, jusque vers sa source, nous avons trouvé nombre de pieds d'arbres de Judée *(f)*, qui sont peu élevés & foibles de tiges, sans doute parce qu'on les coupe pour se chauffer; ils viennent *sponté* (Voyez *Hist. de l'Acad. 1704*, où il est parlé de cette eau sulfureuse).

J'ai trouvé, comme M. l'abbé Nollet, la chaleur de ces eaux de 20 degrés, tandis que le thermomètre à l'air libre étoit à 18 degrés. Les observations que nous avons faites, n'indiquent donc qu'une très-foible chaleur dans ces eaux, même au fond du lac, malgré l'expérience que cite Kirker, d'un plongeur qui, descendu à dix palmes de profondeur, n'osa aller plus loin, s'y sentant les pieds brûlés; & quoique les bulles d'air qui s'en élèvent d'espace en espace aient paru indiquer l'effet d'un bouillonnement, nous croyons en avoir donné la véritable origine, qui ne dépend point de la chaleur.

L'eau de ce bassin de couleur bleuâtre répand, ainsi que je l'ai dit, une odeur très-désagréable. Il m'a paru que cette vapeur fatiguoit la gorge & la poitrine: cette vapeur change la couleur des végétaux & celle du cuivre; en très-peu de temps les boutons de mon habit, des boucles de similor sont devenus rouges, le galon d'or a noirci, & la vapeur a fait plus d'effet sur ces métaux, que l'eau même dont j'ai imbibé une partie du galon.

Voici quelques expériences faites (chez M. Cadet) sur une bouteille de ces eaux que j'ai apportée à Paris; la bouteille étoit épaisse & bouchée avec tout le soin possible: l'eau, près d'un an après, lorsque je l'ai débouchée, avoit encore une couleur bleue, mais peu foncée, elle répandoit une odeur de foie de soufre très-vive. Après avoir fait évaporer une partie de cette eau, elle a déposé un peu de soufre & une substance blanche, qui est une véritable terre calcaire, & une petite quantité de sel marin à base terreuse:

(f) Siliquastrum. Inst.

cette ſubſtance blanche & terreuſe a fermenté avec l'acide du vinaigre; le réſultat de ce mélange a laiſſé une terre folliée à baſe terreuſe.

L'huile de tartre, par défaillance, a précipité une terre calcaire; ayant jeté dans cette eau ſoufrée une diſſolution d'argent, il s'eſt fait un précipité brun preſque noir; avec le vinaigre de Saturne, un précipité brun; une diſſolution de cuivre n'a rien produit, tandis que la même diſſolution avec une goutte d'alkali volatil a donné une belle couleur bleue; avec la teinture bleue, la couleur eſt devenue un peu rouge, mais foiblement: ainſi ces eaux ne contiennent que peu ou point d'acide ſurabondant.

Il paroît donc que ces eaux ſulfureuſes ſont compoſées d'un ſoufre volatil & d'une terre abſorbante, d'où réſulte un foie de ſoufre produit par la combinaiſon du ſoufre avec l'alkali terreux & peut-être marin; ou ſeroit-ce un alkali volatil? ce qui ſeroit moins démontré par ces expériences. Je crois convenable de joindre ici quelques remarques que j'ai faites ſur le ſoufre qui ſe ſublime par l'effet d'un volcan.

Du vrai ſoufre que j'ai pris ſur des fentes ou crevaſſes du volcan, étoit d'une couleur rouge foncée, qui s'eſt perdue avec le temps; outre cela il répandoit une odeur très-vive & qui tenoit un peu de celle que donne l'acide marin: la couleur, ainſi que l'odeur, ſe perdent donc ou changent après quelque temps; car ce ſoufre a repris la couleur d'un jaune-pâle que nous lui connoiſſons, & a perdu preſque entièrement ſon odeur: d'où viennent ces différences? ſeroit-ce de l'arſenic qui ſe trouve ſouvent mêlé avec les matières du volcan, & qui ſe ſeroit volatiliſé? ou ne ſeroit-ce pas l'effet d'une ſurabondance de phlogiſtique? Comme nos idées ſont encore bien obſcures ſur cette partie du ſoufre, nous aurons peine à décider cette queſtion, mais j'ai cru à propos de citer ici ces remarques.

J'ai fait depuis revenir une ſeconde bouteille de ces eaux, me promettant de la ſoumettre à de nouveaux examens; la bouteille a été fort balotée en route; elle étoit, à la vérité, bouchée avec moins de précaution, & le verre en étoit plus mince: mais il eſt arrivé un fait ſingulier & qui a détruit mes eſpérances, la bouteille

[illegible]



MÉMOIRE

MÉMOIRE SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL, Qui résulte du Passage de Vénus, observé en 1769.

Par M. DE LA LANDE.

NOUS attendions avec la plus grande impatience des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites en Amérique, pour que l'effet des parallaxes y fût assez sensible & qu'on pût en déduire, avec une précision suffisante, la distance du Soleil à la Terre: M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, m'a envoyé depuis quelques jours diverses Observations faites dans l'Amérique septentrionale, par des Observateurs Anglois; j'en ai trouvé une qui est complète & concluante; je me suis empressé de la calculer pour avoir enfin un résultat de ce passage si long-temps attendu, & une détermination de la parallaxe du Soleil, aussi sûre qu'une observation complète peut la donner.

10 Janvier 1770.

Mrs Dymond & Wales ayant été envoyés par la Société royale dans le nord de l'Amérique septentrionale, ont choisi leur station au fort du Prince de Galles, sur la côte occidentale de la baie d'Hudson, près de la rivière Churchil, à $58^d\ 47'\ 30''$ de latitude septentrionale, dans un endroit par conséquent où l'on devoit voir l'entrée & la sortie de Vénus, & ils ont eu le bonheur d'avoir un Ciel favorable le jour de leur observation; ils observèrent le contact intérieur de l'entrée à $1^h\ 15'\ 23''$, & le contact intérieur de la sortie à $7^h\ 0'\ 47''\frac{1}{2}$, en prenant un milieu entre deux résultats qui ne différoient que de 3 secondes; ces observations ont été faites avec des télescopes de M. Short de deux pieds de foyer.

Le calcul de cette observation est donc indépendant de la longitude du lieu, avantage considérable à cause de l'incertitude qu'il est si difficile de lever dans les Observations de longitude.

Paris & Stockolm ſont les deux villes du monde où l'on a le plus obſervé d'éclipſes du 1.er ſatellite de Jupiter, & cependant l'on diſpute encore pour ſavoir ſi leur différence de longitude eſt $1^h\ 2'\ 50''$, comme l'a trouvé M. Wargentin, ou $1^h\ 3'\ 5''$, comme l'a jugé M. Pingré *. Pour profiter de tout l'avantage de cette obſervation, il falloit la comparer à une autre qui fût également complète; nous n'avons que celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Finlande, province de Suède, dont j'ai donné le calcul à l'Académie au mois de Décembre dernier, & où la durée du paſſage a été de même obſervée, le contact intérieur de l'entrée ayant été vu à $9^h\ 20'\ 45''\frac{1}{2}$, & le contact extérieur à $15^h\ 32'\ 27''$ de temps vrai ſous une latitude de $64^d\ 13'\ 30''$.

* Mém. Acad. année 1766, page 65.

Si la parallaxe du Soleil eſt bien connue, & ſi elle eſt de 9 ſecondes, comme je l'ai ſuppoſée dans la première édition de mon Aſtronomie, il faut qu'en employant cette parallaxe, & réduiſant les quatre obſervations au centre de la Terre, la durée du paſſage entre les deux contacts intérieurs ſoit parfaitement la même. Si elle eſt plus petite à Cajanebourg, où l'effet de la parallaxe faiſoit paroître la durée plus longue qu'au fort du Prince de Galles, c'eſt une preuve que la parallaxe employée dans le calcul eſt trop forte, & c'eſt ce qui m'eſt arrivé en ſuppoſant 9 ſecondes de parallaxe. En ſuppoſant $7'',73$, j'ai concilié ſi bien les quatre obſervations, que j'ai trouvé la même durée pour les deux ſtations de Cajanebourg & de la baie d'Hudſon, à un tiers de ſeconde près. En augmentant de $0'',15$ la parallaxe, on a une durée moindre de $6'',7$ pour Cajanebourg que pour le fort. J'ai reconnu par ces calculs, qu'il faut mettre dans les données une très-grande préciſion ſi l'on veut avoir l'effet des parallaxes avec exactitude; j'ai donc été obligé de recommencer pluſieurs fois ces opérations, je ne rapporterai ici que le réſultat de la dernière, avec la méthode que j'y ai employée; ces nombres pourront être utiles, ſoit pour vérifier les calculs, ſoit pour abréger ceux que l'on fera pour d'autres obſervations, ſur-tout celle de la Mer du ſud par M. Green, & celle de Californie par M. l'abbé Chappe, qui tous deux ont dû obſerver également la durée totale du paſſage.

Soit C le centre du Soleil, MN l'orbite de Vénus, vue du centre de la Terre, V le lieu apparent de Vénus au moment du contact intérieur observé, NV la parallaxe de hauteur dans le vertical ZV, parallèle à CT; l'angle PCT est supposé formé par le cercle de déclinaison & par la perpendiculaire à l'orbite, c'est la somme de l'inclinaison relative de l'orbite de Vénus sur l'écliptique $8^d\ 28'\ 59''$, & de l'angle de position, que je suppose de $7^d\ 1'\ 56''$ dans la première observation, mais qui est différent dans les autres, comme on le trouvera dans la Table suivante.

C'est pour le centre de Vénus, & non pour celui du Soleil, que j'ai fait tous mes calculs, car je n'ai pas même voulu négliger la petite différence qu'il y a entre le Soleil & Vénus pour l'angle parallactique & l'angle de position. Pour avoir ces angles avec précision, j'ai calculé d'abord à peu près le temps où Vénus avoit été réellement en N, & en apparence en V pour le lieu de l'Observateur, avec l'angle PCV; & sachant que CV étoit alors égale à la différence des diamètres du Soleil & de Vénus, que je supposois d'abord de $917''\frac{1}{2}$, ou à la somme $976\frac{1}{2}$; j'ai calculé la différence apparente CD de déclinaison, & la différence VD qui, divisée par le cosinus de la déclinaison de Vénus, m'a donné la différence d'ascension droite, ou la différence des angles horaires de Vénus & du Soleil. Ayant ainsi, pour chaque observation, l'angle horaire & la déclinaison apparente de Vénus, j'ai calculé sa hauteur apparente, l'angle parallactique & la parallaxe de hauteur. Je pourrois ne supposer ici la hauteur vraie diminuée que de la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil; mais pour plus d'exactitude, il faut en ôter la parallaxe de hauteur du Soleil pour avoir la hauteur apparente de Vénus. Connoissant aussi à peu près le temps que Vénus a mis de M en N, j'en ai conclu l'arc MN, l'angle MCN, & l'angle TCN ou CNV.

Dans le triangle CNV, connoissant l'angle N, le côté NV qui est la parallaxe horizontale, & le côté CV qui est la différence ou la somme des demi-diamètres, j'en ai conclu l'angle NCV dans lequel il faut employer jusqu'aux dixièmes de secondes, & par conséquent l'angle V qui est la somme de l'angle N & de l'angle C, & ensuite le côté CN qui est la distance vraie de Vénus au

centre du Soleil. Dans le triangle *CMN*, on connoît la plus courte distance *CM*, que je savois d'avance être de 609,530, & *CN* que l'on vient de trouver; on cherche *NM* qui réduit en temps, à raison de 4′ 0″,115 par heure, donne la distance de Vénus depuis le milieu *M* du passage; j'ai cherché aussi cette distance avec la même valeur de *CM* & la vraie distance des centres *CE*, égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, que je suppose ici de 15′ 43″,45 & 29″ $\frac{1}{2}$; j'ai trouvé 2^h 50′ 10″,3 pour la distance *EM*, vue du centre de la Terre, qui diffère de la précédente de la quantité *EN*, qui est l'effet cherché de la parallaxe: si au lieu de la différence des diamètres on emploie leur somme, on trouvera 3^h 9′ 29″,9 pour la distance entre le contact extérieur & le milieu du passage.

Cette méthode pour calculer l'effet des parallaxes, me paroît plus exacte que toutes celles dont les Astronomes ont fait usage jusqu'à présent, & elle donne cet effet avec toute la précision qu'on peut desirer, pourvu qu'on connoisse assez bien les élémens du calcul par des opérations préliminaires.

La figure jointe à ce Mémoire, représente la situation *NK* du vertical pour les quatre observations, à gauche pour l'entrée, soit à Cajanebourg, soit à la baie d'Hudson; à droite pour la sortie; mais ici il y a deux lignes, l'une *NV* est le vertical de Cajanebourg, l'autre *ZV* est le vertical pour la baie d'Hudson, qui est plus oriental, ou plus à gauche du côté du nord, que le cercle de déclinaison *PC*, parce que la sortie de Vénus y est arrivée le soir, de même que l'entrée.

Au lieu de la distance apparente *CV* dont j'ai fait usage ci-dessus, on peut se servir de la distance vraie *CN*, que l'on connoît, ainsi que l'angle *CNV*, par le temps de l'observation comparé avec le milieu du passage en *M*. On calculera ensuite la vraie distance de Vénus au zénit, & l'on y appliquera la parallaxe de Vénus seule pour avoir sa distance apparente au zénit; mais la différence de cette méthode à celle que j'ai suivie est insensible.

...ENS DU CALCUL DES PARALLAXES *Dans les Obſervations* ...e CAJANEBOURG & de la BAIE d'HUDSON.	CAJANEBOURG. $64^d\ 13'\ 30''$		FORT DU PRINCE. $58^d\ 47'\ 30''$	
...ps vrai des quatre obſervations ſous leurs méridiens reſpectifs	$9^h\ 20'\ 45''\frac{1}{2}$	$15^h\ 32'\ 27''$	$1^h\ 15'\ 23''$	$7^h\ 0.\ 47''\frac{1}{2}$
...eu du paſſage à peu près connu	12. 18. 3	12. 18. 3	4. 10. 0	4. 10. 0
...tance des obſervations au milieu du paſſage	2. 57. 17 $\frac{1}{2}$	3. 14. 24	2. 54. 37	2. 50. 47 $\frac{1}{2}$
...gle *NCM* formé par la perpendiculaire *CM* & le rayon du lieu vrai	$49^d\ 5'\ 16''$	$51^d\ 40'\ 51''$	$48^d\ 39'\ 27''$	$48^d\ 1'\ 34''$
...gle *VCM* formé par la perpendiculaire *CM* & le rayon du lieu apparent	49. 30. 20	52. 38. 6	48. 55. 27	49. 23. 49
...ifférence apparente d'aſcenſion droite entre Vénus & le Soleil	0. 9. 16	0. 9. 16	0. 9. 8	0. 15. 0
...fférence de déclinaiſon à ajouter à celle du Soleil	0. 12. 41	0. 6. 3	0. 12. 46	0. 6. 29
...gle horaire de Vénus	140. 2. 6 $\frac{1}{2}$	126. 36. 53	18. 41. 27	105. 26. 52 $\frac{1}{2}$
...ſtance de Vénus au pôle	67. 21. 32	67. 26. 22	67. 21. 27	67. 26. 3
...teur apparente de Vénus	2. 14. 11	6. 4. 53	51. 27. 59	11. 34. 45
...rallaxe de hauteur de Vénus, en ſuppoſant 7",73 pour le Soleil	19",420	19",325	12",107	19",039
...ngle de poſition pour Vénus	$7^d\ 1'\ 56''$	$7^d\ 5'\ 43''$	$7^d\ 1'\ 57''$	$7^d\ 5'\ 28''$
...mme de l'angle de poſition & l'inclinaiſon de l'orbite $8^d\ 28'\ 59''$	15. 30. 55	15. 34. 42	15. 30. 56	15. 34. 27
...ngle parallactique du cercle horaire avec le vertical de Vénus	16. 13. 53	20. 32. 57	15. 27. 42	30. 39. 5
...gle *N*, qui eſt la ſomme ou la différence des angles précédens & de l'angle *NCM*	17. 20. 28	46. 42. 36	17. 40. 49	85. 4. 54
...gle *V* formé par le vertical & le rayon apparent *V*	17. 42. 14,4	47. 32. 18,3	17. 54. 38,9	84. 33. 28,6
...ſtance apparente *CV*	913",95	972",95	913",95	913",95
...ſtance vraie des centres du Soleil & de Vénus ou *CN*	932,469	986,100	925,478	912,341
...mps correſpondant ou diſtance au milieu du paſſage	2. 56. 20",0	3. 13. 41",8	2. 54. 1",1	2. 49. 37",9
...ſtance vraie vue du centre de la Terre	2. 50. 10,3	3. 9. 29,9	2. 50. 10,3	2. 50. 10,3
...fet de la parallaxe en temps, en ſuppoſant la parallaxe horizontale 9",01	+ 6. 9,7	— 4. 11,9	+ 3. 50,8	+ 32,4
...mps des quatre obſervations réduites au centre de la Terre	9. 26. 55,2	15. 28. 15,1	1. 19. 13,8	7. 1. 19,9

Le milieu entre les deux phaſes réduites au centre de la Terre pour le fort du Prince, donne le milieu du paſſage à $4^h\ 10'\ 17''$.

A l'égard des phaſes de Cajanebourg, les deux diſtances obſervées

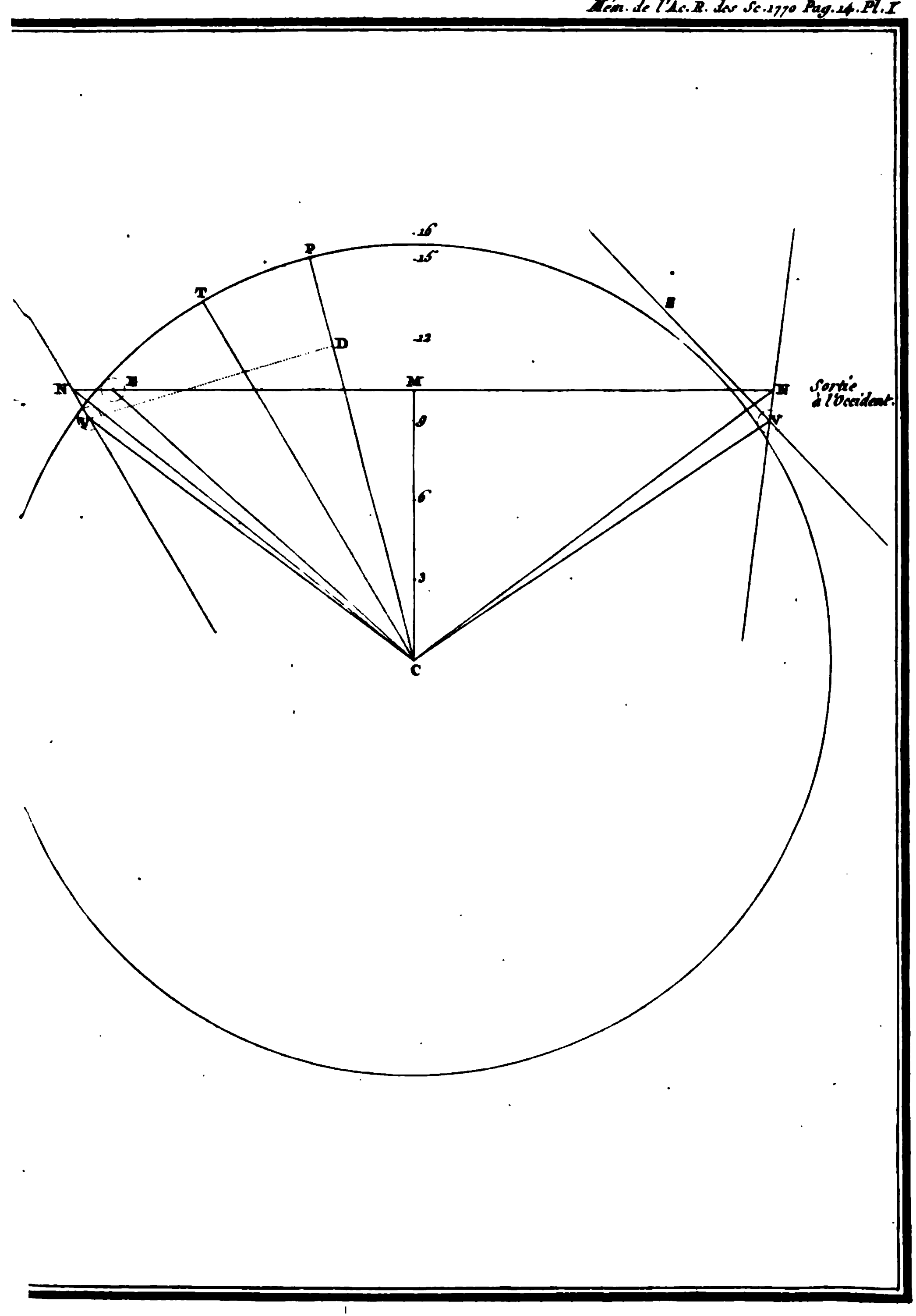
n'étant pas les mêmes, il faut résoudre un triangle dans lequel connoît deux côtés 913,95 & 972,95, avec l'arc parcouru 6h 1' 19",9 de temps, qui est 1446",02 ; on trouve les d segmens 684",516 & 761",504, qui, réduits en temps, donn 3h 10' 17",1 & 2h 51' 2",8 ; d'où l'on conclud le milieu 17' 58", & la différence de longitude des deux observatoir 8h 7' 41". La demi-durée 2h 51' 3" étant la même que c qu'on tire de l'autre observation, il est prouvé par ce calc que la parallaxe étoit en effet ce jour-là de 7",73, ce qui do pour la parallaxe moyenne 7",86.

Pour Paris, où le contact a été observé à 7h 38' 45", l'e de la parallaxe sera 6' 25", & le milieu du passage 10h 36' 1. conjonction 10h 13' 39"½, temps vrai, ou 10h 11' 26", tem moyen ; la distance au nœud 1d 9' 0" à ajouter au lieu du Sol 2f 13d 27' 19", & le lieu du nœud ascendant de Vén 2f 14d 36' 20", déduit de l'observation, plus avancé seuleme de 45 secondes que suivant mes calculs de la *Connoissance d Temps*, & de 2' 36" que suivant les Tables de M. Halley.

Je dois avertir que j'ai supposé dans ces calculs le demi-diamè du Soleil de 943",45; & celui de Vénus de 29"½ : je rendi compte dans un autre Mémoire des raisons qui m'ont obligé d diminuer ainsi de 7 secondes le diamètre du Soleil dans le calc de ce passage.

Ainsi la conséquence importante de ces observations est qu la parallaxe moyenne du Soleil est d'environ 8 secondes au lie de 10 secondes qu'on avoit long-temps supposé.

Nota. Depuis la lecture de ce Mémoire, les observations faites en Californie & dans la Mer du sud, nous ont fait porter jusqu'à 8 secondes & demie la parallaxe moyenne du Soleil, ce qui s'accorde avec l'observation du passage de 1761. *Mémoires de l'Académie* pour 1761, *p.* 479 *Transf. Philos.* 1762 & 1763.


16
15
P
T
12
D
N
M
Sortie
à l'Occident.
9
6
3
C

ANALYSE

De la Pierre Calaminaire du comté de Sommerſet & de celle du comté de Nottingham.

Par M. SAGE.

LA pierre Calaminaire du comté de Sommerſet eſt rougeâtre à ſa ſurface, & d'un jaune verdâtre dans ſon intérieur; elle eſt cellulaire, très-peſante, & donne des étincelles lorſqu'on la frappe avec le briquet; elle eſt ſoluble dans les acides avec leſquels elle fait effervеſcence quoiqu'elle ſoit minéraliſée par l'acide marin, comme je le démontrerai par les expériences ſuivantes. 22 Déc. 1770.

Cette pierre calaminaire ſe trouve ordinairement en maſſes irrégulières, quelquefois on la rencontre criſtalliſée en pyramides à trois, quatre, cinq & ſix pans; la grandeur de ces criſtaux varie, il y en a qui n'ont pas plus de deux lignes & demie de diamètre vers leurs baſes ſur deux lignes & demie de hauteur: on en rencontre d'autres qui ont le diamètre de leurs baſes de deux pouces ſur trois de haut; ces criſtaux ſont d'un rouge-brun, creux dans leur intérieur qui eſt cellulaire, l'extérieur paroît poreux & compoſé de petits mamelons.

J'ai des criſtaux de pierre calaminaire du comté de Sommerſet, qui repréſentent deux pyramides à pans égaux, unies par leurs baſes, l'intérieur eſt creux & cellulaire, leur ſurface eſt d'un brun-rougeâtre.

La pierre calaminaire du comté de Nottingham eſt blanche, compacte, caverneuſe & opaque, quelquefois elle a une couleur d'un vert-clair, & eſt compoſée de criſtaux qui repréſentent des priſmes à ſix pans, qui ſont terminés par des pyramides qui ont autant de pans: ces deux eſpèces de pierre calaminaire du comté de Nottingham ne font point feu avec le briquet, la dernière eſpèce eſt demi-tranſparente.

Il y a lieu de croire, par les différentes définitions qu'on trouve dans les Auteurs de Minéralogie, que la mine de zinc dont je

présente l'analyse à l'Académie, n'a point encore été examinée : seroit-ce cette espèce que M. Linnæus a voulu décrire dans son troisième volume du *Systema Naturæ*, qui a paru en 1768, *page 125*, par les phrases :

Zincum crystallisatum musæi tess. 52, n°. 1. *Minera zinci calciformis pura, indurata, drusica, Anonim. Mineralog.* 228, n.° 1.

Habitat in Germaniâ.

Hoc crystallis chalybeiformibus compresso planis, linearibus truncatis margine altero augustato !

La phrase première de zinc cristallisé, du cabinet de M. le Comte de Tessin, ne détermine ni la forme des cristaux, ni ce qui sert à minéraliser le zinc.

Celle qui se trouve dans la Minéralogie de l'anonyme, cité par M. Linnæus, ne peut point désigner la mine de zinc dont je vais parler, il la définit *mine de zinc pure, cristallisée* sous la forme de chaux endurcie.

La phrase par laquelle M. Linnæus exprime que ces cristaux de mine de zinc ressemblent à ceux de l'acier, n'offre point une définition claire, tout le monde ne connoissant point la cristallisation qu'affecte l'acier.

M. Margraff a fait l'analyse d'une pierre calaminaire, qui se trouve dans la paroisse d'Holiwell, dans le comté de Sommerset, mais il n'a pas cité qu'elle étoit minéralisée par l'acide marin ; il rapporte que c'est une espèce toute particulière qui surpasse les autres en dureté & en pesanteur, & qu'elle produit près de moitié de son poids de zinc ; la pierre calaminaire de la paroisse d'Holiwell est plus transparente que les autres ; elle m'a paru formée par couches, de même que les stalagmites, elle est minéralisée par l'acide marin.

M. Wallerius, dans sa Minéralogie, décrit trois espèces de pierres calaminaires, une d'un jaune gris, l'autre d'un jaune blanchâtre, & la troisième d'un rouge-brun ; il l'a considérée comme une ochre produite par la décomposition du vitriol de zinc ; j'ai reconnu ces trois espèces de pierres calaminaires dans celles qu'on a envoyées d'Angleterre.

La

La pierre calaminaire que j'ai employée dans les expériences suivantes, venoit du comté de Sommerset; on trouve à la surface de ces morceaux, un enduit d'un rouge-brun; cette couleur est dûe au fer minéralisé par l'acide marin, qui se trouve dans la pierre calaminaire, & à un commencement de décomposition; j'ai prouvé dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie, sur la mine de fer spathique, que cette mine exposée aux injures de l'air prenoit une couleur brune de même que la mine artificielle formée par l'acide marin & le fer.

Les différentes espèces de pierres calaminaires que j'ai eu occasion d'examiner, m'avoient été données par M. l'Abbé Nollin; j'ai trouvé dans son cabinet des morceaux qui m'ont fait connoître que la forme des cristaux de pierres calaminaires du comté de Sommerset, est dûe à des cristaux de spath-calcaire décomposés, & qu'ils se sont formés par incrustation; ces cristaux sont ordinairement creux, cellulaires & poreux: on trouve dans les mêmes endroits, des cristaux de spath-calcaire qui sont semblables, par leur forme, à ceux de la pierre calaminaire, mais ils sont beaucoup plus réguliers; les cristaux de ce minéral ne paroissent offrir que des pyramides à trois, quatre & cinq pans, rarement à six; ceux du spath sont des pyramides à six pans, souvent très-régulières: d'autres fois on y remarque quatre pans égaux & deux plus étroits, qui ne s'élèvent point jusqu'au sommet de la pyramide; les feuilles ou lames dont ces spath sont composés, au lieu d'être disposées horizontalement, le sont obliquement; on en trouve des cristaux réguliers dans des morceaux de pierre calaminaire, les creux qui les renferment représentent les facettes du cristal: c'est ce qui a été mis sous les yeux de l'Académie.

Lorsqu'on trouve un grouppe de cristaux de pierre calaminaire, on n'y rencontre point de cristaux de spath; ces cristaux sont ordinairement creux dans leur intérieur, ce qui me fait soupçonner qu'ils se sont formés par incrustation, ils renferment quelquefois de la galêne.

Les expériences que j'avois faites pour m'assurer de la présence de l'acide marin dans la mine de fer spathique, dans le plomb blanc, verd & noir, dans les cristaux d'étain, dans l'argent

corné, dans la mine de cobalt, couleur de suie, sont celles que j'ai employées dans l'analyse de cette pierre calaminaire; je l'ai rencontrée dans le même état, & j'ai vu qu'elle avoit les mêmes couleurs que le plomb minéralisé par l'acide marin, dont la couleur varie suivant la quantité de matière grasse qu'il contient; j'ai de la pierre calaminaire blanche, d'autre verdâtre, & d'autre rouge.

Cette pierre calaminaire réduite en poudre & exposée au feu, perd dans la même proportion que la mine de fer spathique, cent grains diminuent de trente-quatre : cette diminution vient de l'acide marin qui se dissipe; en voici la preuve.

J'ai mis dans une cornue un mélange d'une once de pierre calaminaire, réduite en poudre, & d'un gros de charbon; j'ai adapté à son bec un récipient, enduit d'huile de tartre par défaillance; à peine le fourneau de réverbère a-t-il été échauffé, qu'il s'est dégagé de l'acide marin, ses vapeurs ne sont point sensibles à la vue; mais les cristaux cubiques, dont l'intérieur du récipient se tapisse, le font reconnoître. Dans cette opération, j'ai fait un feu assez fort pour faire rougir la cornue, je l'ai continué pendant trois heures; pendant ce temps, j'ai ôté plusieurs fois le récipient pour examiner s'il y avoit du zinc de sublimé; à peine l'air eut-il pénétré dans la cornue, qu'il en sortit une flamme semblable à celle du zinc lorsqu'il brûle; je remis aussitôt le récipient, la flamme cessa; je l'ôtai une seconde & une troisième fois, l'inflammation eut toujours lieu. J'ai remarqué que la flamme se faisoit apercevoir en premier au bec de la cornue, qu'elle gagnoit bientôt l'intérieur, & que si l'on interrompoit le contact de l'air, la flamme cessoit sur le champ; la cornue refroidie, je la cassai pour reconnoître ce qu'elle contenoit, la voûte étoit enduite d'une poudre grise, & le bec de *nil album*; le résidu étoit verdâtre, pesoit six gros, & étoit en partie attirable par l'aimant; je m'aperçus, en exposant une partie de ce résidu au feu, dans un creuset, qu'il contenoit encore du zinc, il en sortit une flamme où l'on remarquoit toutes les couleurs de l'arc-en-ciel : cette expérience me fit reconnoître que je n'avois pas employé assez de charbon pour réduire le zinc; c'est pourquoi

je fis un flux avec six gros de ce résidu, deux gros de charbon, un gros & demi de borax & une once de sel marin décrépité; je mis ce mélange dans une cornue & j'entretins un feu de réverbère assez fort pour la tenir rouge pendant deux heures, le col de la cornue se tapissa d'une poudre grise; ayant ôté le récipient, il en sortit une vapeur qui s'enflamma avec un peu de bruit; le récipient remis, la flamme cessa: une heure après j'aperçus au col de la cornue du *nil album*, je découvris dans l'intérieur des nuages blancs; ils avoient un mouvement d'ondulation: peu après le balon fut enduit d'une poudre grise; la cornue refroidie, je la cassai, je trouvai du zinc attaché à sa voûte; une partie étoit sous la forme de métal, l'autre de pompholix; la pierre calaminaire me produisit, par ce moyen, moitié de zinc: le résidu étoit noir, contenoit du fer, un peu de zinc & le flux qui ne s'étoit point fondu: la poudre grise dont les parois du balon étoient enduits, étoit du pompholix.

L'expérience suivante démontre que c'est au zinc qui se décompose dans le temps de la réduction par le contact de l'air, qu'est dûe la flamme: j'ai mis dans une cornue deux gros de limaille de zinc & un gros de charbon, j'ai fait un feu de réverbère assez fort pour la rougir, j'ai ôté le récipient; quelques secondes après l'inflammation eut lieu à plusieurs reprises, comme je l'avois prévu: la cornue refroidie, je la cassai, une partie du zinc qu'elle contenoit s'étoit sublimé à sa voûte, sous la forme de petits grains grisâtres, l'autre s'étoit décomposée & dissipée dans le temps de l'inflammation.

La dissolution de la pierre calaminaire de Sommerset présente différens phénomènes. L'huile de vitriol ne fait point effervescence avec la pierre calaminaire; elle en dégage une odeur d'œufs couvés, si on l'affoiblit d'eau, elle la dissout entièrement sans effervescence.

L'acide marin versé sur la pierre calaminaire de Sommerset la dissout entièrement; cette dissolution se fait avec effervescence; il s'en dégage une odeur très-fétide, il reste au fond du vase une gelée jaunâtre, qui ne peut point se dessécher; elle est soluble dans l'eau.

La pierre calaminaire se dissout entièrement dans l'eau régale; cette dissolution est accompagnée d'effervescence.

L'acide nitreux dissout la pierre calaminaire de Sommerset; cette dissolution n'est point accompagnée d'effervescence: il en est de même de l'acide du vinaigre, ce dernier, en s'évaporant, laisse sur les parois du vase des cristaux blancs d'une saveur stiptique.

La dissolution de la pierre calaminaire, faite à l'aide des acides dont je viens de parler, n'est point colorée, si on l'étend d'eau & que l'on y verse de l'alkali phlogistiqué, il se précipite du bleu de Prusse; si l'on met dedans de la noix de galle, il se fait de l'encre. Ces expériences démontrent que la pierre calaminaire du comté de Sommerset contient du fer; celle qui suit fera connoître que toutes les substances salines contiennent une matière grasse différente du phlogistique; elle se rencontre quelquefois en très-grande quantité dans les productions salines naturelles, comme dans le fer & le plomb spathique, les cristaux d'étain, l'argent corné & la mine de cobalt couleur de suie; cette même matière grasse est peut-être ce qui les rend insolubles dans l'eau.

J'ai mis dans une cornue de verre lutée trois cents grains de pierre calaminaire du comté de Sommerset réduite en poudre, j'ai versé dedans une once d'huile de vitriol, j'ai procédé à la distillation au fourneau de réverbère, après avoir adapté à la cornue un récipient dont les parois étoient enduits d'huile de tartre par défaillance; à peine la cornue a-t-elle été échauffée, qu'il s'est dégagé de l'acide marin, il s'est uni à l'akali fixe & a obscurci le récipient; peu après je l'ai retiré, & j'en ai aussitôt adapté un autre; j'ai augmenté le feu, il s'est dégagé de l'acide vitriolique & de l'acide sulfureux volatil; la distillation finie, la cornue refroidie, je la cassai, & je trouvai dedans une masse saline, cellulaire & blanche; elle pesoit soixante grains de plus que la quantité de pierre calaminaire que j'avois employée.

EXAMEN des produits de la décomposition de la Pierre Calaminaire par la distillation avec l'huile de vitriol.

L'acide marin qui se dégage, est celui qui sert à minéraliser le zinc.

L'acide sulfureux volatil qui passe ensuite, est formé par l'acide vitriolique, qui décompose la matière grasse contenue dans les cristaux de pierre calaminaire.

Ce résidu augmente de plus de vingt livres par quintal, puisqu'il pèse dans cette proportion, même après que l'acide marin, qui servoit à minéraliser le zinc, en a été dégagé par l'acide vitriolique; il est blanc, mais peu de temps après qu'il a été exposé à l'air, il prend une couleur fauve à sa surface; cette couleur est dûe au vitriol martial qui se décompose, ce résidu contient du vitriol martial & du vitriol de zinc, il est soluble dans l'eau; & si l'on verse dedans de l'alkali phlogistiqué, il se précipite du bleu de Prusse.

Je reviens à la pierre calaminaire du comté de Nottingham, dont j'ai fait l'analyse, elle se trouve dans deux états différens; l'une est blanche, son intérieur paroît sillonné comme un bois vermoulu, les *sillons* sont remplis d'une terre brunâtre; l'autre est cristallisée & d'un verd-tendre; ces deux espèces ne font point feu avec le briquet, ne produisent point d'effervescence avec les acides.

Cette pierre calaminaire produit, par l'analyse, les mêmes résultats que celle du comté de Sommerset.

La décomposition du sel ammoniac, par l'intermède du fer, m'ayant produit une substance saline, semblable par ses propriétés à la mine de fer spathique, j'ai cru que le zinc, uni avec l'acide marin du sel ammoniac, me produiroit une mine artificielle semblable à la pierre calaminaire de Sommerset; c'est pourquoi j'ai fait un mélange avec une demi-once de limaille de zinc & une once de sel ammoniac, je l'ai ensuite mis dans une cornue, & j'ai procédé à la décomposition dans un fourneau de réverbère: à peine la cornue fut-elle échauffée, qu'il se dégagea une vingtaine de *gouttes* d'alkali volatil; à un degré de feu un peu plus fort, il a passé très-rapidement dans le récipient une liqueur qui s'est figée très-promptement; elle a pris une couleur grise demi-transparente, ayant augmenté le feu jusqu'à faire rougir la cornue, il s'est sublimé à son col du sel ammoniac gris, il n'est rien resté au fond; cette expérience m'ayant produit un beurre très-aisé à sublimer, j'ai cru que le *nil album* n'étant point volatil, pourroit me produire en

s'unissant à l'acide marin, le zinc corné que j'attendois; mais mon espérance a été également déçue, comme l'expérience suivante le démontrera.

J'ai fait un mélange d'une demi-once de *nil album* & d'une once de sel ammoniac, je l'ai introduit dans une cornue, & j'ai procédé à la décomposition au fourneau de réverbère; il s'est dégagé, au plus léger degré de feu, une vingtaine de gouttes d'alkali volatil; en augmentant le feu, le bec de la cornue s'est tapissé d'une matière jaunâtre; à l'aide d'un feu plus fort, il a distillé un beurre semblable à celui de la première expérience, il étoit jaunâtre à sa surface, gris dans son intérieur & moins déliquescent; il est resté au fond de la cornue une douzaine de grains d'une substance saline noirâtre déliquescente, elle m'a paru être composée de zinc & d'acide marin.

EXAMEN des produits de la décomposition du Sel ammoniac par le Zinc.

L'alkali volatil qui s'est dégagé dans la distillation de quatre gros de zinc & d'une once de sel ammoniac, ne fait point effervescence avec les acides, il passe ensuite huit gros d'une liqueur qui, en se refroidissant, devient solide, grise, demi-transparente & fragile, elle ressemble beaucoup au beurre d'antimoine; je la nomme *beurre de zinc:* lorsqu'il est exposé à l'air, il en attire l'humidité & tombe en *deliquium;* si l'on y met de l'eau, la dissolution ne se trouble point, il ne se forme point de précipité, comme il arrive au beurre d'antimoine.

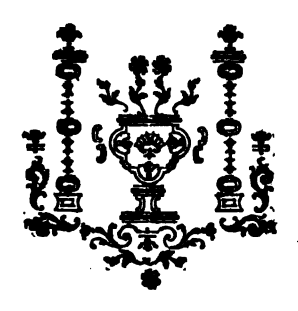
J'ai reconnu que ce beurre de zinc contenoit du sel ammoniac; en versant sur sa dissolution de l'alkali fixe, il s'en dégage de l'alkali volatil; ce sel ammoniac, qui est contenu dans le beurre de zinc, le rend beaucoup moins caustique que le beurre d'antimoine. Il pourroit être employé dans l'usage de la Médecine, comme un escarotique plus foible, moins coûteux & plus aisé à préparer.

Le *nil album* est également propre à décomposer le sel ammoniac que le zinc; mais le beurre qui résulte de l'union de l'acide marin & de cette chaux, est moins volatil, passe en plus petite quantité & est moins déliquescent.

L'analyse comparée de la pierre calaminaire du comté de Sommerset & de celle du comté de Nottingham, prouve que ces deux espèces de pierres calaminaires sont également minéralisées par l'acide marin, & qu'elles en contiennent trente-quatre livres par quintal : la pierre calaminaire du comté de Sommerset est plus dure que celle du comté de Nottingham, la première fait feu & est entièrement soluble dans les acides.

L'acide sulfureux volatil qui se forme lorsqu'on décompose les pierres calaminaires par l'acide vitriolique concentré, fait découvrir une matière grasse.

Les expériences que j'ai citées dans ce Mémoire, font voir que le zinc peut décomposer le sel ammoniac, que la chaux de ce demi-métal y est moins propre, parce qu'elle contient moins de phlogistique, que le zinc ou sa chaux combinée avec l'acide marin, forment un beurre.



OBSERVATION
ET THÉORIE DE LA COMÈTE
Qui a paru au mois d'Août 1769,
*Avec quelques Réflexions sur les théories d'une même Comète, établies dans différentes apparitions *.*

Par M. CASSINI le Fils.

DEPUIS que les Comètes ont été rangées dans la classe des Planètes, les Observations de ces nouveaux astres sont devenues infiniment précieuses, & les Astronomes apportent, autant qu'il leur est possible, la même exactitude, dans la détermination de leurs mouvemens, que dans celle des autres corps célestes. De-là ce grand nombre de Comètes dont on a essayé depuis quelque temps d'établir, ou plutôt d'esquisser les théories, en attendant que leur retour mette en état de corriger & de fixer des élémens que l'on ne peut regarder jusqu'alors que comme approchés. On s'est encore peu trouvé dans le cas, jusqu'ici, de donner cette perfection aux théories des Comètes; de cinquante-une observées & calculées, il n'y en a qu'une dont le retour observé plusieurs fois, ait mis à portée d'établir une théorie exacte.

Le seul moyen de reconnoître si une Comète est la même que telle autre qui a paru précédemment, est la comparaison de leurs théories, de la ressemblance desquelles se conclut l'identité des deux Comètes: mais les élémens de la théorie d'une même Comète doivent-ils se retrouver absolument les mêmes à chaque apparition? Telle Comète dont nous avons établi la théorie sur des Observations faites il y a deux ou trois siècles, vient à reparoître aujourd'hui, dans chacune des révolutions qu'elle peut

* J'avois lû ce Mémoire au mois de Juin; ayant eu l'honneur depuis d'être reçu de l'Académie, j'en ai répété la lecture le 22 Décembre de cette même année 1770.

avoir

avoir achevé dans cet intervalle, son approche tantôt plus grande & tantôt moins grande, des Planètes dont elle a traversé les orbites, a pu faire éprouver à la sienne différentes altérations qui à chaque fois ont dû produire quelque dérangement, ou dans la position des nœuds, ou dans le lieu du périhélie, ou, &c. de sorte que les élémens que nous tirerons de nos observations actuelles seront affectés de ces altérations répétées à chaque révolution précédente, & se trouveront par conséquent différer en quelque chose de ceux qui avoient été déterminés dans l'ancienne apparition.

Une autre cause d'un effet encore plus considérable que celui que produisent les altérations physiques, peut encore venir augmenter cette différence entre les anciens & les nouveaux élémens, & défigurer, pour ainsi dire, l'orbite d'une Comète déjà connue; c'est l'erreur des Observations, & plutôt encore les circonstances de ces Observations.

Une Comète, au commencement de son apparition, ne paroît le plus souvent que sous la forme d'un petit nuage blanc indécis, où l'on ne distingue ni noyau ni queue: que doit-on observer au passage par les fils de la lunette? Les Étoiles auxquelles on compare la Comète, ne sont pas toujours parfaitement déterminées, l'Observateur ou se fie un peu trop aux catalogues, ou par différentes circonstances, ne peut vérifier la position de ces petites Étoiles: les Observations les plus éloignées entr'elles, & les plus distantes du passage par le périhélie, sont les plus favorables pour le calcul de la théorie d'une Comète; mais ce sont communément les plus incertaines, soit par la difficulté de l'Observation, soit par la lenteur du mouvement de la Comète: enfin si les Observations ont été faites près des nœuds, elles seront favorables pour la détermination de cet élément, mais elles le seront bien moins pour déterminer l'inclinaison.

Or c'est d'après des Observations, communément peu favorables par les circonstances que je viens d'exposer, faites souvent en petit nombre, ou dans un court intervalle de temps, que plusieurs des cinquante-une Comètes qui composent notre Table

générale, ont été calculées. Il paroît donc, d'après cette considération, qu'une Comète qui paroîtroit aujourd'hui, pourroit être la même qu'une de celles que nous connoissons déjà, quoique leurs théories différassent dans quelques-uns de leurs élémens: c'est avec raison que l'on croit pouvoir regarder comme la même Comète, celles qui ont paru en 1532 & en 1661, quoiqu'elles diffèrent de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de près de 5 degrés dans le lieu du périhélie. Je pense que cette différence pourroit être encore beaucoup plus considérable sans détruire leur identité. On trouve encore, en jetant les yeux sur la Table générale, deux Comètes, celles de 1699 & de 1742, qui ne diffèrent sensiblement que dans un seul élément, le lieu du nœud; la différence, il est vrai, est trop considérable pour assurer que ce soit la même Comète. Il seroit peut-être intéressant de discuter les Observations & de refaire les calculs de ces deux Comètes pour apprécier l'exactitude des résultats; car il paroît assez singulier que deux Comètes qui ne sont point la même, ne diffèrent que dans un seul élément. Mais sans nous arrêter pour le présent à cet objet, & sans vouloir fixer ici jusqu'à quel point les causes réunies & des altérations physiques, & des Observations peu favorables, peuvent défigurer certains élémens de la théorie d'une Comète; l'on peut établir que dans la comparaison des théories de deux Comètes, on ne doit point exiger, pour conclure leur identité, une trop exacte ressemblance dans leurs élémens; plus les années des apparitions seront éloignées, plus les différences pourront être grandes. Les Observations anciennes, sur-tout par rapport aux Comètes, ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude que celles du siècle présent, & peuvent être suspectes, non-seulement par les circonstances, mais par elles-mêmes.

D'après cette exposition des causes qui peuvent nous faire retrouver aujourd'hui les élémens d'une même Comète assez différens de ceux qui ont été fixés précédemment, on conçoit combien il est intéressant d'exposer, avec quelque détail, les Observations que l'on fait sur chaque nouvelle Comète, afin que l'on puisse apprécier les degrés de précision dont est susceptible la

théorie qu'on en déduit : c'eſt dans cette vue que je rapporterai ici les Obſervations de la dernière Comète, telles qu'elles ont été faites à l'Obſervatoire royal, par M. Maraldi, mon Père & moi.

Cette Comète fut découverte par M. Meſſier le 8 du mois d'Août ; n'ayant été avertis de ſon apparition que pluſieurs jours après, le temps d'ailleurs ayant été peu favorable, nous ne pumes, mon Père & moi, commencer à l'obſerver que le 21 du même mois ; nous l'aperçumes avant minuit, elle étoit alors peu élevée ſur l'horizon, & ne paroiſſoit que comme un petit nuage ; mais bientôt, à meſure qu'elle s'éleva, elle devint plus diſtincte ; & vers une heure du matin, elle paroiſſoit à la vue ſimple avec une petite queue qui eût été beaucoup plus apparente ſans la clarté de la Lune. Cette Comète avoit déjà paſſé ſon nœud deſcendant, & ſa vraie diſtance au Soleil n'excédoit alors la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, que de 3219 parties : ainſi au commencement de ſon apparition, elle étoit déjà inférieure à l'orbite de Mars ; mais ſa vraie diſtance à la Terre étoit de près de 6700 parties, c'eſt-à-dire la moitié environ de ſa diſtance au Soleil.

Nous obſervames aſſidument cette Comète tous les jours que le temps nous le permit, & déterminames ſa ſituation en la comparant aux diverſes Étoiles connues qui ſe trouvoient ſur ſon parallèle. Chaque jour le noyau devenoit plus brillant & la queue augmentoit de longueur, ce qui nous annonçoit que la Comète s'avançoit vers ſon périhélie ; cette apparence au reſte ne provenoit pas ſeulement de l'approche de la Comète vers le Soleil, mais auſſi de ſon approche de la Terre qui étoit le plus conſidérable, comme le montre la théorie.

Lors de nos premières Obſervations, la Comète n'avoit un mouvement en aſcenſion droite que d'environ $1^d 25'$ en 24 heures, & de 7 minutes ſeulement en déclinaiſon ; mais vers le 5 du mois de Septembre, le mouvement en aſcenſion droite étoit de plus de 4 degrés par jour, & en déclinaiſon d'environ 50 minutes ; la queue occupoit alors une étendue dans le Ciel d'environ 40 degrés en longueur, mais elle étoit peu large : nous la vimes encore plus longue le 8 Septembre. M. Zanotti, à Bologne, l'a eſtimée dans ſa plus grande longueur, de 70 degrés ; cette Comète étoit donc

une des plus remarquables que l'on ait vue par l'étendue de sa queue: au reste, cette traînée de lumière qui accompagne ordinairement les Comètes, déjà peu brillante par elle-même, devient plus foible & plus indécise à mesure qu'elle s'éloigne du noyau, & se perd insensiblement dans le Ciel, de sorte qu'il est très-difficile de lui fixer une longueur précise qui varie selon la pureté du Ciel dans les différens climats.

Nous fumes obligés de sortir de Paris, & M. Maraldi se chargea d'observer la Comète en notre absence; il en fit une dernière observation le 15 Septembre: deux jours après il la vit encore, mais ne put déterminer sa position; bientôt la Comète se perdit dans les rayons du Soleil, & il ne fut plus possible de l'observer, jusqu'à ce qu'après avoir passé par son périhélie le 7 Octobre, par son nœud ascendant le 8, & par sa conjonction inférieure avec le Soleil le 10, elle reparut vers la fin du même mois.

M. Maraldi la revit pour la première fois le 25 Octobre, mais ne put l'observer exactement que le 28; la queue étoit alors fort longue, très-uniforme, & le noyau s'en distinguoit avec peine. La Comète cependant n'étoit encore éloignée du Soleil que de 7267 parties, mais elle étoit près de deux fois plus éloignée de la Terre; cet éloignement, tant par rapport au Soleil que par rapport à la Terre, augmentoit tous les jours; la Comète d'ailleurs parvenant à l'horizon de très-bonne heure, il falloit l'observer dans le crépuscule; toutes ces circonstances rendoient difficiles & assez susceptibles d'erreur, les observations faites après le passage par le périhélie. M. Maraldi les poursuivit cependant jusqu'au 1.er Décembre dernier, jour où il put encore assez exactement déterminer la position de la Comète. Les jours suivans, le Ciel ayant été constamment couvert, on ne put chercher la Comète que le 8 Décembre, mais ce fut inutilement : en effet, la théorie nous apprend que cette Comète étoit alors éloignée de la Terre de 21734 parties, & sa distance au Soleil étoit de 14725 des mêmes parties; mais au commencement de son apparition, cette Comète ne nous fut visible qu'à peu près à cette même distance du Soleil, quoique nous en fussions alors trois fois plus proches; ce qui peut s'expliquer conformément à l'idée que nous

avons de la formation des queues des Comètes. En effet, quelle que soit la distance où une Comète arrivant vers le Soleil, commence pour ainsi-dire à se revêtir d'une queue, cette traînée de lumière est alors très-foible; mais augmentant chaque jour & enfin prenant dans le périhélie tout le volume qu'elle doit avoir, elle doit être plus long-temps à se dissiper, elle doit se conserver & se rendre visible à une plus grande distance que celle où elle avoit commencé, en se formant, à avoir quelqu'éclat. En conséquence, une Comète (faisant abstraction de sa position par rapport au Soleil qui peut la dérober à nos yeux) doit communément être visible dans un plus grand arc de son orbite, après son passage par le périhélie, qu'auparavant.

C'est sur les observations dont je viens de rapporter le précis historique, que j'ai fondé la théorie que je vais exposer; j'ai cru pouvoir me dispenser d'en employer d'autres que celles qui ont été faites à l'Observatoire par M. Maraldi, mon Père & moi : ces observations comprennent un assez grand intervalle de temps; je ne crois pas que d'autres Astronomes, du moins à Paris, aient vu la Comète plus tard que M. Maraldi sur la fin de l'apparition; j'ai choisi, pour le calcul des élémens, les observations du 21 Août & du 1.er Décembre : ces deux instans étoient à un éloignement assez considérable du passage de la Comète par son périhélie & comprennent un intervalle entre eux de cent un jours; les latitudes de la Comète étoient alors fort inégales & de différentes dénominations, circonstances toutes favorables à l'exactitude des résultats que j'ai cherché à en tirer. Comme les observations faites avant le passage par le périhélie ont été plus susceptibles de précision que celles qui ont suivi cette époque, je me suis attaché à représenter les premières le plus exactement qu'il m'a été possible, par une théorie dont voici les élémens, comparés à ceux que M. Zanotti a publiés dans un petit Imprimé qui m'a été communiqué.

	Selon moi.	Selon M. Zanotti.
Inclinaison	40d 46′ 32″	29d 40′ 49″
Lieu du nœud.........	5s 25. 3. 18...........	5s 19. 41. 11
Lieu du périhélie	4. 24. 11. 8...........	4. 13. 15. 19
Passage par le périhélie	7 Octobre 13h 13′ 8″......	16 Octobre 10h 11′ 23″
Distance périhélie...........	0,12258................	0,15880

La Comète est directe.

Dans la comparaison de ces deux théories, mon but est d'appuyer ce que j'ai avancé au commencement de ce Mémoire, en offrant un exemple des différences que peut apporter dans les résultats d'une même recherche, la différence des observations qu'on emploie.

En effet, j'ai employé à la détermination de ma théorie, une assez longue suite d'observations multipliées & faites dans différens points de l'arc qu'a parcouru la Comète. M. Zanotti n'a calculé que sur des observations faites avant le passage par le périhélie, & seulement depuis le 27 Août jusqu'au 14 Septembre; or plusieurs paraboles très-différentes peuvent néanmoins convenir assez exactement entr'elles dans un très-petit arc; d'où l'on doit conclure, que pour compter sur la théorie d'une Comète & la regarder assez exactement fixée pour nous la faire reconnoître dans les apparitions futures, il est à desirer les conditions suivantes, que les observations sur lesquelles ont été fondées les théories dans chaque apparition, aient été en un assez grand nombre, faites à différens intervalles de temps les unes avant, les autres après le passage par le périhélie, & même à quelque distance de ce périhélie, de sorte que la Comète ait parcouru un arc assez considérable de son orbite pendant l'apparition.

Si la présente Comète n'eût point reparu après son passage par le périhélie, mais qu'elle se fût montrée dans les apparitions futures avec des circonstances plus favorables, c'est-à-dire pendant un bien plus long espace de temps, les élémens que l'on eût déduit eussent été bien différens de ceux qui ont été fixés par M. Zanotti, & l'on ne se fût point douté que ce fût la même Comète, à moins que l'on n'eût fait avec nous cette réflexion, que les élémens d'une même Comète peuvent être sensiblement différens dans les différentes

apparitions, par la réunion des causes que nous avons exposées ci-dessus. Avant donc de rejeter l'identité de deux Comètes, d'après quelque différence qui peut se trouver entre quelqu'un de leurs élémens, l'on doit, ce me semble, examiner avec soin si les observations faites dans l'une & l'autre apparition, ont été également exactes & également favorables par les circonstances, ce qui permettroit alors d'exiger une plus parfaite ressemblance entre les anciens & les nouveaux élémens.

L'avantage que nous avons eu d'apercevoir la Comète de cette année cinquante-quatre jours, tant avant qu'après son passage par le périhélie, de l'observer & de déterminer souvent sa position dans un intervalle de plus de cent jours, pendant lesquels elle a parcouru près de 10 signes, nous permet de mettre cette Comète au nombre de celles dont l'orbite est assez exactement déterminée pour qu'on puisse la reconnoître & retrouver à peu près les mêmes élémens à son prochain retour, si les circonstances des observations se trouvent aussi favorables qu'elles l'ont été dans la présente apparition.

On ne trouve dans la Table générale, aucune Comète qui puisse être comparée à celle-ci, qui par conséquent est absolument nouvelle pour nous.

Détail des Observations de la Comète.

Le 21 Août 1769, ayant dirigé à la Comète une lunette de 3 pieds, garnie d'un rhomboïde & montée sur une machine parallactique, nous la comparames, mon Père & moi, à plusieurs étoiles du Taureau qui se trouvoient assez près de son parallèle; les plus apparentes étoient *s, f,* λ *in pectore ;* c *in sequente genu præcedens.* Par plusieurs observations répétées, nous reconnumes que la Comète avoit un mouvement d'environ $0^d\ 3'$ par heure vers l'Orient. Enfin à $12^h\ 34'\ 18''$ temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile *f* au fil horaire de $13'\ 9''$ de temps, & l'Étoile *s* de $12'\ 51''$; elle étoit plus australe que la première de $0^d\ 53'\ 51''$, & plus boréale que la seconde de $0^d\ 41'\ 49''$; d'où l'on conclud, par un milieu, l'ascension droite de la Comète

de 46d 15′ 50″, & la déclinaiſon de 11d 14′ 10″ boréale: C'eſt ainſi qu'autant qu'il nous a été poſſible, nous avons comparé la Comète à pluſieurs différentes Étoiles, afin de déterminer plus exactement ſa poſition, en prenant un milieu entre pluſieurs réſultats; c'eſt ce réſultat moyen que je rapporterai toujours ici.

Le 22, nous comparames la Comète aux mêmes étoiles, *s, f, λ* du Taureau; à 14h 8′ 6″ elle étoit plus occidentale que *f* de 1d 46′ 42″, & plus auſtrale de 1d 1′ 7″; d'où l'on conclud ſon aſcenſion droite de 47d 47′ 15″, & ſa déclinaiſon de 11d 7′ 0″ boréale.

Le 23, la Comète fut encore comparée aux étoiles *s, f* du Taureau; à 12h 50′ 41″ elle précédoit l'étoile *f* au fil horaire de 0d 15′ 32″, & étoit plus auſtrale de 1d 9′ 25″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 49d 16′ 0″, & ſa déclinaiſon de 10d 58′ 57″ boréale.

Le temps ne nous permit de revoir la Comète que le 25; ſon noyau étoit alors fort augmenté de lumière & ſa queue de longueur; elle occupoit environ 10 degrés, mais avoit peu de largeur: nous comparames dans pluſieurs Obſervations la Comète à l'étoile λ *in pectore*, & à une autre Étoile de la même conſtellation *e in armo præcedente;* à 11h 59′ 47″ la Comète étoit plus occidentale que λ de 4d 24′ 42″, & plus auſtrale de 1d 14′ 4″; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 52d 34′ 30″, & ſa déclinaiſon de 10d 34′ 30″ boréale.

Le 26, le temps ne nous permit pas de revoir la Comète; le 27, la queue nous parut conſidérablement alongée; l'abſence de la Lune pouvoit peut-être produire cette apparence: les nuages vinrent nous interrompre au milieu de l'Obſervation.

Le 28, nous aperçumes la Comète fort brillante; l'ayant comparée à l'Étoile *e in armo præcedente*, nous la trouvames à 11h 51′ 22″ plus orientale de 4d 53′ 17″, & plus auſtrale de 0d 44′ 29″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 58d 49′ 0″, ſa déclinaiſon de 9d 40′ 43″ boréale.

Le 30, on voyoit la queue de la Comète s'étendre juſqu'aux étoiles de la Baleine, avec une longueur de plus de 18 degrés; cette queue paroiſſoit un peu recourbée, & l'on voyoit pluſieurs Étoiles

Étoiles au travers: la Comète fut comparée aux étoiles du Taureau; *a in sequente crure*, & à la même que les jours précédens, *e in armo præcedente;* à 13^h 26′ 32″, elle étoit plus orientale que cette dernière de 10^d 7′ 27″, & plus australe de 1^d 37′ 40″; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de 64^d 3′ 10″, sa déclinaison de 8^d 47′ 30″ boréale.

Le 2 Septembre, la Comète se trouvant proche de la belle étoile γ d'Orion, je déterminai à 14^h 29′ 42″ leur différence d'ascension droite de 4^d 31′ 14″, & leur différence de déclinaison de 0^d 48′ 47″ dont l'étoile étoit plus australe; ce qui détermine l'ascension droite de la Comète de 73^d 40′ 34″, & la déclinaison de 6^d 56′ 4″.

Le 3, la Comète s'étoit approchée de γ d'Orion; son noyau étoit extrêmement brillant, & sa queue s'étendoit par-delà les étoiles ξ & o du Taureau: à 13^h 32′ 48″ la Comète étoit plus occidentale que γ d'Orion, de 0^d 56′ 47″, & plus boréale de 0^d 4′ 13″; d'où l'on déduit l'ascension droite de la Comète de 77^d 15′ 1″, sa déclinaison de 6^d 11′ 30″ boréale.

Le 4, je comparai encore la Comète à la même étoile γ d'Orion; à 13^h 35′ 22″ la Comète se trouva plus orientale que l'Étoile de 3^d 5′ 53″, & plus australe de 0^d 44′ 56″; d'où l'on tire l'ascension droite de la Comète de 81^d 17′ 41″, & sa déclinaison de 5^d 22′ 21″ boréale.

Le 5, la Comète put encore être comparée à γ d'Orion; à 15^h 0′ 14″ l'Étoile étoit plus occidentale de 7^d 42′, & la Comète étoit plus australe de 1^d 45′ 46″; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de 85^d 53′ 48″, & sa déclinaison de 4^d 21′ 31″ boréale.

La queue de la Comète s'étendoit jusqu'à γ du pied du Taureau; le 8, elle nous parut encore beaucoup plus longue que dans les dernières observations; nous ne pumes apercevoir la Comète que par intervalles au travers des nuages.

Les observations suivantes ont été faites par M. Maraldi; il vit la Comète le 13; mais le Ciel se couvrit au milieu de l'observation, & il ne put reconnoître les Étoiles qu'il avoit déjà observées.

Le 15 Septembre, la Comète fut comparée au cœur de l'Hydre

à 16h46′33″, temps vrai; elle étoit plus occidentale de 3d 7′ 30″, & étoit plus auſtrale de 0d 42′ 36″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 135d 56′ 50″, & ſa déclinaiſon de 6d 56′ 37″ auſtrale.

M. Maraldi vit encore la Comète le 17 au matin, mais ne put l'obſerver; elle ſe perdit enſuite dans les rayons du Soleil & diſparut: l'obſervation du 15 Septembre eſt donc la dernière qui fut faite à l'Obſervatoire avant le paſſage de la Comète par ſon périhélie, où elle parvint, ainſi que dans ſa conjonction inférieure, dans les premiers jours du mois d'Octobre.

Après s'être dégagée des rayons du Soleil, la Comète reparut vers la fin d'Octobre. M. Maraldi l'aperçut alors pour la première fois le 25 de ce mois, mais elle étoit ſi proche de l'horizon, qu'il n'eut pas le temps de déterminer ſa poſition: le lendemain 27 il la vit encore, mais différentes circonſtances l'empêchèrent de l'obſerver; la queue paroiſſoit alors fort longue, mais le noyau étoit très-peu diſtinct: en général, dans toutes les obſervations qui ſuivirent le paſſage par le périhélie, le crépuſcule fut très-nuiſible & on ne pouvoit attendre qu'il fut diſſipé, parce qu'alors la Comète ſe trouvoit trop près de l'horizon.

Le 28 Octobre, la Comète fut comparée à pluſieurs Étoiles, principalement à δ d'*Ophiucus*, à 6h 20′ 27″, temps vrai; la Comète étoit plus occidentale que l'Étoile de 1d 3′ 55″, & elle étoit plus ſeptentrionale de 2d 8′ 45″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 239d 31′ 13″, & ſa déclinaiſon de 0d 56′ 19″ auſtrale.

Le 4 Novembre, à 6h 16′ 58″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de 45d 36′ 5″, & plus auſtrale de 1d 6′ 52″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 249d 35′ 10″, & ſa déclinaiſon de 0d 40′ 58″ auſtrale.

Le 6, à 6h 10′ 42″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de 43d 0′ 56″, & plus auſtrale de 1d 3′ 5″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 252d 10′ 19″, & ſa déclinaiſon de 0d 37′ 11″ auſtrale.

Le 17, à 6h 10′ 33″, la Comète comparée encore à la même étoile η de l'Aigle, étoit plus occidentale de 31d 8′ 23″, & plus

australe de 0^d 47′ 38″; d'où l'on a l'ascension droite de la Comète de 264^d 2′ 52″, & sa déclinaison de 0^d 21′ 44″.

Le 18, à 5^h 53′ 52″, l'étoile η de l'Aigle étoit plus orientale que la Comète de 30^d 12′ 27″, & plus septentrionale de 0^d 47′ 44″; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de 264^d 58′ 48″, & sa déclinaison de 0^d 21′ 44″ australe.

Le 19, à 6^h 2′ 22″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle, de 29^d 17′ 3″, & plus australe de 45′ 44″; d'où l'on conclud l'ascension droite de la Comète de 265^d 54′ 12″, & sa déclinaison de 0^d 19′ 49″ australe.

Le 20, à 6^h 1′ 44″, la Comète étoit plus occidentale que l'étoile de l'Aigle de 28^d 22′ 47″, & plus australe de 0^d 41′ 28″; ce qui détermine l'ascension droite de la Comète de 266^d 48′ 28″, & sa déclinaison de 0^d 15′ 28″ australe.

Le 27, la Comète fut encore comparée à la même étoile de l'Aigle à 6^h 22′ 34″, elle étoit plus occidentale de 22^d 36′ 22″, & plus australe de 0^d 26′ 29″; d'où l'on a l'ascension droite de la Comète de 272^d 34′ 50″, & sa déclinaison de 0^d 0′ 15″ australe.

Le 28, à 6^h 4′ 4″, la Comète comparée à la même étoile de l'Aigle étoit plus occidentale de 21^d 52′ 46″, & plus australe de 0^d 21′ 41″; d'où l'on conclud l'ascension droite de la Comète de 273^d 18′ 29″, & sa déclinaison de 0^d 4′ 13″ boréale.

Le 1.er Décembre, la Comète fut encore comparée à la même étoile η de l'Aigle; elle la précédoit au fil horaire, & par conséquent étoit plus occidentale de 19^d 41′ 2″, & plus australe de 0^d 15′ 55″; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de 275^d 30′ 13″, & sa déclinaison de 0^d 9′ 59″ boréale.

Le Ciel fut couvert jusqu'au 8, jour auquel M. Maraldi chercha en vain la Comète.

L'on peut voir dans la Table suivante l'accord de ma théorie avec les précédentes observations.

MOIS.	TEMPS MOYEN.	LONGITUDE OBSERVÉE.	LONGITUDE CALCULÉE.	LATITUDE OBSERVÉE.	LATITUDE CALCULÉE.	ERREUR de la THÉORIE En longitude.	ERREUR de la THÉORIE En latitude.
AOÛT.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
21	12. 36. 53	47. 1. 10	47. 1. 0	5. 56. 26	5. 56. 24	−0. 10	−0. 2
22	14. 10. 25	48. 25. 0	48. 25. 35	6. 27. 50	6. 29. 52	+0. 35	+2. 2
23	12. 52. 46	49. 48. 25	49. 45. 47	6. 58. 40	7. 1. 44	−2. 38	+3. 4
25	12. 1. 20	52. 52. 25	52. 51. 41	8. 11. 40	8. 15. 24	−0. 44	+3. 44
28	12. 11. 16	58. 43. 55	58. 43. 55	10. 27. 58	10. 31. 38	0. 0	+3. 40
30	13. 26. 38	63. 43. 40	63. 44. 47	12. 20. 30	12. 23. 0	+1. 7	+2. 30
SEPT.							
2	14. 28. 50	73. 6. 42	73. 11. 2	15. 34. 51	15. 35. 39	+4. 20	+0. 48
3	13. 31. 37	76. 45. 30	76. 47. 58	16. 41. 38	16. 41. 53	+2. 28	+0. 15
4	13. 33. 52	80. 53. 34	80. 54. 59	17. 49. 18	17. 52. 8	+1. 25	+2. 50
5	14. 58. 11	85. 40. 18	85. 41. 16	19. 2. 55	19. 5. 55	+0. 58	+3. 0
15	16. 41. 10	140. 39. 0	140. 39. 0	22. 41. 28	22. 40. 25	0. 0	−1. 3
OCTOB.							
28	6. 4. 28	237. 31. 41	237. 27. 32	19. 9. 23	19. 12. 25	−4. 9	+3. 2
NOV.							
4	6. 0. 53	248. 1. 32	248. 6. 48	21. 14. 26	21. 19. 8	+5. 16	+4. 42
6	5. 54. 42	250. 46. 1	250. 49. 8	21. 39. 56	21. 43. 36	+3. 7	+3. 40
17	5. 56. 5	263. 31. 57	263. 29. 27	22. 58. 24	23. 3. 39	−2. 30	+5. 15
18	5. 39. 37	264. 32. 41	264. 35. 49	23. 1. 42	23. 6. 16	+3. 8	+4. 34
19	6. 48. 21	265. 32. 45	265. 37. 6	23. 4. 31	23. 9. 25	+4. 21	+4. 54
20	5. 47. 58	266. 31. 41	266. 34. 23	23. 10. 20	23. 4. 27	+2. 42	−5. 53
27	6. 10. 53	272. 48. 46	272. 48. 33	23. 26. 24	23. 27. 22	−0. 13	+0. 58
28	5. 52. 44	273. 36. 29	273. 37. 15	23. 29. 55	23. 28. 33	+0. 46	−1. 22
DÉC.							
1	5. 49. 43	276. 0. 11	276. 0. 8	23. 31. 15	23. 31. 14	−0. 3	−0. 1



PREMIER MÉMOIRE SUR LE PÉTROLE DE PARME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON ſait que le Pétrole eſt une huile qui ſe trouve dans certains pays, où elle coule naturellement des pierres, ou plutôt qu'elle y ſuinte de la terre, & que c'eſt de-là qu'elle a pris ſon nom de *Pétrole, Pettreole* ou *huile de pierre*. Juin 1768.

L'Italie fournit beaucoup de pétrole; il y eſt commun, principalement dans les duchés de Modène, Parme & Plaiſance: il en vient ſur-tout d'un lieu voiſin de Mont-Baranzon, de Mont-Feſtin à douze lieues de Modène, &c. M. Boulduc a donné * l'analyſe de ce dernier, connu ſous le nom de pétrole de Modène; mais je ne vois point de détails circonſtanciés ſur les moyens employés pour le recueillir: il ſemble cependant que l'on ne doit eſpérer de connoître comment cette huile ſe forme dans la terre, & ce qui entre dans ſa compoſition, qu'en multipliant les Obſervations ſur les pays qui fourniſſent le pétrole. M. Ferrarini, Chimiſte de ſon A. R. l'Infant Duc de Parme, m'a mis à portée de donner, avec exactitude, ce qui eſt en uſage pour retirer le pétrole qui vient des États de ce Souverain.

* *Mém. Acad. année 1715.*

Le village de Miano, d'où l'on tire le pétrole appelé *de Parme* ou *de Plaiſance*, eſt éloigné de Parme ſeulement de douze milles *(a)*; il eſt ſitué le long d'une coline: le pétrole s'y tire de certains puits conſtruits de manière que cette huile vienne ſe raſſembler dans le fond de ces citernes. On rencontre à Miano pluſieurs de ces puits anciens & abandonnés; mais on n'y en compte maintenant que trois qui fourniſſent du pétrole blanc, & à quelque diſtance de ce village, deux autres qui donnent du pétrole roux.

(a) Le mille eſt de 958 toiſes.

De ces trois puits qui fourniſſent du pétrole blanc, deux ſont ſitués au pied d'une montagne, & le troiſième qui n'en eſt qu'à peu de diſtance, eſt voiſin d'un petit cours d'eau, appelé *le ruiſſeau des fontaines*, qui va tomber dans le Taro.

Les puits anciens ne ſont éloignés que de cinq ou ſix bras *(b)* des nouveaux, & ſont dans un endroit un peu plus élevé que ceux qui donnènt maintenant le pétrole : ces derniers ſont diſtans les uns des autres de 25 à 30 bras.

On fouille ces puits ſans être conduits par aucuns indices qui puiſſent aſſurer qu'on réuſſira dans cette entrepriſe, & qu'ils donneront abondamment du pétrole : on les creuſe ordinairement d'environ 110 bras, meſure de Parme ; ce qui équivaut à peu près à 183 pieds de France.

Les habitans de ce village aſſurent qu'il y a cinquante ans le pétrole étoit plus voiſin de la ſuperficie de la terre de pluſieurs bras, & qu'il ſortoit ſans que l'on fût obligé de creuſer auſſi profondément.

Comme il n'y a point de caractères certains pour reconnoître le lieu que l'on doit choiſir pour y creuſer, les perſonnes qui ſont même le plus au fait de ce commerce ne réuſſiſſent pas toujours dans la fouille de leur puits, & ſouvent il faut qu'ils abandonnent l'ouvrage lorſqu'il eſt plus ou moins avancé ; & ſouvent, lorſque les ouvriers ſont parvenus près de la profondeur où ils devoient arriver. C'eſt, ou la nature du terrein qui empêche de ſuivre la fouille, ou, ſi on l'a continuée, & que l'on ait entièrement creuſé le puits, on a le déſagrément de n'avoir découvert qu'une ſource peu abondante en huile, & qui ne paye pas, même après bien des années, les premières dépenſes ; car il eſt très-ordinaire de voir les ſources foibles en pétrole, après huit ou dix ans, devenir totalement infructueuſes. Les Entrepreneurs ne ſont donc eux-mêmes ſecondés que par un heureux haſard.

Voici cependant ce que l'on exécute en fouillant les puits, d'après les remarques réitérées qui ont été faites ſur les lieux qui produiſent le pétrole ; 1.° de ne pas fouiller près d'un endroit d'où l'on ait anciennement tiré de l'huile, & où l'on voit de

(b) Le braſſio de Parme équivaut à vingt pouces du pied de France.

vieux puits : 2.° On y regarde comme un bon signe de trouver un terrein appelé par les gens du lieu, *terreno cocco;* c'est une terre d'un gris un peu verdâtre, assez dure, compacte & de la nature des argiles : 3.° Il faut que ce lit de terre paroisse presqu'en commençant la fouille du puits, excepté dans quelques veines de peu d'épaisseur d'une autre terre que les gens du pays nomment *piastra* ou *phiastra*, qui se rencontrent à peu près de huit en huit bras, & qui coupent la première terre ; la terre appelée *cocco* devient d'autant plus dure qu'on la creuse plus profondément : 4.° Quand le trou a environ cinquante bras de creux, il faut que l'on sente l'odeur du pétrole qui doit devenir d'autant plus vive que l'on parvient à une plus grande profondeur : 5.° Enfin l'indice le plus sûr est lorsque vers la fin de l'ouvrage l'odeur de pétrole est si forte que les ouvriers en creusant & en faisant les murs du puits, ne puissent pas rester une demi-heure ou même un quart-d'heure sans être remplacés par d'autres ; & souvent on les retire évanouis, sans respiration apparente, & comme morts.

Les ouvriers creusent donc le puits jusqu'à ce qu'ils voient sortir le pétrole qui se filtre à travers les terres & vient par de petits trous : quelquefois même cette huile sort avec force & par jets qui ressemblent à de petites fontaines ; & c'est ordinairement lorsqu'on a conduit le puits à la profondeur de 110 bras, que l'on obtient ainsi le pétrole

Souvent en creusant le puits, & avant d'être parvenu à cette profondeur, on aperçoit quelques filets de pétrole, qui se perdent en continuant l'ouvrage, & reparoissent ensuite. Il est encore arrivé qu'au fond d'un puits on a trouvé dans une espèce de fosse une quantité de pétrole qui montoit à 8 ou 1200 livres, poids de Parme (c), ou 800 livres de France.

On creuse ces puits de la même manière que l'on fouille les puits ordinaires ; c'est-à-dire qu'on commence à faire une ouverture de trois bras de diamètre, & de dix ou quinze bras de profondeur ; puis l'on revêtit toute cette partie du trou avec des

(c) La livre de Parme est d'un tiers plus foible que celle de Paris ; ainsi la livre & demie de Parme ne fait qu'une livre de seize onces de France.

briques que l'on poſe ſur leur champ & qu'on lie dans un mortier de chaux : l'on commence par la partie la plus baſſe du puits, & l'on finit au niveau du terrein & à l'ouverture du trou ; l'on continue ainſi le travail & dans le même ordre, en creuſant & garniſſant la fouille de briques, & l'on conduit le puits juſqu'à la profondeur où commencent à couler les vraies ſources du pétrole : c'eſt alors qu'on a l'attention de réduire le fond du puits à deux bras au plus de diamètre.

Le fond de ces puits étant ainſi diminué de largeur, donne plus de facilité pour en tirer le pétrole ; & les ouvriers ſont d'autant plus portés à les conſtruire de cette façon, qu'ils diminuent l'ouvrage, qui devient pour lors très-difficile à exécuter, à cauſe du pétrole qui coule & qui répand une odeur ſi vive, qu'à peine les ouvriers y peuvent reſter un quart-d'heure, ſoit à fouiller ou à mâçonner, & que ce n'eſt qu'avec la plus grande fatigue qu'ils viennent à bout de terminer l'ouvrage.

Les puits ſont abandonnés l'hiver & à la fin de l'automne ; mais dès le printemps les propriétaires envoient en tirer l'huile tous les deux ou trois jours, & l'on s'y prend de la même manière qu'on le feroit pour en tirer de l'eau ; on a de petits ſceaux de bois, parce que le fond du puits eſt, comme nous l'avons dit, fait un peu en cône renverſé, dans le deſſein de le pouvoir vider avec plus de facilité, l'huile qui a coulé les jours précédens venant de cette façon ſe porter dans la partie la plus profonde du puits où elle ſe ramaſſe.

Des trois puits de Miano dont nous parlons, il n'y en a maintenant qu'un ſeul qui donne le pétrole joint avec de l'eau, tandis que les deux autres le fourniſſent pur & ſans mélange. Il y a trois à quatre ans que ce puits eſt fait, & dans le commencement qu'il a été conſtruit, il donnoit le pétrole pur ; l'huile qu'il donne maintenant eſt très-eſtimée & très-bonne ; l'eau qui ſe trouve auſſi dans ce puits, & que ſurnage l'huile, eſt claire, limpide & un peu ſalée. Si dans le puits on laiſſe trop d'eau & d'huile ſe raſſembler dans ſon fond, la quantité d'huile qu'on envoie retirer après pluſieurs jours, eſt bien moins abondante, l'huile nouvelle ne pouvant ſortir.

Nous

Nous avons déjà annoncé que chaque puits ne fournissoit pas la même quantité d'huile dans le même temps; aussi y en a-t-il qui ne donnent en un jour qu'une demi-livre d'huile, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre livres de Parme.

L'huile, au sortir des puits, est un peu louche, parce qu'elle est mêlée avec une terre légère; elle ne devient claire que lorsqu'elle a déposé cette substance étrangère au fond des vases dans lesquels on la conserve; & c'est ainsi qu'on la trouve chez les Épiciers-droguistes. Il y a des puits qui donnent le pétrole plus ou moins limpide; aussi le distingue-t-on en pétrole blanc & pétrole roux: les habitans prétendent que cette différence ne dépend que de la différente couleur du terrein que traverse le pétrole. A la vérité, à peu de distance de Miano il y a deux autres puits qui donnent du pétrole roux, & il est constant que la terre y est plus brune, d'une couleur plus foncée que celle d'où il sort du pétrole blanc. Pour avoir l'huile de pétrole très-blanche, on la distille avec de l'eau; l'huile monte la première & sort limpide de l'alambic.

Les environs de Miano, où l'on tire le pétrole, ne fournissent point de vraies pierres; la montagne voisine n'est même composée que de l'espèce de terre verdâtre, compacte & argileuse, la même que nous avons déjà appelée *cocco* avec les habitans du lieu où l'on retire le pétrole; la superficie de la montagne est une terre légère, stérile, & qui ne produit aucune plante: elle est presque composée de mica. Les montagnes voisines de ce lieu, & que côtoye le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole blanc ou roux; & à peu de distance de Miano, on trouve, en creusant, des lits de coquilles fossiles, & en partie détruites par le temps.

M. Ferrarini m'a envoyé, 1.° de la terre appelée *cocco*, prise au bas de la montagne de Miano; elle étoit mêlée avec un sable réduit en petits grains, dans lequel brilloit beaucoup de mica; 2.° de la même terre prise au haut d'un puits qu'on commençoit

à fouiller; 3.° de cette terre prise au fond d'un puits qui étoit près de la profondeur où on devoit le creuser, elle avoit une forte odeur de pétrole, & M. Ferrarini m'a prévenu qu'il s'étoit formé dessus une efflorescence qui avoit sur la langue un goût de sel marin: il lui a été impossible de m'envoyer de la terre appelée *piastra,* qui se trouve par veines, parce que dans les puits qui venoient d'être fouillés, la piastra étoit pour lors mêlée avec la première terre; 4.° une bouteille d'huile de pétrole; 5.° de cette terre légère qui donne au pétrole une couleur louche, & qui se dépose dans les vases où l'on conserve cette huile: cette terre est la même que le cocco, dont l'huile a entraîné les parties les plus légères; 6.° du pétrole distillé avec de l'eau, & qui est très-blanc.

J'ai mis sur les charbons, la terre cocco, prise au bas de la montagne de Miano; elle n'y donne point de flammes: cette terre se cuit au feu, & de verdâtre qu'elle étoit, elle y devient rougeâtre; elle se fond ou s'amollit dans l'eau & y devient maniable; elle n'a point un goût décidé sur la langue; elle ne fleurit point à l'air; enfin, elle fait une vive effervescence avec l'acide nitreux.

Nous croyons à propos de dire ici que dans le lieu nommé *Salso Maggiore* & dans ses environs, à près de dix lieues de Parme, où sont les puits d'eau salée, dont on retire le sel par évaporation pour l'usage du pays, quelques-uns de ces puits donnent aussi du pétrole; cette huile est d'une couleur rousse très-foncée; elle est plus épaisse, & d'une odeur plus vive, plus pénétrante que celle du pétrole ordinaire. La plupart de ces puits, à la vérité, donnent du pétrole en si petite quantité, qu'on n'en fait aucun usage: un seul, appelé le *grand Puits,* qui produit par jour cent neuf brentes *(c)* d'eau salée, donne assez de pétrole pour qu'on cherche à le conserver; aussi l'en sépare-t-on par le moyen

(c) La brenta de Parme contient trente-six pintes de Parme & soixante-dix pintes de Paris; ainsi la pinte de Parme est presque le double de celle de Paris.

d'une peau d'agneau, & cette huile sert dans la fabrique à éclairer les ouvriers pendant la nuit.

Le terrein de Salso Maggiore est aussi de la nature à peu près de celui de Miano; c'est une terre qui ressemble parfaitement au cocco, mais d'une couleur plus plombée, tandis qu'à la profondeur de vingt bras environ, on y trouve de vrais lits plus ou moins épais, de celle appelée *phiastra*, d'une couleur encore plus verdâtre; c'est de cette dernière que sortent à Salso Maggiore, l'eau salée & le pétrole, lorsqu'on est parvenu à creuser depuis quatre-vingts jusqu'à cent cinquante bras. Enfin, M. de Montigny, en examinant les salines de Franche-Comté *, a trouvé dans ces eaux des parties grasses, bitumineuses, ayant une forte odeur de pétrole.

* *Mém. Acad. année 1762.*

A Velléia, qui n'est qu'à environ sept lieues de Plaisance, & à peu près vingt de Parme, où le Père du Souverain régnant fit découvrir, quelques années avant sa mort, les restes d'un palais bâti par Trajan, & depuis enséveli & comblé par la chute & l'éboulement des terres voisines & plus élevées *(d)*, au pied de la montagne, où se voit aujourd'hui Velléia, il y a une source d'eau qui semble bouillir, sans que cependant le thermomètre y indique aucune chaleur sensible *(e)*; sur cette eau surnage une vapeur légère de pétrole de couleur sombre; au-dessus de cette source, pour peu qu'on creuse la terre, on y sent une odeur de pétrole: cette vapeur, qui est plus légère que l'eau, & qui s'élève de quelques pieds au-dessus du terrein, prend feu à l'approche de la paille ou de toute autre matière enflammée, & brûle pendant plusieurs jours. Ces mêmes vapeurs sont communes dans le duché de Modène & dans la montagne de Pietra Mala *(f)*.

(d) Voyez l'extrait que l'on a donné du Mémoire du R. P. Paciaudi, dans le quatrième tome de la Gazette littéraire d'Europe *(le 3 Mars 1765, page 353)*.

(e) Voyez ce que j'ai dit sur cette chaleur, qui n'est qu'apparente, dans mon Mémoire sur les solfatares des environs de Rome *(ci-dessus, page 8 & suiv.)*.

(f) Voyez *Second Mémoire sur le Pétrole & sur des vapeurs inflammables, communes dans différentes parties de l'Italie;* ci-après, page 45 & suiv.

appartenant à la Toſcane, les bouleverſémens & ce gonflement des terres deviennent encore plus évidens que par-tout ailleurs & ne laiſſent aucun doute ſur leur origine: on voit au bas de ces montagnes, conduites par les torrens, des pierres poreuſes, des écumes, des laves, des vitrifications de volcans; enfin tout ce qui peut annoncer que ces montagnes ont brûlé *.

La pierre qui conſtitue cette montagne, celle qu'on y trouve le plus communément, eſt de la nature des pierres grenues ou graveleuſes, dans laquelle on trouve du *mica;* elle tient à la langue & y laiſſe un goût deſagréable: la pierre dans d'autres parties de la montagne eſt glaiſeuſe. La pierre graveleuſe eſt peu ſoluble dans les acides qui n'attaquent qu'une partie de la pierre, encore foiblement; elle eſt d'un rouge-gris ou noir, ſuivant les endroits de la montagne où l'on prend la pierre; la terre y eſt auſſi ſableuſe & plus ou moins noire.

Les feux de la montagne Canida proche Pietra-Mala, ſont placés à différentes hauteurs de la montagne; on compte dans cette montagne quatre bouches de feux que les payſans diſtinguent par autant de noms différens: ils nomment la première *di legno,* de bois, parce que la flamme claire que ce feu donne, eſt ſemblable à celle d'un bois bien ſec qui ſe conſumeroit; elle eſt dans une eſpèce de petit vallon, à peu-près aux trois quarts en montant vers ſa cime. La ſeconde bouche de feu s'appelle *del piglio;* la troiſième, *del montaggiolo;* la quatrième qui s'allume rarement, porte le nom de la montagne de Canida.

Ces feux paroiſſent avoir la même origine; parlons du premier *di legno,* parce que c'eſt le plus conſidérable & le plus connu dans le pays.

Le feu *di legno* eſt, ainſi que nous venons de le dire, dans une partie de la montagne aſſez près de la cime, qui forme un petit vallon dominé encore par des buttes plus élevées, & coupé par l'écoulement de diverſes ſources qui deſcendent des hauteurs

* Voyez dans les *Mémoires de l'Académie, année 1706, page 336,* une deſcription de Pietra-Mala; *année 1699,* celle de la fontaine brûlante, près de Grenoble en Dauphiné; enfin dans les *Tranſactions philoſoph. n.° 26, page 482,* la ſource inflammable de Lancatshire dans la Grande-Bretagne.

voisines: le champ où est ce feu est pierreux; les buttes qui sont plus élevées & qui l'entourent, sont garnies de roches dont la nature est grenue, graveleuse & très-remplie de *mica.*

Ce feu est dans un espace circulaire de vingt-cinq à trente pieds de diamètre; la terre y paroît brûlée, ou plutôt il semble qu'elle doit sa couleur plus rembrunie, à ce qu'elle a été cuite par le feu. Les pierres sont plus noires que celles des environs; il en sort çà & là une flamme bleue, vive, ardente, claire, qui s'élève à trois ou quatre pieds de hauteur. On prétend qu'elle a monté jusqu'à neuf pieds; & les habitans des endroits voisins disent que plus il est tombé de neige pendant l'hiver, plus la flamme a de force & s'élève: on peut, sans aucun risque, en approcher de près; pendant le jour, il faut en être proche pour s'en apercevoir; la nuit, elle est brillante & paroît de loin. Pour peu qu'on gratte dans cet espace, la flamme sort; mais on fouilleroit inutilement au-delà de l'espace circulaire, il ne paroîtroit aucun feu, quoiqu'à plus de soixante pieds du centre des flammes on s'aperçoive encore de la chaleur que conserve le terrein: à cette distance, elle fait fondre la neige qui y tombe en hiver, & qui couvre souvent tout le reste de la montagne.

Une preuve que cette flamme n'a point une odeur bien décidée, c'est que chacun lui en a donné une particulière, d'après sans doute la manière dont ils étoient eux-mêmes prévenus; les uns ont dit qu'elle tenoit de la vapeur du soufre, d'autres de l'odeur du benjoin, d'autres de l'électricité: je n'ose, d'après cela, ajouter que j'ai comparé cette odeur à celle légère de pétrole.

Le long d'une fente ou crevasse voisine du feu, il se fait entendre un bruit sourd comme seroit celui d'un vent qui traverseroit un souterrein; on dit qu'ayant dessein de pénétrer sous le feu dans l'endroit où l'on croyoit qu'en étoit le foyer, on y a commencé une voûte, mais que le terrein s'étant éclaté & crevé, il en est sorti un vent chaud & violent qui a arrêté les ouvriers: on ajoute que l'on a depuis cherché encore à augmenter cette ouverture, mais qu'une étincelle produite par le marteau d'un ouvrier, a allumé une flamme considérable au grand risque des travailleurs.

Les bestiaux paissent aux environs de l'espace brûlé, où l'herbe

vient très-bien. Près de ce lieu on trouve deux ſources d'eau chaude, qui ſont douces & ſalutaires, & une fontaine dont le pétrole ſurnage l'eau; & l'on ſait que cette huile s'enflamme aiſément à l'approche d'un corps enflammé.

Il paroîtroit ſans doute ſingulier à ceux qui voudroient ici trouver la naiſſance d'un nouveau volcan, que ce terrein, dans le lieu où le feu exiſte depuis du temps, ne fût ni enfoncé, ni relevé, & qu'il n'y eût aucun changement ſenſible à la place où on le voit encore aujourd'hui; mais ce fait s'accorde bien avec l'explication que je donnerai dans ce Mémoire, de la nature de ces feux: d'ailleurs on ne voit près du foyer aucunes pierres de volcans ni rien qui puiſſe annoncer que ce feu ait jeté; cependant ces montagnes, ainſi que nous l'avons dit, raſſemblent tout ce qui peut prouver qu'elles ont été anciennement formées ou au moins changées par les volcans.

Nous devons encore ajouter, ſuivant le rapport qui nous en a été fait, qu'en 1767 où l'on reſſentit des ſecouſſes aſſez vives & des tremblemens dans les endroits voiſins de Pietra-Mala, ce feu ne changea point cependant de forme, & ne donna ni plus ni moins de fumée.

On a trouvé à différens endroits de la montagne, des médailles antiques, dont la plus ancienne (à ce que l'on prétend) eſt du temps des premiers Empereurs: ce qui a fait imaginer que c'étoit alors la coutume de jeter des médailles dans le feu, & que le feu dont nous parlons exiſtoit dès l'an 706 de la fondation de Rome, ou à peu-près l'an 4000 de la création du monde. Mais ſi ces médailles étoient une ſuite de cette coutume, on ne devroit en trouver qu'aux environs du feu & non en des endroits éloignés de ſon foyer, à moins qu'on ne voulût encore en induire que le feu eût changé de place, & qu'il y ait eu du feu à tous les endroits de la montagne où l'on trouveroit des médailles; ce qui ſeroit une pure ſuppoſition.

Dans un autre lieu de la même montagne, ſitué plus bas que le premier feu que nous venons de décrire, eſt celui que l'on nomme *peglio*, & qui mérite auſſi que nous en parlions à cauſe de la vapeur volatile & inflammable qui s'en exhale: ce feu eſt de

de l'autre côté du chemin, & sur la droite en allant de Bologne à Florence; il y a de celui-ci au sommet de la montagne, environ 70 toises.

On voit au milieu d'un champ cultivé, un enfoncement circulaire d'environ sept pieds de diamètre, d'où il sembleroit seulement que l'on eût ôté l'épaisseur d'un gazon; il sort de cet espace une vapeur volatile, qui ne devient visible que lorsqu'on en approche une lumière: aussitôt elle prend feu, & la flamme bleue parcourt toute la superficie du terrein; elle s'y entretient quelquefois plusieurs mois de suite, jusqu'à ce qu'un vent violent l'éteigne. Comme cette flamme ne fait aucun mal, il se trouve toujours quelques Curieux qui la rallument; l'étincelle d'un briquet suffit, lorsque la vapeur est abondante, pour donner lieu à l'inflammation; les flammes n'occupent point toute la superficie du terrein, elles paroissent seulement à cinq ou six endroits dans cet espace.

Lorsqu'on jette du papier, du bois sec, &c. à l'un de ces endroits où les flammes paroissent, ils ne s'y brûlent pas avec flamme, comme ils feroient dans un autre feu, mais ils s'y détruisent assez promptement: il n'y a ici que la vapeur qui s'enflamme; car la terre, dans l'endroit qui brûle, n'est point chaude à quelques pouces de profondeur, elle ne brûle qu'à la superficie.

En creusant la terre proche le lieu des flammes, on la voit de couleur de cendre & huileuse: elle a la saveur légère, & l'odeur d'huile de pétrole. Plus l'on creuse en descendant de la cime de la montagne vers laquelle est le premier feu, & venant à celui-ci, plus on trouve la terre imprégnée de cette huile. Lorsqu'on observe la terre à la loupe, on la voit poreuse; si l'on coupe ce terrein, il est facile de voir l'huile découler des veines & des pores de cette terre: on peut aussi y voir distinctement des branches, des feuilles, des nervures de plantes, enfin des végétaux détruits qui donnent principalement lieu à ces veines; ceci ne pourroit-il pas indiquer que ces végétaux ont produit l'huile de pétrole? à la vérité, dans d'autres endroits où l'on trouve du pétrole, ces vestiges de végétaux détruits ne s'offrent pas aussi clairement.

Lorsqu'il est survenu de la pluie, cette terre change de couleur; elle devient un peu moins noire, mais elle conserve toujours son

odeur bitumineuse: si l'on jette de cette terre dans de l'eau chaude, il y surnage une liqueur huileuse; cette terre mise dans une cornue & exposée au feu, a donné une liqueur semblable par sa couleur à du lait: il a paru, après avoir augmenté le feu, une vapeur blanchâtre qui, rassemblée en flocons, avoit l'odeur & le goût d'huile de pétrole un peu salée.

Quelques gouttes de cette liqueur jetées sur le feu, laissent une légère odeur de pétrole; lorsqu'on la joint avec l'esprit de vitriol, il y a peu d'effervescence, l'huile surnage en conservant sa première odeur: si l'on unit cette substance à l'alkali volatil du sel ammoniac, l'odeur de pétrole domine celle de l'alkali; avec l'huile de tartre, l'odeur est aussi très-développée: la terre qui reste dans la cornue est roussâtre; il suit de-là que les acides joints à cette huile produisent peu d'effervescence, qu'ils l'épaississent & qu'ils n'y occasionnent qu'un léger changement, mais que les alkalis en augmentent la volatilité.

Revenons encore à l'examen du lieu d'où cette terre a été tirée: il n'y a dans cet endroit & aux environs du premier feu que nous avons décrit, aucunes matières brûlées qui puissent faire comparer ces feux à de vrais volcans; ils ne jettent ni cendres, ni laves, &c. Les pierres des environs ne sont qu'enfumées, fendues ou gercées par la chaleur; la place où est le feu ne paroît point avoir changé de forme, elle n'est ni abaissée, ni élevée; les flammes sont voltigeantes & parcourent la superficie du terrein.

Kirker parle de ce feu souterrein; il dit y avoir vu du feu pendant le jour, & la flamme s'élever à une certaine hauteur. Leander Alberti (*Istoria di tutta l'Italia*) cite un bois d'où sort continuellement une grande fumée & de la flamme. Plusieurs autres Auteurs ont parlé de ces feux communs en Italie, de ceux qui se remarquent plus fréquemment dans la partie du Bolonois, le long de l'Appennin & dans les États de Modène, Parme & Plaisance.

Environ à dix lieues de Modène, vers la poste où l'on traverse l'Appennin, & qui de Santo-Pellegrino conduit à Massa, dans un endroit appelé *Barigazzo*, il y a encore cinq à six bouches où paroissent des flammes dans certains temps, qui s'éteignent

par un vent violent; il y a aussi des vapeurs qui demandent l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu. On prétend que ces feux multipliés rendent l'hiver moins rigoureux dans ces cantons; & c'est pour cette raison que le P. Frisi, Correspondant de cette Académie, a cru devoir préférer ce côté pour y faire passer le chemin qui conduit de Modène à Pistoya. Le Docteur Vianelli, dans un excellent Traité qu'il a donné sur les curiosités naturelles de l'État de Modène, a parlé des feux de Barigazzo & des eaux thermales de ces montagnes.

M. Ferdinand Bassi, Membre de l'Institut & Professeur d'Histoire naturelle à Bologne, a passé du temps près des bains *della Poretta*, éloignés d'environ huit lieues de Bologne, près du fleuve Reno, pour y examiner une vapeur qui surnage les eaux de ces bains, & qui s'allume à l'approche d'un corps enflammé; ce feu dure jusqu'à ce qu'on vienne l'étouffer: il a fait plusieurs observations qu'il compte sans doute publier.

D'après l'examen que nous venons de donner des feux de Pietra-Mala, n'est-il pas naturel de conclure que, malgré les restes non équivoques d'anciens volcans éteints qui subsistent dans la plupart de ces montagnes, les feux qui s'y voient aujourd'hui, ne sont point de nouveaux volcans qui s'y forment (comme l'ont écrit quelques Voyageurs modernes), puisque ces feux ne jettent aucune substance de volcans; mais qu'ils ont pour origine une huile volatile & très-inflammable, qui se sublime à l'aide d'un feu souterrain, peut-être le même qui produit les eaux thermales? pour que le feu sublime cette huile, il faut probablement encore que les matières qui la contiennent, soient peu profondes en terre. Lorsque cette huile volatile qui se renouvelle nage en assez grande quantité sur la surface du terrein, dès qu'elle est une fois enflammée, elle continue de brûler; mais si la vapeur plus légère est dans un moindre volume, outre qu'elle demande l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu, elle cesse de brûler, lorsque l'huile ou la vapeur légère volatile & inflammable est épuisée. Au bout de quelques jours, elle se renouvelle & donne lieu aux Curieux de recommencer son inflammation.

On admettra cette explication très-naturelle, d'autant plus

[illegible] petit, [illegible] le paner, [illegible]

[illegible] le fond, [illegible] de Mano, [illegible] sur le cercle [illegible] l'superficie [illegible] égre, & [illegible] en [illegible] une [illegible] la surface [illegible] un corps [illegible] avec celle [illegible] couleur [illegible] une [illegible] qu'elle [illegible] comme; [illegible]

[illegible] eaux; [illegible] à [illegible] étend, [illegible] du [illegible] pourra [illegible] lieu, [illegible] nous ne [illegible]

[illegible] vapeurs [illegible] de végé- [illegible] ce que [illegible] que le pétrole [illegible] des végétaux.

* Voyez notre premier Mémoire sur le Pétrole, page [illegible]



MÉMOIRE

Sur les VERGES ou BARRES MÉTALLIQUES, destinées à garantir les Édifices des effets de la foudre; avec la manière dont ces barres doivent être disposées pour que leur effet soit aussi certain qu'il est possible.

Par M. LE ROY.

L'HISTOIRE de la Physique nous offre tant d'exemples de découvertes importantes, contestées pendant long-temps, uniquement par cette maladie de l'esprit qui nous porte à rejeter tout ce qui est nouveau ou contraire à nos idées, qu'on ne peut être trop en garde contre cet écueil. Sans cela le temps passe, les années s'écoulent, & on perd en vaines disputes des momens précieux, qui, employés à faire des expériences, nous auroient éclairés sur ces découvertes, ou nous auroient appris au moins beaucoup de vérités réservées, par ces disputes, pour la postérité. Tout ce que je viens de dire est parfaitement applicable à l'objet de ce Mémoire.

En effet, si après la belle découverte de l'analogie de l'Électricité avec la matière de l'Éclair *(a)*, on avoit suivi les idées de son illustre Auteur (M. Franklin), sur l'usage des verges métalliques, pour défendre les édifices des ravages du tonnerre,

(a) Lors de cette découverte, plusieurs personnes voulurent s'attribuer l'honneur d'avoir prédit cette analogie de l'électricité & de la foudre, & ne dirent pas un mot de celui à qui en appartenoit véritablement la gloire, je veux dire du célèbre Gray, à qui l'Électricité a tant d'obligation; en effet, cet habile Physicien en mourant, s'en expliqua de la manière la plus positive, dans une lettre qu'il écrivit à M. Cromwell Mortimer, alors Secrétaire de la Société Royale. Voici ce qu'il lui marqua :
« Il est probable qu'avec le temps on trouvera un moyen d'en rassembler une plus grande quantité (du feu électrique), & par conséquent d'augmenter la force de ce feu électrique qui, par plusieurs expériences, *si licet magnis comparare parva*, paroît être de la même nature que celui du tonnerre & de l'éclair ». V. les *Transf. Phil. n.° 346*.

on eût acquis ſans doute en dix-huit ans *(b)* beaucoup de connoiſſances ſur les effets de ces barres, & on eût reconnu ſi elles étoient avantageuſes, inutiles ou nuiſibles.

Quoi qu'il en ſoit, je me propoſe de faire voir dans ce Mémoire, par une expoſition exacte des phénomènes que nous offre l'électricité, & des effets que produit le tonnerre quand il tombe ſur des édifices, que l'utilité de ces verges ou barres métalliques, pour les préſerver des ravages de la foudre, eſt fondée ſur l'analogie la plus ſuivie & la plus complette *(c)*.

Je partage ce Mémoire en quatre articles.

Dans le premier, j'expoſe les différens phénomènes de l'électricité qui ont rapport à l'objet que je me propoſe d'y traiter.

Dans le ſecond, je rapporte ce qu'il y a de plus connu & ce qu'on a obſervé de plus conſtant ſur les effets de la foudre, dans les édifices qui en ſont frappés.

Dans le troiſième, je montre que les conſéquences réſultantes des phénomènes électriques & des effets du tonnerre, tendent à établir, de la manière la plus ſolide, l'utilité des barres métalliques pour en préſerver les bâtimens.

Enfin, dans le quatrième, je parle de la manière dont ces barres doivent être formées & diſpoſées pour qu'elles rempliſſent l'objet propoſé.

(b) Quand je dis en dix-huit ans, je n'entends pas par-là qu'on n'ait tenté nulle part l'uſage de ces barres pendant ce long eſpace de temps, je ſais qu'on en a élevé dans les colonies Angloiſes de l'Amérique, pluſieurs qui ont produit l'effet qu'on en attendoit, j'entends ſeulement qu'on n'en a fait qu'un très-petit nombre d'eſſais, & que parmi nous on n'en a pas fait du tout.

(c) Je dois dire ici que pluſieurs habiles Phyſiciens ont déjà écrit ſur le ſujet qui fait l'objet de ce Mémoire; mais je dois dire auſſi qu'il y a fort long-temps que j'en aurois entretenu l'Académie, ſans des raiſons qui lui ſont bien connues, & qu'il eſt inutile de rapporter ici. Il y a près de ſix ans que je donnai à M. Duclos, Secrétaire de l'Académie Françoiſe, &c. un Mémoire ſur le même ſujet, pour M. Guillaudeuc, établi au Cap François, dans l'île de Saint-Domingue: au reſte, ſi j'ai été prévenu par les Phyſiciens dont je viens de parler, j'oſe dire qu'aucun d'eux n'a montré, comme je le fais dans ce Mémoire, par le détail des phénomènes de l'électricité & de la foudre, combien l'uſage des barres pour préſerver les édifices du tonnerre, eſt fondé, ſoit que ces Phyſiciens aient regardé ces preuves comme ſuperflues, ſoit par quelqu'autre raiſon. Je dois obſerver cependant que le P. Beccaria a traité ce ſujet d'une manière aſſez étendue, dans ſon Ouvrage intitulé: *Dell. Ellettricisimo Terrestre atmosferico.*

ON s'accorde aſſez à reconnoître l'analogie de la matière électrique avec celle de la foudre ; cependant la vaſte différence dans la grandeur de leurs effets ſemble avoir laiſſé encore des nuages ſur cette identité, tellement que pluſieurs doutent même aujourd'hui ſi les effets de l'électricité & du tonnerre ſe correſpondent entièrement. ARTICLE I.er

Par exemple, on ſait que ſi on communique l'électricité à l'extrémité d'une verge métallique, elle ſe répandra dans l'inſtant juſqu'à l'autre, & que tant que cette verge aura de longueur, l'électricité, ſi cela ſe peut dire, la ſuivra. On ſait encore que ſi cette verge eſt entourée d'autres corps, à moins qu'ils ne ſoient auſſi électriſables par communication qu'elle, l'électricité ne la quittera pas pour paſſer ou ſe jeter dans ces corps, & qu'au moins il en reſtera plus dans la verge, en proportion de ſa plus grande diſpoſition à être électriſée par communication que ces autres corps. Cependant pluſieurs perſonnes douteront, que la matière de la foudre ait les mêmes propriétés, par cette incertitude, dont je viens de parler, ſur ſon identité avec celle de l'électricité : au lieu donc de me prévaloir de cette identité, comme je le pourrois, pour en déduire la correſpondance de leurs phénomènes ; je vais l'établir par l'expoſition même de ceux qui ont trait à l'objet de ce Mémoire. On verra par-là, à quel point ces différens phénomènes ſe rapportent, & combien l'identité de l'électricité & de la foudre eſt fondée.

Les métaux, ainſi que l'eau, tranſmettent, comme on ſait, avec la plus grande rapidité, le fluide électrique ; ainſi une verge ou une barre métallique, communiquant avec le plancher, étant approchée d'un conducteur électrique, lui enlève dans l'inſtant toute ſon électricité, à moins que ſon contact avec ce conducteur, ne ſoit pas bien intime : une corde bien mouillée fait le même effet. On ſait encore que dans le cas de ce contact de la verge ou de la corde mouillée, quelqu'électricité qu'on veuille faire entrer dans le conducteur & avec quelque force qu'on l'y condenſe, jamais il n'y en reſtera, ou qu'elle diſparoîtra toujours ; il n'eſt pas moins certain que ſi on tire des étincelles d'un conducteur électriſé, avec un corps métallique, communiquant bien immédiatement par d'autres corps du même genre avec un plancher mouillé, on pourra, en conſéquence de cette communication, tenir à la main ce

corps preſqu'impunément, ſans reſſentir aucun effet de ces *étincelles*: ainſi tel choc qui pourroit vous frapper vivement, devient par-là comme inſenſible. Il eſt également conſtant que ſi une verge métallique eſt terminée par une pointe fort aiguë, & qu'on l'approche fort près du conducteur, elle lui enlevera preſque en entier toute ſon électricité; effet ſi certain, qu'on ne peut charger le carreau de Leyde tant qu'une pareille pointe eſt dans le voiſinage du conducteur. Il n'eſt pas moins prouvé que tout corps métallique qui, par ſa forme, a une partie plus ſaillante ou plus aiguë que les autres, étant préſenté à un corps électriſé, attirera toujours le feu électrique par cette partie; & cet effet eſt ſi conſtant qu'il ſuffit, pour le produire, d'une ſimple rugoſité faite avec un inſtrument tranchant à la ſurface du corps préſenté: ces parties plus ſaillantes, paroiſſent ſervir comme d'entrée au fluide électrique pour pénétrer dans les corps. Ainſi, par exemple, qu'on préſente au conducteur une boule de fer, ayant une petite tige ſaillante, comme le prolongement de ſon axe, la plus grande partie du fluide ou feu électrique que cette boule attirera, entrera par le bout de cette tige, & non par les autres endroits de la ſurface de la boule. Si une étincelle part du conducteur, elle ſe dirigera vers la tige, quoiqu'elle ne ſe trouve même pas dans la ligne directe; que ſi vous recouvrez la boule, excepté la tige, d'une matière qui ne laiſſe pas paſſer auſſi facilement le feu électrique, cet effet ſera encore plus marqué.

Comme les effets de la commotion de Leyde, quoiqu'infiniment plus foibles que ceux du tonnerre, en approchent cependant beaucoup plus que ceux de la ſimple électricité, il faut examiner ce qu'ils nous préſentent.

Tous les Électriciens conviennent qu'on peut décharger impunément le carreau électrique, en tenant dans la main l'*arc conducteur* qui ſert à faire communiquer ſes deux ſurfaces, preuve que la matière électrique ne quitte point ſa direction pour ſe jeter ſur les corps circonvoiſins: cet effet eſt encore plus certain lorſque l'arc eſt recouvert d'une matière moins électrique par communication que lui; ils ſavent encore, 1.° que ſi l'on interpoſe entre le carreau électrique & l'arc, des matières qui ne ſoient pas métalliques, comme des cartes, du papier & autres, le trait de feu qui

part

part lorsqu'on décharge ce carreau, percera & déchirera ces substances, tandis que si elles avoient été de métal, elles n'auroient éprouvé aucun effet; preuve que lorsque la matière électrique est arrêtée dans sa route, elle perce & brise tout ce qui s'oppose à son passage. 2.° Que si un conducteur métallique est trop délié pour transmettre toute l'électricité qu'il reçoit, elle le brisera & le fondra, comme on le voit arriver dans le carreau électrique lorsqu'on le décharge en faisant la communication par des fils de métal trop fins. 3.° Enfin, que dans la fusion des métaux, par l'expérience de Leyde, l'extrême compression qu'éprouve le fluide électrique en passant entre deux glaces fortement pressées l'une contre l'autre, suffit pour faire pénétrer l'or dans le verre, de manière à ne l'en pouvoir jamais retirer: je ne pousserai pas plus loin ce dénombrement des différens phénomènes électriques relatifs à mon objet; il me suffit d'avoir montré, par ceux dont je viens de parler, 1.° que la matière électrique passe dans un instant d'une extrémité à l'autre des corps électrisables par communication; 2.° que lorsque ce passage est bien établi par ces corps, ils peuvent être ébranlés par les plus vives secousses & les plus fortes étincelles, sans que les corps qui les avoisinent en soient sensiblement affectés; 3.° que le fluide électrique suit tellement la direction qu'on lui a une fois imprimée, qu'il ne s'en écarte pas pour se jeter à droite & à gauche, comme on le voit par la sécurité avec laquelle on peut décharger le carreau électrique en tenant à la main l'*arc conducteur;* 4.° que lorsque ce fluide est arrêté dans sa route par la nature des substances qu'il rencontre, il perce, brise & déchire tout ce qui s'oppose à son passage; 5.° que lorsque les canaux de communication, si cela se peut dire, sont trop déliés pour renfermer tout le feu qu'ils doivent transmettre, ce feu les brise en les fondant; 6.° que les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité; 7.° enfin, qu'un corps métallique surmonté d'une partie saillante, qui, même ne l'excède que d'une petite hauteur, attire par cette partie l'électricité du corps dont on l'approche; que les étincelles s'y dirigent par préférence à tous les autres points de sa superficie, & que cet effet est encore plus marqué quand la surface de ce corps est recouverte de substances moins électrisables par commu-

nication que lui, excepté, bien entendu, la partie qui se déborde: je passe au second article de ce Mémoire.

ARTICLE II.

IL est si connu que lorsque le tonnerre tombe sur les édifices, il se jette de préférence sur les parties métalliques qu'ils lui présentent, comme sur les croix, sur les girouettes, &c. qu'il est presqu'inutile d'en parler; il n'est pas moins vrai que souvent il passe, de ces parties aux verges, ou aux fils de fer qui sont à sa portée, comme ceux qui servent à conduire les aiguilles des horloges ou ceux des sonnettes, &c. Il est non moins certain qu'il suit ces fils, ainsi que les verges ou les barres de fer, qui se trouvent sur son passage, jusqu'à l'endroit où elles se terminent, à moins que par sa violence, il ne les fonde ou ne les brise, encore alors suit-il souvent la direction qu'ils lui ont fait prendre, comme on le verra dans un moment; mais comme il est important pour l'objet de ce Mémoire, de prouver ce premier fait d'une manière incontestable, je rapporterai ici l'histoire de plusieurs coups de tonnerre célèbres, on verra à quel point ils l'établissent.

Dans un ouvrage où il est question du fameux coup de tonnerre qui fit tant de fracas dans l'abbaye de S.t Médard, auprès de Soissons, au mois d'Avril 1676: l'Auteur, homme d'esprit (Dom Lami, Bénédictin), après avoir parlé des ravages du tonnerre sur la tour & le dôme qui soutenoit la flèche, ajoute, « trois fils de » laiton qui, d'une part, étoient attachés à des timbres qui étoient » sur le haut de la tour, & de l'autre se rendoient à l'horloge qui » étoit en bas, ont été entièrement consumés, sans qu'on en ait pu » rien découvrir; la même chose est arrivée tout par-tout où il s'est » rencontré de ce fil; comme il y en avoit en divers lieux de la » maison, il semble que *ce métal ait déterminé la foudre à les visiter;* » & plus bas, ayant entrepris d'expliquer la fusion de ces fils, il ajoute, « il est si naturel à la flamme de suivre la matière » à laquelle elle s'est une fois attachée, que je ne vois pas que les » divers tours que la flamme de notre tonnerre a faits en suivant » ce fil, soient plus mystérieux que ceux que feroit une flamme » ordinaire qu'on auroit appliquée au bout d'une traînée de paille qui s'étendroit selon diverses lignes courbes. »

J'ai rapporté les propres paroles de l'Auteur, parce qu'elles

montrent combien il étoit pénétré de l'idée que la flamme du tonnerre avoit ſuivi ces fils de laiton, & qu'elles ont la plus grande force dans un Obſervateur qui écrivoit il y a quatre-vingt-quatorze ans; temps où l'on ignoroit non-ſeulement l'analogie de la matière du tonnerre avec les métaux & l'électricité, mais encore, pour ainſi dire, qu'il y eût dans la Nature une pareille vertu. Il paroît, par cette relation, que quoique le tonnerre ait conſumé les fils qu'il a rencontrés; il a cependant tellement ſuivi leur direction, ainſi que celle des autres ſubſtances métalliques qu'il a trouvées ſur ſon paſſage, qu'on peut en conſéquence tracer ſa route depuis ſon entrée dans le clocher, juſqu'à ſa ſortie dans le dortoir: en effet on voit par cette relation, que le tonnerre a paſſé, des fils, qui alloient des timbres à l'horloge, à cette horloge même; que de cette horloge il a paſſé à travers une muraille de huit pieds d'épaiſſeur, en ſuivant une verge de fer, juſqu'à un cadran qui étoit dans un dortoir, dont il a détaché deux planches qu'il a jetées à plus de vingt toiſes: enfin il y a tout lieu de croire que de-là, il s'eſt jeté ſur un fil de laiton qu'il ſuivit encore d'un bout à l'autre du dortoir: l'effet du tonnerre ſur ce fil qu'il briſa, ou plutôt fondit, fut tout-à-fait ſingulier, car en le fondant, il en imprima ſur la muraille une eſpèce de friſe dont l'Auteur donne le deſſin, & qui reſſemble beaucoup à ce que l'on obſerve dans la fuſion des métaux par l'expérience de Leyde; je dois ajouter encore que la foudre étant tombée ſur la même Abbaye dix ans auparavant, Dom Lami rapporte qu'elle y produiſit tous les mêmes effets; ce qui prouve bien que ces effets étoient déterminés par la diſpoſition des ſubſtances métalliques appartenantes à la tour, à l'horloge, au dortoir, &c. qui formoient une communication néceſſaire de la matière électrique, ou de la foudre, entre toutes ces différentes parties de l'édifice *(a)*.

Feu M. le Marquis de Bauſſet, qui eſt mort notre Ambaſſadeur à la Cour de Ruſſie, me donna, il y a plus de quinze ans, la note ſuivante, d'un coup de tonnerre célèbre à Marſeille, par les effets qu'il y produiſit: la foudre étant tombée ſur une eſpèce de

(a) On trouve dans le Mémoire de M. l'Abbé Nollet, cité dans la page ſuivante; & dans l'*Hiſtoire de l'Électricité de Prieſtley*, pluſieurs autres exemples d'édifices où le tonnerre étant tombé en différens temps, a produit dans ces différens temps les mêmes effets.

campanille ou de *ciel ouvert*, comme on les appelle dans ce pays-là, se jeta sur une grosse sonnette, à laquelle tenoient deux fils d'archal, entre lesquels elle se partagea; une partie de la flamme qui suivoit un de ces fils, entra dans la chambre d'une servante, courut tout le long d'un fil de sonnette qui en faisoit le tour, excepté d'un côté, passa à un autre fil de sonnette qui tenoit à celui-là, suivit jusqu'en bas ce fil qui descendoit trois étages au-dessous, entra dans une chambre où étant arrêté par un cordon de soie, il se jeta, par le tourniquet de fer sur la bordure d'une glace placée sur la cheminée, descendit jusqu'en bas, & vint finir & éclater sur l'appui de marbre de cette cheminée; la partie de la flamme qui suivoit l'autre fil d'archal, entra dans la chambre d'un Secrétaire, descendit deux étages au-dessous, toujours en suivant ce fil, passa dans une chambre où il y avoit un tourniquet de sonnette, mais sans ruban, & là ne pouvant plus suivre de parties métalliques, se jeta sur une tapisserie & sur une armoire où elle fit un grand vacarme. On voit encore, par la description du coup de tonnerre qui renversa le clocher de l'église de *Sainte-Bride* *, une des belles églises de Londres, que la foudre a suivi constamment les crampons & les barres de fer qu'elle a rencontrés dans son chemin, & ce qu'il y a de plus intéressant encore, que par-tout où ces barres se terminoient, il s'est fait une sorte d'explosion, où la foudre a fait sauter les pierres qui environnoient les extrémités de ces barres. On voit de même, par le coup de tonnerre dont parle M. l'abbé Nollet dans son *Mémoire de 1767*, que des soldats qui furent tués en Amérique, ne le furent que parce qu'ils s'étoient appuyés contre le mur d'une chapelle, dans un endroit où répondoit intérieurement une potence de fer sur laquelle le tonnerre étant tombé, ou bien s'étant jeté après être tombé, il fit une explosion dans le mur où cette potence se terminoit, & cela, parce qu'elle ne communiquoit pas au moyen de parties métalliques avec le terrein.

* *Voyez les Transf. Philos. de 1764.*

Enfin, je me jeterois dans des détails infinis, si j'entreprenois de rapporter toutes les relations des effets de la foudre, dans lesquelles on voit évidemment qu'elle a suivi constamment les substances métalliques qu'elle a rencontrées sur son passage, &

toujours jusqu'au point où elles se terminoient : les seules exceptions, c'est, comme je l'ai dit, lorsque ces parties étoient d'un si petit volume, qu'elles étoient fondues ou dispersées par la violence du feu. J'ose presque assurer que cette marche du tonnerre est si constante, que si nous avions des relations détaillées de tous les effets qu'il a produits en tombant sur des édifices, on verroit, par la manière dont il suit les substances métalliques, qu'il trouve sur son passage, que cette marche ne s'est jamais démentie.

Il résulte donc de tout ceci, que le tonnerre qui éclate, se jette en général de préférence sur les flèches, sur les croix, sur les girouettes, enfin sur toutes les parties métalliques & aiguës qui peuvent déborder ou s'élever au-dessus des bâtimens ; qu'entré dans ces bâtimens, s'il trouve dans sa route quelques substances métalliques, il les suit de préférence, sans se jeter à droite ou à gauche, & ne les abandonne qu'au point où elles se terminent ; conséquemment que si par hasard, comme sans doute cela est arrivé plusieurs fois, ces substances se sont trouvées prolongées jusqu'au terrein d'au-dessous, le tonnerre aura éclaté ou plutôt se sera dissipé au-dessus de l'édifice, sans y causer aucun dommage.

En effet, comme je l'ai rapporté des effets de la foudre à Marseille, sur le clocher de l'église de Sainte Bride & du coup de tonnerre dont parle M. l'Abbé Nollet, & comme on pourroit le dire apparemment de beaucoup d'autres, la foudre ne fait de ravages & de dégât dans l'intérieur des bâtimens, que lorsqu'elle se trouve comme arrêtée dans sa course, faute de matières dans lesquelles elle puisse passer librement.

ARTICLE III.

Si l'on fait maintenant la comparaison de tous les effets respectifs de l'électricité & de la foudre, exposés dans les deux articles précédens, & qui ont été tirés uniquement des expériences & des observations, on reconnoîtra l'identité qui existe entre ces effets, identité résultante nécessairement de la parfaite analogie qu'il y a entre le fluide électrique & la matière de la foudre.

On verra donc, 1.° que de même qu'un corps métallique présenté à un conducteur électrique, en attire l'électricité, de même une croix, une girouette de fer attireront la matière de la foudre. 2.° Que si un corps métallique présenté à un conducteur & communiquant avec le plancher, transmet l'électricité en un instant

à ce plancher, de même cette girouette, ſur laquelle la foudre s'eſt jetée, la tranſmettra du haut en bas de l'édifice dans un moment, ſi elle communique par des barres, des chaînes de fer, ou d'autres moyens ſemblables avec le terrein ; & que dans cette tranſmiſſion, ou de la matière électrique, ou de celle de la foudre, elles ne ſe jeteront ſur aucun des corps voiſins, & par conſéquent n'y pourront cauſer aucun dommage. 3.° Que de même que la partie ſaillante d'un corps attire à elle de préférence l'électricité, de même ſi on place ſur un édifice une barre métallique, qui le déborde d'une hauteur ſuffiſante pour l'emporter ſur toutes ſes autres parties, cette barre attirera de préférence la matière de la foudre, au cas qu'elle ſe trouve prête à ſe jeter ſur l'édifice.

Examinons maintenant ce qui réſulte de tout ce que je viens d'expoſer ; il me ſemble qu'il s'enſuit clairement, que ſi l'on ſuppoſe une barre métallique placée au faîte d'un édifice, de manière à le déborder d'une certaine hauteur, & communiquant avec d'autres barres d'un volume ſuffiſant qui deſcendent du haut en bas juſqu'en terre, il s'enſuit, dis-je, clairement, & l'analogie la plus ſuivie l'établit, que ſi la foudre tombe ſur cet édifice, elle enfilera de préférence cette barre, & que trouvant une iſſue le long de celles de communication, elle deſcendra par ces dernières juſque dans la terre ſans faire aucun dégât dans l'édifice, & même ſans y être aperçue: ayant prouvé, d'une manière auſſi évidente, l'effet néceſſaire des barres métalliques pour préſerver les édifices du tonnerre, il faut expoſer maintenant la manière de diſpoſer & d'établir ces barres.

ARTICLE IV.

On placera, 1.° à la partie la plus élevée de l'édifice, une barre de fer verticale qui l'excédera de 5 ou 6 pieds au moins ; cependant cette hauteur doit être proportionnée à l'étendue de l'édifice: 2.° cette barre, au lieu d'avoir une forme conique, ſera preſque toute d'une venue, le bout ſera ſeulement en pointe, ſans être cependant d'une forme trop aiguë : 3.° cette barre communiquera de la manière la plus intime avec une autre barre qui deſcendra depuis le ſommet de l'édifice juſqu'en bas, & entrera dans la terre ou ira ſe plonger dans l'eau, ſoit d'un puits, ſoit d'un baſſin, &c. On voit bien, par tout ce que j'ai dit, l'objet de cette communication, & que l'eau dans laquelle je me propoſe de faire entrer ou tremper la barre, eſt pour aſſurer d'une manière encore plus

certaine, la tranſmiſſion de la matière fulminante; car l'eau eſt de toutes les matières connues, après les métaux, celle qui tranſmet le plus rapidement la matière électrique. Dans un lieu fort exposé aux orages, on pourroit faire communiquer la barre du faîte avec plusieurs barres qui deſcendroient chacune ſur une des faces de l'édifice, ou dans les endroits les plus convenables: on pourroit encore, ſur-tout quand le bâtiment eſt fort élevé, établir ſur le mur au-deſſous du comble, des barres de fer horizontales qui le déborderoient de 4 ou 5 pieds, afin que ſi le tonnerre ſe jetoit ſur une des faces de ce bâtiment, il pût enfiler une de ces barres, & ſe tranſmettre, par leur communication avec les barres deſcendantes, juſqu'en bas ſans cauſer aucun dommage. J'imagine de même qu'il ſeroit avantageux de faire ſortir du mur des eſpèces de griffes ou d'appuis, ſoit en pierre, ſoit en briques, qui en tinſſent à quelque diſtance les barres deſcendantes; il ſemble que par-là on aſſurera davantage la tranſmiſſion de la foudre le long de ces barres, ſans que le mur puiſſe en ſouffrir *. On pourroit ſubſtituer aux barres deſcendantes, des chaînes métalliques; mais il faudroit avoir grand ſoin que ces chaînes fuſſent bien tendues, ſans cela la communication ne ſe feroit pas auſſi parfaitement, & cela pourroit avoir quelques inconvéniens.

* *Voyez la 1.re & la 2.e figures de la planche.*

Il faut donner à la barre du faîte deux pouces de diamètre au moins, & aux barres deſcendantes huit ou neuf lignes en carré, & même plus, ſi l'endroit où cet appareil eſt établi eſt très-élevé, & ſi les orages y ſont très-forts; en donnant ces dimenſions à ces différentes barres, il y a tout lieu de croire que ſi le tonnerre tombe ſur un édifice où elles ſoient établies, & que par-là elles ſe trouvent dans le cas de tranſmettre la matière fulminante du haut en bas, elles le feront ſans que cette matière les fonde, ou les endommage en aucune façon.

En décrivant la forme & les dimenſions de ces barres, j'ai inſiſté ſur deux choſes qui paroîtront peut-être nouvelles ici; la première, c'eſt que la barre placée au haut de l'édifice doit, au lieu d'être en pointe, être par-tout de la même groſſeur & avoir beaucoup moins de longueur que les verges de M. Franklin: en voici la raiſon. Lorſqu'il preſcrivit de dreſſer des verges très-longues

& très-pointues, c'étoit pour attirer la matière du tonnerre du plus loin possible, parce que dans l'incertitude sur sa conjecture, cet homme célèbre devoit indiquer tout ce qui devoit en hâter la vérification; or tous les corps fort pointus, ou fort aigus attirant le fluide électrique de beaucoup plus loin que ceux qui sont mousses ou obtus, comme on l'a vu plus haut; il falloit que les verges qui devoient servir à vérifier sa conjecture & rendre l'électricité du tonnerre sensible, fussent les plus longues & les plus pointues possibles; mais lorsque l'on veut défendre un édifice contre les effets du tonnerre, l'objet est tout différent; il n'est pas question d'attirer le feu du nuage de fort loin; il faut seulement empêcher, s'il se décharge sur l'édifice, qu'il n'y fasse aucun ravage. Or c'est à quoi on parviendra, comme je l'ai dit (au moins l'analogie des faits semble-t-elle nous en assurer), en présentant à ce feu ou à la matière électrique, une barre de fer qui s'avance au-dessus des autres parties de l'édifice, assez pour que cette matière l'enfile promptement, ou y entre de préférence, & descende ensuite le long des barres métalliques qui communiquent avec le terrein, &c. 2.° J'ai dit qu'il falloit que les barres ou les chaînes de communication eussent une certaine grosseur, ceci est encore fondé sur l'expérience. Lorsque le tonnerre tombe sur un bâtiment, & que par hasard il rencontre des fils de métal, il les fond, comme j'en ai rapporté plusieurs exemples, quand ils ne sont pas assez gros, ou que la masse de feu est très-considérable. Or, comme le tonnerre peut se jeter à droite ou à gauche, quand le fil qu'il parcouroit est rompu; il est de la plus grande conséquence de prévenir cet accident, en donnant aux barres de transmission ou de communication une grosseur suffisante, pour qu'elles ne soient pas mises en pièces par son passage.

La foudre a quelquefois fondu des barres métalliques si considérables qu'on pourroit peut-être croire que les dimensions que je viens de prescrire pour la barre verticale & celles de transmission ne seroient pas suffisantes, & qu'il faudroit les augmenter. J'ai déjà dit que dans les lieux élevés & sujets à des tonnerres violens, on pourroit faire ces barres beaucoup plus grosses; j'observerai cependant que la barre primitive ou verticale ne doit pas l'être assez

pour

pour que la matière fulminante ne s'y jette pas de préférence; on sait que plus les corps sont aigus & menus, plus ils attirent le fl ide électrique; d'où il résulte qu'il y a un juste milieu à observer pour la grosseur de ces barres, & qu'on parviendra à fixer d'une manière plus positive dans la suite au moyen des expériences. Il est important de remarquer que la matière électrique (& sans doute celle de la foudre est dans le même cas) a d'autant plus d'action sur les corps qu'elle rencontre sur son passage, qu'elle est plus resserrée & plus condensée; effet qui a lieu toutes les fois que cette matière ne peut avoir un libre cours, & communiquer rapidement avec de grandes masses de corps électrisables par communication ou avec la terre; d'où il résulte que ces effets dont nous avons parlé, & où on a vu que des corps métalliques d'une dimension considérable, ont été fondus par la flamme du tonnerre, n'auront plus lieu, lorsqu'il y aura une communication prompte & rapide du sommet de l'édifice au terrein en bas; car tout annonce que le tonnerre suivra alors cette route facilement, & sans endommager l'édifice, parce que ne trouvant pas de résistance, il suivra les barres dans toute leur longueur, sans les briser.

D'après tous les faits & toutes les observations que j'ai rapportés dans ce Mémoire, je crois pouvoir assurer qu'en observant avec soin ce que je viens de prescrire, soit pour la forme, les dimensions, la position, la communication, des barres métalliques destinées à garantir les édifices des effets du tonnerre; on les mettra dans le cas de ne rien craindre de ses ravages; je puis assurer au moins qu'on n'a rien tenté en Physique dont le succès ait été établi sur une plus grande vraisemblance.

Cependant, avant de terminer ce Mémoire, je ne puis m'empêcher de répondre aux objections que quelques personnes pourroient faire contre l'établissement de ces barres : elles me paroissent pouvoir se réduire à deux; ces barres seront inutiles, ou nuisibles & même dangereuses : elles ne peuvent être ni fort coûteuses, ni difficiles à établir; ainsi le premier cas ne demande pas qu'on s'y arrête, reste donc à examiner le second : on conviendra, 1.° que ces barres ne pourroient être nuisibles ou dangereuses, qu'en tant qu'elles pourroient attirer le tonnerre sur les édifices; mais nous avons

montré que, par leur forme & leur peu de hauteur au-dessus, on n'est pas dans le cas d'en craindre cet effet. 2.° Que quand même on pourroit supposer qu'elles attirassent le tonnerre, comme elles le transmettroient promptement au terrein, il n'en résulteroit encore aucun accident; car il est prouvé, par tous les faits que j'ai rapportés, que si ces barres sont assez grosses pour n'être pas fondues par la matière fulminante, elles la transmettront du haut en bas de l'édifice; donc on n'auroit encore rien à craindre, même dans cette supposition : de plus, en ne donnant à ces barres que la longueur nécessaire, comme je l'ai dit, pour qu'elles se présentent à la matière du tonnerre & qu'elles l'attirent à elles, de manière à l'empêcher de se jeter sur les différentes parties d'un édifice, il en résultera que leur effet n'aura lieu exactement que dans le cas où le tonnerre y seroit tombé, & cette juste longueur est une chose qu'on découvrira en alongeant ou raccourcissant ces barres peu à peu; il faut observer cependant qu'il est essentiel qu'elles débordent l'édifice ou le batiment, d'une quantité suffisante, pour que la matière de la foudre s'y jette de préférence, sans quoi elles deviendroient inutiles; mais je crois que la longueur que je leur ai assignée, approchera de très-près de la véritable.

De tout ce qui vient d'être dit dans ce Mémoire, je me crois donc bien fondé à conclure; qu'on ne court aucun risque en établissant des barres métalliques sur les édifices, qui aient une communication avec le terrein au-dessous, au moyen de barres de la même nature; qu'il y a plusieurs avantages considérables à en espérer; qu'il seroit important qu'on les établit sur les édifices qui, par leur hauteur & par leur magnificence, méritent d'être conservés, ou sur ceux qui peuvent renfermer des matières combustibles, comme des magasins, soit de poudre, soit d'agrès, ou d'autres matières de ce genre; enfin qu'on pourroit s'en servir, comme on l'a déjà proposé, pour préserver les vaisseaux des ravages de la foudre; ravages d'autant plus redoutables, qu'on sait combien le feu y est à craindre.

Le Grand Duc de Toscane, ce Prince qui ne connoît pas de délassement plus agréable, des soins pénibles du Gouvernement, que l'étude de la Physique, a ordonné, l'année dernière, qu'on

établit de ces barres au-dessus de tous les magasins à poudre de ses États; on dit que la République de Venise a donné les mêmes ordres : le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta, il y a deux ans, la Société Royale, sur la manière de préserver ce superbe édifice, des effets du tonnerre *. Ces différens exemples me paroissent mériter toute notre attention, & me serviroient d'autorité, si j'en avois besoin, dans une matière si solidement établie sur les faits.

* Quoique le mot de *tonnerre* ne signifie, dans l'exactitude des termes, que le bruit qu'on entend après l'effet de l'éclair, cependant je l'ai souvent employé dans ce Mémoire à la place de celui de *foudre*, qui est le mot propre; mais je l'ai fait pour éviter les répétitions, & pour me conformer aussi à l'usage ordinaire, qui fait souvent ces deux termes synonymes.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *figure 1* représente une maison armée des barres contre la foudre.

B, Barre verticale établie au milieu, & qui doit être scellée dans de la pierre ou de la brique; si le bâtiment est fort étendu, il faudra en mettre plusieurs, espacées convenablement.

CC, Barre de communication qui rampe sur le comble.

FF, Barre descendante, qui doit entrer de plusieurs pieds dans le terrein (& dans une direction qui l'éloigne des fondations), si elle ne va pas se rendre dans l'eau, soit d'un bassin, d'un puits, &c.

HH, Barres horizontales & saillantes au-delà du comble, destinées à défendre la face d'un édifice fort élevé, des effets de la foudre. Des gouttières en plomb peuvent être employées à cet usage, en les faisant communiquer *métalliquement*, si cela se peut dire, avec la barre ou les barres descendantes.

PP, Petites barres saillantes placées au-dessus des croisées, & communiquant avec la barre descendante, pour empêcher la foudre d'entrer par la fenêtre dans un appartement; on a réuni, dans ce dessein, ces deux sortes de barres *H* & *P*, pour donner une idée de celles que l'on pourroit établir indépendamment de celle du faîte.

Fig. 2. Coupe de la maison, pour faire voir, par le profil, de quelle manière la barre du comble & celle qui descend sont établies.

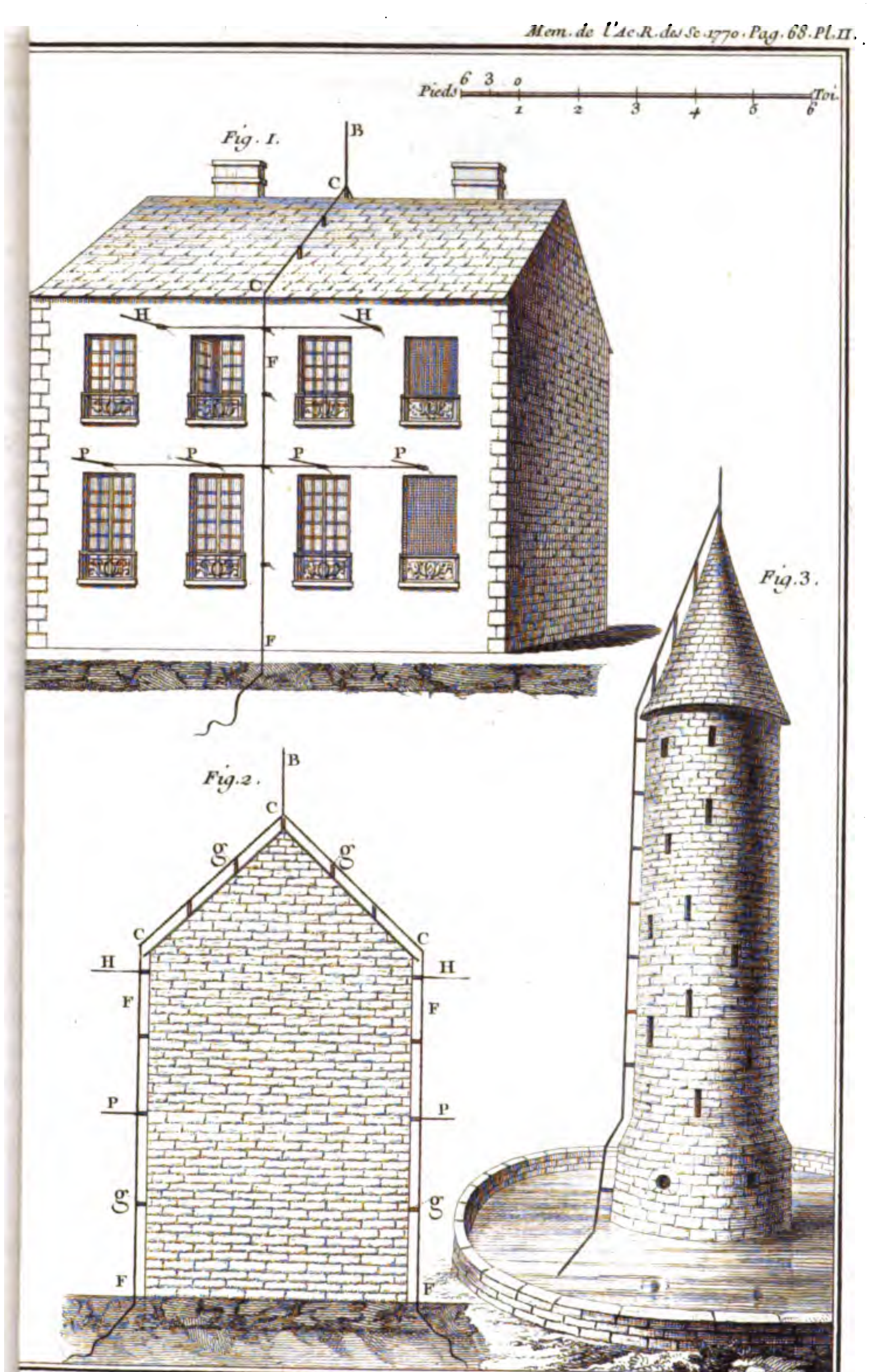
gggg sont les griffes qui doivent être en pierre ou en brique, pour éloigner les barres du comble & du mur.

Fig. 3. Tour fort élevée, armée de barres, pour la préserver de la foudre.

PROCÉDÉ DES ANGLOIS
POUR
CONVERTIR LE PLOMB EN MINIUM.

Par M. JARS.

4 Avril 1770. IL y a deux fabriques de Minium dans le comté de Derby, l'une à un mille proche de la ville de Chesterfield, & l'autre à une distance à peu près semblable de la ville de Wirksworth ; le fourneau, pour cette opération, est un réverbère à deux chauffes, renfermées sous une seule & même voûte, comme on peut le voir par le dessin que j'ai joint au présent Mémoire ; elles ne sont séparées de l'aire que par deux petits murs d'environ dix à douze pouces d'élévation au-dessus du sol : ces chauffes m'ont paru avoir quinze pouces de large ; elles sont aussi longues que l'intérieur du fourneau est profond ou large : j'estime cette largeur ou profondeur de huit à neuf pieds, & la longueur intérieure d'une chauffe à l'autre d'environ neuf à dix pieds ; chaque chauffe a une ouverture extérieure pour y mettre le charbon & en retirer les cendres ; mais ces ouvertures ne se ferment jamais & n'ont point de portes, de même que l'embouchure du fourneau, laquelle a à peu près dix-huit pouces de large sur quinze pouces de hauteur : ces trois ouvertures, qui sont sur la longueur du fourneau, se trouvent sous une grande cheminée commune, bâtie extérieurement : enfin ce fourneau ressemble beaucoup, à l'extérieur, à un four ordinaire de boulanger, mais auquel on a formé intérieurement deux chauffes, sans grille ni cendrier. Le charbon de terre qu'on met dans les chauffes pour cette opération, s'y place de champ contre le petit mur, & toujours en morceaux assez gros pour qu'ils puissent le déborder : l'intérieur du fourneau est pavé avec des briques. On emploie communément, pour une opération, dix lingots, barres ou saumons de plomb, du poids de 150 livres chacun, ce qui fait quinze quintaux dans le nombre des dix


Pieds 6 3 0 1 2 3 4 5 6 Toi.
Fig. 1.
B
C
C
H
H
F
P
P
P
P
F
Fig. 2.
B
C
g
g
C
C
H
H
F
F
P
P
g
g
F
F
Fig. 3.
Y. le G. Sc.

lingots; on en met neuf, dit-on, provenant de la fonte au fourneau de réverbère, & un provenant de la fonte des crasses, dans une espèce de fourneau à manche; on prétend qu'on ne feroit pas du beau minium sans avoir du plomb des crasses (on entend ici par plomb des crasses, celui des crasses ou scories qui proviennent de la fonte du minéral dans le fourneau de réverbère à l'angloise); que celui que l'on obtient de la fonte au fourneau de réverbère est trop chaud & ne se convertiroit pas en poudre.

On m'a dit, dans une de ces fabriques, que l'on mettoit les quinze quintaux à la fois; & dans l'autre, qu'on l'ajoutoit à mesure, parce qu'une trop grande quantité gêneroit l'opération.

Quand on veut commencer à opérer, on met intérieurement, & devant l'embouchure du fourneau, le grossier de la matière jaune qui a resté au fond de la bassine dans le lavage, & dont il sera parlé dans la suite; cette matière sert à empêcher le plomb de couler en dehors du fourneau, lorsqu'il est en bain sur le sol qui est parfaitement de niveau; on introduit le plomb dans l'intérieur du fourneau, il est bientôt fondu par le feu qu'on fait dans les deux chauffes. Il y a une chaîne pendue devant l'embouchure du fourneau, à l'extrémité de laquelle est un crochet pour appuyer le manche d'un grand rable de fer qui sert à agiter le plomb continuellement. A mesure qu'il y a du plomb réduit en chaux, l'ouvrier le retire de côté, & laisse toujours ensemble celui qui est liquide, qu'il ne cesse de remuer jusqu'à ce que le total soit converti en poudre. On n'emploie jamais plus de quatre ou cinq heures pour réduire en chaux les quinze *quintaux*; mais comme il se trouve toujours quelques morceaux de plomb parmi celui qui a été réduit en chaux, on a soin de les retirer lorsqu'on les aperçoit, & on les garde pour une autre opération. On donne une chaleur vive au fourneau pendant tout le temps de cette conversion; cependant elle n'est qu'un rouge de cerise très-foncé; car les deux ouvertures des chauffes & l'embouchure du fourneau sont toujours ouvertes, afin qu'un air frais puisse frapper continuellement la matière, & accélérer sa calcination; la fumée de plomb & celle du charbon ressortent par l'embouchure & enfilent la cheminée extérieure.

Première OPÉRATION.

Il faut plus que les quatre ou cinq heures qui convertissent le plomb en chaux pour qu'il soit réduit en poudre jaune que je puis nommer *massicot*; ainsi on le laisse encore près de vingt-quatre heures dans le fourneau; mais on ne le remue pas souvent dès qu'il est une fois en poudre, seulement autant qu'il le faut pour empêcher qu'il ne se mette en grumeaux ou ne se fonde en masse. Quand on juge la chaux de plomb assez calcinée, on la tire hors du fourneau avec un rable de fer, & on la fait tomber sur un pavé uni; on fait couler de l'eau fraîche par-dessus; les ouvriers disent que c'est pour lui donner du poids, mais c'est plutôt pour diviser la chaux qui s'est mise en grumeaux, & la rendre assez friable pour être passée au moulin dont on va parler: on y fait arriver autant d'eau qu'il est nécessaire pour l'imbiber entièrement & la refroidir; cette matière étant encore toute chaude, ressemble beaucoup à de la litharge; mais lorsqu'elle est entièrement froide, elle est de la couleur d'un jaune-sale.

Le moulin dont on fait usage dans cet attelier, ressemble à ceux par où l'on passe la céruse, & dont il sera fait mention en donnant ce procédé, la meule est mue par une roue qu'un courant d'eau fait agir; on met dans l'ouverture qui est au milieu de la meule supérieure, de la matière jaune imbibée d'eau; on y verse aussi de l'eau; lorsque le tout ensemble a été moulu, il coule dans une grande cuve placée au bas du moulin pour le recevoir; mais comme cette matière n'est pas également broyée, on est obligé d'en faire un lavage; à cet effet on a placé à côté de la cuve du moulin, un tonneau plein d'eau; on prend la matière telle qu'elle tombe dans la cuve au sortir du moulin; on en remplit à moitié une bassine de cuivre, qu'un ouvrier prend des deux mains, & la portant dans le tonneau plein d'eau, il l'agite de façon que la matière qui a été broyée la plus fine se mêle à toute l'eau qui est dans le tonneau, & se précipite à mesure au fond dudit tonneau; tandis que la plus pesante, qui est celle qui n'a pas été assez divisée par le moulin, peut-être parce qu'elle n'étoit pas assez calcinée, reste dans le fond de la bassine. C'est cette matière que j'ai dit, au commencement de cette description, que l'on mettoit devant l'embouchure intérieure du fourneau, pour être

calcinée de nouveau avec le plomb. On continue de procéder de la même manière pour le moulin & pour le lavage, jusqu'à ce que toute la matière jaune ou le massicot provenu de la première calcination, ait été entièrement passé. Lorsque le lavage est fait, on laisse précipiter au fond du tonneau la matière qui est suspendue dans l'eau par sa grande division; on décante l'eau pour retirer le massicot & le passer par l'opération suivante.

Seconde OPÉRATION.

Pour donner la couleur rouge à la chaux de plomb, dans la fabrique près de la ville de Chesterfield, on a deux fourneaux semblables, l'un pour la première opération, & l'autre pour celle dont on va parler; mais dans la fabrique de Wirksworth, le même fourneau sert pour les deux opérations: on introduit toute la matière fine qui s'est précipitée au fond du tonneau, dans le milieu & sur l'aire du fourneau, on en forme un seul tas, aplani dans la partie supérieure, sur la surface duquel on fait des raies ou sillons, on le remue rarement, seulement pour empêcher qu'il ne se prenne ensemble. Dans une de ces fabriques, on m'a dit qu'il falloit que la chaux de plomb fût ainsi au feu pendant trente-six ou quarante heures; mais dans l'autre fabrique on m'a assuré qu'il en falloit quarante-huit; des expériences bien faites peuvent déterminer le temps: c'est par cette dernière calcination qu'elle prend cette belle couleur rouge. Le feu se continue dans les deux chauffes de la même manière qu'on le fait pour la première conversion de plomb en chaux: comme il n'y a point de grilles aux chauffes, on n'y agite pas le charbon, & il perd lentement son bitume; il n'y en a qu'une petite partie qui se *réduit* en cendres; car on en retire beaucoup dès qu'il ne donne plus de flamme, & on renouvelle pour lors le feu avec de nouveau charbon. Quand la matière a acquis le degré de calcination qu'on desire & qu'on la retire du fourneau, étant encore chaude, elle a la couleur d'un ocre rouge très-foncé; mais, en refroidissant, elle prend ce beau rouge que nous connoissons au minium. Ce minium, en sortant du fourneau, est mis dans une très-grande sébille de bois où on le laisse refroidir; il n'est plus question, pour le rendre propre à la vente, que de le passer dans un tamis de fer très-fin: mais pour n'en pas perdre en le tamisant, l'opération se fait dans un tonneau, dans lequel il y a deux mor-

ceaux de fer qui le traversent; le tamis se met dessus, mais on a fixé à ce même tamis une baguette de fer qui sort en dehors du tonneau. On met du minium dans le tamis, & l'on ferme le tonneau avec un couvercle qui joint exactement; après quoi on agite le tamis par le moyen de la baguette de fer, ce que l'on continue jusqu'à ce que l'on juge que tout a passé au travers dudit tamis: on n'ouvre le tonneau que lorsqu'on soupçonne que la poudre sera déposée dans le fond & contre les parois du tonneau, & l'on recommence de la même manière que ci-dessus; on dit que le minium préparé comme on l'a décrit, se vend 14 à 15 schelings le quintal de 112 livres; au surplus cela varie suivant le prix du plomb.

Tout le charbon n'est pas bon, à ce qu'on assure, pour ce procédé, sur-tout pour la dernière opération, qui donne la couleur rouge: on a de deux espèces de charbon de terre dans le pays, une qualité qui ressemble beaucoup au charbon commun de Newcastle, & une autre moins bitumineuse, qui a beaucoup de rapport à celui d'Écosse; on préfère cette première espèce, on dit même que la dernière opération ne pourroit se faire avec l'autre: mais ce qui m'a beaucoup surpris, & qui surprendra tout le monde, c'est qu'on est persuadé, dans ces fabriques, qu'on ne peut faire du minium avec du bois; on dit même en avoir fait l'expérience, mais sans succès. Quant à moi, l'inconvénient que j'y trouverois seroit celui des petits charbons provenans des éclats du bois pendant sa combustion, lesquels se répandroient sur la matière, & revivifieroient tout ce qu'ils toucheroient; le charbon de terre n'est pas dans ce cas-là. Quoi qu'il en soit, ce n'est certainement pas la seule chose qui a fait échouer les établissemens en ce genre qu'on a voulu faire en France, mais bien plutôt une mauvaise méthode de procéder; je ne prétends pas pourtant dire qu'il n'y a rien de défectueux dans cette description; car je n'ai pas été le maître de suivre d'un bout à l'autre ces opérations; mais comme ce que j'ai vu & ce qui m'a été dit dans les deux fabriques s'accorde assez bien, je suis très-persuadé qu'un Chimiste qui entend le travail en grand, pourra réussir à faire, avec avantage, du minium en suivant ce procédé dans ses expériences.

PREMIER

n
du Fourneau -
le plomb en chaux
uffés sous cendriers
le charbon de terre.
du Fourneau.
uvertures des -

sur la Ligne C'.D'.

D
A
B
C
E

Élévation

D'
C
E

r la Ligne A'.B'.

A
C B
D

Plan

C'
A' B A B B'
D D'

Y. le Gouaz Sculp.

PREMIER MÉMOIRE
SUR LA
NATURE DE L'EAU,
Et sur les Expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre.

Par M. LAVOISIER.

LA question de la transmutabilité des Élémens les uns dans les autres, & particulièrement celle du changement de l'eau en terre est trop intéressante pour la Physique; elle a été agitée par un trop grand nombre d'Auteurs célèbres, pour que je puisse me dispenser, avant d'entrer dans le détail des expériences dont j'ai à rendre compte, de placer ici un abrégé des découvertes successives qui ont été faites en ce genre.

Je ne parlerai point de ce qu'ont écrit sur les Élémens, les Philosophes des premiers siècles; l'exposé que je pourrois faire de leur opinion, me jetteroit dans des détails trop étendus, ils répandroient d'ailleurs peu de jour sur la question que j'ai à traiter: je passe à ce qui intéresse plus particulièrement les Physiciens; je veux parler des faits.

Les premières expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité du changement de l'eau en terre, sont de deux espèces; les unes par la végétation des Plantes à l'aide de l'eau seule; les autres, par des distillations répétées, & par différentes manipulations chimiques.

Jean-Baptiste Vanhelmont est le premier qui nous ait donné des expériences remarquables du premier de ces deux genres; je veux dire sur la végétation; on en trouve le détail à la *page 108* de ses Ouvrages, de l'édition d'Elzevir. Il rapporte qu'ayant mis dans un vase d'argile, deux cents livres de terre séchée au four,

& l'ayant ensuite humectée avec de l'eau de pluie, il y avoit planté un tronc de saule du poids de cinq livres; au bout de cinq ans, ce même arbre pesoit 169 livres 3 onces. Le même Auteur assure qu'il ne s'étoit jamais servi pour l'arroser que d'eau de pluie ou d'eau distillée: il ajoute même que dans la crainte que la poussière de l'atmosphère ne se déposât sur la terre, & ne se mêlât avec elle, il avoit pris la précaution de couvrir le pot avec une lame d'étain, percée de plusieurs trous; enfin au bout de cinq années ayant desséché cette même terre également à la chaleur du four, il n'y trouva que deux onces de diminution; c'étoient donc 164 livres de bois, d'écorce, de racines; en un mot, de parties solides qui devoient, suivant lui, leur origine à l'eau.

On trouve dans le *Chemista Septicus* de Boyle, *page 95 & suivantes;* & dans le Traité du même Auteur, *de Origine formarum, sect. 2.ª* des expériences à peu près semblables: il a fait parvenir des courges & des concombres à une grosseur très-considérable, sans que la terre dans laquelle ces plantes s'étoient accrûes, ait paru avoir contribué de sa propre substance à leur accroissement.

Bien plus, des manthes qu'il avoit fait croître dans de l'eau seule, se sont trouvées aussi parfumées que celles qui avoient été nourries en pleine terre.

Ces mêmes expériences ont été faites en Suède par M. Trieval, & renouvelées en Angleterre par M. Miller-Eller; elles ont été rendues publiques par ce dernier, dans les *Transactions Philosophiques, vol. 37, n.° 418.*

Elles ont encore été répétées de nouveau, avec le plus grand soin, par M. Eller, sur des citrouilles & sur des oignons de jacinthes. Voyez *Mém. Acad. de Berlin, an. 1746, page 45:* & quoique ces derniers n'eussent pris d'accroissement que dans une eau distillée pure, il n'en a pas moins obtenu des plantes parfaites, qui, par l'analyse, ont donné les mêmes résultats qu'à l'ordinaire, & une quantité très-notable de terre.

Plusieurs autres Physiciens très-célèbres se sont encore occupés récemment du même objet; ils ont étendu, varié & multiplié

les expériences ; on peut consulter celles de M.rs Glodit︎sch & Bonnet, rapportées dans les Mémoires des Savans étrangers, présentés à cette Académie, *tome I.er, page 420;* & les Commentaires de Leipsic, *tome I.er, page 34.* On peut voir aussi dans l'Histoire de l'Académie, *année 1748, page 272;* & dans la Physique des Arbres de M. du Hamel, *tome II, page 198 & suiv.* une suite d'expériences très-intéressantes, qui confirment celles des différens Auteurs qui ont été cités précédemment.

Je pourrois parler encore ici des expériences faites par M. Krafft, rapportées dans les Mémoires modernes de l'Académie de Péterſbourg, *tome II, page 231;* cet Auteur a semé de l'avoine & du chenevis dans du sable desséché, dans des morceaux de papier déchiré, dans des pièces d'étoffes de laine, dans du foin haché; il a humecté ensuite ces semences avec de l'eau pure, & il a remarqué qu'elles avoient végété aussi promptement, & à peu près aussi heureusement que celles qui avoient été semées en pleine terre: mais comme ces végétations n'ont pas été faites à l'aide de l'eau pure, on ne peut en rien conclure pour ou contre la possibilité du changement d'eau en terre; il en est de même de celles de M. Charles Alrton, rapportées dans son Essai de Botanique d'Édimbourg.

D'après des faits aussi constans, aussi multipliés, & par des Observateurs aussi célèbres, on seroit peut-être en droit de conclure que la terre qui environne les plantes, n'est qu'accidentelle à la végétation, qu'elle ne passe pas dans les filières des végétaux: en un mot, qu'elle ne concourt pas par sa propre substance à l'accroissement des plantes & à la formation de leurs parties solides; mais peut-on en conclure, comme le pensent quelques Physiciens, & comme le conclut M. Valerius dans ses *Élémens d'Agriculture; édition* d'Yverdon, 1766, *page 83*, que l'eau se transforme véritablement en terre par l'opération de la végétation; c'est ce qui ne paroît pas aussi bien prouvé & ce qui répugne même à l'idée qu'on a coutume de se former de l'eau, & en général de tous les élémens. Que deux molécules de matières se réunissent ensemble; qu'il en résulte un nouveau corps différent de ce qu'étoit chacun séparément; il n'y a rien en cela que la Physique n'avoue, & qui

ne cadre avec les expériences connues. Lorſque l'on combine en effet de l'acide vitriolique concentré avec de l'huile de tartre, il en réſulte une maſſe concrette de tartre vitriolique, quoique les deux êtres qui ſont entrés dans la combinaiſon fuſſent fluides avant le mélange; mais qu'une maſſe d'eau puiſſe ſans addition, ſans déperdition de ſa ſubſtance, ſe changer en une maſſe de terre, c'eſt ce qui répugne à toute idée reçue, & ce qu'il ne ſeroit poſſible d'admettre qu'autant qu'on y ſeroit forcé par des expériences très-démonſtratives. La difficulté du changement d'eau en terre, n'eſt pas d'ailleurs la ſeule qui ſe préſente dans l'opinion de M. Vallerius; les plantes ne ſont pas ſeulement compoſées d'eau & de terre, elles contiennent encore des huiles, des réſines, des parties ſalines & odorantes de ſucs acides & alkalis, &c. Il ne ſuffiroit donc pas d'admettre que l'eau ſe change en terre dans la végétation, il faudroit encore conclure qu'elle ſe change en autant de ſubſtances particulières, qu'on en découvre dans toutes les plantes que nous connoiſſons, ce qui n'eſt confirmé par aucune expérience.

Le changement de l'eau en terre n'eſt donc juſqu'à préſent qu'une ſuppoſition gratuite qui ne répand qu'une foible lumière ſur les myſtères de la végétation, & l'on ne peut ſe diſpenſer d'avoir recours à une autre cauſe pour en expliquer les phénomènes; d'ailleurs il faut l'avouer, quelque nombreuſes, quelque bien faites que ſoient les expériences qu'on vient de citer, ſur la végétation des plantes par l'eau ſeule, la plupart laiſſent encore quelque choſe à deſirer; on n'a employé dans le plus grand nombre, que de l'eau commune, de l'eau de fontaine, ou de l'eau de rivière: or on ſait, par les analyſes des Chimiſtes, qu'elles contiennent toujours une quantité aſſez conſidérable de terre calcaire, de ſélénite & de différens ſels.

L'expience du ſaule de Vanhelmont & celle des oignons de jacinthe, par M. Eller, ſont les deux ſeules qui aient été faites; la première, avec de l'eau de pluie; la ſeconde, avec de l'eau diſtillée; mais on peut dire, à l'égard de la première, que Vanhelmont n'a pas donné le détail des précautions qu'il a priſes pour ſe procurer une eau de pluie pure; celle qu'on reçoit des gouttières & qui a lavé les toits des maiſons, contient ſouvent différens

sels, & j'ai éprouvé qu'elle étoit toujours moins pure que celle qui a été reçue dans des vases de fayence ou de porcelaine, placés dans des endroits éloignés de tous bâtimens. Enfin, l'eau de pluie elle-même, recueillie avec toutes les précautions possibles, contient encore une petite portion de sel marin, ainsi qu'il résulte des expériences de Borichius, de celles de M. Margraff, & de celles dont je rendrai compte moi-même dans la seconde partie de ce Mémoire.

J'avoue qu'il y a une énorme disproportion entre la petite portion de sel qui peut se trouver dans de l'eau de pluie, quelque peu de soin qu'on ait apporté pour la recueillir, & le poids de 164 livres que le saule de Vanhelmont a acquis pendant cinq années; mais il faut considérer en même temps qu'il s'en faut bien que la totalité de ce poids soit dûe à la terre. Si Boyle eût fait l'analyse de cet arbre, il auroit retiré presque tout en flegme, & la quantité réelle de terre qu'il auroit obtenue, se seroit sans doute trouvée réduite à une très-petite quantité. On n'a, il est vrai, aucune de ces objections à faire contre l'expérience des oignons de jacintes, faite par M. Eller, il n'a employé que de l'eau distillée au bain-marie; mais aussi n'a-t-il obtenu, par l'analyse, qu'un excédant de terre de sept à huit grains: or, il seroit possible que la phiole ou caraffe dans laquelle l'eau étoit contenue eût fourni, de sa propre substance, cette petite quantité de terre; c'est ce qui deviendra même beaucoup plus probable par les expériences contenues dans la seconde partie de ce Mémoire.

Il est d'ailleurs une autre source, dont les végétaux tirent sans doute la plus grande partie des principes qu'on y découvre par l'analyse; on sait, par les expériences de M.rs Hales, Guettard, du Hamel & Bonnet, qu'il s'opère non-seulement dans les plantes une transpiration considérable, mais qu'elles exercent encore, par la surface de leurs feuilles, une véritable succion, au moyen de laquelle elles absorbent les vapeurs répandues dans l'atmosphère. On peut voir, dans les recherches de M. Bonnet, sur l'usage des feuilles dans les plantes, une suite d'expériences extrêmement ingénieuses, par lesquelles il paroît prouvé que c'est principalement par cette voie que se fait la nutrition des végétaux.

« Les feuilles, dit ce ſavant Phyſicien, ſont aux branches ce » que le chevelu eſt aux racines: l'air eſt un terrein fertile, où les » feuilles puiſent abondamment des nourritures de toute eſpèce; la » Nature a donné beaucoup de ſurface à ces racines aëriennes, afin » de ſe mettre en état de raſſembler plus de vapeurs & d'exhalaiſons, &c. »

On dira peut-être que ſi l'air eſt la ſource où les végétaux puiſent les différens principes que l'analyſe y découvre, ces mêmes principes doivent exiſter & ſe retrouver dans l'atmoſphère; je répondrai que quoique nous n'ayons point encore d'expériences démonſtratives en ce genre, on ne ſauroit douter cependant que la partie baſſe de l'atmoſphère, celle dans laquelle croiſſent les végétaux ne ſoit extrêmement compoſée. Premièrement, il eſt probable que l'air qui en fait la baſe n'eſt point un être ſimple, un élément, comme l'ont penſé les premiers Phyſiciens: ſecondement, ce fluide eſt le diſſolvant de l'eau & de tous les corps volatils qui exiſtent dans la Nature; je ſerai en effet en état de faire voir dans la ſuite, dans un Mémoire que je prépare ſur la nature de l'air, qu'évaporation ou diſſolution dans l'air ſont deux choſes, à très-peu de choſes près ſynonymes. Enfin, indépendamment des différens corps volatils qui ſe trouvent combinés dans l'air, & dont il fait en quelque façon la diſſolution; les ſels & les corps les plus fixes y ſont encore portés à l'aide de l'eau, à la vérité en petite quantité; en effet, puiſque les pluies qui tombent de la région élevée de l'atmoſphère contiennent quelque portion de ſel marin, comme il réſulte des expériences ci-deſſus citées; à plus forte raiſon doit-il ſe trouver une aſſez grande quantité de différens ſels dans la partie inférieure de l'atmoſphère.

Indépendamment de ces différentes ſubſtances qui ſont étrangères à l'air, on ne ſauroit douter que ce fluide lui-même n'entre en proportion très-conſidérable dans la texture des végétaux, & qu'il ne contribue pour beaucoup à en conſtituer les parties ſolides; il réſulte des expériences de M. Hales, & d'un grand nombre d'autres qui ont été faites en ce genre, que l'air exiſte de deux façons dans la Nature; tantôt il ſe préſente ſous la figure d'un fluide très-rare, très-dilatable, très-élaſtique, tel eſt celui que nous

respirons; tantôt il se fixe dans les corps, il s'y combine intimement, il perd alors toutes les propriétés qu'il avoit auparavant; l'air dans cet état n'est plus un fluide, il fait l'office d'un solide, & ce n'est que par la destruction même des corps, dans la composition desquels il entroit, qu'il revient à son premier état de fluidité. On peut voir à cet égard les expériences très-ingénieuses rapportées dans la *Statique des végétaux ;* il en résulte, que le bois de chêne donne, par l'analyse, environ le tiers de son poids d'air; que le bois de gayac en donne encore davantage, & que la quantité de ce fluide contenue dans les différentes espèces de bois, est toujours à peu près proportionnelle à leur densité. Ces expériences sont trop constantes pour pouvoir être révoquées en doute, elles ont d'ailleurs été répétées un grand nombre de fois, aux yeux de tout le public, dans les leçons de M. Rouelle.

Voilà donc deux sources dont les végétaux élevés dans l'eau seule ont pu tirer les principes qu'ils ont donnés par l'analyse, premièrement de l'eau même & de la petite portion de terre étrangère qui se trouvoit nécessairement dans toutes celles qui ont été employées, secondement de l'air & des substances de toute nature dont il est chargé.

Les expériences faites sur la végétation des plantes par l'eau ; ne prouvent donc en rien la possibilité du changement d'eau en terre. Je passe aux Expériences chimiques qui ont été faites dans le même objet.

Les premières expériences un peu suivies, qui aient été faites sur la nature de l'eau, sont de Borichius; cet Auteur, dans son Livre intitulé : *de la Science d'Hermès & des Égyptiens,* a reçu dans des vases de verre, neuf cents livres d'eau de pluie, cent livres d'eau de neige, cent livres d'eau de grêle; & les ayant fait évaporer, il a observé qu'elles devenoient roussâtres sur la fin de l'opération : enfin ayant évaporé jusqu'à siccité, il a obtenu une terre en poudre, de laquelle il a retiré, par le lavage, une petite portion de sel marin; cette même poudre lavée & mise ensuite sous la moufle, lui a donné des indices de soufre : ce même Auteur est aussi le premier qui ait soumis une même eau à un grand

nombre de diſtillations ſucceſſives, & il avance qu'en réitérant ces opérations, on peut la changer en totalité en une fixe & inſipide. *Voy. Borichius, p. 397.*

A peu près dans le même temps que Borichius faiſoit ces expériences en Danemarck, Boyle s'en occupoit en Angleterre; il paroît même qu'il n'avoit eu aucune connoiſſance de celles de Borichius; il a remarqué, comme lui, que l'eau, à chaque diſtillation, laiſſoit toujours une quantité notable de terre; il aſſure même que ces diſtillations ont été répétées juſqu'à deux cents fois; & qu'au bout de cette ennuyeuſe opération, faite avec ſoin dans un alambic de verre, une once d'eau avoit donné ſix dragmes de terre blanche, légère, inſipide & indiſſoluble dans l'eau; d'où le Phyſicien Anglois conclut que l'eau peut ſe changer en terre par la diſtillation. *Voyez* Boyle, *de Origine formarum, p. 259—273.*

Becher & Stalh ne ſe ſont occupés d'aucune expérience particulière ſur la nature de l'eau; on peut même dire qu'ils ſe ſont, en quelque façon, livrés à des erreurs populaires ſur la nature de cet élément; ils étoient l'un & l'autre dans l'opinion que l'eau acquéroit, par une ſuite de diſtillations répétées, une qualité corroſive; c'eſt au moins ce qu'on lit dans le premier Ouvrage de Stalh, intitulé; *Fundamenta Chimiæ, Dogmaticæ & Experimentalis*, ouvrage, il eſt vrai, qu'il a en quelque façon, déſavoué dans la ſuite.

Stalh penſoit encore que l'eau pouvoit être portée par la diſtillation, à un tel degré d'atténuation, qu'elle pouvoit pénétrer la ſubſtance du verre; c'étoit au ſurplus ſur la foi d'un ancien Chimiſte, qu'il avoit adopté cette opinion.

Il étoit réſervé à M. Boërhaave d'apprécier toutes ces idées & de les réduire à leur juſte valeur; on peut voir à la fin de ſon Traité ſur l'eau, les expériences qu'il a faites ſur cet objet; il en réſulte que l'eau ne change point de nature par la diſtillation, qu'elle ne devient ni acide, ni alkali, ni plus corroſive, ni plus pénétrante.

Du reſte, M. Boërhaave a obſervé, comme Borichius & Boyle, qu'il reſtoit à chaque diſtillation de la même eau, un réſidu terreux; mais il n'a pas penſé qu'on dût en conclure, que l'eau ſe changeoit

changeoit véritablement en terre, il remarque même que Boyle n'a répété que trois fois la diſtillation d'une même eau, & que ce n'eſt que ſur l'autorité d'un Chimiſte, qu'il rapporte qu'une once d'eau avoit donné ſix dragmes de terre par deux cents diſtillations ſucceſſives, ſans ſe décider formellement ſur cet objet. M. Boërhaave préſume que la pouſſière qui flotte continuellement dans l'air, a pu ſe mêler avec l'eau pendant la diſtillation, & former la petite quantité de terre qui y a été trouvée par les Chimiſtes.

L'expérience de M Geoffroi, rapportée dans les Mémoires de l'Académie *(année 1738, page 208)* paroiſſoit bien propre à détruire, dans l'eſprit des Phyſiciens, l'opinion de M. Boërhaave; il a diſtillé vingt fois une même eau, & en a conſtamment retiré un ſédiment terreux, quoiqu'il ait toujours employé, ajoute-t-il, des cucurbites de verre neuves & bien nettes, avec le même chapiteau & le même récipient bien fermés avec de la veſſie.

M. Margraff, dans une Diſſertation imprimée dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, *(année 1756)* ſur la terre qui ſe trouve dans l'eau pure, a levé, d'une manière encore plus déciſive, les doutes qui pouvoient reſter ſur la pouſſière de l'atmoſphère, il a complettement démontré que la terre de l'eau ne pouvoit venir des corps flottans dans l'air : en effet, non-ſeulement il a obtenu la même terre en diſtillant l'eau dans une retorte de verre lutée hermétiquement avec ſon récipient, mais il a fait voir encore qu'on avoit le même réſultat, en ſoumettant l'eau à une grande agitation dans des vaiſſeaux fermés. Cette dernière expérience avoit déjà été faite en 1746, par M. Eller. (Voy. *Mém. Acad. de Berlin, 1746, p. 47).*

Enfin M. le Roy, de cette Académie, dans un Mémoire lû dans une ſéance publique, en 1767, a prétendu que les expériences de Borichius, de Boyle, de Boërhaave & de Margraff, ne prouvoient point la poſſibilité de la converſion de l'eau en terre, M. le Roy penſe que toute eau contient une quantité de terre aſſez conſidérable; que cette terre eſt unie ſi intimément à l'eau, qu'elle paſſe preſqu'entièrement dans la diſtillation, mais qu'il s'en ſépare cependant toujours une petite quantité à chaque opération; enfin que c'eſt cette petite portion de terre qui en a impoſé

jusqu'ici aux Physiciens, & qui leur a fait croire que l'eau se changeoit en terre.

Nous ne pouvons dissimuler que le sentiment de M. le Roy ne soit susceptible de beaucoup de difficultés; car enfin, si cette terre est étrangère à l'eau, ne devroit-elle pas s'épurer peu à peu, & par un certain nombre de distillations? Ne devroit-on pas remarquer une diminution successive dans la quantité qu'on en sépare? Enfin, ne devroit-il pas se trouver un terme au-delà duquel il ne seroit plus possible d'en retirer? Cependant si l'on ajoute foi aux expériences rapportées par Boyle, deux cents distillations n'ont pas suffi pour séparer toute la terre de l'eau, & M. Margraff, à la quarante & cinquantième distillation, a toujours obtenu à peu près autant de terre que dans les premières.

Tel est encore aujourd'hui l'état de doute & d'incertitude dans lequel sont restés les Physiciens, sur l'origine de la terre que laisse l'eau dans chacune de ses distillations.

Il ne me reste, après avoir exposé l'opinion de chacun d'eux; qu'à rendre compte des expériences dont je me suis occupé moi-même; c'est ce que je me propose de faire dans la seconde partie de ce Mémoire.



EXTRAIT

Des Obſervations du paſſage de Vénus ſur le Soleil, faites par M. l'Abbé Chappe, en 1769.

Par M. CASSINI DE THURY.

M. l'Abbé CHAPPE a fait ſes obſervations au village de Saint-Joſeph en Californie; il étoit logé dans une grange très-ſpacieuſe, qui ſervoit à mettre le *maïs;* il s'étoit d'abord propoſé de placer ſon obſervatoire en dehors, mais ayant obtenu la permiſſion de découvrir le toit de la grange, pour la couvrir d'une toile que l'on pourroit hiſſer comme les voiles d'un vaiſſeau, il préféra de l'établir dans la grange; il fit conſtruire une eſpèce de piédeſtal, de groſſes pierres cimentées avec de la terre & recouvertes de brique, pour placer la machine parallactique, un ſecond pour poſer le quart-de-cercle, & un troiſième pour l'inſtrument des paſſages.

La pendule étoit attachée ſur un bloc de cèdre parfaitement dur qu'il avoit apporté exprès; il avoit plus de 3 pouces d'épaiſſeur ſur un pied de largeur, il étoit enfoncé de deux pieds & demi en terre, & entouré de tous côtés d'un maſſif de pierre.

Il avoit commencé ſes obſervations dès le 21 Mai, & l'obſervatoire ne fut diſpoſé que le 26 du même mois; mais pendant cet intervalle, il avoit reconnu que la pendule retardoit de 2′ 7″ en vingt-quatre heures; il jugea devoir raccourcir le pendule d'une *ligne un tiers*; & le 26, elle fut miſe en place enfermée dans ſa boîte, entourée de papier collé pour empêcher l'effet du vent & de la pouſſière; on la recouvroit d'un drap après l'obſervation.

La lunette de 10 pieds étoit ſuſpendue à une potence portée par une poutre de 8 à 9 pouces de diamètre; de manière que la lunette pouvoit rouler entre deux pivots, & avoir le mouvement vertical & horizontal.

Tous les inſtrumens étoient en place le 28 Mai, la pendule

étoit déjà réglée, on connoissoit aussi à peu près la latitude de Saint-Joseph, & sa longitude par les satellites de Jupiter; on avoit déterminé les parties du micromètre du grand quart-de-cercle par le diamètre du Soleil. M. Chappe vouloit d'abord se faire aider dans ses observations, mais comme elles devoient arriver près du zénith, où les difficultés augmentent, il ne voulut s'en rapporter qu'à lui-même.

Les jours qui ont précédé l'observation, furent employés à régler la pendule; & le temps fut si favorable que, soit par le Soleil, soit par les Étoiles, on connoissoit exactement sa marche.

M. Chappe, incertain sur le moment précis de l'entrée sur l'endroit du limbe où Vénus devoit entrer, & comptant par-là l'exactitude de la première phase, se détermina à observer le premier contact à la lunette parallactique, pour ne pas se fatiguer inutilement à la grande lunette; il avoit pris la précaution de n'observer toute la matinée qu'avec l'œil gauche, pour conserver l'autre pour le second contact; il vouloit encore se procurer l'avantage de pouvoir observer au quart-de-cercle la différence de hauteur entre le bord du Soleil & le point du disque de l'entrée; son domestique comptoit à la pendule; le sieur Pauli, Ingénieur, qui l'avoit accompagné, écrivoit l'heure & les minutes des observations.

A $11^h\ 40'$, il commença à faire compter; à $11^h\ 59'\ 19''$, il aperçut Vénus formant une petite échancrure sur le bord du Soleil, parfaitement terminé; à $12^h\ 5'\ 17''$, il estima l'entrée du centre; & à $12^h\ 17'\ 27''$, le second contact.

M. Chappe examina avec attention s'il ne découvriroit pas Vénus hors du Soleil avec le croissant qui avoit été vu dans le passage de 1761, mais il ne l'aperçut pas; il remarqua seulement vers le milieu de l'entrée du centre de cette planète, qu'une partie du disque de Vénus, proche celui du Soleil.

Mais à l'entrée totale de Vénus, il observa très-distinctement le second phénomène déjà remarqué par plusieurs Astronomes en 1761; le bord du disque de cette planète parut s'alonger; & à l'extrémité, on voyoit un point noir un peu moins obscur que le reste de Vénus.

Après cette obſervation, il détermina à la machine parallactique, la différence d'aſcenſion droite entre Vénus & le Soleil, la différence de déclinaiſon entre le bord boréal de cette planète & le bord du Soleil; le diamètre de la planète qu'il trouva de près de 59 ſecondes, enfin la plus petite diſtance des centres.

Pour faire l'obſervation de la ſortie de Vénus, il diſpoſa ſa grande lunette de 10 pieds; le Soleil paroiſſoit ondoyant, ainſi que Vénus; ce qui rendoit l'obſervation plus difficile que dans les petites lunettes, où le bord paroiſſoit mieux terminé; à 5^h 54′ 50″, il détermina le premier contact; à 6^h 3′ 57″, le centre; & à 6^h 13′ 19″, la ſortie totale.

Vénus a paru au premier contact s'alonger plus conſidérablement que le matin; en s'approchant tout d'un coup du bord du Soleil, pour faire exactement l'obſervation des deux contacts, il avoit diſpoſé la lunette de façon qu'il n'étoit pas obligé de la remuer pour ne pas perdre Vénus au travers du bord ondoyant, & ne pas prendre le fond du Ciel pour le bord de cette planète.

Le lendemain, M. Chappe continua ſes obſervations des hauteurs correſpondantes, pour connoître la marche de ſa pendule juſqu'au 11 Juin qu'il fut attaqué de la maladie contagieuſe qui commença par un tranſport & une fièvre dont les accès étoient de vingt-quatre & de trente-ſix heures; il ſe trouva un peu mieux le 18 Juin; il prit médecine à la pointe du jour pour être en état de faire l'obſervation de l'écliple de Lune, dont il a déterminé toutes les phaſes; elle ne fut pas totale; il a déterminé ſa grandeur de 11 doigts $\frac{8}{10}$.^e: la fatigue de l'obſervation, jointe à ſa grande foibleſſe, ne lui permit pas d'obſerver le paſſage de la Lune au méridien.

Il profitoit des intervalles que lui laiſſoient les accès de fièvre pour faire des obſervations des ſatellites de Jupiter; le 22 Juin, la maladie redoubla juſqu'au 29 qu'il fit encore l'obſervation d'une écliple des ſatellites de Jupiter; le 7 & le 10 Juillet, quoique malade, il fit encore des obſervations, & il les continua toujours dans la ſouffrance, & avec un zèle dont il n'y a point d'exemple, juſqu'au 19 Juillet, c'eſt-à-dire onze jours avant ſa mort.

RÉFLEXIONS sur les Observations précédentes.

Pendant l'espace de près de deux mois que M. Chappe a séjourné à Saint-Joseph, il n'a négligé aucune des observations qui paroissoient nécessaires pour remplir l'objet de son voyage; l'observation du passage de Vénus a été complette; la pendule avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises avant & après le jour de l'observation; le rapport des principales phases, avec celles qui nous ont été communiquées par les Officiers Espagnols, est singulier, puisqu'on n'y remarque que 2 secondes de différence dans le premier contact, & 5 secondes & demie dans le second: la durée totale observée par M. Chappe, de $5^h\ 37'\ 23''$, ne diffère que de 4 secondes de celle déjà publiée par les Espagnols qui observoient à part & dans le même lieu.

Pour déterminer la latitude de Saint-Joseph, M. Chappe s'est attaché particulièrement à la hauteur d'*Arcturus*, observée dans les deux sens, & j'en ai déduit la latitude de $23^d\ 4'\ 0''$; & par le Soleil, de $23^d\ 3'\ 35''$: à l'égard de la longitude, M. Chappe a fait neuf observations d'immersion & d'émersion des satellites de Jupiter, que l'on pourra employer très-utilement en les comparant à des correspondantes faites dans des lieux connus; en attendant, j'ai comparé les observations des Éclipses du premier satellite, faites par M. Chappe à Saint-Joseph, au calcul des Tables, & j'en ai déduit la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$; mais on pourra déterminer cette longitude avec plus de précision par les observations de la Lune & des Étoiles au méridien, trouvées en grand nombre dans le regiftre des observations, & particulièrement par l'observation du 14 Juillet, du passage de la Lune & d'*Arcturus* au méridien, dont la correspondante a été faite à l'Observatoire; mais par un milieu entre les observations des Éclipses du premier satellite de Jupiter, on peut établir la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$.

M. Chappe a fait encore différentes observations importantes qu'on ne peut rendre dans un Extrait; en parcourant ses regiftres, j'en ai trouvé un qui contient les observations faites au Havre depuis le 23 Septembre jusqu'au 29, pour régler la montre marine du

sieur Berthoud : la suite de ses observations, depuis le 29 Septembre jusqu'au 17 Octobre qu'il est arrivé à Cadiz, celles faites à Cadiz jusqu'au 21 Décembre qu'il s'est embarqué ; enfin les observations faites pendant la traversée, jusqu'au 12 Mars qu'il est arrivé à la Vera-crux ; il remarque que la montre de M. Berthoud a donné très-exactement la longitude des îles Canaries, & le point de leur arrivée, mais elle s'est arrêtée en arrivant à la Vera-crux ; il a tenté de faire usage du mégamètre pour observer la distance de la Lune à des étoiles ; mais il a remarqué qu'il ne pouvoit conserver la Lune dans la lunette dans l'espace de 2 secondes ; il n'a pas été plus content d'une lunette de trois pieds, avec une autre placée à côté, pour observer les satellites de Jupiter. Les autres regiltres contiennent des détails qui ont rapport à l'Histoire Naturelle, & dont on rendra compte à la rentrée publique de Pâques ; il n'étoit pas possible de ramasser un plus grand nombre de matériaux dans un si court espace de temps, & on ne peut les examiner sans regretter de plus en plus celui à qui l'on en est redevable.

OBSERVATIONS des Éclipses des Satellites de Jupiter.

À SAINT-JOSEPH.			À PARIS.	DIFFÉRENCE des MÉRIDIENS.
	H. M. S.		H. M. S.	H. M. S.
Le 28 Mai, au matin.	2. 37. 26.	Émersion du II.e	10. 9. 43	7. 32. 21
	2. 42. 8.			
	2. 40. 8.	Émersion du III.e	10. 17. 1	7. 34. 10
	2. 46. 8.			
Le 28 Mai, au soir.....	11. 31. 59.	Émersion du I.er	7. 0. 14	7. 28. 15
Le 6 Juin	7. 53. 58.	Émersion du I.er	3. 22. 28	7. 29. 30
Le 20	11. 40. 56.	Émersion du I.er	7. 9. 34	7. 28. 38
Le 21	11. 32. 15.	Émersion du II.e	7. 4. 37	7. 32. 22
Le 29	8. 8. 52.	Émersion du I.er	3. 31. 35	7. 28. 46
Le 14 Juillet, médiocre	11. 51. 54.	Émersion du I.er	7. 19. 37	7. 27. 43
Le 16	8. 29. 45.	Émersion du II.e	4. 1. 41	7. 31. 56
Par un milieu pris par les observations du I.er Satellite.......				7. 28. 35

Pour la latitude par le Soleil.

Le 16 Juillet.			Le 17 Juillet.			Le 19 Juillet.		
D.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*
88.	29.	41	88.	19.	25	87.	58.	0
0.	1.	20	0.	1.	20	0.	1.	20
88.	28.	21	88.	18.	5	87.	56.	70
0.	15.	47	0.	15.	47	0.	15.	47
88.	12.	34	88.	2.	18	87.	40.	53
21.	16.	9	21.	5.	52	20.	44.	27
66.	56.	25	66.	56.	26	66.	56.	26
23.	3.	35	23.	3.	34	23.	3.	34

Les parties du micromètre de ces obſervations ont été réduites par M. l'Abbé Chappe, c'eſt par cette raiſon que je les ai préférées aux autres.

Détermination directe de la Longitude par les Obſervations correſpondantes.

M. Maraldi m'a communiqué une obſervation faite au Canada, dans la maiſon de Boſtholland, Commandant général du Canada, à 5 degrés ſud-oueſt de Québec, à deux milles & demi du château de Saint-Louis, avec une lunette achromatique de 10 degrés ½ de Dollond, ſous la latitude de $46^d\ 47'\ 15''$ au nord, & dont M. Maskeline a conclu la longitude par rapport à Greenwich de $4^h\ 44'\ 42''$; l'obſervation de l'émerſion du premier ſatellite de Jupiter y a été obſervée le 28 Mai à $14^h\ 5'\ 45''$, ce qui donne, en ſuppoſant la différence de longitude entre Paris & Greenwich de $9'\ 16''$, la différence de longitude de Saint-Joſeph de $7^h\ 27'\ 54''$.

Le 6 Juin, on a fait l'obſervation de l'émerſion du premier, au même endroit, à $10^h\ 28'\ 2''\frac{1}{2}$; laquelle comparée à celle de Saint-Joſeph, donne pour différence de longitude, $7^h\ 28'\ 2''$.

La

La même obſervation a été faite à Noriton avec une lunette de réfraction de 36 pieds.

M. Maskeline en a conclu la différence de longitude à Greenwich, de	5h 1′ 35″.
L'émerſion eſt arrivée à	10. 11. 32
Ce qui donne la différence de longitude entre Paris & Saint-Joſeph, de	7. 28. 25
Par un milieu	7. 28. 9

Pour la diſtance des centres.

Le bord boréal du Soleil, ſuivant un fil de la machine parallactique, & le bord boréal de Vénus, le fil mobile

À 3h 9′	Diſtance des deux bords	6′ 20″
3. 25.		6. 42.

& c'eſt la plus grande qui ait été obſervée.

OBSERVATION des phaſes principales de l'Éclipſe de Lune du 18 Juin.

À 10h 42′ 30″	la Lune paroît à la vue entrer dans la pénombre.
11. 4. 0.	Commencement de l'éclipſe.
11. 11. 0.	Grimaldi entré.
11. 31. 0.	Tycho entré.
11. 37. 0.	Copernic entré.
11. 58. 20.	Milieu de l'éclipſe.
13. 2. 30.	La partie éclairée augmente.
13. 37. 18.	Grimaldi ſorti.
13. 48. 11.	Copernic ſorti.
14. 12. 45.	Tycho ſorti.
14. 38. 40.	Fin de l'éclipſe.
14. 45. 20.	Le bord de la Lune parfaitement terminé, il paroît encore à la vue barbouillé.

L'Éclipſe n'a pas été totale, ſa grandeur de 11 doigts $\frac{8}{10}$es

SECOND MÉMOIRE
SUR LA
NATURE DE L'EAU,
Et ſur les Expériences par leſquelles on a prétendu prouver la poſſibilité de ſon changement en terre.

Par M. LAVOISIER.

L'OBJET que je m'étois propoſé d'abord dans les expériences dont je vais rendre compte, n'étoit que de conſtater quel étoit le dernier degré de pureté auquel l'eau pouvoit être portée par un certain nombre de diſtillations ſucceſſives, quels étoient les différens changemens que ces opérations répétées pouvoient occaſionner, ſoit dans ſon poids, ſoit dans ſes autres qualités. Les expériences que j'avois entrepriſes dans cette vue, m'ont conduit inſenſiblement plus loin que je ne m'y étois attendu, & je me ſuis vu à portée de terminer, par des expériences déciſives, une queſtion intéreſſante pour la Phyſique; ſavoir ſi l'eau peut ſe changer en terre, comme l'ont penſé quelques Philoſophes anciens & comme le penſent encore des Chimiſtes de nos jours.

Mon objet étant d'examiner la nature de l'eau, de déterminer ſi elle contenoit de la terre, enfin de conſtater ce qu'opéroit ſur elle une ſuite de diſtillations ſucceſſives, il étoit néceſſaire que je raſſemblaſſe, pour mes expériences, une quantité ſuffiſante d'eau auſſi pure que je préſumois poſſible de l'obtenir: l'eau de pluie ramaſſée avec les précautions convenables, m'a paru la plus propre à remplir l'objet que j'avois en vue: l'eau de pluie n'eſt en effet qu'une eau diſtillée par la Nature; & l'élévation prodigieuſe, en comparaiſon de celle de nos vaiſſeaux diſtillatoires, à laquelle les vapeurs aqueuſes ſont portées dans l'atmoſphère, paroiſſent être un moyen très-propre à les dégager de toutes les parties ſalines & terreuſes

qu'elles pourroient tenir en diſſolution. L'eau de pluie qu'on reçoit des gouttières eſt déjà bien éloignée de cette pureté dont je parle ici; j'ai même éprouvé que celle qui avoit coulé ſur des toits couverts d'ardoiſes, contenoit une petite portion de ſel vitriolique très-analogue au ſel de Glauber; ce même ſel ſe trouve dans toutes les ſources qui ſortent des montagnes de ſchit & d'ardoiſes, ainſi que je l'ai déjà expoſé dans de précédens Mémoires qui n'ont pas encore été publiés.

J'ai donc penſé que pour avoir de l'eau de pluie qui fût exempte de tout ſoupçon, il étoit néceſſaire de la recevoir directement de l'atmoſphère; j'ai préparé à cet effet de grands vaſes de verre & de fayence émaillée; j'attendois, avant de les expoſer à l'air, qu'il eût plu pendant quelque temps, afin que l'atmoſphère fût débarraſſée de tous les corps étrangers qui pouvoient y flotter; alors je les rinçois avec de l'eau de pluie même, puis je les plaçois dans un endroit éloigné de tous arbres & de tous bâtimens: quelque lente que ſoit cette méthode, avec un peu de patience, je ſuis parvenu à raſſembler une quantité d'eau de douze livres environ.

La peſanteur de l'eau étant l'épreuve que je regarde comme la plus ſûre pour juger de ſa pureté, ma première expérience a été de ſoumettre l'eau de pluie que j'avois raſſemblée, à l'épreuve de l'aréomètre; je me ſuis ſervi à cet effet d'un inſtrument extrêmement ſenſible, & qui eſt déjà connu de l'Académie, il déplace 4 livres 7 onces 5 gros quelques grains d'eau à $10^d \frac{1}{4}$ du thermomètre de M. de Reaumur, c'eſt-à-dire à la température des caves de l'obſervatoire. L'eau de pluie, ſoumiſe à cette épreuve, s'eſt trouvée conſtamment un peu plus peſante que de l'eau de Seine diſtillée une ſeule fois; l'excès étoit environ d'un grain ſur le baſſin de l'aréomètre, c'eſt-à-dire de $\frac{1}{41240}$, ce qui, exprimé en décimales, répond à 0,00002425: je joins ici tout le détail de l'expérience.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Peſanteur de l'aréomètre	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le baſſin de l'aréomètre, pour le faire entrer juſqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomètre marquant 17 degrés $\frac{7}{10}$	"	"	1.	21,90
Peſanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 17 degrés $\frac{7}{10}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	6,40
Correction ſouſtractive pour réduire cette peſanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables conſtruites par expérience	"	"	"	2,00
Peſanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur	4.	7.	5.	4,40
Peſanteur d'un égal volume d'eau diſtillée au même degré	4.	7.	5.	3,60
Différence	"	"	"	0,80

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Peſanteur de l'aréomètre	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le baſſin de l'aréomètre, pour le faire entrer juſqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomêtre marquant 17 degrés $\frac{35}{100}$	"	"	1.	30,80
Peſanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 16 degrés $\frac{35}{100}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	15,30
Correction négative pour réduire cette peſanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables conſtruites par expérience	"	"	"	10,45
Peſanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur	4.	7.	5.	4,85
Peſanteur d'un égal volume d'eau diſtillée au même degré	4.	7.	5.	3,60
Différence				+ 1,25

Différence ſuivant la 1.re expérience. 0,80
Différence ſuivant la 2.e expérience. 1,25 } Différ. moyenne. 1,02.

Cette opération préliminaire m'annonçoit déjà que l'eau de pluie sur laquelle j'avois opéré, n'étoit pas absolument pure, mais elle m'indiquoit en même temps qu'elle en approchoit beaucoup: pour connoître d'une manière précise la nature & la quantité des substances étrangères qu'elle tenoit en dissolution, j'ai eu recours à l'évaporation, j'ai mis en conséquence onze livres de cette eau dans un alambic de verre blanc qui n'avoit point encore servi; j'ai établi la distillation au bain-marie à une chaleur très-douce, & j'ai continué juqu'à ce que les onze livres d'eau contenues dans l'alambic fussent réduites à quelques onces; l'eau qui restoit alors, commençoit à se troubler; on remarquoit sur les parois intérieures de l'alambic un feuillet très-mince de terre qui s'y étoit appliqué; il y avoit aussi quelques flocons de cette même terre qui erroient dans la liqueur; j'ai retiré alors l'eau de l'alambic, je l'ai versée dans une capsule de verre, & j'ai continué à évaporer jusqu'à siccité, toujours par la simple chaleur du bain-marie; il m'est resté, au fond de la capsule, un volume assez considérable d'une terre blanche-grisâtre & extrêmement légère, & qui se dissipoit au moindre souffle; le tout rassemblé pesoit exactement 4 grains & $\frac{1}{4}$, c'est deux cinquièmes de grains pour chaque livre d'eau. Comme cette terre paroissoit disposée à s'humecter à l'air, j'ai jugé qu'elle étoit imprégnée d'une petite portion d'eau-mère; je l'ai en conséquence lavée avec un peu d'eau distillée, & cette terre ensuite séchée de nouveau, m'a paru plus blanche & dépouillée de toute humidité: l'eau que j'avois employée pour le lavage ayant été évaporée, j'ai obtenu de petits cristaux cubiques de sel marin très-distincts à la loupe, & qu'il étoit très-facile de reconnoître au goût; ils étoient également imprégnés d'une petite quantité d'eau-mère, & il m'a semblé, autant que j'en ai pu juger sur une aussi petite quantité, que c'étoit un sel marin à base terreuse; la terre ainsi lavée & séchée avoit perdu environ un grain de son poids, elle se trouvoit réduite à 3 grains $\frac{1}{5}$: le grain qui manquoit étoit précisément le poids de la partie saline qui avoit été séparée par le lavage.

Il résulte de cette expérience, que l'eau de pluie que j'avois fait évaporer, contenoit par chaque livre trois dixièmes de grain

d'une terre inſipide & très-légère, & un onzième de grain de ſel marin, partie à baſe d'alkali fixe, partie à baſe terreuſe.

Cette première analyſe de l'eau de pluie ayant été achevée; je n'ai rien eu de plus preſſé que d'examiner l'eau que j'en avois retiré par la diſtillation; je l'ai d'abord ſoumiſe à l'épreuve ordinaire du pèſe-liqueur, & j'ai reconnu qu'elle n'étoit pas plus légère que de l'eau de Seine qui avoit été diſtillée une ſeule fois, & qu'elle étoit même encore un tant ſoit peu plus peſante *: la différence s'eſt trouvée aſſez conſtamment de 0,00000072.

J'ai raſſemblé ſoigneuſement toute cette eau, & je l'ai ſoumiſe à une nouvelle diſtillation; à cette ſeconde, j'en ai fait ſuccéder une troiſième, une quatrième, &c. & j'ai continué ainſi juſqu'à la huitième. Le réſultat de ces opérations ſe trouve expoſé dans tout ſon détail dans le Tableau placé à la fin de ce Mémoire; je ne manquois pas, à la fin de chaque diſtillation, de déterminer la peſanteur ſpécifique de l'eau qui avoit paſſé dans le récipient, mais je voyois avec ſurpriſe que, quoiqu'à chaque opération il ſe ſéparât une quantité aſſez conſidérable de terre, la peſanteur ſpécifique ne diminuoit pas ſenſiblement, ou du moins qu'elle ne diminuoit pas, à beaucoup près, dans la proportion de toute la quantité de terre que je retirois.

J'ai cru pouvoir conclure de cette expérience, de deux choſes l'une, ou que la terre que j'avois ſéparée par la diſtillation étoit de telle nature qu'elle pouvoit être tenue en diſſolution dans l'eau, ſans en augmenter la peſanteur, ou du moins ſans l'augmenter autant que les autres ſubſtances; ou bien que cette terre n'étoit point encore dans l'eau lorſque j'en avois déterminé la peſanteur, qu'elle avoit été formée pendant la diſtillation même: enfin qu'elle étoit un produit de l'opération. Pour déterminer avec certitude à laquelle de ces opinions je devois m'arrêter; aucun moyen ne m'a paru plus ſûr que de répéter préciſément les mêmes expériences dans

* *Nota.* J'ai eu occaſion depuis de reconnoître que cette légère différence venoit de ce que l'eau de Seine avoit été diſtillée dans un alambic de métal, tandis que celle de pluie avoit été diſtillée dans un alambic de verre; il y a apparence que cette dernière avoit diſſout quelque portion de la ſubſtance du chapiteau; ce qui deviendra même très-probable, d'après les expériences contenues dans la ſuite de ce Mémoire.

des vaiſſeaux ſcellés hermétiquement, en tenant un compte exact du poids du vaiſſeau & de celui de l'eau qui ſeroit employée dans l'expérience : en effet, ſi c'étoit la matière du feu qui paſſoit à travers le verre & qui ſe combinoit avec l'eau, il devoit néceſſairement ſe trouver, après un grand nombre de diſtillations, une augmentation dans le poids total des matières, c'eſt-à-dire dans le poids réuni de l'eau de la terre & du vaiſſeau. Les Phyſiciens ſavent en effet que la matière du feu augmente le poids des corps dans leſquels elle eſt combinée.

La même choſe ne devoit pas arriver ſi c'étoit aux dépens de l'eau ou du vaſe que ſe formoit la terre; mais il devoit néceſſairement ſe trouver alors une diminution de poids, dans l'une ou dans l'autre de ces deux ſubſtances; & cette diminution devoit être préciſément égale à la quantité de terre ſéparée.

D'après ce plan, je m'étois propoſé de faire exécuter en verre un alambic avec un récipient d'une ſeule pièce; mon projet étoit de ne lui ménager qu'une ſeule ouverture deſtinée à y introduire de l'eau; on l'auroit enſuite ſcellé hermétiquement à la lampe. Je n'ai pas tardé à ſentir combien un appareil de cette nature ſeroit difficile à exécuter, combien il ſeroit d'ailleurs fragile & embarraſſant : mon but, dans cette expérience, n'étant que de diſtiller, de cohober de l'eau un grand nombre de fois ſur elle-même; il m'a ſemblé que je pouvois y parvenir par une méthode beaucoup plus ſimple, c'étoit en me ſervant du pélican des Alchimiſtes; cet inſtrument n'eſt, comme l'on ſait, qu'un alambic de verre à deux becs; mais au lieu que dans un alambic ordinaire, le bec eſt un tuyau en ligne droite, deſtiné à conduire la liqueur du chapiteau dans le récipient; ce tuyau eſt recourbé dans le pélican, il rentre dans la panſe de la cucurbite, il y reporte la liqueur à meſure qu'elle eſt condenſée dans le chapiteau. J'ai penſé qu'une digeſtion, ou plutôt qu'une cohobation long-temps continuée, au moyen de cet inſtrument, équivaudroit à des diſtillations répétées. J'ai fait exécuter en conſéquence un pélican de verre blanc, de capacité ſuffiſante, j'ai fait boucher l'ouverture ſupérieure, la ſeule qui ſe trouvât dans ce vaiſſeau, avec un bouchon de criſtal bien uſé dans le gouleau; je l'ai enſuite

lavé ſoigneuſement avec de l'eau diſtillée, puis je l'ai fait ſécher, jusqu'à ce qu'il n'y reſtât plus le moindre veſtige d'humidité.

Je m'étois muni, en même temps, d'une balance très-exacte, exécutée par M. Chemin, Ajuſteur de la Monnoie : cette balance étoit extrêmement ſenſible, & lors même qu'elle étoit chargée de cinq à ſix livres, elle trébuchoit à moins d'un grain : quelque ſoin qu'on eût pris dans l'exécution de cet inſtrument, il n'étoit pas abſolument ſans défaut ; lorſqu'après avoir établi un parfait équilibre entre les deux poids, on les changeoit de baſſin, il ſe trouvoit toujours quelque différence, mais il ne pouvoit jamais en réſulter aucune erreur, parce qu'en prenant un milieu entre les deux peſanteurs trouvées, on obtenoit toujours, même après pluſieurs jours de diſtance, le même réſultat ; à peine ſe trouvoit-il quelques légères fractions de grains de différence. C'eſt avec cette balance que j'ai déterminé la peſanteur du pélican. Je rapporte ici en détail les opérations immédiates, ſur leſquelles j'en ai établi le poids, il s'eſt trouvé, par un milieu, d'une livre dix onces ſept gros vingt-un grains.

DÉTAIL des opérations faites pour conſtater le poids du pélican vide, avec ſon bouchon.

PESANTEUR TROUVÉE dans le baſſin *A.*	PESANTEUR TROUVÉE dans le baſſin *B.*	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux peſanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			
liv. onces gros grains 1. 10. 7. 19,50	liv. onces gros grains 1. 10. 7. 24, "	liv. onces gros grains 1. 10. 7. 21,75	liv. onces gros grains 1. 10. 7. 21,50
SECONDE OPÉRATION.			
1. 10. 7. 19, "	1. 10. 7. 23,50	1. 10. 7. 21,25	

La

La pesanteur de l'instrument étant ainsi déterminée, avec autant de précision qu'il étoit possible, j'y ai versé cette même eau que j'avois fait passer par huit distillations successives; j'ai fait ensuite chauffer le tout dans un bain de sable, ayant soin de retirer de temps en temps le bouchon de cristal, afin de me débarrasser d'une partie de l'air, contenu dans la capacité du vaisseau, de crainte qu'en se dilatant par la chaleur, il n'en occasionnât la fracture. Lorsque j'ai reconnu que l'air étoit suffisamment dilaté, j'ai solidement bouché le pélican avec son bouchon de cristal, & je l'ai retiré du bain de sable; je l'ai ensuite pesé dans cette même balance, dont je m'étois servi précédemment.

	liv.	onces	gros	grains
J'ai trouvé dans les deux bassins, exactement pour le poids total	5.	9.	4.	41,50
On vient de voir que j'avois eu pour la tare, c'est-à-dire, pour le poids du vaisseau	1.	10.	7.	21,50
Il me restoit donc, pour le poids de l'eau contenue dans le pélican	3.	14.	5.	20,00

Ces différens poids ayant été bien constatés, j'ai enduit le bouchon de cristal, & tout le tour du gouleau du pélican, d'un lut gras fait avec de l'argile, de l'huile de lin cuite & du succin; j'ai ensuite appliqué par-dessus une vessie mouillée, & j'ai assujetti le tout avec un grand nombre de tours de ficelle: toutes ces précautions étant prises, j'ai placé le vaisseau dans un bain de sable, mais je ne l'ai couvert que jusqu'à deux doigts au-dessous de la surface de l'eau, afin de pouvoir observer ce qui arriveroit pendant le cours de l'opération; enfin j'ai allumé sous le bain de sable une lampe à six méches, que j'ai toujours entretenue avec de bonne huile d'olive; je la mouchois régulièrement de douze heures en douze heures: à l'aide de ces précautions, je suis parvenu à entretenir pendant cent & un jours consécutifs, l'eau contenue dans le pélican à une chaleur à peu près constante de 60 à 70 degrés d'un thermomètre de M. de Reaumur, qui marquoit 85 à l'eau bouillante.

Ce fut le 24 Octobre 1768, que je commençai cette opération; j'observois fort assidument les premiers jours, afin de saisir les différens changemens qui arriveroient à l'eau; je fus plus de

vingt-cinq jours sans rien apercevoir de remarquable; je commençois à désespérer du succès de mon expérience lorsque le 20 Décembre je remarquai dans l'eau de petits corps flottans qui se mouvoient avec assez de vîtesse; il y en avoit une quantité très-considérable, mais ils étoient si fins qu'ils étoient presque imperceptibles: armé d'une forte loupe, je distinguai que ces petits corps n'étoient autre chose que des lames ou feuillets de terre grisâtre extrêmement fins & déliés, & de figure irrégulière.

Ces lames paroissoient avoir une direction déterminée, elles s'élevoient toutes le long d'un des côtés du vaisseau pour redescendre de l'autre, ce qui formoit une circulation bien marquée; j'ai eu depuis occasion de reconnoître qu'elles s'élevoient toujours de la partie où la chaleur du bain de sable étoit la plus grande pour se précipiter de l'autre: les jours suivans, ces feuillets ou paillettes ne paroissoient pas augmentés en nombre, mais beaucoup en grandeur; il y en avoit qui paroissoient avoir, par estimation, jusqu'à deux lignes de longueur sur une largeur un peu moindre; elles étoient toujours prodigieusement minces & de figures tout-à-fait irrégulières: ces paillettes donnoient à l'eau un coup d'œil louche, d'autant plus que leur couleur à elles-mêmes devenoit d'un gris un peu plus marqué à mesure qu'elles acquéroient plus de consistance: depuis le commencement de Décembre jusqu'au 15 ou 20 du même mois, je n'aperçus pas d'augmentation bien sensible, ni dans le nombre, ni dans la grandeur des paillettes; leur nombre même paroissoit diminuer vers cette époque, mais je m'aperçus que cette diminution apparente venoit de ce qu'une partie commençoit à se déposer au fond du vase; elles continuèrent ainsi à s'appesantir & à se déposer pendant tout le courant de Janvier, de sorte qu'à la fin de ce mois on n'en apercevoit plus d'errantes dans la liqueur; quoique toute la terre fût ainsi déposée, l'eau surnageante paroissoit encore trouble, mais il étoit aisé de remarquer que ce qui la faisoit paroître telle, étoit un petit dépôt ou feuillet terreux très-mince qui tapissoit les parois intérieures du vaisseau: l'œil qui n'apercevoit l'eau qu'à travers cette espèce de nuage, se faisoit aisément illusion, & attribuoit à l'eau le défaut de transparence qui venoit réellement du corps interposé.

Enfin le 1.er Février, voyant que la quantité de terre qui s'étoit rassemblée étoit considérable, craignant d'ailleurs qu'il n'arrivât au vaisseau quelqu'accident, & que je ne perdisse en un instant le fruit d'une opération que je continuois depuis plus de cent jours, je crus qu'il étoit temps de mettre fin à l'expérience; j'éteignis la lampe, & lorsque les vaisseaux furent suffisamment refroidis, je décoiffai le pélican & j'enlevai, avec le plus grand soin, tout le lut qui environnoit le bouchon, après quoi je n'eus rien de plus pressé que d'en constater de nouveau le poids sans le déboucher; je le trouvai de 5 liv. 9 onc. 4 gros 41 gr. $\frac{3}{4}$, ainsi qu'on le peut voir par le détail qui suit.

DÉTAIL des Opérations faites pour déterminer la pesanteur du pélican & de l'eau qui y étoit contenue après une digestion continuée pendant cent un jours.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *A*.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *B*.	PESANTEUR MOYENNE.
liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 44,50	liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 39,00	liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 41,75
PESANTEUR moyenne de ce même pélican & de l'eau qui y étoit contenue avant la digestion........		5. 9. 4. 41,50
Différence..............		// // // //,25

Cette pesanteur ne diffère que d'un quart de grain de celle qui avoit été déterminée avant l'opération: or, une si petite différence doit être regardée comme absolument nulle, puisque la précision même de la balance n'est pas assez grande pour qu'on puisse répondre d'une aussi petite quantité; on peut donc déjà regarder comme constant, d'après cette expérience, que la digestion continuée pendant cent jours, ne procure à l'eau qui y est soumise, ni augmentation, ni diminution dans la pesanteur: ce résultat

s'accorde parfaitement avec une expérience de Christophe Clavius; il mit de l'eau dans un matras qu'il boucha hermétiquement, il marqua avec un diamant la hauteur à laquelle l'eau montoit au moment où elle avoit été renfermée; quatre-vingts ans après, on voyoit à Rome ce même matras suspendu dans le cabinet du Père Kircher, il étoit aussi rempli qu'au commencement.

Le poids total du pélican & de l'eau qui y étoit contenue, ayant été bien reconnu, j'ai essayé de déboucher le pélican, mais ce n'est qu'avec quelque peine que j'ai pu y parvenir, à cause de la pression que l'air extérieur opéroit sur le bouchon; on se ressouvient en effet qu'avant de boucher à demeure le vaisseau, je l'avois échauffé afin de dilater l'air contenu dans sa capacité & d'empêcher que son ressort n'en occasionnât la fracture: aussi dès que le bouton a été assez soulevé pour qu'il y eût une communication établie de l'air extérieur à celui de l'intérieur du vaisseau, il s'est fait un sifflement, & je me suis aperçu qu'il rentroit une quantité d'air assez considérable; cette opération m'a confirmé que l'air même n'avoit pas pénétré dans l'intérieur du vaisseau pendant la digestion, de sorte que cette expérience avoit rempli mon objet précisément de la même manière que si elle eût été faite dans un vaisseau scellé hermétiquement,

De ce qu'il ne s'étoit trouvé aucune augmentation dans le poids total des matières, il étoit déjà naturel d'en conclure que ce n'étoit point la matière du feu, ni aucun autre corps extérieur qui eût pénétré la substance du verre, & qui se fût combiné avec l'eau pour former la terre; il restoit à déterminer si c'étoit à la destruction d'une portion de l'eau que cette terre devoit son origine, ou bien si c'étoit à celle du verre: or, rien n'étoit plus facile à décider, d'après les précautions que j'avois prises, il ne s'agissoit en effet que de déterminer si c'étoit le poids du vaisseau ou celui de l'eau qui y étoit contenue, qui avoit éprouvé de la diminution.

J'ai donc vidé le pélican, & j'ai mis soigneusement à part, dans un flacon de cristal, l'eau & la terre qui y étoit contenue; j'ai séché très-exactement le vaisseau, & après que j'ai été assuré qu'il n'y

restoit aucun vestige d'humidité, je l'ai porté à la balance & j'ai reconnu, par deux opérations faites à plusieurs jours de distance, qu'il avoit perdu 17 grains $\frac{4}{10}$.e de son poids.

DÉTAIL des Opérations faites pour constater le poids du pélican vide avec son bouchon après la digestion.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *A*.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *B*.	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux pesanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			
liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains
1. 10. 7. 9,25	1. 10. 6. 70,50	1. 10. 7. 3,87	1. 10. 7. 4,12
SECONDE OPÉRATION.			
1. 10. 7. 4,50	1. 10. 7. 4,25	1. 10. 7. 4,37	
PESANTEUR moyenne du même pelican, avant la digestion.........			1. 10. 7. 21,50
Différence.........			" " " 17,38

Il étoit bien démontré, d'après cela, que c'étoit la substance même du vaisseau qui avoit fourni la terre qui s'étoit séparée de l'eau pendant la digestion; que c'étoit une simple dissolution du verre qui s'étoit opérée; mais il me restoit encore, pour remplir complettement mon objet, à comparer le poids de la terre qui s'étoit séparée de l'eau pendant la digestion avec la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican. Ces deux quantités devoient naturellement se trouver égales, & s'il s'étoit trouvé un excédant considérable dans la terre, il auroit été nécessaire d'en conclure que ce n'étoit pas par le verre seul qu'elle avoit toute été fournie.

Pour parvenir à cette comparaison, j'ai d'abord exactement séparé toute la terre qui s'étoit déposée au fond de l'eau pendant

les cent jours de digestion, il s'en est trouvé 4 grains $\frac{9}{10}$.e; cette quantité étoit bien peu considérable, en comparaison de la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican, mais je ne pouvois rien prononcer jusqu'à ce que j'eusse examiné l'eau elle-même qui avoit été en digestion dans ce vaisseau; j'avois en effet tout lieu de soupçonner qu'elle tenoit en dissolution une certaine quantité de la même terre: pour fixer mes idées à cet égard, j'ai commencé par y plonger l'aréomètre, & j'ai observé qu'à degré égal du thermomètre il falloit ajouter environ quinze grains de plus sur le bassin, que dans l'eau de Seine distillée, c'est-à-dire que la pesanteur de l'eau, ainsi cohobée, étoit à celle de l'eau distillée ordinaire, dans le rapport de 1000037 à 10000000; je joins ici le détail du calcul & de l'opération.

DÉTAIL de l'Opération faite pour déterminer la pesanteur spécifique de l'eau, qui avoit été tenue en digestion pendant cent jours.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant $7^d \frac{1}{10}$	"	"	1.	69,82
Pesanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à 7 degrés $\frac{1}{10}$ du thermomètre	4.	7.	5.	54,32
Correction soustractive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à $6^d \frac{6}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience	"	"	"	",49
Pesanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $6^d \frac{6}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur	4.	7.	5.	53,83
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré	4.	7.	5.	38,75
Différence	"	"	"	15,08

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre.	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant $10^d \frac{3}{10}$.	"	"	1.	65,10
Pesanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $10^d \frac{3}{10}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	49,60
Correction additive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à $9^d \frac{4}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.	"	"	"	1,86
Pesanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $9^d \frac{}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur.	4.	7.	5.	51,46
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.	4.	7.	5.	36,52
Différence.	"	"	"	14,94

Première différence 15,08 }
Deuxième différence 14,94 } Différence moyenne....... 15,01.

Cet excès de pesanteur m'annonçoit déjà que cette eau n'étoit pas pure, & qu'elle tenoit une substance quelconque en dissolution : pour en déterminer la nature & la quantité, j'ai eu recours à l'évaporation ; j'ai versé en conséquence toute l'eau dans un alambic de verre neuf d'une seule pièce, fermé dans sa partie supérieure avec un bouchon de cristal, & j'ai distillé au bain-marie; vers la fin de l'opération j'ai interrompu, j'ai versé la petite portion d'eau qui restoit dans une capsule de verre, & ayant poussé l'évaporation jusqu'à siccité, j'ai obtenu 15 grains $\frac{1}{2}$ de la même terre qui a été décrite ci-dessus. Si on ajoute à cette quantité les 4 grains $\frac{9}{10}$.e qui se sont trouvés tous séparés au fond du pélican, on aura 20 grains $\frac{4}{10}$.e pour la quantité totale de terre qui avoit été séparée pendant les cent jours de digestion : mais la diminution du poids du pélican n'étoit que de 17 grains $\frac{4}{10}$.e; il existe donc dans la quantité de terre trouvée, un excédant

de trois grains, dont l'origine ne peut être attribuée à la dissolution des parties du pélican. Il ne sera pas difficile, pour peu qu'on réfléchisse sur les circonstances de l'opération, de sentir quelle est l'origine de cet excédant, & comment même il devoit nécessairement avoir lieu; on a pu remarquer en effet que l'eau, en sortant du pélican, avoit été versée dans un flacon de cristal, qu'elle avoit été ensuite transvasée dans un alambic de verre, dans lequel elle avoit été distillée: or, ces différentes opérations n'ont pu s'exécuter sans qu'il en résultât une dissolution d'une petite portion de la substance de ces deux vaisseaux; il est d'ailleurs probable qu'une petite portion d'eau s'est combinée avec la terre dans la cristallisation, & a contribué à en augmenter le poids.

Il résulte des expériences contenues dans ce Mémoire, 1.° que la plus grande partie, ou peut-être la totalité de la terre qu'on sépare de l'eau de pluie par évaporation, est dûe à la dissolution des vaisseaux même dans lesquels elle a été reçue & dans laquelle elle a été évaporée.

2.° Que cette eau contient à peine un vingtième de grain de sel marin par livre, de sorte qu'on peut toujours la regarder comme très-pure dans la plus grande partie des opérations chimiques.

3.° Que la différence de pesanteur qu'on observe entre l'eau de pluie, de Seine ou de fontaine, qui a été distillée une seule fois, & celle qui a été soumise huit fois consécutives à cette même opération, est presque insensible; de sorte que dans la pratique, & même pour les opérations les plus délicates, on peut regarder comme absolument pure une eau de fontaine, de Seine, ou de pluie qui a été distillée une ou deux fois, tout au plus, à une chaleur modérée & dans un alambic de métal.

4.° Que l'eau ne change aucunement de nature, & qu'elle n'acquiert aucune propriété nouvelle par des distillations répétées; bien loin de pouvoir être portée, comme le pensoit Stalh, à un tel degré de tenuité, qu'elle puisse s'échapper à travers les pores du verre.

5.° Que la substance même du verre est susceptible de solution dans l'eau; & qu'il existe, comme pour tous les sels, un point de saturation, au-delà duquel la solution ne peut plus avoir lieu.

6.° Enfin,

6.° Enfin, que la terre que M.rs Boyle, Eller & Margraff ont retiré de l'eau, n'étoit autre chose que du verre rapproché par évaporation; de sorte que les expériences dont ces Physiciens se sont appuyés, loin de prouver la possibilité du changement d'eau en terre, conduiroient plutôt à penser qu'elle est inaltérable.

Il me resteroit, avant de terminer ce Mémoire, à rendre compte des expériences que j'ai faites sur cette terre qu'on sépare de l'eau, soit par la distillation, soit par la cohobation, mais je suis obligé d'avouer que mes expériences à cet égard sont restées fort incomplettes. La petite quantité de terre que j'ai rassemblée, malgré les nombreuses distillations dont j'ai rendu compte, ne m'a pas permis de les étendre autant que je l'aurois desiré, & j'ai été obligé de remettre à un autre temps l'exécution de ce travail; je dirai donc seulement ici que si l'on jette une pincée de cette terre dans une liqueur acide, elle y excite sur le champ un léger mouvement d'effervescence, mais que cette effervescence cesse bientôt, & que la terre tombe au fond de la liqueur, sans paroître sensiblement altérée. J'ajouterai encore que cette terre est ou infusible, ou au moins très-difficile à fondre; car le feu auquel je l'ai soumise, & qui auroit été plus que suffisant pour fondre le verre le plus dur & le plus réfractaire, ne l'a seulement pas ramolli. J'avoue que cette dernière circonstance formeroit une objection assez forte contre ce que j'ai rapporté dans ce Mémoire, s'il étoit possible d'argumenter contre des faits: on peut objecter en effet que si cette terre n'est qu'une portion de verre dissout & rapproché par évaporation, elle doit conserver encore la propriété essentielle qui caractérise le verre, la fusibilité. Je n'ai pu jusqu'ici découvrir la raison de ce phénomène; au reste, comme il est important de ne laisser aucune incertitude sur des vérités fondamentales, & sur-tout sur celles qui tiennent à la nature des élémens, je me suis déterminé à répéter une seconde fois l'expérience de la cohobation de l'eau, quelque longue & quelqu'ennuyeuse qu'elle soit, je m'en occupe au moment où l'on imprime ce Mémoire, & je ferai incessamment part à l'Académie du résultat que j'aurai obtenu.

TABLEAU présentant le résultat des huit distillations successives faites d'une même eau; on a supposé dans la troisième colonne de 10000000, la pesanteur de l'eau de Seine qui a servi de terme de comparaison, elle avoit été distillée une seule fois dans un alambic de verre, & conservée dans une bouteille de verre.

QUALITÉ & QUANTITÉ DE L'EAU, soumise à la distillation.	DIFFÉRENCE du nombre de Grains dont il a fallu charger le Pèse-liqueur, par comparaison avec l'eau de Seine distillée.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE, l'eau de Seine distillée étant supposée 10000000.	TOTAL du RÉSIDU qu'a laissé chaque eau par la distillation.	QUANTITÉ de RÉSIDU par livre d'eau.
Deux livres d'eau de pluie reçue dans des vaisseaux de verre & de fayence émaillée.	+ 1,07.	10000259.	$4\frac{1}{4}$.	0,390.
Neuf livres onze onces d'eau de pluie distillée une fois.	+ 0,80.	10000194.	2,	0,208.
Huit livres douze onces d'eau de pluie distillée deux fois.	0,00.	10000000.	$1\frac{1}{2}$.	0,176.
Huit livres d'eau de pluie distillée trois fois......	− 0,25.	9999940.	1.	0,125.
Sept livres sept onces d'eau de pluie distillée quatre fois.	− 0,35.	9999915.	$1\frac{1}{8}$.	0,152.
Sept livres d'eau de pluie distillée cinq fois......	− 0,50.	9999879.	$1\frac{1}{8}$.	0,160.
Six livres neuf onces d'eau de pluie distillée six fois.	− 0,60.	9999855.	$\frac{7}{8}$.	0,133.
Six livres trois onces d'eau de pluie distillée sept fois.	− 0,75.	9999818.	$\frac{3}{4}$.	0,122.
Eau distillée huit fois....	0,55.	9999867.		
QUANTITÉ TOTALE du résidu séparé de l'eau de pluie par huit distillations successives....................			$12\frac{5}{8}$.	1,466.

Il y a toute apparence que la diminution de pesanteur que l'eau a paru éprouver après la seconde distillation n'est pas réelle.

On a déjà vu plus haut qu'on s'étoit ſervi pour terme de comparaiſon, d'eau de Seine diſtillée une ſeule fois dans un alambic de métal; après chaque comparaiſon faite, on reverſoit cette eau de Seine dans un flacon de criſtal, & la même a ſervi pour toutes les comparaiſons; il ſuit de-là que l'agitation qu'a reçu à pluſieurs repriſes l'eau de Seine diſtillée en la renverſant dans le flacon, a dû favoriſer la diſſolution même du verre. Il eſt donc très-probable que c'eſt l'eau de comparaiſon qui a acquis de la peſanteur, & non pas l'eau de pluie qui a perdu de la ſienne; on peut donc regarder comme conſtant qu'après la première ou la ſeconde diſtillation, tout au plus, l'eau ne diminue plus de peſanteur par quelque nombre de diſtillations ſucceſſives qu'on la faſſe paſſer.



MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES FINIES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

CE Mémoire ſera diviſé en trois articles; dans le premier, je traiterai des équations de condition pour l'intégrabilité des fonctions ou équations aux différences finies; dans le ſecond, des équations de *maximum* ou de *minimum*, pour ces mêmes formules; & dans le troiſième, je donnerai une méthode générale de les intégrer: Mais avant que d'entrer en matière, je développerai quelques notions élémentaires, néceſſaires pour l'intelligence de ce qui doit ſuivre.

1.° Les équations différentielles aux différences finies, peuvent contenir une différence conſtante ou égale à une fonction des variables, ou bien n'en point contenir. Dans le dernier cas, elles reſſemblent aux équations aux différences infiniment petites, où aucune différence n'eſt conſtante, & peuvent également contenir dans leurs intégrales une nouvelle variable que la différenciation auroit fait diſparoître, ainſi que ſa différence. Il y a cependant entre ces deux claſſes d'équation trois différences remarquables.

2.° D'abord appelant Δ la caractériſtique des différences finies, d à l'ordinaire celles des différences infiniment petites; on ſait que $SdV = V + adx^m$, x étant une nouvelle variable, lorſque V ne contient pas de différence conſtante, & le degré m étant égal à celui des différences dans V où elles doivent être homogènes; mais la même homogénéité n'ayant pas lieu dans le cas des différences finies, on a $\Sigma \Delta V = V + C$, C étant une conſtante où la différence conſtante Δx entre d'une manière quelconque; ainſi, tandis que dans le premier cas dx ne peut entrer dans l'intégrale finie, Δx & ſa valeur finie peuvent y entrer dans le ſecond.

3.° Dans ces équations aux différences infiniment petites, lorsque dx ne se trouve pas dans une équation différentielle, on peut supposer que x n'entre pas non plus dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur (*Voyez les Mémoires de Turin, tome III, pages 22 & 23*). La même chose n'arrive pas ici, parce que la loi de l'homogénéité n'a point lieu entre les différences; ainsi ΔV étant une différentielle exacte, $\Delta V + a$ en est aussi une, & $\Sigma \times (\Delta V + a) = V + C + \frac{ax}{\Delta x}$.

4.° Enfin, dans le cas des différences finies, on doit supposer que $\Sigma \Delta V = V + Fe^{\frac{fx}{\Delta x}}$, e^f étant égal à l'unité; en effet, il est évident que $\Delta e^{\frac{fx}{\Delta x}} = e^{\frac{fx}{\Delta x}} \times ef - 1 = 0$; donc, une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$ ne change point de valeur lorsque x devient $x + \Delta x$. F peut donc être supposée une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$, mais assujettie à cette condition. *Voyez là-dessus les Mémoires de 1769 & 1771.*

5.° Toutes les fois que dans l'intégrale finie, Δx ne doit point se rencontrer, on peut supposer que les différences finies deviennent infiniment petites, & l'équation à ces différences qui en résulte, aura la même intégrale que la proposée, excepté quant à la forme des arbitraires. Dans tout autre cas, comme l'équation infiniment petite doit contenir dx, on ne peut la déduire de l'équation aux différences finies qui y répond. Ces deux cas peuvent se distinguer *à priori*, indépendamment de l'intégration.

6.° Si la variable x dont la différence Δx est constante, se trouve dans la proposée, les mêmes choses que ci-dessus auront lieu, à l'exception de ce qu'au lieu d'une nouvelle variable, ce sera la variable x qui entrera dans les fonctions arbitraires; si enfin Δx est égal à une fonction de variables ou donné par une

équation, il n'y aura qu'à éliminer x & elle rentrera dans la première hypothèſe; & ſi les variables étant x, y, z, on veut avoir l'équation finie entre x, y, z, on prendra d'abord l'équation en y, z & une nouvelle variable, x'; enſuite l'équation en x, y, & la même variable x', & on éliminera x' par le moyen de ces deux équations.

ARTICLE PREMIER.

Des équations de condition.

PROBLEME I.

Une fonction de x, y, z, &c. Δx, Δy, Δz, &c. Δ²x; Δ²y, Δ²z, &c. &c. *étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle ſoit une différentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur.*

Soit V la fonction propoſée par l'hypothèſe, j'aurai $V = \Delta B$; donc

$$dV = d\Delta B,\ \frac{dV}{dx} = \frac{d\Delta B}{dx},\ \frac{dV}{d\Delta x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta x},\ \frac{dV}{d\Delta^2 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x},\ \frac{dV}{d\Delta^3 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 x},\ \&c.$$

$$\frac{dV}{dy} = \frac{d\Delta B}{dy},\ \frac{dV}{d\Delta y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta y},\ \frac{dV}{d\Delta^2 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 y},\ \frac{dV}{d\Delta^3 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 y},\ \&c.$$

$$\frac{dV}{dz} = \frac{d\Delta B}{dz},\ \frac{dV}{d\Delta z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta z},\ \frac{dV}{d\Delta^2 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 z},\ \frac{dV}{d\Delta^3 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 z},\ \&c.$$

De ces équations je tire

$$\frac{dV}{dx} = \Delta\ \frac{dB}{dx};$$

$$\frac{dV}{d\Delta x} = \Delta\ \frac{dB}{d\Delta x} + \frac{dB}{dx} + \Delta\ \frac{dB}{dx};$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 x} = \Delta\ \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \frac{dB}{d\Delta x} + \Delta\ \frac{dB}{d\Delta x}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 x} = \Delta\ \frac{dB}{d\Delta^3 x} + \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \Delta\ \frac{dB}{d\Delta^2 x};$$

. . . .

$$\frac{dV}{dy} = \Delta\frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta y} = \Delta\frac{dB}{d\Delta y} + \frac{dB}{dy} + \Delta\frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 y} = \Delta\frac{dB}{d\Delta^2 y} + \frac{dB}{d\Delta y} + \Delta\frac{dB}{d\Delta y}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 y} = \Delta\frac{dB}{d\Delta^3 y} + \frac{dB}{d\Delta^2 y} + \Delta\frac{dB}{d\Delta^2 y}.$$

. . . .

$$\frac{dV}{dz} = \Delta\frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta z} = \Delta\frac{dB}{d\Delta z} + \frac{dB}{dz} + \Delta\frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 z} = \Delta\frac{dB}{d\Delta^2 z} + \frac{dB}{d\Delta z} + \Delta\frac{dB}{d\Delta z}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 z} = \Delta\frac{dB}{d\Delta^3 z} + \frac{dB}{d\Delta^2 z} + \Delta\frac{dB}{d\Delta^2 z}.$$

. . . .

La dernière de ces équations, dans chaque ſuite, ne contient que les deux derniers termes du ſecond membre, parce que la plus haute différence ne doit plus ſe trouver dans B.

La première de chaque ſuite eſt donnée immédiatement pour avoir les autres; on remarquera que $\frac{d\Delta B}{d\Delta x} = \Delta\frac{dB}{d\Delta x} + Q$, Q étant la différence de ΔB, priſe en ne faiſant varier que les Δx introduits dans ΔB par la différenciation de B, par rapport à x; or, $\Delta B = B + \Delta B - B$, les ſeuls Δx qui varient ici, n'entrent pas dans B, & entrent dans $B + \Delta B$ de la même manière que x, puiſque $B + \Delta B$ eſt fonction de $x + \Delta x$, comme B eſt fonction de x.

Donc $Q = \frac{(dB + \Delta B)}{dx} = \frac{dB}{dx} + \Delta\frac{dB}{dx}$; de même $\frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x} = \frac{\Delta dB}{d\Delta^2 x} + Q'$ étant la différence de ΔB,

prise en ne faisant varier que les $\Delta^2 x$ qui naissent dans ΔB de la différenciation de B, par rapport à Δx; or $\Delta B = B + \Delta B - B$, les $\Delta^2 x$ qui varient seuls ici, n'entrent pas dans B, & ils entrent dans $B + \Delta B$ semblablement aux Δx, à l'exception de ceux que la différenciation a introduits dans ΔB.

Donc $Q' = \frac{dB}{d\Delta x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta x}$, & ainsi de suite; & on trouvera de même la démonstration des autres suites d'équations. Si donc on veut faire évanouir les différences de B pour avoir des équations de conditions, qui ne contiennent que celles de V qui est donné, on aura les équations

$$\frac{dV}{dx} + n\Delta\frac{dV}{dx} + \frac{n \times n-1}{2}\Delta^2\frac{dV}{dx} \ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{dx}$$

$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta x} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta x} \ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta x}$$

$$+ \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 x}$$

$$- \Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 x} \ldots - \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 x}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n x} = 0.$$

$$\frac{dV}{dy} + \Delta\frac{dV}{dy} + \frac{n \times n-1}{1.2}\Delta^2\frac{dV}{dy} \ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{dy}$$

$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta y} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta y} \ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta y}$$

$$+ \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 y} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 y} \ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 y}$$

$$- \Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 y} \ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 y}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n y} = 0.$$

$$\frac{dV}{dz} + n\Delta\frac{dV}{dz} + \frac{n\times n-1}{1\cdot 2}\Delta^2\frac{dV}{dz}\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{dz}$$

$$-\Delta\frac{dV}{d\Delta z} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta z}\ldots\ldots\ldots\ldots - \Delta^n\frac{dV}{d\Delta z}$$

$$+\Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 z} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 z}\ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 z}$$

$$-\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 z}\ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 z}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n z} = 0.$$

& ainsi de suite par chaque variable, n étant l'exposant de l'ordre de la fonction. *C. Q. F. T.*

PROBLEME II.

Une semblable fonction V étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle soit la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & successivement d'une fonction finie.

On aura d'abord les mêmes équations de condition que dans le Problème précédent; ensuite, pour que $B = \Sigma V$ soit lui-même une différentielle exacte, on aura une équation en B, semblable à celle qu'on a eue pour V, & il ne sera question que de donner en V les valeurs des différences partielles de B; or on a

$$\frac{dB}{dx} + (n-1)\Delta\frac{dB}{dx} + \frac{n-1\times n-2}{1\cdot 2}\Delta^2\frac{dB}{dx}\ldots\ldots\ldots$$

$$+\Delta^{n-1}\frac{dB}{dx} = \frac{dV}{d\Delta x} + (n-2)\Delta\frac{dV}{d\Delta x}\ldots + \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta x}$$

$$-\Delta\frac{dV}{d\Delta^2 x} - (n-3)\times\Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 x}\ldots\ldots - \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta^2 x}.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

où il faut remarquer que le nombre des rangs du second membre étant égal à n, le dernier ne sera pas composé d'un seul terme,

mais sera $\pm \Delta^{n-1} z . z + \Delta z = \frac{dV}{d\Delta^n x}$; on aura de même & avec une remarque semblable,

$$\frac{dB}{d\Delta x} + (n-2)\Delta \frac{dB}{d\Delta x} \ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2} \frac{dB}{d\Delta x}$$

$$= \frac{dV}{d\Delta x} + (n-3)\Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots + \Delta^{n-3} \frac{dV}{d\Delta^2 x}.$$

$$- \Delta \frac{dV}{d\Delta^3 x} - (n-4)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \ldots \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x};$$

& le dernier terme sera $\mp \Delta^{n-2} z$, & ainsi de suite, & la valeur du dernier terme $\frac{dB}{d\Delta^{n-1} x}$ sera z. On substituera ces valeurs dans l'équation de condition en B, & l'on aura l'équation de condition

$$\frac{dV}{d\Delta x} + (n-2) \times \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta x}$$

$$- 2\left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-3)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x}\right)$$

$$+ 3\left(\times \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x}\right) + nz = 0;$$

ou bien en différentiant, pour éviter d'abord le terme $\Delta^{n-1} z$

$$\frac{dV}{d\Delta x} + (n-1)\Delta \frac{dV}{d\Delta x} \ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta x}$$

$$- 2\left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^2 x}\right)$$

$$+ n \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^n x} = 0;$$

on aura une semblable équation pour chaque variable. Soit ensuite $\Sigma B = B'$, & qu'on veuille que B' soit une différentielle exacte, on aura, par l'opération ci-dessus, les équations de condition en B, & l'on en tirera, par la même méthode, les équations en V qui seront. . . . .

$$\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta\frac{dV}{d\Delta^2 x}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta^2 x}$$

$$-3\left(\Delta\frac{dV}{d\Delta^3 x} + (n-3)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta^3 x}\ldots + \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta^3 x}\right)$$

$$+6\left(\Delta\frac{dV}{d\Delta^4 x}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta^4 x}\right)$$

$$\ldots \pm \frac{(n-1 \times n)}{2}\Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta^n x} = 0;$$

& de même pour chaque variable; on trouvera de même les conditions pour que faisant $\Sigma B' = B''$, B'' soit une différentielle exacte, & ainsi successivement jusqu'à la différence du premier ordre; la loi même qu'elles suivent est facile à remarquer, & on aura immédiatement les formules cherchées sans aucun calcul. *C. Q. F. T.*

PROBLEME III.

Étant donnée l'équation aux différences finies V = 0, *trouver les équations qui doivent avoir lieu pour que* V = 0 *ait une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.*

On multipliera la fonction par A, fonction des variables & de leurs différences jusqu'à $\Delta^n x$, $\Delta^n y$, $\Delta^n z$, &c. A étant tel qu'il ne devienne pas infini lorsque $V = 0$; on prendra ensuite les équations de condition, pour que AV soit une différentielle exacte, & on remarquera que chaque différence partielle de A est multipliée par V, ΔV, $\Delta^2 V$, $\Delta^3 V$, & que les différences partielles de V, qui sont données, ne sont multipliées que par A, ΔA, $\Delta^2 A$, &c. Ces équations doivent être identiques; or, si elles le sont en faisant $V = 0$ dans une partie de l'équation, le reste sera identique, ou le deviendra en faisant $V = 0$; & si on fait $V = 0$ dans tous les termes qui contiennent des différences partielles de A, ces termes seront nuls, puisque dans l'hypothèse, A ne devient point infini quand $V = 0$; donc le reste des équations de condition, c'est-à-dire la partie qui ne contient point de différence partielle de A, sera ou nulle par elle-même, ou le deviendra quand $V = 0$; donc éliminant A

de ces équations, ce qui est toujours facile, on aura des équations de condition qui, lorsque $V = 0$, deviendront nulles & qui le seront par elles-mêmes. *C. Q. F. T.*

PROBLEME IV.

Étant donnée l'équation $V = 0$, *trouver les équations de conditions pour qu'elle ait une intégrale d'un ordre inférieur de plusieurs unités ou finie.*

On supposera que $\Sigma AV = B$, & on cherchera les conditions, pour que $B = 0$ soit possible, ou $A'B$ une différentielle exacte. On supposera que $B' = \Sigma A'B$ & que $B' = 0$ est possible, ou $A''B'$ une différentielle exacte, &c. Cela posé, on aura, par le Problème second, les valeurs des différences partielles de $B, B' B''$, &c. en différences partielles de V, A, A', A'', A''', &c. Les différences partielles de A seront toutes multipliées par V & ses différences; celles de A', par ΣAV & ses différences, & ainsi de suite; donc faisant $V = 0$, tous ces termes, où ces quantités se trouvent, disparoîtront; puisque, par l'hypothèse, A, A', A'', &c. ne peuvent devenir infinies lorsque $V = 0$; donc le reste des équations de condition est nul, ou par lui-même, ou en faisant $V = 0$, & ce reste ne contient plus que les A & leurs différences finies; donc en éliminant les A, on aura des équations de condition où tout sera connu, & qui devront avoir lieu, ou immédiatement, ou en y faisant $V = 0$, pour que $V = 0$ ait une intégrale, ou d'un ordre inférieur ou finie. *C. Q. F. T.*

REMARQUE I.

Si l'on suppose que Δx, &c. Δy, &c. Δz, &c. soient dx, &c. dy, &c. dz, &c. dans les équations de condition ci-dessus, elles deviendront les mêmes que j'ai trouvées ailleurs pour les équations infiniment petites; de plus, le nombre des équations est le même dans les deux hypothèses, ainsi que les conséquences qu'on peut en déduire pour l'étendue des solutions intégrales. Je renvoie donc, sur ces deux articles, à ce que j'ai dit dans mon *Calcul intégral.*

REMARQUE II.

Si la proposée contenoit, outre les variables ci-dessus, une autre variable dont la différence fût constante, on n'auroit point de nouvelle équation pour cette variable. En effet, si l'on examine celles que j'ai cherché à déterminer *(Lettre à M. d'Alembert)*, on trouvera qu'elles sont illusoires, en ce qu'elles sont toujours identiques; de plus, on a, en cherchant les équations, $d\frac{\Delta B}{dx'} = \frac{dV}{dx'} = \Delta\frac{dB}{dx'}$; donc $\frac{dV}{dx'}$ doit être une différentielle exacte, ce qui ne donne aucune nouvelle condition. En effet, toute fonction où entre x', dont la différence $\Delta x'$ est constante, est intégrale par rapport à x', parce que la différence $\Delta x'$ peut y être placée arbitrairement; & que par conséquent on peut choisir la manière de l'y placer telle que la fonction ordonnée, par rapport à elle-même, soit de la forme $\frac{dB}{dx'}\Delta x' + \frac{d^2B}{2dx'^2}\Delta x'^2 + \frac{d^3B}{1\times2\times3\,dx'^3}\Delta x'^3$, &c. On peut d'ailleurs trouver toujours une série infinie égale à cette intégrale; mais il est peut-être possible qu'alors elle ne se puisse présenter que sous cette forme infinie sans qu'on puisse déduire de valeur finie.

REMARQUE III.

On a par le Problème I.er des valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{d\Delta x}$, &c. $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dB}{d\Delta y}$, &c. $\frac{dB}{dz}$, $\frac{dB}{d\Delta z}$. Donc, on aura

$$\int\left(\frac{dB}{dx}dx, + \frac{dB}{dy}dy, + \frac{dB}{dz}dz, \&c.\right)$$
$$+ \frac{dB}{d\Delta x}d\Delta x, + \frac{dB}{d\Delta y}d\Delta y, + \frac{dB}{d\Delta z}d\Delta z, \&c. = B.$$

Et par conséquent on aura B par les quadratures ordinaires; s'il y a de plus une variable x' dont la différentielle soit constante, on prendra B comme s'il ne contenoit pas x'; on différentiera

cette fonction, on la retranchera de la fonction, on intégrera le reste par rapport à x', & on l'ajoutera à la valeur de B. Si la variable ne se trouvoit pas dans $V = dB$, la fonction à ajouter à l'intégrale ne pourra être que ax'. On trouvera B', B'', &c. par la même méthode; & si x' ne se trouve pas dans V, les quantités à ajouter ne seront que
$ax'^2 + b'x$, $ax'^3 + b'x'^2 + cx'$, & ainsi de suite.

REMARQUE IV.

Lorsque les différences sont infiniment petites, si les plus hautes différences sont supposées sous une forme linéaire, on peut, en supposant que A ne les contienne pas, tirer des équations identiques pour que AV soit une différentielle exacte des équations de conditions où A ne soit pas, sans faire $V = 0$, cela n'a de difficulté que la longueur du calcul; on le pourroit même sans avoir résolu l'équation, par rapport aux plus hautes différences, ni examiner même si elle est résoluble; enfin, on peut même sans connoître B, & quoiqu'il ne contienne pas les plus hautes puissances sous une forme linéaire, trouver de même ces équations, & par conséquent on pourra les trouver pour que V ait une intégrale finie, sans connoître les intégrales intermédiaires & sans faire $V = 0$; l'on n'entre point ici dans le détail de cette solution que personne n'a encore donnée, parce que ma première suffit. J'observerai seulement, au sujet de celle-ci, qu'elle est fondée sur cette remarque générale, que soit $ad^my + bd^mx + c = 0$, l'intégrale d'une équation de l'ordre n la différentiant un nombre $n - m$ de fois, & substituant dans l'équation de l'ordre n les valeurs de d^ny, $d^{n-1}y \ldots d^my$, tirées de l'équation $ad^my + bd^mx + c = 0$ & de ses différences, l'équation qui en résulte, & qui ne contient que des différences partielles de a, b, c doit être identique, & telle que les coëfficiens des puissances des différences de x supérieures à d^mx soient nuls identiquement; ce qui donne le moyen d'avoir des valeurs des différences partielles de a, b, c, & par conséquent les conditions. On doit ici nécessairement supposer que le facteur à éliminer ne contienne pas la plus haute différence, sans quoi les équations finales seroient toujours identiques;

ainsi cette méthode ne peut s'appliquer aux différences finies où les plus hautes différences doivent, dans une infinité de cas, entrer dans le facteur même d'une manière irrationelle.

ARTICLE II.

Des équations de maximum *ou* minimum, *pour les fonctions aux différences finies.*

M. de la Grange a donné ces équations pour un Problème particulier, mais ce Problème renferme presque toutes les difficultés du Problème général, & les autres auroient été aisément résolus par la méthode que cet illustre Géomètre a suivie en cet endroit. J'ai donné depuis, dans un Éclaircissement sur le Calcul intégral, le principe qui m'a servi à trouver les formules générales que je vais développer. M. le Chevalier de Borda, en cherchant les mêmes formules pour les différences infiniment petites, en a trouvé qui résolvent le Problème dans le cas des différences finies. On pourroit également les déduire de celles de M. Euler, dans son Ouvrage *de Lineis curvis maximi minimive proprietate gaudentibus.*

PROBLEME I.

Trouver les équations de condition, pour que ΣV *soit un* maximum *ou* minimum, V *étant une fonction de* x, y, z, *&c. & de leurs différences finies.*

SOLUTION.

La condition du Problème donne $d \Sigma V = 0$; c'est-à-dire, $\frac{d\Sigma V}{dx} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta x} = 0$, &c. $\frac{d\Sigma V}{dy} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta y} = 0$, &c. $\frac{d\Sigma V}{dz} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta z} = 0$, &c. Prenant donc leurs valeurs (comme je l'ai indiqué dans le Problème I.er de l'article I.er) on trouvera que puisque V n'est point une différentielle exacte, $\frac{d\Sigma V}{dx} = P + \Sigma Q\,dx$, $\frac{d\Sigma V}{dy} = P' + \Sigma Q'\,dy$,

$\frac{d\Sigma V}{dz} = P'' + \Sigma Q'' dz$; on aura donc, entre les variables, les équations $Q = 0$, $Q' = 0$, $Q'' = 0$, qui sont les mêmes équations qui doivent être identiques, pour que V soit une différentielle exacte.

PROBLEME II.

Trouver les équations de condition, pour que Σ V' *soit un* maximum *ou* minimum, V' *contenant* Σ V.

J'ai d'abord les équations $\frac{d\Sigma V'}{dy} = 0$, $\frac{d\Sigma V'}{dx} = 0$; $\frac{d\Sigma V'}{dz} = 0$, &c. dont il faut chercher l'expression. Pour cela je suppose qu'on ait d'abord par le Problème I.er, article I.er la valeur de Q, Q', Q'', &c. ΣV étant regardé comme constant, & que $\frac{dV}{d\Sigma V} = R$; il est aisé de voir qu'il n'y a plus qu'à ajouter à ces valeurs de Q les valeurs semblables qui naissent de $\Sigma R d\Sigma V$. Pour les trouver, on prendra les valeurs des différences partielles de ΣV par le Problème I.er, article I.er, & on aura les valeurs cherchées en mettant dans les formules du Problème I.er art. II, $\frac{Rd\Sigma V}{dx}$, $\frac{Rd\Sigma V}{d\Delta x}$, &c. à la place de $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{d\Delta x}$, &c. & de même pour chaque variable. Cela posé, on observera que $\frac{d\Sigma V}{dx}$ renferme un terme $\Sigma S dx$, & que par conséquent il y a ici un terme $\frac{\Sigma R \Sigma S dx}{dx} = \Sigma R \times \frac{\Sigma S dx}{dx} -$ $\Sigma\Sigma (R + \Delta R) \times S$, & qui par conséquent dans la valeur à ajouter à Q, produira un terme $A - \Sigma (R + \Delta R) S$. A étant la valeur de ΣR pour les mêmes points que ceux pour lesquels les équations pour les points particuliers doivent donner des conditions.

Il en sera de même pour les autres variables & pour un plus grand

grand nombre d'intégrales. Voici la formule développée pour une variable & une fonction intégrale.

$$\frac{dV'}{dx} + n\Delta \frac{dV'}{dx} \ldots + R\left(\frac{dV}{d\Delta x} + n'\Delta \frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)$$
$$+ n'\Delta\left[R\left(\frac{dV}{d\Delta x} + n'\Delta \frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)\right]$$
$$- \Delta \frac{dV'}{d\Delta x} \ldots - \Delta\left[R\left(\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n'-1)\Delta \frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)\right]$$

. . . .

$$+ A - \Sigma R + \Delta R \times \left\{\begin{array}{l} \frac{dV}{dx} + n'\Delta \frac{dV}{dx} \ldots\ldots + \Delta^{n'} \frac{dV}{dx}; \\ - \Delta \frac{dV}{d\Delta x} - (n'-1)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta x} \ldots - \Delta^{n'} \frac{dV}{d\Delta x}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

PROBLEME III.

Trouver les conditions pour que V *soit un* maximum, V *étant donné par une équation aux différences finies.*

Soit $V' = 0$, cette équation & $Q = \Sigma A \Sigma A' \Sigma A'' \ldots V'$. Q étant sans différence de V, il est clair qu'il suffit ici de trouver $\frac{dQ}{dx}$, $\frac{dQ}{d\Delta x}$, &c. or, 1.° on a ces valeurs par le Problème précédent. 2.° On remarquera qu'ayant $V' = 0$, on peut négliger, dans toutes ces valeurs, les termes qui contiendroient des différences partielles des A. 3.° On observera qu'il faut de plus, que Q ne contienne pas de différence de V; or, pour remplir cette condition, il faut que les A soient tels que les fonctions AV', $A'\Sigma AV'$, soient des différences exactes, par rapport à V; on aura les équations que donne cette condition, par le Problème IV, article 1.er 4.° On éliminera, par le moyen de ces équations, les A, A', &c. qui restent dans les équations du n.° second, & on aura les équations cherchées.

REMARQUE I.

Il eſt aiſé de voir que, ſi on ſuppoſe ici Δx, Δy, Δz, &c. infiniment petits, les équations ci-deſſus ſe réduiront à celles qu'on fait avoir lieu pour les différences infiniment petites. On obſervera de plus, que ſi les équations ci-deſſus ſont telles, qu'il ne doive pas y avoir de nouvelles variables dans les intégrales, & qu'aucune différence ne ſoit conſtante; les conditions, pour le *maximum*, ſeront les mêmes que pour la fonction correſpondante aux différences infiniment petites, à la détermination des arbitraires près.

REMARQUE II.

Si aucune des différences n'eſt ſuppoſée conſtante, le nombre des équations eſt égal à celui des variables, autrement il eſt moindre d'une unité. Dans le premier cas, ſi le nombre des équations peut ſe rappeler à une de moins, le Problème ſera poſſible ſans qu'il y entre de nouvelle variable, quoiqu'il y en ait néceſſairement dans la ſolution générale; ſinon on aura une équation définitive qui ne contiendra qu'une ſeule variable, mais dont l'intégrale en contienne une nouvelle qui entrera néceſſairement dans la ſolution du Problème. En effet, l'intégrale d'une équation aux différences finies, en contient néceſſairement; il en eſt de même de l'intégrale d'une équation aux différences infiniment petites au-deſſus du premier ordre, & qui n'a qu'une variable: de-là vient que le Problème des *maxima* n'en eſt pas moins poſſible, quoique, pour une équation aux différences infiniment petites & toutes variables, le nombre des équations différentes égale celui des variables; mais qu'alors ſeulement le Problème eſt mal propoſé & contient néceſſairement une variable que l'intégration introduit, & que les conditions du Problème doivent déterminer. M. de la Place a remarqué le premier cette eſpèce de ſolution, & en a développé la nature dans ſon Mémoire ſur les *maxima.*

REMARQUE III.

Si les fonctions V, V', des Problèmes I & II, contenoient

une variable dont la différence fût donnée par une équation quelconque, on feroit diſparoître cette variable & ſa différence; V' ſeroit alors donné par une équation différentielle, ce qui eſt le cas du Problème III; on auroit donc par-là les équations qui doivent avoir lieu entre toutes les variables, hors une; & de plus, celle-ci égale à une fonction des autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences finies.

Je parlerai d'abord de celles qui ne contiennent pas de tranſcendantes; dans ce cas, on déduira des notions préliminaires ci-deſſus les remarques ſuivantes. 1.° Si on ſuppoſe l'équation multipliée par un facteur qui la rende une différentielle exacte, ce facteur pourra contenir la plus haute différence.

2.° Il peut contenir la racine d'une équation algébrique; ſans qu'on puiſſe diſtinguer *à priori* s'il en contient une ou non.

3.° Aucune fonction logarithmique ou tranſcendante, ne peut diſparoître ni par la différentiation, ni avec le facteur: en effet, ſoit ΔB, la fonction différentielle, il eſt clair qu'elle eſt $B + \Delta B - B$, & que la tranſcendante T entrera dans B, comme la tranſcendante $T + \Delta T$, qui en eſt eſſentiellement différente, entre dans $B + \Delta B$.

4.° Seulement le facteur pourra contenir, mais à tous ſes termes, une quantité $e^{ax'}$; en effet, ſoit $e^{ax'} B$ l'intégrale, on a $e^{ax' + a\Delta x'} (B + \Delta B) - e^{ax'} B = 0$, équation diviſible par $e^{ax'}$; ainſi, lorſqu'il ſera queſtion de trouver une différentielle exacte, il faudra ſuppoſer qu'elle a pour facteur $e^{ax'}$; ou bien, au lieu de la ſuppoſer égale à une fonction de $e f x'$, il faudra la ſuppoſer égale à $x' + e^{ax'} F e f x'$.

5.° Si l'équation eſt du ſecond ordre, le facteur pourra contenir $e^{ax'^2} + N$, & $e^{x' \times a \Delta x'}$; ſi elle eſt du troiſième ordre, il pourra contenir $e^{ax'^3} + N$, & $e^{ax''\Delta x'}$ & $e^{ax'\Delta x'^2}$, & ainſi de ſuite; x' eſt la variable dont la différence eſt conſtante.

6.° Il y a une autre eſpèce de fonction qui peut entrer dans

l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur & dans le facteur: C'est une fonction indéfinie de la forme

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2\Delta x' \ldots\ldots\ldots a + x',$$

ou de la forme $a \times a + \Delta x' \ldots\ldots\ldots a + nx'$, le nombre des termes étant x' ou nx' divisé par $\Delta x'$; en effet; dans cette supposition, si on met pour x', $x' + \Delta x$, ces produits deviendront

$$a \times a + \Delta x' \ldots\ldots\ldots\ldots a + x' \times a' + x' + \Delta x';$$

& par conséquent si je nomme X ce produit, j'aurai $\frac{X + \Delta X}{X} = a + x' + \Delta x'$; & dans le second cas

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2\Delta x' \ldots\ldots a + nx' \times a + nx' + \Delta x' \ldots\ldots a + nx' + n\Delta x'$$

& $$\frac{X + \Delta X}{X} = a + nx' + \Delta x' \times a + nx' + 2\Delta x' \ldots\ldots a + nx' + n\Delta x'$$

quantité d'une forme finie, toutes les fois que n est un nombre entier; le nombre de ces produits sera toujours fini & déterminé, mais quelconque; ils se multiplieront ou diviseront réciproquement & multiplieront la fonction arbitraire, de manière que, soit qu'on cherche le facteur, soit la différentielle exacte, il faut les supposer multipliées par une fonction de x', X, telle que l'on ait $\frac{X + \Delta X}{X} = \frac{ax' + b \times dx' + b' \ldots}{a, x' + b, \times d, x' + b,' \ldots}$, & chacun de ces facteurs produira une fonction 1; produit indéfini de la première espèce ci-dessus, à laquelle il sera toujours facile de rappeler la seconde.

7.° De ce qu'une fonction de cette espèce peut entrer dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, on peut en conclure qu'il peut entrer dans l'intégrale de l'ordre inférieur de deux unités, une fonction de la forme

$$a + x \times (a + x - \Delta x)^2 \times (a + x - 2\Delta x)^3 \ldots\ldots$$

le nombre des termes étant $\frac{x}{\Delta x}$ & celui des produits quelconques, mais fini & déterminé. En effet, cette formule n'est autre chose qu'un produit indéfini des produits considérés dans

l'article précédent; d'où il suit que l'on ne peut avoir, dans ce cas, deux intégrales en termes finis, par rapport aux variables: en effet, soit la fonction de l'article précédent & l'équation du second ordre, il est aisé de voir qu'on en aura une du premier qui ne contiendra que X; mais l'intégrale finie, contenant deux arbitraires & la fonction $X \times X - \Delta X \times X - 2 \Delta X \ldots$ il faudroit, pour avoir une valeur de la seconde intégrale du premier ordre, mettre, dans l'intégrale finie, la valeur de X, tirée de la première intégrale; ce qui donneroit nécessairement, dans cette seconde intégrale, une fonction indéfinie des variables: donc si on a ou un facteur, ou une différentielle exacte qui contient de ces produits indéfinis, il faudra employer la méthode des intégrations successives, intégrer cette première intégrale trouvée, & chercher une différentielle exacte ou un facteur qui contienne ces produits, & qui soit multiplié par Z, Z étant tel que $\frac{Z + \Delta Z}{Z} = \frac{X \times X' \ldots ax + b \ldots}{X, X' \ldots a, x + b, \ldots}$, & de même pour les ordres plus élevés.

8.° Si ΔB est en même temps $\Delta^2 B'$, alors $x' \Delta B$ est encore une différentielle exacte; & si dans ce cas, on a $n - 1$ facteurs sans x', il y aura un facteur égal à la somme de tous les autres multipliés par une constante indéterminée, multipliée elle-même par x'. Si ΔB est $\Delta^3 B''$, alors $x' \Delta B$, $x'^2 \Delta B$ sont des différentielles exactes; & si on a $n - 2$ facteurs sans x', on prendra la somme de ces facteurs multipliés par des indéterminées constantes, multipliée elle-même par x' & par x'^2; on aura les deux autres facteurs & ainsi de suite.

9.° Le radical qui pourra entrer nécessairement dans l'intégrale, ne peut être d'un degré plus élevé que la moitié de celui d'une des plus hautes différences dans la proposée: ainsi l'équation qui donne le facteur, peut être supposée d'un degré déterminé.

10.° Lorsque dans les équations aux différences ordinaires, on a différentié pour faire disparoître les radicaux de ce que les plus hautes différences n'y sont que sous une forme linéaire, on conclut qu'aucune des fonctions, dont elle devient la différence,

étant multipliée par un facteur de l'ordre inférieur d'une unité, ne doit contenir d'autres radicaux que les racines d'une équation d'un degré égal à l'ordre de l'équation ; chacune de ces racines donnant une valeur du facteur, & pouvant être sous un signe radical simple, rationnel & indéfini, ou bien la racine d'une équation d'un degré plus élevé d'une unité ; la même chose a lieu pour les équations aux différences finies ; mais comme toutes les intégrales y sont algébriques, ou que du moins les transcendantes n'y peuvent contenir de radicaux, on peut prouver que si on différentie une équation proposée & qu'on cherche à intégrer la différentielle, aucune de ses intégrales, du même ordre que la proposée, ne doit contenir de radicaux. Soit en effet V une fonction rationnelle de variables, de leurs différences, de Fef^x, & de $F'ef^x$, je tire des deux équations V & $V + \Delta V$; Fef^x, égale à une fonction rationnelle des variables & de $F'ef^x$; j'appelle A cette équation ; je suppose maintenant qu'ayant fait disparoître Fef^x, à l'aide des deux mêmes équations, celle qui en résulte soit telle que j'aie $F'ef^x$, égale à une fonction rationnelle. Il est aisé de voir que si je substitue la valeur de Fef^x, qui en résulte dans l'équation A, qui contient $F'ef^x$, j'aurai Fef^x aussi égale à une fonction rationnelle ; donc toutes les fois qu'un facteur peut être supposé sans radicaux, les autres le pourront être ; donc, lorsqu'on a différentié une proposée sans radicaux, tous les facteurs pourront être rationnels.

On pourroit objecter ici que les deux équations desquelles on veut tirer une valeur rationnelle de Fef^x, peuvent se réduire à une seule où Fef^x, soit au second degré après qu'on aura mis, au lieu de $F'ef^x$, sa valeur ; mais on observera qu'ici les intégrales doivent être trouvées sans être déterminées, plutôt pour une des racines de l'équation au facteur, que pour une autre, puisque l'équation différentielle est pour toutes à la fois ; donc si on a Fef^x par une équation du second degré, ses deux racines seront deux intégrales de la proposée, ayant lieu en même temps ; donc étant toutes deux algébriques, leur forme ou leur produit, qui est rationnel, sera aussi une intégrale ; donc, &c.

On peut démontrer la proposition ci-dessus, indépendamment

de cette considération générale : en effet, appelant N l'arbitraire qui n'est donnée que par une équation non linéaire, par exemple, du second degré, & M l'arbitraire qui est donnée par une équation rationnelle, je prends une des deux valeurs de N, je la différentie ; & sa différence, qui est de l'ordre $n - 1$ & qui contient M, devient nulle lorsque je mets pour M sa valeur rationnelle. La même chose a lieu pour l'autre racine ; donc si on prend leur forme, ou elle sera nulle par elle-même, ce qui donne N^2 égal à une fonction rationnelle, & par conséquent une intégrale sans radicaux, ou bien sa différence deviendra nulle en y mettant pour M sa valeur : donc si je prends la différence de cette forme, qui est rationnelle, en y supposant M variable, j'aurai 1.° une fonction sans ΔM, qui deviendra nulle, en y mettant pour M sa valeur. 2.° Une fonction multipliée par ΔM ; donc si je différentie cette forme après y avoir substitué pour M sa valeur V, elle deviendra nulle quand $\Delta M = 0$; donc j'aurai une différentielle exacte, rationnelle qui aura lieu en même tems que ΔV ; donc, &c.

11.° Ce que je viens de dire, suppose que appelant M & N deux des arbitraires de la proposée, je puis toujours avoir N & M égales à une fonction en termes finis des variables & de l'ordre $n - 1$, or cela n'est pas vrai en général. En effet, soit $V + \Sigma X$ une intégrale où X est une fonction de x', il est aisé de voir, comme je l'ai dit dans les notions préliminaires, que ΣX peut être toujours exprimé, du moins par une série infinie ; mais si ΣX ne pouvoit être exprimé en termes finis, alors si j'ai une équation qui contienne une arbitraire M sous ce signe d'intégration, & que N soit l'arbitraire ajoutée à ΣX, il est clair que je ne pourrai avoir une valeur de M sans N sous une forme dégagée du signe Σ ; par conséquent l'intégrale d'un ordre immédiatement inférieur peut contenir ΣX, X contenant des radicaux, quoique x' ne soit dans la proposée que sous une forme rationnelle, & qu'on puisse avoir une différentielle exacte rationnelle. Il est vrai qu'alors le radical ne peut contenir que des x' ; en effet, s'il contenoit d'autres variables, il est aisé de voir que prenant la somme de toutes les intégrales données par les valeurs du radical,

& les ajoutant ensemble, on auroit, ou cette somme rationnelle; ce qui rentre dans le cas d'une intégrale sans radicaux, ou cette somme égale à zéro; or elle ne peut devenir égale à zéro, parce qu'elle contient un terme $n \Sigma X$, n étant l'exposant du radical, & par conséquent l'intégrale ne pourra contenir que le même radical qui entre dans X, & tel que la somme des n, valeurs de $X = 0$.

Si l'on a une intégrale qui contienne ΣX, il faudra pour intégrer la proposée, employer la méthode des intégrations successives, & supposer que ΣX entre, ainsi que X, dans le facteur & dans la différentielle exacte, parce que l'intégrale peut contenir un terme $\Sigma X'$, X' étant fonction de X & de x', à moins qu'on ne prouvât que $\Sigma X'$ est toujours une fonction finie de X & x', plus une fonction $\Sigma X''$, X'' étant fonction de x' seulement. Je ferai de l'intégration des fonctions ΣX l'objet d'un autre Mémoire.

Cela posé, soit une équation proposée qui ne contienne pas de différence constante ou qui en contienne, on l'intégrera en faisant les opérations suivantes.

Première Opération. On réduira la proposée à ne contenir que des variables & leurs différences, soit absolues, soit constantes; s'il y a des différences données par d'autres hypothèses, on suivra ce que j'ai dit, *notions préliminaires, n.° 6:* on pourra dans ce même cas regarder la proposée & l'équation entre les différences comme deux équations à intégrer à la fois & sans éliminer. Les principes que j'ai exposés dans un autre Mémoire pour les différences infiniment petites, s'appliquent ici & d'autant plus facilement que les intégrales ne peuvent contenir de transcendantes; cette méthode pourroit avoir quelques avantages.

Deuxième Opération. On différenciera la proposée pour faire en sorte qu'il ne doive pas se trouver de radicaux dans ses intégrales.

Troisième Opération. Si la proposée ne contient pas x', on la multipliera par une fonction de toutes les variables & de leurs différences hors celle dont la différence est constante; cette fonction sera indéfinie, algébrique & rationnelle, & on en déterminera les coëfficiens d'après les équations de condition du Problème I.er article I.er en supposant que la proposée multipliée par elle devient une différentielle exacte, & que la proposée

proposée étant égalée à zéro, le facteur ne devient pas infini. Comme le facteur contient la plus haute différence, il est ici d'une forme aussi compliquée que la différentielle exacte qui se trouve en multipliant la proposée par lui; ainsi il sera indifférent de chercher l'une ou l'autre.

Si l'on n'avoit pas fait la seconde opération, alors le facteur pourroit contenir un radical d'un degré égal à celui où monte une des plus hautes différences; par conséquent prenant une équation $Az^m + Bz^{m-1} \ldots\ldots + P = 0$, m étant donné & A, B, fonctions indéfinies des variables & de leurs différences jusqu'aux plus hautes inclusivement, on pourra supposer le facteur de la forme $\frac{A'z^{m-1} + B'z^{m-2} \ldots + P'}{Q}$, & on détermineroit par le même Problème I.er les coëfficiens des variables dans A, B, &c.

Il faudra supposer que les coëfficiens de chaque terme du facteur soient des constantes multipliées par la fonction $e^{ax'}$, & si a n'est pas nul, il faudra que le facteur qui donnera une autre différentielle exacte, ait $e^{max'^2}$ à tous ses coëfficiens; qu'ils puissent de plus contenir $e^{ax'}$, & que la différentielle exacte devienne la proposée en y faisant $e^{ax'}$ égal à sa valeur trouvée dans sa première intégrale. On supposera ensuite que le facteur contienne $e^{nax'^2}$ à tous les termes, & que $e^{x'ax'^2}$, $e^{ax'}$ entrent dans ses coëfficiens; on pourroit même, pour plus de facilité, supposer que AV au lieu d'être ΔB est $\Delta e^{max'^2}B$, & on pourroit supposer que B ne contient pas $e^{ax'}$, & que dans $\Delta e^{max'^2}B$ on a mis pour $e^{ax'}$ la valeur donnée par la première intégrale, les m, n, étant des nombres rationnels.

Quatrième OPÉRATION.

Si la différentielle à intégrer ne contient pas de radicaux, on remarquera que son intégrale est $\frac{A}{B}$, A & B étant des fonctions rationnelles & entières, & que la proposée doit être .... $\frac{B\Delta A - A\Delta B}{B \times (B + \Delta B)}$; ce qui donne le moyen de trouver A & B par la méthode des coëfficiens indéterminés. De plus, soient pris les facteurs rationnels du dénominateur de la différence exacte, &

qu'ils soient C, C', C'', &c. j'aurai nécessairement $C = B$; & $C \times (C + \Delta C)$ égal au produit du dénominateur de la proposée par une fonction entière, & où les plus hautes différences n'entrent pas; en effet, il est évident que B est un de ces facteurs, à moins que B & $B\Delta A - A\Delta B$ n'aient un facteur commun; or cela ne peut avoir lieu, sans que $A\Delta B$ & B n'aient un facteur commun; or A & B n'en doivent point avoir: donc il faudroit que B & ΔB eussent un facteur commun, & dans ce cas B est encore un facteur du dénominateur; donc on aura B immédiatement, & il ne restera que A à déterminer par la méthode des coëfficiens indéterminés. D'ailleurs connoissant la différentielle exacte, on peut, par la troisième remarque du premier article, rappeler l'intégration à celle d'une fonction du premier ordre, aux différences infiniment petites; & comme l'intégrale en est nécessairement algébrique, la supposant $\frac{A}{B}$, on pourra faire B égal au dénominateur de la différentielle, & l'on n'aura plus que A à déterminer.

Si la proposée contient des radicaux, il est clair qu'on pourra supposer ici que le radical étant Z, la différentielle exacte soit $e^{ax'}\Delta Z + e^{ax' + a\Delta x'} Z$, & alors connoissant l'équation en Z par le moyen indiqué *(troisième opération)*, on aura immédiatement l'intégrale; en général l'intégrale étant toujours algébrique, on pourra la chercher immédiatement & par une seule opération, sans avoir besoin de chercher d'abord le facteur ou la différentielle exacte.

Cinquième Opération. Si après avoir trouvé une des intégrales de la proposée, elle ne contient pas x', il faudra en chercher une autre *(3.e opérat.)* en supposant qu'elle contient $e^{max'^{n}}$ ou bien $e^{bx'}$; & ainsi de suite tant que x' n'entrera pas dans l'intégrale; ainsi on pourra supposer qu'il y entre une fonction $e^{max'^{n}}$ à tous les termes & $e^{bx'}$ dans les coëfficiens, parce que l'on aura dans un des cas $b = a$, & dans l'autre $m' = a$, & de même pour les ordres plus élevés.

Si x' entre dans une des intégrales, alors pour en avoir une autre, il faudra observer que la différentielle exacte contient x', qu'elle peut même ou avoir pour facteur, outre le terme $e^{bx'}$,

$e^{max'^n}$, &c. des produits indéfinis, divifés ou multipliés les uns par les autres, ou bien être la fomme d'une fonction de toutes les variables, différentielle exacte, plus une fonction X; l'intégrale de cette fonction n'étant pas fufceptible d'une expreffion finie, la différentielle fuivante pourroit contenir outre le terme $e^{max'^3}$ & les quantités que contient la différentielle précédente ou multipliée par les produits indéfinis de la forme $a + x' \times (a + x' - \Delta x')^2 \ldots\ldots$ divifés & multipliés les uns par les autres, ou avoir un terme en x' purs, contenant x' & ΣX, dont on ne puiffe avoir la fomme $\Sigma X'$ & ainfi de fuite. On voit comment il fera toujours poffible d'avoir ainfi par la méthode des coëfficiens indéterminés, toutes les différentielles exactes; en effet, il faudra qu'elles foient affujetties à deux conditions, la première d'être des différentielles exactes, & la feconde d'avoir lieu en même temps que la propofée, en mettant pour les $e^{ax'}$, $e^{max'^n}$, les ΣX, & pour les *produits*, leurs valeurs tirées des intégrales déjà trouvées; & l'on pourra trouver ainfi, foit toutes les différentielles, foit toutes les intégrales. Les produits inconnus & les fonctions X dont la fomme ΣX, ne peut être finie, peuvent être calculés très-facilement les premiers, parce que fi on les appelle P, on a $P + \Delta P = \frac{ax' + b \times dx' + b' \ldots}{a_{,}x' + b_{,} \times d'_{,}x' + b'_{,} \ldots} P$, & que les feconds font des fonctions de x' feulement & ne peuvent entrer dans les équations de condition, puifque fans ces termes la différentielle eft toujours exacte; elles n'entrent donc que dans la comparaifon d'une différentielle trouvée avec la propofée, comparaifon où les différences de X n'entreront pas; ainfi en cherchant dans ce cas la différentielle exacte qui a lieu en même temps que la propofée, ces fommes & produits n'introduiront point de nouvelles difficultés dans le calcul.

Il n'entrera dans le facteur qu'un radical fonction de x', multipliant une fonction des variables, ou même on pourra fuppofer la différentielle exacte égale à une fonction rationnelle des variables, plus une fonction X' de x'. Si l'on cherche immédiatement l'intégrale, on aura une fonction rationnelle des variables pour cette intégrale, plus une fonction en x' purs, donnée par une équation $Z + A\Delta Z + B = 0$, A, B, X', pouvant être irrationnels

& contenir X; ou bien on cherchera à résoudre l'intégrale déjà trouvée par rapport à une des plus hautes différences, & si cela est possible on connoîtra que les nouveaux radicaux peuvent entrer dans la seconde intégrale, & si cela ne l'est pas, on pourra supposer qu'il n'y en entre pas.

Passant maintenant aux équations qui contiennent des transcendantes, on observera 1.° qu'aucune transcendante ne peut y entrer sans que sa différence y entre, & qu'ainsi par l'Algèbre ordinaire on séparera ces transcendantes & ces différences, en sorte qu'on puisse les regarder comme de nouvelles variables, & intégrer en conséquence. Les seules qui peuvent faire difficulté, sont celles qui ne contiennent que x'; mais dans ce cas, outre qu'on peut avec plus de peine seulement y employer le même moyen, il est toujours aisé de voir que ni l'intégrale ni le facteur ne contiendront d'autres transcendantes que celles qui se trouvent dans la proposée. 2.° On différentiera aux différences infiniment petites, puis on intégrera par rapport aux différences finies, en regardant les différences infiniment petites comme de nouvelles variables, & il ne restera plus à intégrer que des équations aux différences infiniment petites, pour lesquelles on connoîtra le nombre, la forme des intégrales & souvent plusieurs intégrales même. Ce seroit ici le lieu de traiter en général des équations qui contiennent des différences finies & des différences infiniment petites; mais ces équations sont d'usage pour la détermination des arbitraires dans les équations aux différences partielles, ainsi je me réserve à en parler dans un Mémoire sur ces arbitraires.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $(4z^3 + 9z^2y + y)\Delta z - (3z^3 + z)\Delta y + (6z^2 + 9zy)\Delta z^2 + (2z + 3y)\Delta z^3 = 0$, elle ne doit point contenir de radicaux, puisque ses différences Δy, Δz ne montent point jusqu'au quatrième degré. Soit pris le facteur de la forme déterminée *(troisième opération)* c'est-à-dire rationnel & multiplié par $e^{ax'}$, & dont il faut trouver les coëfficiens, on trouvera qu'il peut être $\frac{1}{4z^2 + 12yz + 9y^2 + 4z\Delta z + 6y\Delta z + 6z\Delta y + 9y\Delta y}$;

on cherchera les facteurs sans différences de ce dénominateur, & on trouvera $2z + 3y$ qui est par conséquent le dénominateur de l'intégrale, & ensuite on trouvera que son numérateur est $z^3 + z + y$; l'intégrale est donc $\frac{z^3 + z + y}{2z + 3y} + Fef^{x'} = 0$.

EXEMPLE II.

Soit encore l'équation $(z^2 + 2zy - y)\Delta z + (z^2 + z)\Delta y + (z - y)\Delta z^2 + z^2 - 2yz + y^2 = 0$; par la même raison le facteur sera encore sans radicaux, & il se trouvera être $\frac{1}{z^2 - 2yz + y^2 + z\Delta z - z\Delta y - y\Delta z + y\Delta y}$; on trouvera de plus par la remarque troisième . . . .

$$\frac{dB}{dy} = \frac{z + z^2}{z^2 - 2yz + y^2}, \quad \frac{dB}{dz} = \frac{z^2 + 2zy - y}{z^2 - 2zy + y^2};$$

& par conséquent $B = \frac{z^2 + y}{z - y}$, prenant dB & retranchant la différentielle exacte ci-dessus. La différence est 1; donc il faut ajouter à B $\frac{\Sigma \Delta x'}{\Delta x'} = \frac{x'}{\Delta x'}$, & l'intégrale totale est . . . .
$\frac{z^2 + y}{z - y} + \frac{x'}{\Delta x'} + Fef^{x'} = 0$; on trouveroit ici l'intégrale par la même méthode que dans l'article précédent, en ajoutant au numérateur un terme égal au dénominateur multiplié par x' & divisé par $\Delta x'$.

EXEMPLE III.

Soit l'équation $(1 - 4z - 4y)\Delta z^2 + 2\Delta y\Delta z + \Delta y^2 - 2\Delta z^3 - 2\Delta z^2\Delta y + \Delta z^4 = 0$, le facteur pourra contenir un radical du quatrième degré, & l'intégrale un du second. Prenant donc $AZ^2 + BZ + C = 0$, & cherchant à déterminer les coëfficiens de A, B, C, tellement que ΔZ divisé par la proposée ne devienne pas infini lorsque la proposée égale zéro, on trouvera $A = 1$, $B = 2z$, $C = z^2 + z + y$, & par conséquent l'intégrale sera $\sqrt{(z + y)} \pm z \pm Fef^{x'} = 0$.

Exemple IV.

Soit l'équation du ſecond ordre $(z^3\Delta z + 2z^2\Delta z^2 + z\Delta z^3)$ $\Delta\Delta y - (z^3\Delta^2 z + 2z^2\Delta z^2 + 5z^2\Delta z\Delta^2 z + z^2\Delta z^2$ $+ 2z\Delta z^3 + 4z\Delta z^2\Delta^2 z + z\Delta z\Delta^2 z^2)\Delta y +$ $(3z\Delta z^2\Delta^2 z + z\Delta z\Delta^2 z^2 + 2z\Delta z^3 + 2\Delta z^4 +$ $3\Delta z^3\Delta^2 z + \Delta z^2\Delta^2 z^2)\, y = 0$, qui eſt poſſible, & qui à cauſe que $\Delta^2 z$ ne monte qu'au ſecond degré & $\Delta^2 y$ au premier, a néceſſairement ſes facteurs rationnels, & un qui ne contiendra que $e^{ax'}$ à ſes coëfficiens. J'aurai premièrement le facteur 1 diviſé par $z^4\Delta z^2 + z^4\Delta z\Delta^2 z + 4z^3\Delta z^3 + 5z^3\Delta z^2\Delta^2 z +$ $z^3\Delta z\Delta^2 z^2 + 5z^2\Delta z^4 + 7z^2\Delta z^3\Delta^2 z + 2z^2\Delta z^2\Delta^2 z^2 +$ $2z\Delta z^5 + 3z\Delta z^4\Delta^2 z + z\Delta z^3\Delta^2 z^2$; je chercherai enſuite les facteurs rationnels & ſans $\Delta\Delta z$ de ce dénominateur, je trouve qu'ils ſont Δz, z, & $z + \Delta z$ répété deux fois; & eſſayant toutes leurs combinaiſons, je trouve que $z \times \Delta z \times$ $z + \Delta z$ peut être regardé comme le dénominateur de l'intégrale; j'en cherche enſuite le numérateur, & je trouve $z\Delta y - y\Delta z$, j'aurai donc pour une des intégrales cherchées $\frac{z\Delta y - y\Delta z}{z^2\Delta z + z\Delta z^2} +$ $F' = 0$. On cherchera enſuite une autre valeur du facteur, qui ſera également ſans x' & ne pourra contenir que $e^{ax'}$ à tous ſes coëfficiens, & on le trouvera égal à z diviſé par le même dénominateur que ci-deſſus. Le dénominateur de l'intégrale ſera donc encore le même, mais ſon numérateur ſe trouvera être $z^2\Delta y + 2yz\Delta z - z^2\Delta z - z\Delta z^2 - y\Delta z^2$; l'intégrale ſera donc $\frac{z^2\Delta y - 2yz\Delta z - z^2\Delta z - z\Delta z^2 - y\Delta z^2}{z^2\Delta z + z\Delta z^2} + F'' = 0$; d'où l'on tirera l'intégrale définitive $\frac{z + y}{z} + F'z - F'' = 0$.

Exemple V.

Soit l'équation $(lz + \Delta z) \times y - ylz - lz\Delta y +$ $y^2\Delta y + y\Delta y^2 = 0$, je remarque que la propoſée doit contenir lz qui eſt une logarithmique ſans différence & Δlz; faiſant donc $lz = u$, $\Delta lz = \Delta u$ & ſubſtituant, elle devient $y\Delta u$ —

$u\Delta y + y^2\Delta y + y\Delta y^2 = 0$, & intégrant comme dans le premier exemple, en regardant u comme une variable particulière, j'aurai le facteur $\frac{1}{y^2 + y\Delta y}$, le dénominateur de l'intégrale y & le numérateur $u + y^2$; l'intégrale sera donc $\frac{lz + y^2}{y} + Fe f^{x'} = 0$. De même différentiant la proposée par les différences infiniment petites pour faire disparoître les logarithmes, ce qui demande deux différentiations, intégrant en regardant dy, d^2y, dz, ddz, comme de nouvelles variables, intégrant par rapport aux différences infiniment petites, cette intégrale, & regardant F comme constant, on aura pour intégrale $\frac{lz + ax' + b + y^2}{y} + F = 0$, ou on trouvera que pour produire la proposée, il faut faire a & b égaux à zéro.

Si l'on veut avoir pour les différences finies une méthode d'approximation, on remarquera qu'ayant une équation en z & x'', la différence de x' constante & z très-petit, & si on a $Az + B\Delta z + C\Delta^2 z \ldots\ldots + P = 0$, & qu'on suppose que le multipliant par Q, fonction de x', il devienne une différentielle exacte, on aura Q par une équation de la forme $A'Q + B'\Delta Q + C'\Delta^2 Q \ldots = 0$, & on trouvera une proposition semblable à celle de M. de la Grange *(tome III de Turin)* pour les équations aux différences infiniment petites. Si on trouve n, valeurs différentes de Q, on aura n intégrales &, en éliminant, l'intégrale cherchée. On ne peut avoir plus de n, valeurs de Q, donnant des intégrales différentes; par conséquent Q ne peut contenir de radicaux d'un ordre plus élevé que $n + 1$, si A, B, C, &c. sont sans radicaux; de plus, on pourra faire $A'Q = Fe f^{x'}$, & on aura toujours au moins une valeur de Q algébrique & sans arbitraires, A' étant donné par une équation du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots n + 1}{p}$. Ces principes serviront à résoudre cette équation de la même manière que les équations aux différences ordinaires. Mais si l'on ne néglige que le rang $m + 1$, on supposera 1.° que la proposée a tous ses termes; 2.° on les

multipliera par une fonction du même ordre & du degré $m - 1$; & on supposera qu'elle est une différentielle exacte d'une fonction de l'ordre $n - 1$ & du degré m. Or cela est toujours possible; en effet, le nombre des termes dans la proposée multipliée est $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m+1}{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots\ldots m}$, le nombre des coëfficiens indéterminés du facteur est $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m}{1 \times 2 \ldots\ldots\ldots m-1}$, & celle des coëfficiens indéterminés de l'intégrale est $\frac{n+1 \ldots\ldots n+m}{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m}$; retranchant les deux derniers de la première, j'ai $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m}{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m-1}$ multiplié par $\frac{n+m+1-1}{m} - \frac{n+1}{m} = \frac{n+m+1}{m} - \frac{m-n-1}{m} = 0$; donc on n'aura plus, en comparant les coëfficiens, qu'à intégrer des équations linéaires. Si les coëfficiens de ces équations sont des constantes, ce qu'on peut toujours faire ici, on en aura très-facilement les intégrales.

Soit en effet l'équation $Ay + B\Delta y \ldots + Q\Delta^n y = 0$; je fais $y = e^{ax} Fe f x$, $ef\Delta x - 1 = 0$, & j'ai $e^{a\Delta x}$ par une équation du degré n. Soient $e^{a'}, e^{a''}, e^{a'''} \ldots$ les racines de cette équation, il est aisé de voir que la valeur générale de y sera

$$e^{\frac{a'}{\Delta x} x} Fefx + e^{\frac{a''}{\Delta x} x} Fe'fx + e^{\frac{a'''}{\Delta x} x} Fefx \ldots\ldots\ldots$$

Si $a' = a''$, au lieu du second terme, je mettrai $x' e^{\frac{a'}{\Delta x} x} F' efx$; & si $a' = a'' = a'''$, je mettrai encore au lieu du troisième terme, $x'^2 e^{\frac{a'}{\Delta x} x} Fefx$, & ainsi de suite. Cette solution est absolument pareille à celle qu'on a pour les équations aux différences infiniment petites.



RECHERCHES

RECHERCHES
SUR
QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES DES DOIGTS DANS L'HOMME.

Par M. MORAND.

ENTRE les écarts de la Nature, dans les conformations monſtrueuſes qui arrivent à l'eſpèce humaine, celles qui affectent les doigts des mains & des pieds, méritent quelque conſidération, & peuvent donner lieu à des recherches au moins intéreſſantes & peut-être utiles. Il y a de ces monſtruoſités par défaut & par excès; c'eſt de ces dernières que je me propoſe de traiter principalement.

Un ſixième doigt à une main, avec lequel naît un enfant, eſt une choſe qui arrive ſi ſouvent, que dans pluſieurs Traités d'Opérations de Chirurgie, à la ſuite de l'amputation, il y eſt fait mention de celle d'un ſixième doigt; ſur quoi il faut obſerver pluſieurs différences, dont je rapporte ici des exemples curieux.

1.° Un doigt ſurnuméraire peut être de ſymétrie avec les cinq autres (*fig. 1 & 2*); ou bien partir de la première phalange du cinquième doigt, avec deux différences encore; ſavoir, que le ſixième doigt peut faire une même continuité avec l'os de la première phalange du cinquième doigt, duquel il ſemble ſortir par une eſpèce de bifurcation (*fig. 3*), ou être ſimplement attaché à cette première phalange, par une articulation lâche entre deux ſurfaces plates (*fig. 4*).

2.° Un ſixième doigt peut avoir du mouvement ou en être privé: s'il eſt de ſymétrie avec le cinquième, & qu'il ait des mouvemens, il doit être organiſé comme les autres; c'eſt-à-dire, non-ſeulement fourni des os qui lui ſont propres, mais encore des muſcles & des tendons néceſſaires pour exécuter ſes mouvemens,

ou bien un sixième doigt est hors de rang, sans mouvemens particuliers; & alors il est formé d'une ou de plusieurs phalanges revêtues de leur périoste, & en dehors couvertes de la peau, avec une graisse presque de la consistance du suif, remplissant le vide entre les os & la peau, comme la plupart des pattes surnuméraires dans les animaux, sur-tout dans les oiseaux.

Les exemples de six doigts à chaque main (*figures précédentes*), & à chaque pied (*figures 5 & 6*), arrangés symétriquement, & jouissant des mouvemens ordinaires, sont moins communs que ceux d'un sixième doigt à une main seule, & cependant ne sont pas absolument rares. A consulter la langue Latine, il sembleroit que cette difformité auroit été originairement très-commune, ou même attachée à une espèce particulière d'hommes, puisque tous les Dictionnaires donnent le mot propre, *sedigitus*, à ceux qui en sont affectés. M. de Maupertuis a hasardé le mot françois, *sexdigitaire* & celui de *sexdigitisme*, pour signifier les familles d'hommes à six doigts. C'est cette espèce de monstruosité qui fait l'objet principal de ce Mémoire.

L'Histoire Sacrée nous en donne le premier exemple aux livres des Rois [a], dans lequel il est dit qu'il y eut une guerre à Geth, où il se trouva un homme extrêmement grand, de la race d'Arapha, qui avoit six doigts aux pieds & aux mains, c'est-à-dire, vingt-quatre en tout.

[a] *Livre II, chap. XXI.*

L'Histoire profane nous apprend qu'un Curiace d'une famille Patricienne, eut deux filles ayant cette singularité, ainsi que Volcatius, Poëte cité par Aulugelle *(a)*.

Plusieurs Auteurs de Médecine & d'Anatomie en donnent des exemples *(b)*. M. de Maupertuis, dans ses Lettres, en a cité trois *(c)*; & l'Académie en a vu trois autres dans ses assemblées, savoir, en 1743 [b], dans un petit garçon présenté par ses père & mère, de Dauphiné; en 1751 [c], un à peu près pareil; & récemment dans une fille âgée de quatorze ans, qui a six doigts

[b] *Hist. p. 60, Mém. p. 338.*
[c] *Hist. p. 77.*

(a) *Voyez* Pline, *lib. II, cap. XCIX.*

(b) *Voyez* Schenckius, Corvi, Posthius, Salmuch, Wolphius, Thomas Bartholin, &c.

(c) Tome II de ses Œuvres, *Lettre XIV.*

à la main droite & sept à la gauche *(fig. 7)*. La sœur de cette fille a une main, laquelle pour tous doigts n'a qu'un pouce. Plateus *(d)*, dans ses observations, donne l'histoire d'un enfant qui avoit vingt-cinq doigts, savoir, six à chaque main, six au pied droit & sept au gauche. Valleriola *(e)* rapporte que l'on voyoit à Arles en 1561 un jeune homme de quinze ans qui avoit six doigts à chaque main & sept à chaque pied, dont le pouce étoit double. Le Journal des Savans *(année 1696)* donne le détail d'un enfant né à Beauvais, ayant à chaque pied sept doigts bien formés, dont deux pouces joints ensemble, & les cinq autres doigts séparés; il avoit aussi sept doigts à la main gauche, dont les deux derniers joints ensemble; enfin, il avoit huit doigts à la main droite, dont le second & le troisième étoient joints ensemble, ainsi que le sixième & le septième.

J'ai fait voir à l'Académie un pied ayant huit doigts *(fig. 8)*, le second n'a que deux phalanges beaucoup plus petites que dans les autres doigts; le dernier os du métacarpe donne racine à deux doigts joints ensemble, & il est beaucoup plus gros que dans l'état naturel *(fig. 9)*.

Le monstre d'Amsterdam, décrit dans Kerkring, qui en a donné le squelette[a], avoit sept doigts à chaque main, huit au pied droit & neuf au gauche; son Observation est intitulée, *Monstrum Polydactilon*. On avoit fait subir à celui-ci une loi ancienne, qui ordonnoit d'étouffer les monstres *(f)*, car il avoit été noyé dans le fleuve Ya près d'Amsterdam, d'où il fut rapporté à M. Ruysch.

[a] *Spicilegium, Obs. XXII.*

Enfin Rueff, Chirurgien de Zurich, dans son *Traité de la Génération (g)*, fait mention d'un enfant né avec douze doigts à chaque main & à chaque pied; mais dans la figure jointe au récit, l'enfant paroît avoir deux mains accolées l'une à l'autre, deux pieds de même, & six doigts à chacune de ces parties.

(d) Felicis Plateri Observationes, lib. III.

(e) Lib. IV, Observat. Medicin. II.

(f) Tabula 4, prodigia indomitis mersa sub æquoribus. Tibull. lib. II, eleg. 2.

(g) De conceptu & generatione hominis. Lib. V, cap. III.

Je passe à l'examen des familles à vingt-quatre doigts.

En 1751, M. le Commandeur Godeheu, résidant pour lors à Malte, & Correspondant de l'Académie, lui communiqua une observation, dont il n'est fait qu'une légère mention dans l'Histoire de cette même année [a]; mais l'on n'y a rien perdu, car M. de Reaumur la publia dans son Ouvrage *sur l'art de faire éclore & d'élever des oiseaux domestiques* [b]. Cette observation est ici rendue de manière à en présenter plus exactement toutes les circonstances.

[a] Page 77.

[b] Tome II, page 377.

Gratio Kalleïa, né d'un père qui avoit sept enfans, est venu au monde avec six doigts aux mains & aux pieds; les six doigts des mains sont parfaitement bien formés, & il les remue tous avec une égale facilité; ceux des pieds forment ensemble une espèce de couronne qui les rend difformes; marié à vingt-deux ans, Gratio a eu quatre enfans, dont trois garçons, Salvator, George, André; & une fille, Marie.

Salvator, l'aîné de tous, est né comme son père, avec six doigts aux mains & aux pieds; les mains n'ont pas une aussi belle forme que celles de son père, mais les doigts des pieds sont bien arrangés.

George, second fils de Gratio, est né ayant cinq doigts aux mains & aux pieds, avec quelques difformités aux pouces des mains & aux deux premiers doigts du pied gauche.

André, troisième fils de Gratio, est né bien conformé.

Marie est née avec cinq doigts aux pieds & aux mains, mais ayant aux pouces des mains la même difformité que George.

Je passe aux petits enfans, ou de la troisième génération.

Salvator, marié à l'âge de dix-neuf ans, avoit eu trois garçons & une fille, dont deux garçons & la fille avoient six doigts aux mains & aux pieds.

George a eu trois filles & un garçon; la première & la seconde des filles ont chacune six doigts aux mains & aux pieds; la troisième qui a la même chose aux deux mains & à un pied, n'a que cinq doigts à l'autre; le garçon est dans l'état naturel. Les enfans de George qui ont six doigts, sont pour ainsi dire estropiés; à peine peuvent-ils se servir de leurs mains pour faire quelque

travail; l'un de ces enfans a deux doigs sans ongles, un autre en a deux crochus & presqu'immobiles.

André, troisième fils de Gratio, né bien conformé, a fait plusieurs enfans qui sont de même.

Marie, née dans l'état naturel, à un peu de difformités près dans les pouces des deux mains, a eu deux filles & deux garçons, dont un a six doigts à un pied.

On voit dans l'histoire de la race de Gratio, une propagation bien sensible des six doigts contre l'ordre naturel; avec cette circonstance remarquable, qu'un des pères qui en étoit affecté, l'a communiquée à plusieurs des siens; un autre, né dans l'état naturel, a eu plusieurs enfans à six doigts; un troisième bien conformé a eu plusieurs enfans qui l'étoient de même; mais il en résulte toujours que Gratio, chef de la race, a transmis cette monstruosité dans sa famille.

A la fin de la relation de M. le Commandeur Godeheu; lorsqu'il en fit part à M. de Reaumur, il espéroit suivre ce phénomène; la fille de Salvator avoit alors quatorze ans, & peut-être que son mariage auroit pu fournir quelques évènemens remarquables. Voilà donc cette monstruosité propagée par les pères.

A peu près dans le même temps où l'histoire de Gratio fut imprimée, M. de Maupertuis publia celle d'une famille où la même conformation avoit été transmise par les mères *(h)*; je vais en donner le précis.

Élisabeth Horstmann, de Rostoch en Allemagne, étoit née avec six doigts à chaque main & à chaque pied; elle eut une fille conformée de même; celle-ci eut de Jean-Christian Rhue huit enfans, dont quatre apportèrent au monde cette singularité, & quatre n'avoient rien d'extraordinaire.

Entre les quatre enfans à vingt-quatre doigts, étoit Jacob Rhue, Chirurgien, que M. de Maupertuis avoit vu à Berlin; celui-ci épousa une fille bien conformée, qui lui donna six enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; l'un d'eux, Jacob

(h) Œuvres de M. de Maupertuis, *tome II, page 275.*

Erneſt avoit ſix doigts au pied gauche, cinq au droit, à la main droite un ſixième doigt qu'on lui a coupé, & à la main gauche une verrue à la place qu'auroit occupé un ſixième doigt.

Cette généalogie & celle de Kalleia établiſſent également la propagation des ſix doigts par les pères & les mères; & il en réſulte de plus qu'elle s'altère par l'alliance avec des ſujets bien conformés; d'où M. de Maupertuis conclut que par ces alliances répétées, elle doit vraiſemblablement s'éteindre; mais il n'auroit pas dû ſe refuſer à une concluſion fort différente par un effet contraire; c'eſt qu'il eſt probable moralement, & preſque certain phyſiquement, que cette monſtruoſité pourroit fort bien ſe perpétuer par des alliances de pères & de mères qui en ſeroient entichés. Les ſuperfluités peuvent être héréditaires comme les mutilations, & cette conjecture eſt fortifiée par ce que rapportent pluſieurs Naturaliſtes *(i)*, qu'il y a une montagne dans l'Inde dont les habitans ont huit doigts à chaque pied, ce qui doit naturellement donner lieu à la queſtion; ſavoir, ſi dans la crainte d'établir une nouvelle eſpèce d'hommes, il ne ſeroit pas convenable de s'oppoſer aux mariages entre garçons & filles à ſix doigts. D'après Gratio Kalleia & Eliſabeth Horſtmann, j'ai embarraſſé pluſieurs Juriſconſultes, qui n'ont point encore répondu à ma queſtion.

Entre les exemples précédens, j'ai annoncé un jeune homme, vu par l'Académie en 1754; il eſt mort à Paris âgé d'environ dix-huit ans: il m'a été permis d'examiner le ſujet, & l'on verra dans la ſuite de ce Mémoire, par rapport aux différentes opinions ſur la formation des monſtres de cette eſpèce, de quelle importance étoit la diſſection de ſes pieds & de ſes mains; voici l'hiſtoire de ce jeune homme.

Gerard, ſon père, eſt né bien conformé, ainſi que ſa mère; ils ont eu huit enfans, dont deux mâles ſont nés avec ſix doigts à chaque main & à chaque pied; le cadet n'a vécu que quinze jours; l'aîné, dont il eſt queſtion, avoit à la main gauche un ſixième doigt, faiſant ſymétrie avec les autres, ſoutenu par un

(i) Wottoni, *de differentiis animalium, fol.* 50. Pline, *cap.* 11. Solin, *Poly hiſt. pag.* 299.

os surnuméraire du métacarpe, ayant trois phalanges comme les autres doigts, dont la seconde & la troisième fort courtes, le quatrième os de la première du carpe plus large que dans l'état naturel, & présentant deux facettes pour fournir aux articulations du cinquième & du sixième doigt.

Les intervalles des cinq os du métacarpe étoient occupés par les muscles interosseux, dont cinq externes & quatre internes; par conséquent deux de plus que dans l'ordre naturel. Le cinquième & le sixième doigt recevoient de l'extenseur commun des tendons propres pour leur extension particulière. L'abducteur, le court fléchisseur & le métacarpien, muscles appartenans en propre dans l'ordre naturel au cinquième doigt, étoient transmis au sixième; celui-ci ne recevoit point de tendons du sublime, mais un du profond, détaché de celui qui se portoit au cinquième doigt.

A la main droite, il n'y a que quatre os du métacarpe à l'ordinaire; le quatrième, vu par sa face externe, est beaucoup plus gros & plus large que dans l'ordre naturel, bombé en dehors du côté du doigt annulaire, & creusé de l'autre, présentant une facette pour recevoir le sixième doigt surnuméraire; celui-ci est absolument hors de rang, beaucoup plus petit & plus court que le sixième doigt de la main gauche, composé cependant de trois phalanges, dont la seconde & la troisième très-petites, & celle-ci couverte en entier par un ongle.

Quant aux muscles, l'extenseur commun donnoit un petit tendon au sixième doigt, qui avoit aussi un abducteur propre; le cinquième doigt n'avoit point d'extenseur particulier. Des fléchisseurs, le sublime donnoit à l'ordinaire un tendon à chacun des doigts *index*, *medius* & *annularis*, point au cinquième, & un très-petit au sixième. Le profond fournissoit ses quatre tendons, & de celui qui se portoit au cinquième doigt, part de côté un petit tendon qui, perçant le sublime du sixième, s'attache à l'ordinaire. Les interosseux & les lombricaux sont dans l'état naturel.

Les deux pieds, très-bien formés, ont les os du tarse comme ils doivent être, excepté que le quatrième est beaucoup plus large du côté du métatarse, pour soutenir le quatrième os, & un cinquième très-large qui donne naissance à ceux du cinquième

& du ſixième doigt, & celui-ci beaucoup plus fort que l'autre.

Quant aux muſcles, ils ſont les mêmes aux deux pieds; le long extenſeur des orteils donne un tendon propre au ſixième doigt, & le court ne lui en fournit pas; le long fléchiſſeur donne ſes quatre tendons à l'ordinaire, & n'en donne point au ſixième doigt; le court a ſes quatre tendons ſelon l'ordre naturel, & un de plus pour le ſixième doigt: les deux tendons propres au cinquième vont au ſixième; les interoſſeux ſont à l'ordinaire; & il n'y a en tout que deux lombricaux, l'un pour le ſecond doigt, un autre pour le quatrième.

Cette deſcription manifeſte une organiſation telle que dans les pieds & les mains de Gerard, elle ne faiſoit, contre l'état naturel, que leur donner un peu plus de largeur ſans difformité; mais ce qui mérite d'être obſervé dans la main gauche, c'eſt un ſixième doigt bien fait, qui ne bleſſe point ou preſque point l'exacte ſymétrie, & qui eſt fourni des organes néceſſaires pour faire les fonctions dont les autres doigts ſont capables. Voyons les inductions que l'on peut en tirer, par rapport à la formation des monſtres de cette eſpèce.

Quelles qu'aient été les variétés qu'ils ont pu préſenter, ſoit dans l'homme, ſoit dans les animaux, les Phyſiciens n'ont pu admettre, pour les expliquer, que deux hypothèſes raiſonnables; ſavoir, celle des œufs ou germes naturellement & primitivement monſtrueux, & celle de la confuſion accidentelle de pluſieurs germes dans le ſein de la mère.

L'Académie s'eſt occupée en différens temps de cette matière; en 1702, première époque, M. Méry fit voir deux petites chattes jointes enſemble depuis la tête juſqu'au nombril, ce qu'il explique par la rencontre fortuite de deux œufs, ou ſi l'on veut de deux petits fœtus, dans leur première formation, qui s'étoient attachés & collés l'un à l'autre *: *c'eſt*, dit M. Méry, *par le haſard de la rencontre des fœtus & de certaines directions de vaiſſeaux plus ou moins favorables aux cours des liqueurs, que celles-ci quittent de certains chemins, & en ſuivent d'autres; au moyen de quoi il y a des parties qui périſſent dans l'un des fœtus, & d'autres ſont conſervées doubles.*

* *Année 1702, Hiſt. p. 28.*

En

En 1706, M. du Verney donna l'anatomie de deux enfans mâles, joints ensemble par la partie inférieure du ventre; la structure intérieure des viscères de ce monstre étoit aussi extraordinaire que leur figure extérieure étoit différente de celle des autres hommes. Après un assez grand détail anatomique, M. du Verney dit que *l'inspection de ce monstre fait voir la richesse de la mécanique du Créateur, au moins autant que les productions les plus réglées* [a].

Jusque-là on voit que les raisonnemens sur la formation des monstres, se réduisent à peu de chose. Ce fut en 1724 qu'elle commença à être traitée en grand par M. Lémery, à l'occasion d'un enfant à deux têtes, dont il tâche d'expliquer la formation par l'union de deux œufs & la confusion des deux germes dans le sein de la mère [b], en excluant absolument toute conformation monstrueuse d'origine. Il trouva dans M. Winslow un adversaire qui en rapportant des exemples de monstres plus bizarres les uns que les autres, faisoit sentir toute la force des difficultés qui se rencontrent dans le système de la confusion des germes. Ce combat physique ne finit qu'à la mort de M. Lémery en 1743; jusque-là il avoit donné sur cette matière huit Mémoires, & M. Winslow cinq. De tous les exemples cités par M. Winslow, pour réfuter le système de la confusion des germes, il n'en trouva point de plus frappant que celui de Gérard, que j'ai montré à l'Académie; & il est vrai de dire que si c'est une pierre d'achoppement pour cette hypothèse, c'est en même temps un argument victorieux en faveur des germes originairement monstrueux. En effet la main gauche de Gérard n'a point du tout l'air d'une main contre nature; *non-seulement* il remuoit ses six doigts avec la même facilité que nous remuons les nôtres, mais étant très-jeune, il serroit également avec cette main ce qu'on lui donnoit à saisir. Dès-lors il étoit facile de conclure que le sixième doigt avoit les parties propres à exécuter les mouvemens des cinq autres; mais aujourd'hui l'Anatomie les développe à nos yeux, & au lieu d'une main monstrueuse, nous voyons une main organisée comme la nôtre & mieux que la nôtre pour le violon, suivant les connoisseurs: car ils s'accordent à dire qu'il y auroit des avantages à tirer d'un

[a] *Mém. Acad. année 1706, p. 431.*

[b] *Mém. Acad. p. 44.*

ſixième doigt à la main gauche, comme de pouvoir jouir de la demi-poſition ſur toutes les cordes ſans démancher, former les dixièmes ſans extenſion & avec plus de juſteſſe, avoir moins de ſautillement ſur le manche, & plus de facilité pour le renverſement des accords. J'aurois cru que cette organiſation particulière auroit pu fournir auſſi quelqu'avantage pour la harpe, mais les Muſiciens m'ont dit le contraire.

Quelques ſingularités que paroiſſent préſenter les différens phénomènes détaillés dans ce Mémoire, elles ſont naturellement expliquées par le principe des œufs originairement monſtrueux; & je ne doute pas que M. Lémery n'eût été ébranlé dans ſon opinion, s'il avoit pu jouir du ſpectacle préſenté à l'Académie. Lorſqu'on lit ſes Mémoires, l'on eſt étonné du travail qu'ils ont dû lui coûter pour ſoutenir cette opinion; il a la patience, en donnant l'anatomie des parties doubles intérieures des monſtres, d'ajuſter enſemble des morceaux de deux veſſies, des bouts de différens boyaux, &c. de deux germes confondus, pour ne faire qu'un ſeul individu & choſes ſemblables: il me ſemble voir un Phyſicien de beaucoup d'eſprit cependant, tel qu'étoit M. Lémery, vouloir faire dans ſon cabinet avec des pièces de rapport, quelque choſe qu'on appellera *un monſtre*, ou ſi l'on veut, écraſer deux bonnes montres l'une contre l'autre pour en faire une troiſième qui ira fort mal.

Au ſurplus, ceux qui ont ſoutenu cette hypothèſe, n'ont point tenu un langage uniforme; & je conçois qu'ils ont dû être embarraſſés par les cas particuliers qu'ils ont rencontrés & auxquels ils n'ont pu appliquer leur opinion avec avantage. M. Lémery lui-même paroît avoir éprouvé cet embarras; car il y a des cas où il aime mieux dire que c'eſt une maladie organique qui porte des atteintes plus ou moins fortes à la ſanté, même à la vie.

M. Bonnet, Correſpondant de l'Académie, qui ſoutient l'opinion de M. Lémery, & qui ſe ſert de l'hiſtoire de Gratio, tâche d'expliquer la formation des monſtres par l'*évolution irrégulière des molécules organiques*. Ce ſont ſes termes, & il ne me rend pas la choſe plus claire; je mets preſque dans la même cathégorie les molécules organiques & les formes plaſtiques d'Ariſtote. M. Bonnet

avance *(k)* que *les parties excédantes ne sauroient être conformées extérieurement & intérieurement d'une manière précisément semblable à celle dont sont conformées les parties qui se développent dans l'ordre naturel; celles-là doivent différer de celles-ci par des caractères plus ou moins marqués, & la dissection nous donneroit ces caractères; mais nous n'avons point,* dit M. Bonnet, *la dissection des mains & des pieds de Gratio, ni de ses enfans, &c.* Elle vient donc d'être faite, cette dissection tant desirée, en la personne de Gérard, conformé comme Gratio, & l'Académie en jouit aujourd'hui; je crois que c'est la première qui aura été publiée, & je ne serois pas étonné que d'après le détail que j'en ai donné, M. Bonnet vînt à adopter l'opinion des monstres originairement monstrueux.

M. de Buffon a sur cette matière un sentiment à lui dans son grand Ouvrage sur l'Histoire naturelle *(l)*; il explique la symétrie des parties doubles, telles que les mains & les pieds, en disant *qu'elles tirent leur origine des parties simples; qu'il doit résider dans ces parties simples une force qui pousse toujours également les parties doubles de chaque côté de leur base commune, en sorte que le défaut ou l'excès se doit trouver à gauche comme à droite. Par exemple,* ajoute M. de Buffon, *si par un défaut de matière organique, un homme n'a que deux doigts au lieu de cinq à la main droite, il n'aura que deux doigts à la gauche; ou bien, si par un excès de matière organique, il a six doigts à l'une des mains, il aura de même six doigts à l'autre; c'est aussi ce qui arrive assez souvent. La plupart des monstres le sont avec symétrie; le dérangement des parties,* dit encore M. de Buffon, *paroît s'être fait avec ordre, & l'on voit par les erreurs même de la Nature, qu'elle se méprend toujours le moins qu'il est possible.*

Cette explication tout-à-fait ingénieuse semble donner raison de la loi générale dans la formation des parties doubles naturelles, telles que les mains & les pieds; on pourra même, si l'on veut, l'étendre jusqu'au cas dont il est ici question, mais elle ne feroit

(k) Considérations sur les corps organisés, *tome II, page 314.*

(l) Histoire générale des Animaux, *tome II, chap. XI, page 371.*

que servir de preuve au sentiment de quelques Auteurs, savoir, qu'un enfant à six doigts n'est pas un monstre. Ce sentiment semble autorisé par la Loi des douze Tables, qui prononce *(m)* que *le part n'est point réputé monstrueux pour présenter quelque différence avec la figure humaine, si cette différence ne fait qu'augmenter les fonctions des membres naturels, comme dans les enfans à six doigts.* Mais la mauvaise conformation des doigts, sur-tout par excès, a présenté tant de variétés extraordinaires, que le système de la confusion des germes n'y peut tenir; les difficultés contre cette opinion ne font qu'augmenter, lorsque le nombre des doigts surnuméraires est porté au-delà de vingt-quatre, & j'en ai cité des exemples.

Comment expliquer tous les cas énumérés dans ce Mémoire, par l'hypothèse de M. Lémery qui exclut positivement celle des œufs originairement monstrueux? de combien de germes faudroit-il être pourvu pour en tirer tant de doigts & les assortir à un seul tronc? *Il faut*, dit élégamment M. de Mairan, *dévorer bien des prodiges, lorsqu'on dit du bout des lèvres que la formation des monstres peut être expliquée par la confusion des germes* *.

* *Hist. Acad. année 1742.*

Dans cette dispute entre M.rs Lémery & Winslow, sur une matière purement physique dont j'ai donné le précis, les deux antagonistes y avoient fait entrer du métaphysique & même de la morale: pour moi je pense que c'est rendre hommage à la sagesse & à la toute-puissance du Créateur, que d'adopter les deux systèmes pour expliquer d'une manière raisonnable ces différens phénomènes. M. Winslow avoit embrassé cette conclusion dans son dernier Mémoire, & le célèbre M. Haller dans son Traité *de Monstris*, s'y étoit rendu, *après avoir examiné*, dit-il, *environ cinq cents relations de ces conformations monstrueuses.*

Il me reste à considérer les opérations que la Chirurgie propose pour ôter un sixième doigt difforme ou incommode. On ne peut manquer d'être surpris quand on lit dans les ouvrages de Platerus, célèbre Professeur à Bâle *(n)*, que pour ôter un

(m) Lex. duodecim Tabularum. Tab. 4. *de jure patrio, &c.*

(n) Plateri Observationum mantissa, 1680.

ſixième doigt de la main, il avoit commencé par lier fortement ce doigt ſurnuméraire avec du crin de cheval, dans l'endroit où il falloit le ſéparer du cinquième doigt; qu'il avoit enſuite porté le feu avec le cautère potentiel où la ſéparation projetée avoit été marquée par la ligature; qu'il avoit renouvelé l'uſtion quatre fois; que tout cela fait, il avoit enfin coupé le doigt avec un fer bien tranchant, & que l'endroit où l'amputation avoit été faite, étoit reſtée fort unie. Voilà ce que l'on peut appeler faire une grande dépenſe d'imagination pour mettre un malade à la torture.

Effectivement il n'y a rien de plus ſimple que cette opération. Il faut ſe rappeler ce que j'ai dit au commencement de ce Mémoire, qu'un ſixième doigt peut être diſpoſé de deux façons; ou bien il a une articulation particulière avec le cinquième doigt, ou bien l'os qui entre dans ſa compoſition fait une même continuité, tantôt avec l'os du métacarpe qui ſoutient le cinquième doigt, tantôt & le plus ſouvent avec l'os de la première phalange de celui-ci.

Si le ſixième doigt a une articulation différente de la naturelle, il eſt d'autant plus facile à couper dans cette articulation, qu'elle eſt toujours à facette très-plate: je l'ai fait à une petite fille de quatre ans, qui fut guérie en très-peu de temps.

Si l'os de la première phalange du ſixième doigt part de côté d'un autre os du cinquième doigt, il faut le ſcier dans l'endroit de la bifurcation; cette opération eſt d'auſſi peu de conſéquence que la précédente, elle ſera ſeulement un peu plus longue à guérir.

Je finirai ce Mémoire en réſumant les différences dont on voit des exemples dans ces conformations monſtrueuſes des doigts, & j'en connois de quatre eſpèces.

Un ſixième doigt peut être ſi bien organiſé de tous points, qu'il paroît ne rien préſenter de différent des autres: on en voit un exemple dans la main gauche de Gérard.

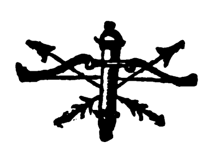
Un ſixième doigt peut partir de la première phalange du cinquième, avec lequel il eſt joint par une articulation lâche & une ſurface plate; on en voit un exemple dans la main droite du même ſujet.

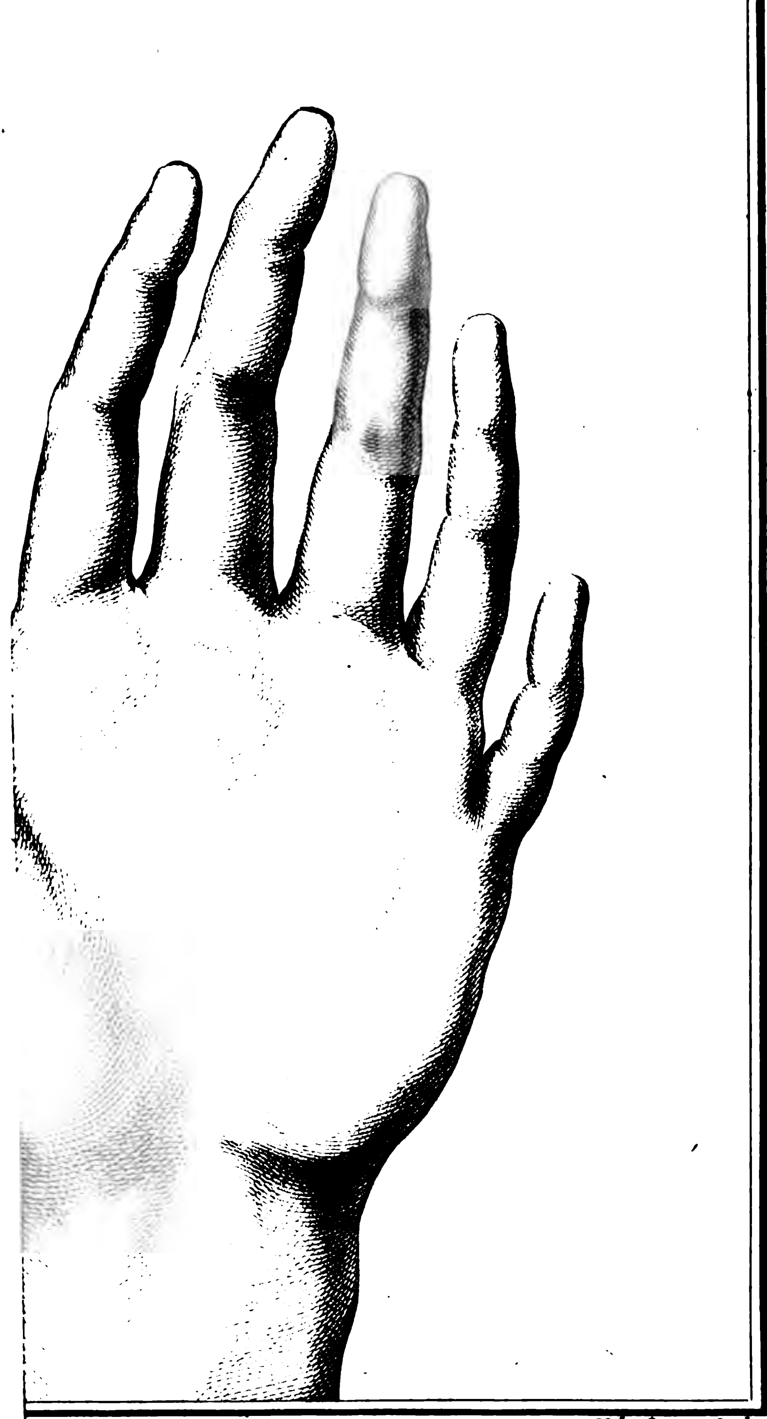
Un ſixième doigt peut être produit par une bifurcation de l'os

du métacarpe du cinquième, j'en ai fait voir de pareils à l'Académie; enfin je connois une autre singularité dans une Dame, dont la troisième phalange du pouce de la main est, comme disent les Latins, *bifida*, chaque portion ayant un os & un ongle particuliers: cette Dame est mère de la petite fille à qui j'ai coupé un sixième doigt.

Les recherches que j'ai faites sur cette matière, m'en ont procuré quelques autres purement curieuses, par lesquelles je finis ce Mémoire.

Dans un grand tableau de la Cène, par Léonard de Vinci, que l'on voit dans le réfectoire des Dominicains à Milan, il y a un Apôtre qui a six doigts à une main; on dit qu'il y en a une copie en petit à Luzarches. Je connois dans le réfectoire d'une grande abbaye un tableau représentant la Pentecôte, dans lequel on voit un Apôtre prosterné la face contre terre, appuyé sur les coudes, les deux mains levées & jointes ensemble exactement par les doigts. L'Apôtre est dans une position telle qu'on peut aisément compter les doigts, & l'on en compte douze bien prononcés, par une distraction du Peintre qui a laissé aux curieux le soin de s'en apercevoir: je n'en fais mention que pour dire qu'occupé de mon objet, j'ai saisi tout ce qui pouvoit y avoir rapport.

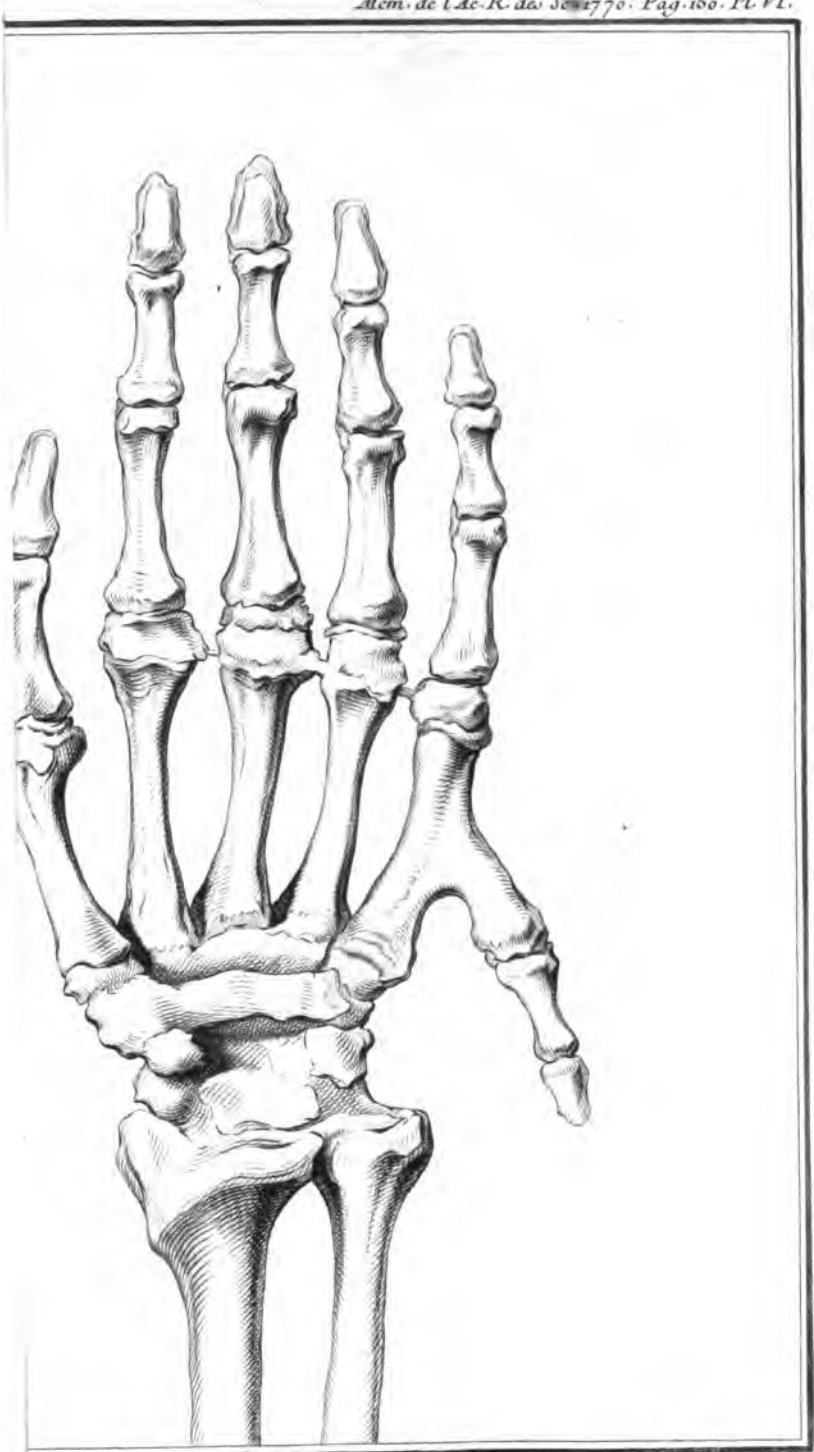




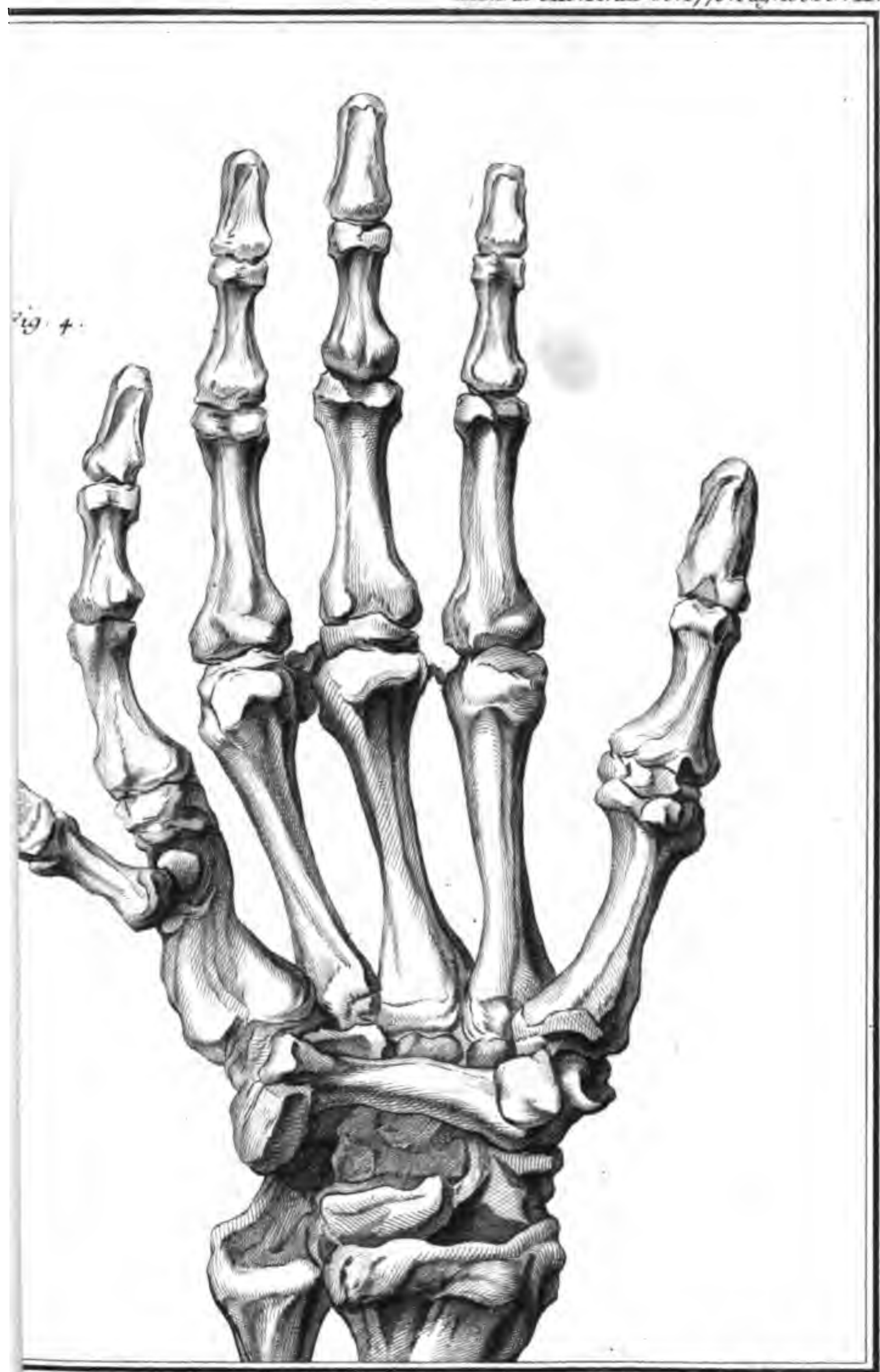
Y. le Gouaz Sculp.



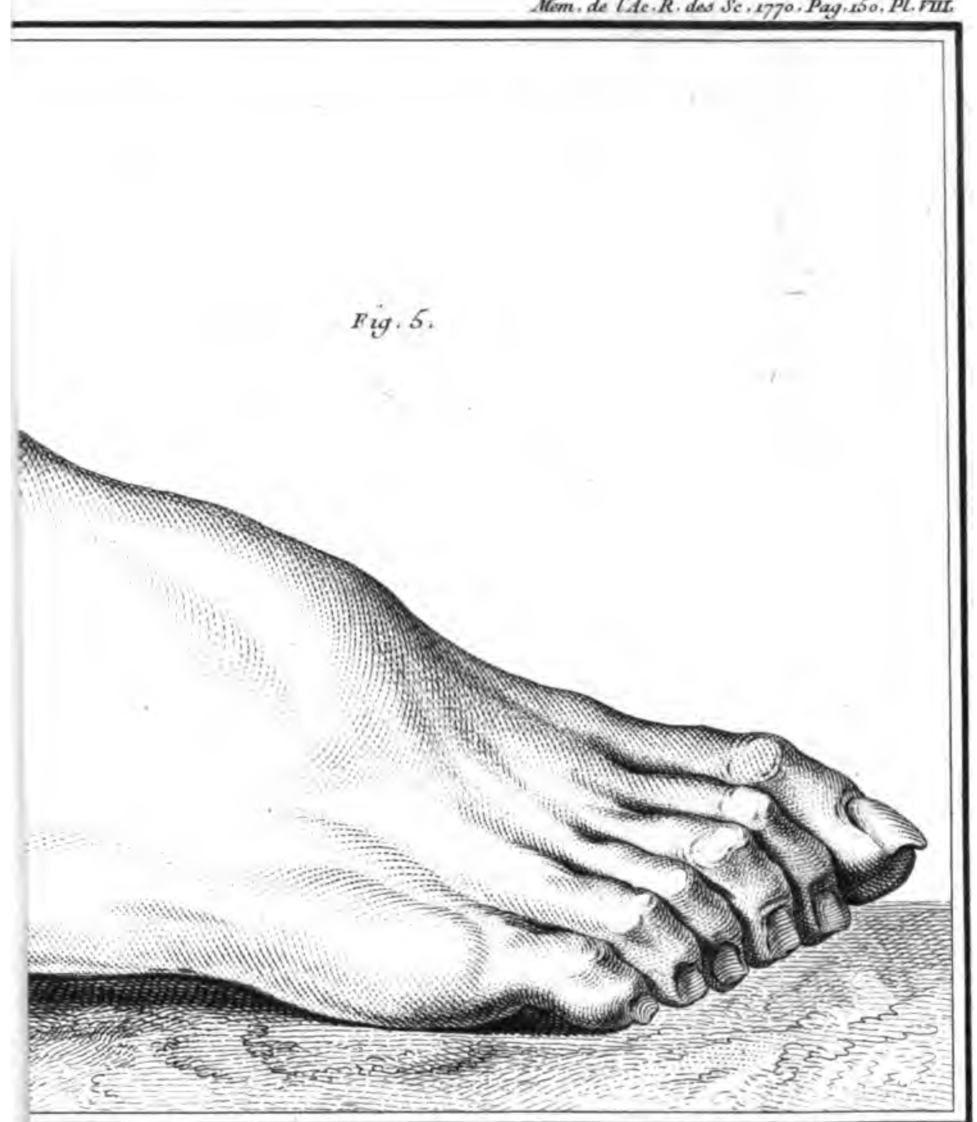
Y. le Gouaz Sc



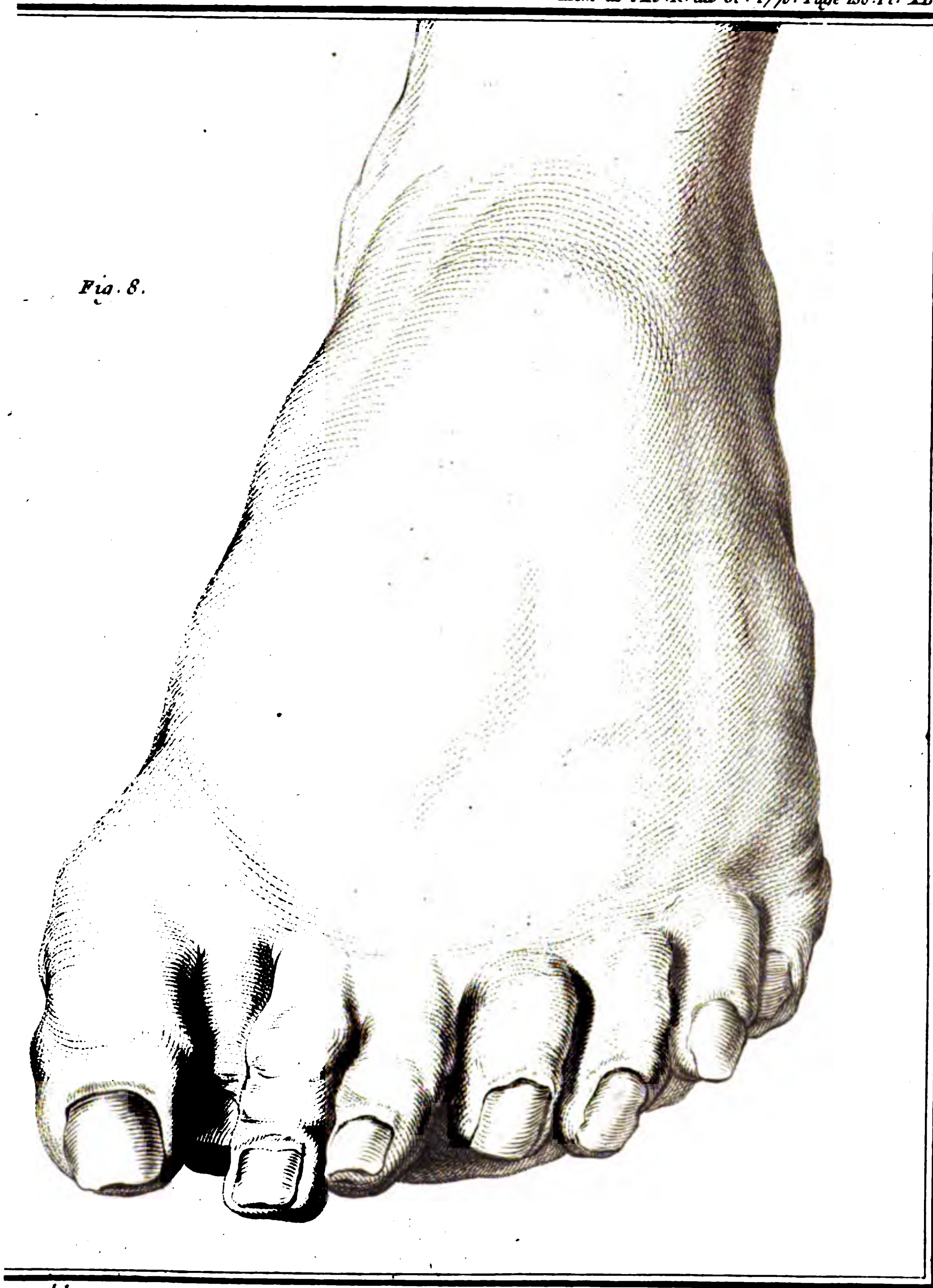
Y. le Gouaz Sculp.



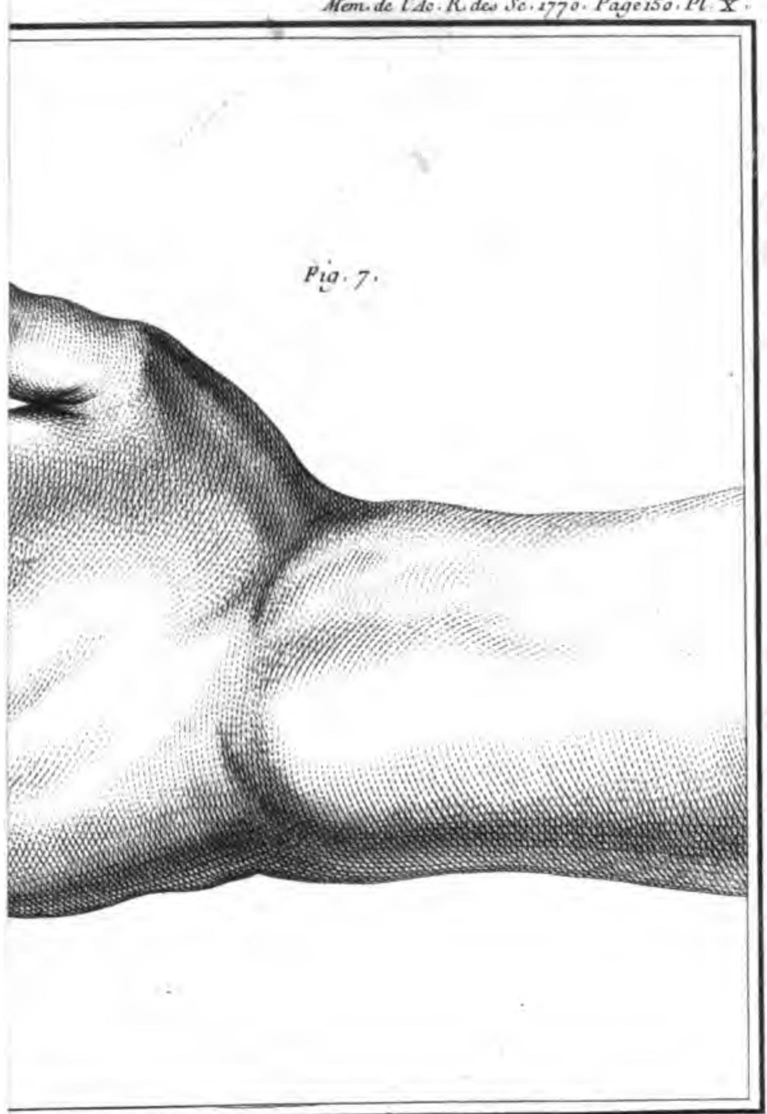
V. le Gouaz Sculp.



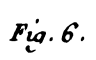
Y. le Gouaz Sculp.

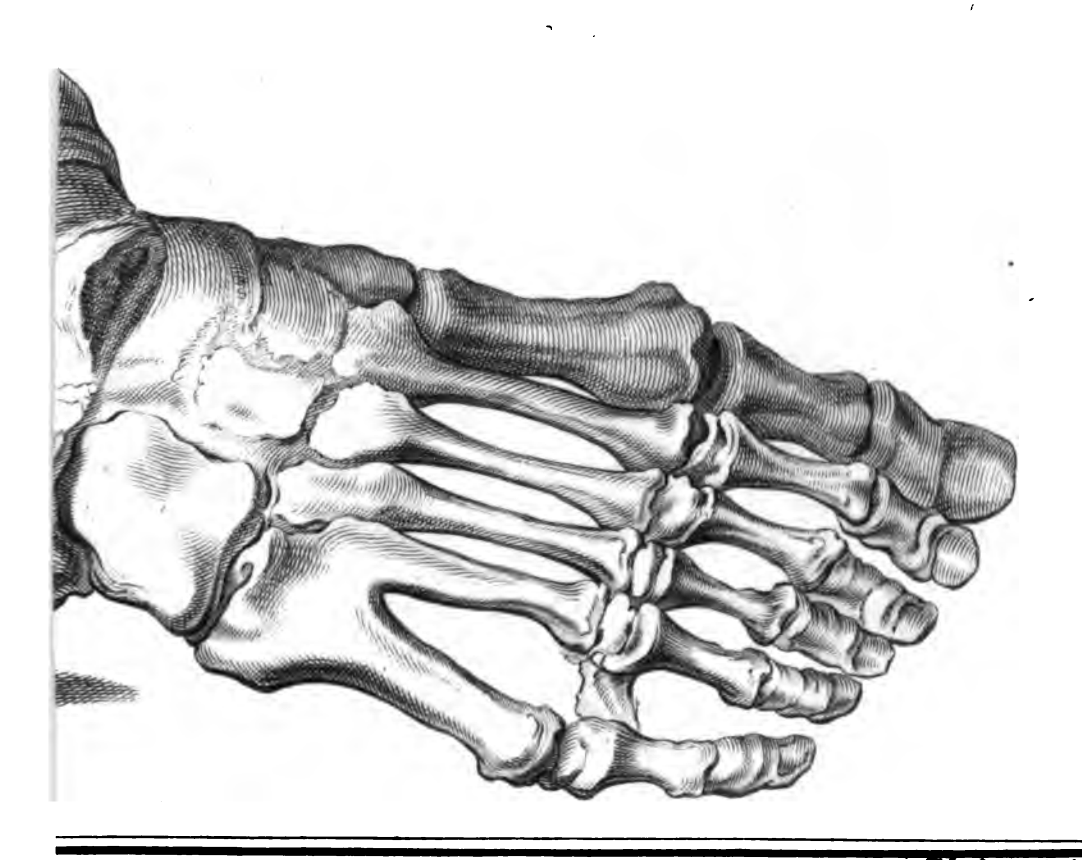


ram del. Y. le Gouaz Sculp.

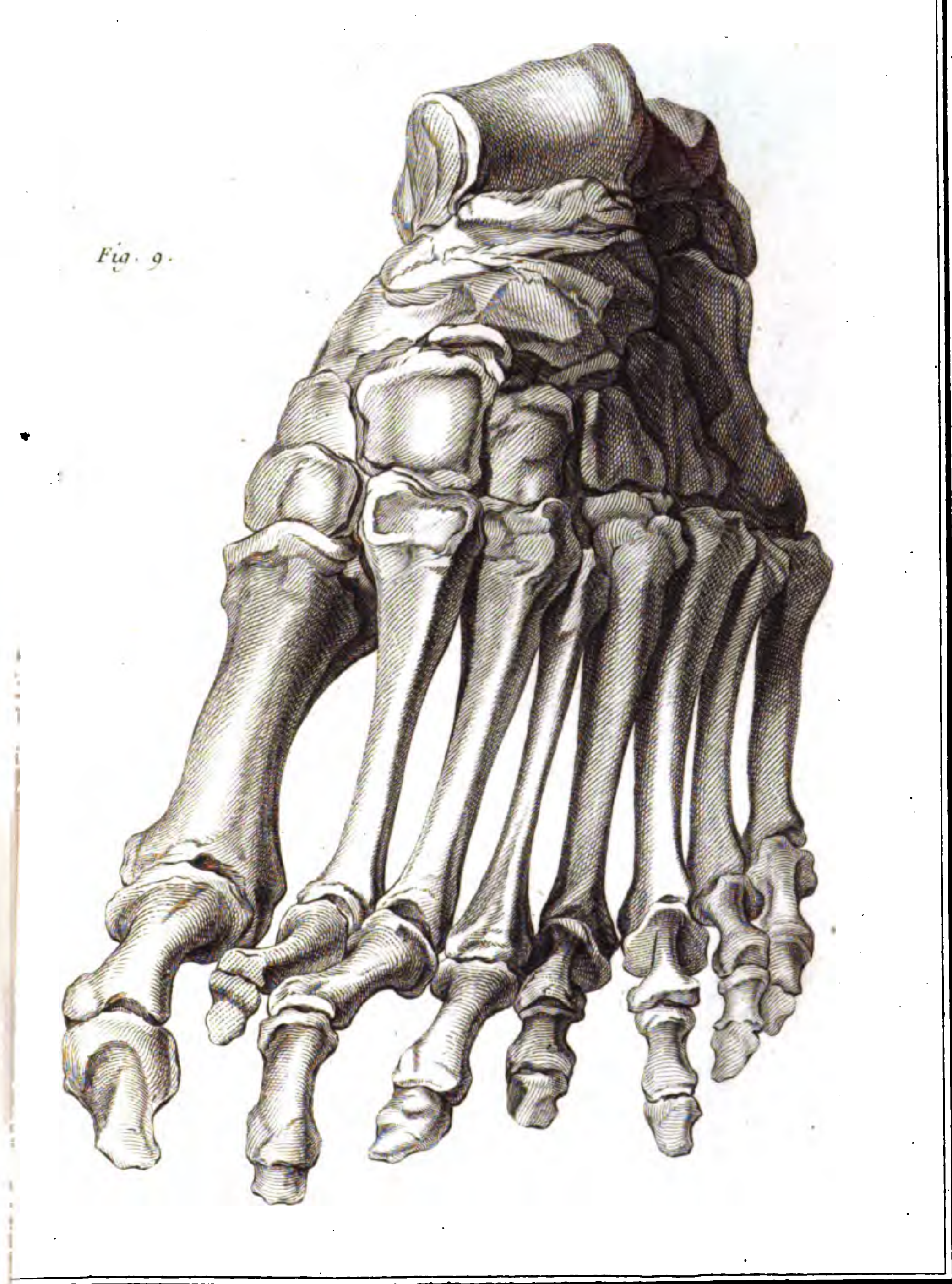


Y. le Gouaz Sculp.





Y. le Gouaz Sculp.



del. Y. le Gouaz Sculp.

MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

CE Mémoire aura la même division que le précédent, & j'y traiterai des différences partielles, comme dans l'autre j'ai traité des différences finies; mais son objet est bien plus important, soit par les difficultés qui sont bien plus grandes, soit par l'importance dont ces équations sont pour traiter avec précision la théorie des fluides, & beaucoup d'autres questions de la Philosophie naturelle.

NOTIONS préliminaires.

1.° Dans les équations aux différences ordinaires, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle est de la forme

$$d^n Z + A d^n Z + B d^{n-2} Z \ldots + PZ = 0;$$

par conséquent on peut lui supposer une intégrale de l'ordre $n - 1$; en effet, comparant terme à terme la proposée avec une formule

$$d \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B d^{n-3} Z \ldots + P'Z) +$$
$$Q \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B' d^{n-3} Z \ldots + P'Z) = 0,$$

il se trouve qu'il y a dans la formule autant de coëfficiens à déterminer, que d'équations de comparaison; il n'en est pas de même des équations aux différences partielles; en effet, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle peut être de la forme

$$d^n Z + A \partial d^{n-1} Z + A' \partial^2 d^{n-2} Z + A'' \partial^3 d^{n-3} Z \ldots$$
$$+ A_{,} \partial^n Z + B d^{n-1} Z + B' \partial d^{n-2} Z + B'' \partial^2 d^{n-3} Z \ldots$$
$$+ B_{,} \partial^{n-1} Z \ldots\ldots\ldots + PZ = 0;$$

lui supposant une intégrale de l'ordre $n - 1$, elle seroit de la forme

$$d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}d^{n-1}Z + bd^{n-2}Z + b'\partial d^{n-3}Z \ldots + b_{,}\partial^{n-2}Z \ldots + P'Z = 0$$

& par conſéquent il faudroit que comparant terme à terme on pût comparer la forme de la propoſée à

$$d \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z)$$
$$+ q \times \partial (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z)$$
$$+ q' \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z) = 0;$$

mais ici le nombre des coëfficiens indéterminés eſt $\frac{\overline{n+1} \times n}{1 \times 2} + 1$, & celui des équations de comparaiſon eſt $\frac{\overline{n+2} \times \overline{n+1}}{1 \times 2} - 1$, & par conſéquent plus grand de $n - 1$. On ne peut donc pas ſuppoſer à toutes les équations poſſibles aux différences partielles une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.

2.° Dans toute la ſuite de ce Mémoire, dz & ∂z déſigneront ou deux différences partielles de z, dont une par rapport à x, l'autre par rapport à y, ou bien dz ſera une différentielle totale, & ∂z une difference partielle. Juſqu'ici l'une ou l'autre hypothèſe donne le même réſultat, mais lorſqu'il en ſera autrement, j'aurai ſoin d'avertir de celle dont il ſera queſtion.

3.° Si on a une équation différentielle qui ne contienne que des différences dz, ∂z & leurs différences par rapport à d, juſqu'à $d^n z$, $\partial d^{n-1} z$, on ne pourra point ſuppoſer qu'elle ſoit intégrable par rapport à d, juſqu'à une équation du premier ordre; en effet, la propoſée étant de la forme

$$d^n Z + A\partial d^{n-1}Z + Bd^{n-1}Z + B'\partial d^{n-2}Z \ldots + PZ;$$

on ne peut lui ſuppoſer pour intégrale en général une équation de la forme

$$d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + bd^{n-2}Z \ldots + P'Z = 0;$$

parce que comparant terme à terme les deux formules $d^n Z + A\partial d^{n-1}Z \ldots + P$, & $d \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z \ldots + P'Z) + q \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z \ldots \ldots + P'Z) = 0$, il ne ſe trouve dans la ſeconde que $2n - 1$ coëfficiens indéterminés, & $2n$ équations; on ne peut non plus lui ſuppoſer pour intégrale une fonction de l'ordre $n - 1$, qui ne contienne

que

que des différences par rapport à d; en effet, le nombre des équations est toujours $2n$, & celui des fonctions indéterminées n'est que $n + 1$. Si une équation proposée ne contient que des différences de z, par rapport aux caractéristiques d & ∂, sans en contenir, par rapport aux deux caractéristiques à la fois, comme sont ∂dz, $\partial^2 dz$, &c. on trouvera, par la même méthode, que le nombre des coëfficiens de la formule

$$d^n Z + A d^{n-1} Z + B d^{n-2} Z \ldots\ldots + A' \partial^n Z + B' \partial^{n-1} Z + C' \partial^{n-2} Z \ldots + PZ = 0,$$

est $2n + 1$; qu'il y a par conséquent $2n + 1$ équations de comparaison pour que cette proposée puisse être comparée à la formule

$$d^n Z + a d^{n-1} Z + b d^{n-2} Z \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + PZ + q (\partial^{n-1} Z + a' \partial^{n-1} Z + b' \partial^{n-2} z \ldots P'Z) = 0,$$

& que cette formule contenant également $2n + 1$ coëfficiens indéterminés; cette comparaison est toujours possible.

4.° Dans les équations que nous avons considérées (*n.° 1*) le nombre des équations qui, par leur comparaison ont pu produire la proposée, étant égal à celui des différences de l'intégrale z, plus elle-même est ici $\frac{n + 2 \times n + 1}{1 \quad 2}$, & par conséquent le nombre des fonctions transcendantes ou arbitraires constantes que les différentiations ont pu faire disparoître est $\frac{n + 2 \times n + 1}{1 \quad 2} - 1$. Dans les équations aux différences ordinaires, on ne peut faire évanouir que des arbitraires constantes, parce que chaque équation y étant toujours successivement comparée avec sa différentielle, & l'une contenant nécessairement une différence plus élevée de toutes les fonctions qui entrent dans l'autre, il est impossible, par leur comparaison, de faire évanouir aucune de ces fonctions. Par la même raison, les fonctions arbitraires ne peuvent s'évanouir dans les équations aux différences partielles, que par la comparaison d'équations du même ordre, & par conséquent le nombre n'en peut être plus grand que n; en effet, on peut supposer que toutes disparoissent par la comparaison de $n + 1$, équations de l'ordre n; & si on suppose qu'il y eut eu m que la comparaison

de $m + 1$ équations de l'ordre $m < n$ eût fait évanouir, il est aisé de voir que si l'on veut que ces fonctions ne paroissent plus dans les équations des ordres supérieurs, il faut regarder toutes ces équations comme produites par la seule équation de l'ordre m, qui ne contient aucune des m fonctions arbitraires; ainsi, par la même raison que ci-dessus, elles ne pourront faire disparoître que $n - m$, fonctions arbitraires. Si une des différences d est totale, & que l'autre seulement soit partielle, le nombre des fonctions arbitraires ne pourra être plus grand que l'exposant de l'ordre des ∂ dans la proposée.

Soit F une fonction arbitraire de φ, & F' une fonction arbitraire de φ', une première différentiation aux différences partielles nous donnera trois équations & quatre inconnues; & deux différentiations nous donneront six équations & six inconnues, à cause de $\frac{ddF}{d\varphi^2}$ & $\frac{ddF'}{d\varphi'^2}$ qu'elles contiennent; donc en général, on ne peut point supposer que les deux différentiations aient fait disparoître les deux fonctions, à moins que l'on n'ait dans l'intégrale, avant les différentiations $F' + F$, sans que F s'y trouve d'ailleurs ou qu'il entre dans $d\varphi'$. Si on différentie trois fois, on aura huit quantités à éliminer & dix équations: ainsi en général, on peut toujours dans ce cas éliminer deux F; mais s'il y a trois fonctions, on voit qu'il y aura douze quantités à éliminer; & qu'ainsi, au lieu de trois fonctions en général pour le troisième ordre, on ne peut supposer que trois fonctions avec deux conditions, comme d'avoir dans l'intégrale $F + F' + F''$. Cependant toute équation aux différences partielles du troisième ordre, qui ne contiendroit que deux F, ne seroit formée que par la comparaison de neuf équations au lieu de dix; & il y auroit toujours une équation plus élevée, mais qui ne contiendroit pas de différences ∂, au-dessus du second ordre qui auroit la même intégrale que la proposée. Ainsi généralement l'intégrale d'une équation du troisième ordre, qui en a une complette, doit contenir trois fonctions arbitraires, mais ces fonctions ne peuvent y entrer d'une manière quelconque.

5.° J'ai supposé que l'évanouissement de ces fonctions étoit

successif, plusieurs cependant peuvent s'évanouir à la fois; mais si d est une différence totale, il faudra toujours trois équations pour en faire disparoître deux, & ainsi de suite: si d & ∂ sont tous deux des différences partielles, il faudra par conséquent pour la même chose deux équations dont l'ordre, par rapport à d ou ∂, diffère de deux & trois unités, ce qui revient au même: les n, fonctions arbitraires, seront telles que la seconde pourra renfermer la première, la troisième, les deux premières, la n^e, les $n - 1$ autres.

La manière dont j'avois autrefois considéré ces équations & leur formation, n'étoit pas générale; aussi la méthode que j'en avois déduite, ne s'applique-t-elle qu'aux équations qui ont des intégrales successives, & par conséquenr il y a des cas où elle ne donne que des solutions incomplettes.

6.° Si l'on a $n + 1$, équations de l'ordre, n contenant n, fonctions arbitraires qui ne contiennent pas de différences, il est aisé de voir qu'éliminant $n - 1$ différences partielles, à l'aide de $n + 1$ équations, & différentiant, par rapport à une seule caractéristique, pour éliminer toutes celles qui appartiennent à l'autre caractéristique, on trouvera que l'élimination étant faite, l'équation sera, par rapport à la caractéristique qui reste de l'ordre $\frac{\overline{n+1} \times n}{2}$; que par conséquent étant intégrée, comme une équation ordinaire, elle donnera $\frac{\overline{n+1} \times n}{2}$ constantes arbitraires; ce qui joint aux n, fonctions arbitraires qui y étoient déjà, donnera le nombre de $\frac{n^2 + 3n}{2}$ arbitraires qui doivent y être en tout: on suppose ici que la caractéristique qui reste, est une différence totale, sans cela il faudroit intégrer par rapport à la seule différentielle partielle qui resteroit; mais les fonctions arbitraires qui naîtroient de cette intégration, seroient déterminées dans l'intégrale de la proposée. Si la proposée est telle qu'elle ne contienne que $2n$ arbitraires différentes, la même chose aura lieu, mais les arbitraires se combineront alors les unes avec les autres, & se réduiront à $2n$; si, au lieu de $n + 1$, équations de

l'odre n, on en avoit m avec les mêmes conditions $m > n + 1$, on aura de même une équation différentielle ordinaire, mais d'un ordre moindre que $\frac{n^2 + n}{2}$, & toujours tel que le nombre des arbitraires, soit égal à $\frac{n^2 + 3n}{2}$.

7.° Si j'appelle F une fonction arbitraire de φ, elle ne peut disparoître que parce que dans la proposée il n'y a que des termes $\frac{dF}{\partial F} = \frac{d\varphi}{\partial \varphi}$; mais dans les termes de la proposée qui contiennent F, au lieu de puissances de F, il peut aussi entrer des différences de F indéfiniment, ou même des fonctions de F & φ indéterminées ou données par des équations différentielles, mais à une seule caractéristique: en effet, quelle que soit une équation en A & F, dès qu'on sait que A doit être fonction de F, on peut faire disparoître les différences partielles, mais ce cas se réduit toujours à celui des différences indéfinies de F. En effet, toute autre supposition qui ne pourroit point s'y rappeler, mèneroit à avoir dans l'intégrale un nombre de constantes arbitraires plus grand qu'il ne doit être; & lorsqu'on doit avoir A en F par une équation différentielle, il arrive, ou qu'on peut avoir une autre fonction B de F, telle que F & A soient des fonctions de B de ses différences & de φ, ou que les arbitraires qui entreroient dans l'intégrale de l'équation se confondent avec les arbitraires de l'intégrale de la proposée. Si la fonction qui disparoît est $\frac{d^n F}{\partial^n F} = \frac{d\varphi^n}{\partial \varphi^n}$, il est aisé de voir que φ peut également être φ', pourvu que $\frac{d\varphi'^n}{\partial \varphi'} = \frac{d\varphi^n}{\partial \varphi}$; ce qui, outre $\frac{d\varphi'}{\partial \varphi'} = \frac{d\varphi}{\partial \varphi}$; donne $\frac{d\varphi'}{\partial \varphi'} = \frac{a\,d\varphi}{\partial \varphi}$, a étant les racines de l'équation $a^n - 1 = 0$; & au lieu de $F\varphi$, il est évident qu'on pourra mettre $F\varphi + F'\varphi' + F''\varphi''$, &c. le nombre de ces équations étant n; si c'est $\frac{d^n F}{d\varphi^n} + \frac{A d^{n-1} F}{d\varphi^{n-1}} \ldots\ldots + \frac{P dF}{d\varphi}$ qui disparoît, $d^n F$ étant ici la différence de la fonction divisée

par $d\varphi$ à chaque différentiation, l'intégrale pourra contenir $F + \frac{A'dF}{d\varphi} + \frac{B'd^2F}{d\varphi^2} \ldots\ldots$

8.° Si j'ai deux fonctions F' & F dont F' contienne F, on pourra faire disparoître F' avant F, & φ' dont F' est fonction sera tel que $d\varphi'$ ne contiendra point de différences de F plus élevées que celles qui se trouvent dans les équations en F sans F'.

9.° Le nombre des arbitraires constantes ne pouvant être plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \quad 2}$ si $a\varphi^{a'} + b\varphi^{b'} + c\varphi^{c'}$, &c. le nombre des termes étant plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \times 2}$ entre dans l'intégrale avec ses puissances, ses différences, &c. on en pourra conclure que $F\varphi$ entre aussi dans l'intégrale, & en augmentant le nombre des termes, on en déduira la manière dont $F\varphi$ s'y trouve.

10.° Si on connoît une solution d'une équation proposée aux différences partielles, & qu'on veuille savoir si elle est complette on pourra employer les deux manières suivantes; 1.° par les séries, on supposera que l'intégrale de la proposée est une série indéfinie; on déterminera les coëfficiens de chaque rang, le nombre des coëfficiens qui resteront indéterminés dans chaque rang, quelque loin qu'on pousse la suite, déterminera le nombre des fonctions arbitraires, & il suffira de pousser cette détermination au-delà du $(n + 1)^e$ rang. Connoissant donc le nombre des fonctions arbitraires que doit avoir la solution, & celui des mêmes fonctions qu'a celle qui a été trouvée; on jugera si elle est complette ou incomplette. 2.° On prendra, dans la solution donnée que je suppose finie, n fonctions arbitraires; on les fera disparoître l'une après l'autre par des différentiations successives, si la solution donnée à $m < n$ de ces fonctions, on n'en prendra que $n - m$ nouvelles; on parviendra par-là à une équation qui contiendra ∂^n, dont on connoit la solution complette, & qui a, avec la proposée, une solution commune; donc si la solution commune est complette pour la proposée, substituant

dans la nouvelle équation la valeur de ∂^n priſe de la propoſée, il en réſultera une équation identique; donc, &c.

11.° On pourra, dans la ſubſtitution d'une ſérie de l'ordre $n - 1$ dans une propoſée de l'ordre n, ſavoir ſi elle admet une, deux, $n - 1$ ou n ſolutions de cet ordre, & même ſi ces ſolutions ſont dans le cas où la méthode que j'ai propoſée dans la préface de mes Eſſais, donne la ſolution complette; or, par des différentiations ſucceſſives & indéfinies, par rapport à la ſeule différence d ſuppoſée totale, on peut toujours amener une propoſée à être de cette forme, & ſi l'on avoit un moyen de connoître pour chaque équation particulière, juſqu'à quel ordre il faut pouſſer cette différentiation, on pourroit employer pour toutes les équations cette méthode particulière.

12.° En général, comme nous l'avons déjà obſervé (*n.° 7*), les fonctions de chaque fonction arbitraire qui ſe trouvent dans une équation intégrale finie, qui en contient n, & dont la différence ſans arbitraires eſt de l'ordre n, ne peuvent qu'être données par des équations aux différences ordinaires; de même la fonction dont la plus élevée d'elles eſt fonction arbitraire, peut être donnée par une équation qui ne contienne que ∂^{n-1}, & la dernière par une équation aux différences ordinaires.

13.° Si l'on veut, dans une équation propoſée aux différences partielles, ſubſtituer d'autres variables, on s'y prendra de la manière ſuivante. 1.° Si on ne veut que mettre au lieu de x & y, deux autres variables x' & y'; ſoit x & y donnés en x' & y', on aura $dx = A dx' + B dy'$, $dy = A' dx' + B' dy'$; donc, à cauſe de $\frac{dz}{dx} dx + \frac{dz}{dy} dy = \frac{dz}{dx'} dx' + \frac{dz}{dy'} dy'$, on aura $\frac{dz}{dx'} = \frac{dzA}{dx} + \frac{dzA'}{dy}$ & $\frac{dz}{dy'} = \frac{Bdz}{dx} + \frac{B'dz}{dy}$; on pourra donc, par ce moyen, faire diſparoître les $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$; les autres quantités n'ont aucune difficulté. 2.° Si on veut au lieu de z ſubſtituer auſſi une autre variable z', on aura d'abord, par la ſuppoſition,

$$dx = A\,dx' + B\,dy' + C\,dz',$$
$$dy = A'dx' + B'dy' + C'dz',$$
$$dz = A''dx' + B''dy' + C''dz';$$

par conſéquent

$$A'' + C''\frac{dz'}{dx'} = \left(A + C\frac{dz'}{dx'}\right)\frac{dz}{dx} + \left(A' + C'\frac{dz'}{dx'}\right)\frac{dz}{dy},$$
$$B'' + C''\frac{dz'}{dy'} = \left(B + C\frac{dz'}{dy'}\right)\frac{dz}{dx} + \left(B' + C'\frac{dz'}{dy'}\right)\frac{dz}{dy};$$

ce qui donne le moyen de faire diſparoître $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, & le reſte n'a plus de difficulté. En effet, les $\frac{ddz}{dx^2}$, &c. diſparoîtront à cauſe de $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dx}dx + \frac{d\frac{dz}{dx}}{dy}dy = \frac{d\frac{dz}{dx}}{dx'}dx' + \frac{d\frac{dz}{dx}}{dy'}dy'$ où l'on connoît $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dx'}$, $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dy'}$ par ce qui précède, & les valeurs de dx & dy, en x', y', z', dy', dx', $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$ . . . 3.° Si au lieu de x, y, z, qu'on ſuppoſe donnés par une équation finie, on les avoit par une équation différentielle, la transformation ſe fera de même en regardant les A, B, C, comme connues, & mettant enſuite en leur place leurs valeurs telles qu'elles ſe déduiſent des équations différentielles en x, y, z, x', y', z'; d'où on auroit fait diſparoître x, y, z, par le moyen des trois équations ci-deſſus.

14.° Si la propoſée contenoit u, x, y, z, dz, ∂z, $\partial' z$, c'eſt-à-dire, trois différences partielles, le nombre des équations employées à la produire, pour un ordre n, ſera $\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3}$; le nombre des équations du même ordre n, qui ſeront comparées entr'elles, ſera $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2}$; d'où il ſuit qu'il pourra y avoir $\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3} - 1$ conſtantes arbitraires ou tranſcen-

dantes, & $\frac{\overline{n+1} \times \overline{n+2}}{1 \times 2} - 1$ fonctions arbitraires. Mais il est aisé de voir que soit $F\varphi, \varphi'$ une fonction arbitraire de φ & de φ' qui sont des fonctions déterminées de x, y, u, z, on aura en différentiant trois fois, $\frac{dF}{d\varphi}\, d\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, d\varphi'$ dans la première équation, $\frac{dF}{d\varphi}\, \partial\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, \partial\varphi'$ dans la seconde, $\frac{dF}{d\varphi}\, \partial'\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, \partial'\varphi'$ dans la troisième, les $\frac{dF}{d\varphi}$ $\frac{dF}{d\varphi'}$ n'étant donnés entre eux par aucune équation. On pourra donc les faire disparoître à l'aide des trois différences de l'intégrale proposée, & cette intégrale ne pourra point contenir de ces fonctions au-delà du nombre de n, comme l'intégrale des équations aux différences partielles contient des autres fonctions arbitraires, & comme les équations aux différences ordinaires contiennent les arbitraires constantes & les coëfficiens qui contiennent les arbitraires, au lieu d'être donnés par des équations aux différences ordinaires, le pourront être par des équations à deux différences partielles, comme on peut s'en assurer en faisant un raisonnement semblable à celui du *n.° 7*.

ARTICLE I.

Des Équations de condition.

1.° Soit une équation aux différences partielles de l'ordre n; selon les réflexions précédentes *(numéro 1.er)* si je suppose que Z en soit l'intégrale, la proposée pourra être supposée de la forme

$$d^n Z + A d^{n-1} \partial Z + B d^{n-2} \partial^2 Z \ldots\ldots + P \partial^n Z$$
$$+ A' d^{n-1} Z + B' d^{n-2} \partial Z \ldots\ldots\ldots + P' \partial^{n-1} Z$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ QZ = 0.$$

Je suppose qu'il y ait une fonction semblable de l'ordre $n - 1$; qui ait lieu en même temps que la proposée, & que je la différentie par rapport à la caractéristique d, il est clair que cette fonction

fonction a $\frac{n \times n + 1}{1 \times 2} - 1$ coëfficiens indéterminés, & qu'elle ne contient pas $\partial^n z$ dans sa différence prise par rapport à d; d'où il suit que comparant terme à terme, cette différence avec la proposée qui doit avoir lieu en même temps, il restera une fonction qu'on pourra supposer de la forme.............. $A_{,}\partial^n Z + B_{,}\partial^{n-1} Z \ldots + P_{,}Z$ & qui sera égale à zéro en même temps que la proposée.

2.° Cela posé, soit donnée une équation aux différences partielles, qui contienne x, y, z & z', & les différences de z & z' prises par rapport à x & par rapport à y; je la suppose multipliée par un facteur A, & qu'elle soit devenue la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre moindre d'une unité différentiée seulement par rapport à la caractéristique d qui exprime la différence totale; on prendra donc la proposée multipliée par A, on la différentiera par rapport à toutes les quantités ou différences qui y entrent, avec une troisième caractéristique. On différentiera de même la fonction de l'ordre $n - 1$ que j'appelle B, & comparant terme à terme, on trouvera

1.° $\frac{dAV}{dx} - d \times \frac{dAV}{d^2x} + d^2 \frac{dAV}{d^3x} \ldots = 0.$

2.° $\frac{dAV}{dy} - d \times \frac{dAV}{ddy} + d^2 \frac{dAV}{d^3y} \ldots = 0.$

& la fonction

$$+ \frac{dAV}{dz} - d\frac{dAV}{ddz} + d^2\frac{dAV}{d^3z} \ldots \delta z$$
$$+ \frac{dAV}{d\partial z} - d\frac{dAV}{d^2\partial z} + d^2\frac{dAV}{d^3\partial z} \ldots \partial\delta z$$
$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z} - d\frac{dAV}{d^2\partial^2 z} + d^2\frac{dAV}{d^3\partial^2 z} \ldots \partial^2\delta z$$

....

$$+ \frac{dAV}{dz'} - d\frac{dAV}{ddz} + d^2\frac{dAV}{d^3z} \ldots \delta z'$$
$$+ \frac{dAV}{d\partial z'} - d\frac{dAV}{d^2\partial z'} + d^2\frac{dAV}{d^3\partial z'} \ldots \partial\delta z'$$
$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z'} - d\frac{dAV}{d^2\partial^2 z'} + d^2\frac{dAV}{d^2\partial^2 z'} \ldots \partial^2\delta z$$

qui doit être nulle en même temps que la proposée ; & de plus, devenir une différentielle exacte par rapport à ∂, étant multipliée par A', ce qui donne trois équations de conditions faciles à déduire de la formule précédente. Il y aura donc en tout cinq équations de conditions qui, toutes devront être nulles lorsque $V = 0$ & A' dans le même cas ne devant pas être infinis, il n'y aura plus de différences de A ou A', hors dA, ∂A, &c. dA', $\partial A'$, &c. en regardant comme nuls les termes multipliés par V & ses différences. Faisant donc disparoître A & A', on aura trois équations de conditions qui, lorsque la proposée sera possible, auront lieu & seront identiques en y faisant $V = 0$.

3.° Soit B la fonction de l'ordre $n - 1$ qu'on suppose avoir lieu en même temps que $AV = 0$, faisant $B = 0$, on aura, pour la possibilité de B, des équations semblables à celles qu'on avoit en V; or, on aura, nommant V' la valeur connue de dB,

$$\frac{dB}{dx} = \frac{dV'}{ddx} - d \times \frac{dV'}{dddx} + d^2 \times \frac{dV'}{d^4x} \dots\dots\dots$$

$$\frac{dB}{dx\,dx} = \frac{dV'}{dx\,d^2x} - d \times \frac{dV'}{dx\,d^3x} \dots\dots$$ & ainsi de suite pour $\frac{dB}{dz}$, &c. $\frac{dB}{dz'}$, &c. $\frac{dB}{dy}$, &c. Donc mettant ces valeurs pour les différences partielles de B, on aura des nouvelles équations de condition qui ne contiendront que des différences des facteurs prises par rapport à d & à ∂, & ainsi de suite; on aura donc, quel que soit l'ordre de l'équation, les équations de condition qui doivent être identiques, ou avoir lieu en même temps que la proposée lorsque celle-ci est possible; au lieu de supposer d une différence totale, on la pourroit supposer prise seulement par rapport à x & ∂, prise par rapport à y; il y auroit alors cette différence que l'équation de condition pour y, devroit contenir A & A': cette seconde manière est même plus régulière que l'autre.

REMARQUE I.

1.° Si l'équation proposée est telle qu'elle ne contienne que des termes $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$; $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{dz'}{dy}$, alors les différences

ſupérieures de x & de y pourront être ſuppoſées ne point entrer dans la propoſée, & par conſéquent les deux premières équations de condition ſeront ſuperflues.

2.° Si dans ce cas la propoſée ne contient que x, y, z, il n'y aura point de condition, & elle ſera toujours poſſible.

REMARQUE II.

Si l'on avoit une équation qui contînt des différences partielles de z & z' par rapport à x, à y & à u, on ſuivra la même méthode que ci-deſſus; & on aura, 1.° trois équations de conditions par rapport à x, y, u; 2.° une fonction qui devra être intégrable par rapport à la différence ∂ & à la troiſième différence ∂'; on la traitera par conſéquent comme ci-deſſus, & on aura enfin une fonction qui devra être intégrable par rapport à ∂' ſeulement; ce qui donnera une équation de condition pour chaque z & z', & par conſéquent ſept équations de condition & trois facteurs; ce qui, après les avoir éliminés, donnera quatre équations de condition.

REMARQUE III.

Si on peut mettre une équation propoſée qui contient x, y, z, dz & ∂z, &c. ſous la forme

$$\frac{Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \ldots\ldots + P}{A'd^n z + B'\partial d^{n-1} z \ldots\ldots + P'} = \frac{Q \times (Ad^{n-1}\partial z + B\partial d^{n-2} z \ldots + R)}{A'\partial d^{n-1} z + B'\partial d^{n-2} z \ldots + R'}$$

& que l'on ait

$$S' \times (Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \ldots + P) + S(A'd^n z + B'd^{n-1}\partial z + P')$$

une différentielle exacte par rapport à d, & que

$$S'Q(A\partial d^{n-1} z + B\partial^2 d^{n-2} z \ldots + R) + S(A'd^{n-1}\partial z + Bd^{n-1}\partial^2 z + R');$$

ſoit une différentielle exacte de la même intégrale, mais par rapport à ∂ la propoſée aura une intégrale de l'ordre $n - 1$, qui la pourra produire par une double différentiation, & ſi $S(A'd^n z + B'd^{n-1}\partial z \ldots\ldots + P')$ eſt une différentielle exacte par rapport à d & $S(A'd^{n-1}\partial z \ldots + \ldots R')$ par rapport à ∂, la propoſée ſera toujours intégrable en général, par la méthode que j'ai donnée ailleurs. Or, puiſque S & S' ſont ici

des fonctions de l'ordre $n - 1$, & que les conditions ci-dessus doivent donner des équations identiques, on pourra toujours les éliminer & avoir en général des équations de condition, qui serviront à distinguer pour chaque équation proposée, si elle est susceptible ou non d'être résolue par cette méthode.

Remarque IV.

On auroit pu résoudre le Problème général ci-dessus par une méthode semblable à celle que M. Euler a employée dans ses Institutions pour les équations ordinaires à trois variables. En effet, soit 1.° une équation aux différences partielles entre z, x, y, si elle a une intégrale finie, il faut que $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz}{dx}$ soient des fonctions finies de x, y, z, ainsi que $\frac{ddz}{dx^2}$ $\frac{ddz}{dy\,dx}$, &c. Donc, après avoir fait entrer dans la proposée tous les dz, $d^2 z$, &c. qui peuvent s'y trouver; on y regardera les autres fonctions comme des fonctions de x, y, z, & on prendra les équations de condition dans cette hypothèse, pour que AV soit différentielle exacte. Les équations seront au nombre de trois; la première contiendra $\frac{dAV}{dx}$; la seconde, $\frac{dAV}{dy}$; & la troisième, $\frac{dAV}{dz}$; les autres termes ne contiennent point de différences partielles des $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, &c. les trois premiers termes développés seront

$$\frac{d\,(AV)}{dx} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dx}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dx}}{dx} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dy}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dy}}{dx}, \text{ \&c.}$$

$$\frac{d\,(AV)}{dy} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dx}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dx}}{dy} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dy}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dy}}{dy}, \text{ \&c.}$$

$$\frac{d\,(AV)}{dz} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dx}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dx}}{dz} + \frac{d\,(AV)}{dx \times \frac{dz}{dy}} \frac{\frac{d\,(dz)}{dy}}{dz}, \text{ \&c.}$$

Multipliant donc ces équations par dx, dy & dz, la première par dx, & la troisième par ∂z, différence de z par rapport à x, puis ajoutant les produits, ces termes deviennent dans la première équation

$$\frac{d(AV)}{dx}dx + \frac{d(AV)}{dy}dy + \frac{d(AV)}{dz}dz + \frac{d(AV)}{d\frac{dz}{dx}}d\frac{dz}{dx} + \frac{d(AV)}{dx\frac{dz}{dy}}d\frac{dz}{dy}, \&c.$$

& dans la seconde,

$$\frac{d(AV)}{dx}dx + \frac{d(AV)}{dx}\partial z + \frac{d(AV)}{dx\frac{dz}{dx}}\partial \times \frac{dz}{dx};$$

j'aurai donc deux équations d'où j'éliminerai A, & qui me donneront une équation de condition. Les équations suivantes, pour que B soit possible, n'ont aucune difficulté, parce qu'elles ne contiennent pas de différences partielles des $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dxdy}$, &c.

2.° Si la proposée étoit entre x, y, z & u, & qu'elle contînt $\frac{dz}{du}$, la même méthode serviroit, & on n'auroit aucune nouvelle difficulté; mais si elle contenoit z', $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{ddz'}{dx^2}$, $\frac{ddz'}{dydx}$, &c. alors on remarqueroit que $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{ddz'}{dxdy}$, &c. sont fonctions de y, x, z, z' & $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dydx}$, &c. mais avec cette condition que si leurs valeurs étoient substituées dans AV, $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dxdy}$, &c. ne s'y trouveroient plus, ce qui donne $\frac{d(AV)}{d\frac{dz}{dx}} = \frac{d(AV)}{d\frac{dz'}{dx}} \frac{d\frac{dz'}{dx}}{\frac{dz'}{dx}}$ & ainsi de suite; & on trouvera des équations semblables à celles pour *trois* variables, dont on tirera deux équations de condition comme ci-dessus. On aura les autres en remarquant que si l'on fait pour z les mêmes suppositions que pour z', les équations de condition que donnent ces suppositions doivent également avoir lieu; enfin on pourra faire $dz + Adx + Bdy + Cdz' = 0$;

mettre dans la propoſée pour les différences partielles de z les valeurs que donne cette équation, & ſuppoſer que le reſte eſt une équation intégrable par rapport à une ſeule caractériſtique & qui ne contienne plus de différence partielle de z; cela donnera les équations, qui avec celle qu'on a entre A, B, C, ſeront les conditions cherchées.

REMARQUE V.

Si toutes les équations de condition, pour que la propoſée ait une intégrale finie, ſe trouvent être identiques ou avoir lieu en même temps que $V = 0$, cette équation aura une ſolution complette, c'eſt-à-dire, qu'elle contiendra autant de conſtantes arbitraires ou de fonctions arbitraires qu'en peut contenir une équation du même ordre & de cette même forme; ſi au contraire les équations de condition conduiſent à des équations moins étendues que $V = 0$, qui ſoient nulles en même temps que $V = 0$ & que ces équations de condition, l'intégrale finie de la propoſée ſera la même que celle de ces équations, & ce ſera elle qu'il faudra intégrer: il ſuit de-là qu'une équation aux différences partielles, qui admet une ſolution complette, contient néceſſairement des fonctions arbitraires, ſans quoi la comparaiſon avec des équations de condition, conduiroit à une équation aux différences ordinaires, qui auroit la même intégrale.

REMARQUE VI.

La ſuppoſition de $V = 0$, que je fais toujours, eſt légitime; mais on peut s'en paſſer ici, comme pour les différences finies; en effet, il n'y a qu'à comparer $A\delta V$ avec $\delta \Delta B$, ou δdB, au lieu de comparer AV avec ΔB ou dB, & on aura les mêmes équations de condition ſans faire $V = 0$; mais alors de ce qu'on aura A par des équations qui ne contiendront pas de différences partielles de A; on ne conclura pas que l'on peut en tirer des valeurs de A, parce que la valeur de A, ainſi trouvée, eſt égale ſeulement à ſa vraie valeur où l'on auroit fait $V = 0$, & non indépendamment de cette hypothèſe, puiſqu'on peut ajouter

à volonté à AdV une fonction quelconque, pourvu qu'elle soit nulle en faisant $V = 0$.

ARTICLE II.

Des Équations de maximum.

M. de la Grange a résolu un Problème particulier de ce genre dans le second volume des *Mémoires de Turin*, & M. le Chevalier de Borda en a donné la solution pour une formule très-générale *. On pourroit la trouver également par les principes de M. de la Grange. Je me propose ici de les appliquer au Problème le plus général qu'on se puisse proposer sur cette matière.

PROBLEME.

Soit une équation entre z', z, x, y, *& qu'elle contienne des différences partielles de* z' *&* z ; *on demande les équations de condition, pour que* z' *soit un* maximum.

Je suppose que la différence d soit par rapport à y seulement, & ∂ par rapport à x; que $\int$ soit le signe d'intégration répondant à d, & Σ le signe d'intégration répondant à ∂. Cela posé, soit $V = 0$, je la différentie par rapport à une caractéristique δ, j'ai $\delta V = 0$; je multiplie successivement cette équation & les intégrales qui en naissent par des facteurs A, A', A'', &c. & je parviens à une équation qui ne contient plus que des $\delta z'$, δz, $\partial\delta z$, &c. les intégrales étant prises par rapport à d, je multiplie ensuite cette nouvelle équation & ses intégrales prises par rapport à ∂ par B, B', B'', &c. & je parviens à n'avoir plus que $\delta z'$, δz, δy, δx, dans le terme qui contient $\delta z'$, on fera égale à zéro successivement chaque fonction qui sera sous un double signe d'intégration; dans le terme en δz, on ne fera égal à zéro que le coëfficient

* M. Monge, Professeur de Mathématiques à Mézières, vient d'en donner de générales pour tous les cas où l'on a la quantité qui doit devenir un *maximum* égal à une fonction donnée des quantités dont elle dépend, de quelque manière que les deux signes d'intégration entrent dans cette fonction.

de δz, en réduisant la fonction à la forme $\int \Sigma \Pi' \delta z$ par un moyen semblable à celui qu'on emploie pour les différences ordinaires, & en mettant les termes $\Sigma P \int Q \delta z$ sous la forme $\Sigma \int R \delta z$; la première classe d'équation donnera le moyen d'éliminer les A & les B, l'autre équation donnera celle qui doit avoir lieu entre les variables. On auroit de même une autre équation en égalant à zéro le coëfficient de δx, & une pour celui de δy, si l'équation proposée étoit de nature à l'exiger.

Voy. le Mémoire de M. Monge.

REMARQUE I.

On voit aisément ce qu'il faudroit faire si l'équation proposée, outre les variables & les différences ci-dessus, contenoit encore u & une troisième différence partielle, ou si elle contenoit z'' & seulement ses différences par rapport à d ou ∂, & ainsi de suite.

REMARQUE II.

On pourroit résoudre, à ce qu'il me semble, le même Problème par une méthode différente, fondée sur les principes suivans.

1.° Que si j'ai une équation donnée en z, & d'autres variables; que je cherche dans quels cas z devient un *maximum*, & que je sache que c'est lorsque j'ai une certaine équation entre z' & les autres variables, les équations pour le *maximum* sont les mêmes, soit que je les cherche pour l'équation en z, en ayant égard aux conditions que la nouvelle équation que j'ai entre les variables donne entre les différences $\delta z'$, δz, δy, δx du *maximum*; soit que je veuille les avoir pour l'équation en z, qui a lieu après avoir éliminé une des variables à l'aide des deux équations; en effet, dans l'un & dans l'autre cas, on trouve ces équations pour que z soit la plus grande possible, les deux équations ayant lieu en même temps.

2.° Que si au lieu d'une équation déterminée entre z & les variables, qui doit avoir lieu entre les variables dans le cas de *maximum*, on en prend une indéterminée, mais qui soit de la forme qui doit nécessairement avoir lieu, & qu'on la substitue dans la proposée; qu'on prenne ensuite les équations de *maximum*, en

en y ſuppoſant toujours que l'équation hypothétique a lieu, on aura les équations de condition qu'on auroit eues ſi on avoit immédiatement cherché le *maximum;* cela poſé, en ſuivant la marche de la remarque IV de l'article ci-deſſus, on aura une des conditions de *maximum*, & par conſéquent ſucceſſivement toutes les autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences partielles.

Je traiterai uniquement des équations qui ne contiennent que deux différences & qui ſont entre trois variables; les mêmes méthodes réſolvent celles qui en ont un plus grand nombre.

§. I.

Sur l'intégration en général.

On ſait que le nombre des fonctions tranſcendantes ne peut être que $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2} - 1$, ni celui des arbitraires plus grand que n. Mais 1.° toutes ces fonctions peuvent contenir des irrationnalités de tous les ordres; 2.° la manière dont les arbitraires entrent dans les tranſcendantes, ou réciproquement, n'eſt pas déterminée par les principes que j'ai établis; on ſait ſeulement que parmi les tranſcendantes, il y en a n qui ont pu diſparoître par la différentiation des quantités dont on a des fonctions arbitraires, ce qui réduit à $\frac{n \times n+1}{1 \times 2}$ le nombre des autres. 3.° Il ſuit de-là que les $\frac{n \times n+1}{1 \times 2}$ tranſcendantes qu'on a fait diſparoître ſans éliminer aucune fonction arbitraire, peuvent être ſuppoſées égales à une fonction algébrique & ſans fonctions arbitraires des variables & de toutes les différences; & par conſéquent on peut ſuppoſer que $F\varphi$ étant une fonction arbitraire, $d\varphi$ eſt algébrique.

Si de ces connoiſſances, les ſeules qu'on ait juſqu'ici ſur la nature de ces intégrales, on veut tirer une méthode générale de

les résoudre, on pourra d'abord juger par la difficulté de résoudre généralement les équations aux différences ordinaires, de celle dont doivent être celles-ci où les intégrales sont bien plus compliquées. On observera ensuite que s'il est dans la nature des équations aux différences partielles, que les fonctions arbitraires n'entrent dans leurs coëfficiens que d'une manière déterminée qu'il seroit question de découvrir; ou bien si en les faisant évanouir successivement, en différentiant d'abord par rapport à d, ensuite par rapport à ∂, & comparant ces équations & leurs différentielles par rapport à une seule caractéristique, l'ordre des différentiations nécessaires est déterminé d'après l'ordre de la proposée; la difficulté sera diminuée de beaucoup; mais en attendant, voici sur cette méthode quelques vues générales qui pourront être utiles aux Géomètres qui voudront aller plus loin, & qui sont déduites de la théorie générale des équations aux différences partielles.

Je suppose que A étant donné par une équation différentielle ordinaire de l'ordre $\frac{n+1 \times n}{2} + 1$, j'aie une fonction rationnelle, algébrique & entière de x, y, z & leurs différences jusqu'à l'ordre n, excepté $\partial^n z$ & $d^n y$, ∂ étant la caractéristique de la différence prise par rapport à y seulement, de A & de ses différences jusqu'à $\frac{d^n A}{dx^n} \ldots \frac{d^n A}{dy^n}$, dont les coëfficiens soient des fonctions de A' fonction de $x, y, z \ldots A, \frac{dA}{dx} \ldots \frac{dA}{dy} \ldots \frac{d^n A}{dx^n} \ldots \frac{d^n A}{dy^n}$ donnée par une équation du degré n; une de ces fonctions FA' étant arbitraire & les autres coëfficiens donnés par des équations aux différences ordinaires en FA' & A'. Je dis que si cette fonction égalée à zéro, donne une équation qui ait lieu en même temps que la proposée, elle en sera une intégrale.

Pour comparer l'intégrale B proposée avec l'équation donnée, on différentiera la première par rapport à y, un nombre n de fois, on y mettra à chaque fois la valeur de $\partial^n z$ tirée de la proposée, & il faudra que les équations qui résulteront de cette substitution aient lieu en même temps que $B, dB, d^2B, \ldots d^n B = 0$.

Si pour faire cette comparaison, il a suffi d'une seule différen-

tiation, on pourra ſuppoſer les coëfficiens de la forme FA', A' étant une des racines de l'équation en A'.

Mais s'il en a fallu néceſſairement deux, ce qu'on vérifiera après avoir d'abord déterminé l'intégrale, alors on aura un coëfficient de la forme $FA' + F'A'_{,}$, A' & $A'_{,}$ étant deux des racines de l'équation en A', & les autres données par des équations poſſibles aux différences ordinaires en $FA' + F'A'_{,}$, A' & $A'_{,}$ & ainſi de ſuite.

Dans le cas de ces deux fonctions arbitraires, il eſt aiſé de voir que de l'intégrale & de la propoſée on peut immédiatement tirer une nouvelle intégrale qui ne contienne ni $\partial^{n-1}z$, ni $d\partial^{n-1}z$, & de même pour un plus grand nombre.

Chaque racine de l'équation en A' donnera une intégrale différente, n racines en donneront n; mais quoique cela ſoit vrai en général, ſi on craint qu'il n'y ait quelqu'exception, on prendra deux des intégrales ainſi trouvées, on s'en ſervira pour éliminer $\partial^{n-1}z$ & $d\partial^{n-1}z$, & on aura par-là une équation qui ſera une intégrale de la propoſée, ſi les deux intégrales trouvées d'abord ſont réellement des intégrales différentes.

Si je n'ai trouvé par cette manière qu'une intégrale, pour en avoir une ſeconde, je traiterai la première comme j'ai traité la propoſée, à cela près que

1.° Cette nouvelle intégrale ne contiendra pas $\partial^{n-1}z$.

2.° Qu'au lieu de A, on aura une fonction B donnée par une équation en $x, y, z \ldots\ldots$ de l'ordre $m + 1$, m étant égal à $\frac{n+1 \times n}{2}$ moins le nombre des tranſcendantes contenu dans A, & les coëfficiens de cette équation étant des fonctions de FA' & de A'.

3.° Qu'au lieu de A', B' ſera une fonction donnée par une équation du degré $n - 1$ des variables de B, dont les coëfficiens ſeront fonctions de FA' & A'.

Enfin, qu'un des coëfficiens de l'intégrale ſera $F'B'$, multiplié par une fonction de FA' & A' & les autres des fonctions données par des équations aux différences ordinaires en $F'B'$, FA', B' & A', & ainſi de ſuite.

On cherchera ainſi des intégrales juſqu'à ce qu'on en ait n différentes; lorſqu'on les aura, on en déduira une qui ne contiendra plus de différences partielles de z.

Ainſi toute la difficulté ſe réduira à l'intégration d'une équation ordinaire de l'ordre $\frac{n+1 \times n}{2}$, qui cependant pourroit n'être pas intégrable, tant que les fonctions arbitraires reſteront indéterminées.

On pourroit trouver d'autres méthodes, ou plutôt d'autres manières d'employer la même méthode, mais toutes ſeroient également compliquées. L'utilité de ce que je viens de dire eſt de circonſcrire dans des limites la forme dont ſont ſuſceptibles les intégrales & la recherche qu'on en peut faire: il ne ſera plus queſtion que de reſſerrer les limites, ſoit par des remarques générales ſur la nature des équations, ſoit par des obſervations particulières ſur différentes claſſes de ces équations.

§. II.

Des Équations linéaires.

Si j'ai l'équation

$$\frac{d^n z}{dx^n} + \frac{a\,d^n z}{dx^{n-1}dy} + \frac{b\,d^n z}{dx^{n-2}dy^2} \dots \frac{p\,d^n z}{dy^n} + Q = 0;$$

où $a, b, \dots p$ ſont des conſtantes & Q une fonction ſans z, & que je ſuppoſe que l'intégrale en ſoit $V =$

$$\frac{d^{n-1} z}{dx^{n-1}} + \frac{A\,d^{n-1} z}{dx^{n-2}dy} + \frac{B\,d^{n-1} z}{dx^{n-3}dy^2} \dots + \frac{P\,d^{n-1} z}{dy^{n-1}} + Q' = 0,$$

où $A, B, \dots P$ ſont des conſtantes, & Q' une fonction ſans z; j'aurai, en différentiant cette intégrale par rapport à x, puis par rapport à y, retranchant de la première différence cette ſeconde différence, multipliée par une conſtante R, $\frac{dV}{dx} + \frac{R\,dV}{dy}$ égal terme à terme à la propoſée, & par conſéquent R ſera donné par une équation du degré n, $A, B, C \dots P$, donnés en R &

Q', par l'équation $\frac{dQ'}{dx} + \frac{RdQ'}{dy} = Q$ équation du premier ordre; on voit donc dans ce cas, 1.° que la proposée est susceptible d'avoir des intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, & d'être produite par elle; 2.° que par conséquent son intégration peut se rappeler à celle d'une équation du premier ordre, & qu'elle y est ici rappelée d'une manière fort simple; 3.° que si les n valeurs de R sont différentes, on a n intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, qu'on trouvera toutes en résolvant les n équations $\frac{dQ'}{dx} + \frac{RdQ'}{dy} = Q$, & en éliminant, on trouvera z égal à une fonction de x & de y.

S'il y a des racines égales, on intégrera l'intégrale

$$\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Ad^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{Pd^{n-1}z}{dy^{n-1}} + Q' = 0,$$

comme on a intégré la proposée; & dans l'équation $\frac{dQ''}{dx} + \frac{R'dQ''}{dy} = Q'$ qui restera à résoudre, & qui est du premier ordre, Q' contiendra une fonction arbitraire, & ainsi de suite.

M. Euler, & depuis M. Monge, ont donné une solution complette de ces équations pour différentes valeurs données de Q.

Si j'ai l'équation

$$\begin{aligned}&\frac{d^n z}{dx^n} + \frac{ad^n z}{dx^{n-1}dy} \ldots + \frac{pd^n z}{dy^n} + Q = 0.\\ &+ \frac{a'd^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{b'd^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} \ldots + \frac{p'd^{n-1}z}{dy^{n-1}}\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &+ a_{,}z\end{aligned}$$

où toutes les lettres désignent des constantes, excepté Q qui est une fonction sans z, je suppose que la fonction

$$e^x + fy \left\{\begin{aligned}&\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Ad^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} \ldots + \frac{Pd^{n-1}z}{dy^{n-1}} + Q' = 0.\\ &+ \frac{A'd^{n-2}z}{dx^{n-2}} + \frac{B'd^{n-2}z}{dx^{n-3}dy} \ldots + \frac{P'd^{n-2}z}{dy^{n-2}}\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &+ A_{,}z\end{aligned}\right.$$

en ſoit l'intégrale que j'appelle V, & je compare avec la propoſée, terme à terme, la fonction $\frac{dV}{dx} + R\,\frac{dV}{dy}$. Il eſt clair que le nombre des coëfficiens indéterminés eſt plus petit d'un nombre $n - 1$ que celui des équations de comparaiſon; d'où il ſuit 1.° que cette ſolution ne réuſſit en général que pour le premier ordre; 2.° que pour qu'elle réuſſiſſe pour les autres, il y a $n - 1$ équations données entre les coëfficiens de l'équation; que ſi ces conditions ont lieu, f eſt donnée par une équation du degré $\frac{n \times \overline{n+1}}{2} - 1$, les autres coëfficiens & R donnés en f & Q' par l'équation $\frac{d \times e^{x+fy}Q'}{dx} + R\,\frac{d \times e^{x+fy}Q'}{dy} = e^{x+fy}Q$. D'où il ſuit 1.° que ſi on a réſolu cette équation pour $\frac{\overline{n+1} \times n}{2} - 1$, valeurs différentes de f, on a z en x & y; 2.° que ſi on a réſolu cette équation pour n, valeurs de f, on a z en x & y par une équation aux différences ordinaires; 3.° que ſi on n'a qu'un plus petit nombre, on ſera obligé d'intégrer de nouveau par une même méthode les intégrales déjà trouvées, ce qui conduit à des équations du premier ordre, ces fonctions données Q & Q'' renfermant une ou pluſieurs fonctions arbitraires. Il peut arriver que ces conditions entre les coëfficiens de la propoſée ſoient tels que f n'ait en tout qu'un nombre moindre que n de valeurs égales ou inégales; alors on emploiera à réſoudre les intégrales trouvées la même méthode que ci-deſſus: mais il n'eſt pas certain alors qu'elle conduira à l'intégrale définitive; il paroît même que le contraire doit toujours arriver, & qu'ainſi, dans ce cas, la propoſée n'eſt ſuſceptible d'intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, que juſqu'à un certain point.

Si on a maintenant $a, b \ldots\ldots\ldots p$ fonctions de x & y,

on supposera que l'intégrale est

$$\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Ad^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} + \frac{Bd^{n-1}z}{dx^{n-3}dy^2} \ldots\ldots\ldots + \frac{Pd^{n-1}z}{dy^{n-1}}$$

$$+ \frac{A'd^{n-2}z}{dx^{n-2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{P'd^{n-2}z}{dy^{n-2}}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ A_{,}z + Q' = V = 0.$$

& on comparera terme à terme avec la proposée multipliée par R, l'expression $\frac{RdV}{dx} + \frac{R'dV}{dy}$; on aura donc entre les coëfficiens de la proposée $n - 1$, conditions pour que cette supposition soit possible, & on observera que s'il en résulte une équation aux différences partielles pour déterminer R, il suffira d'en avoir une intégrale particulière pour connoître Q', & par conséquent une intégrale, en résolvant l'équation $\frac{RdQ'}{dx} + \frac{R'dQ'}{dy} = Q'$. Mais dans ce cas, par la même raison que j'ai dite dans mes Recherches sur la solution des équations linéaires aux différences ordinaires, il peut arriver qu'on n'ait qu'une valeur particulière de R égale à une fonction de x, y, sans fonctions transcendantes; ainsi il faut ici recourir à la méthode des intégrations successives. Il en sera de même si R n'étant plus donnée que par une équation, ou finie ou aux différences ordinaires, on n'en a pas assez de valeurs différentes pour avoir toutes les intégrales.

§. III.

Méthodes d'approximation.

Si on sait que z est fort petit, & qu'on peut négliger z^2, on aura par l'article précédent une méthode d'avoir z dans bien des cas.

Si on ne peut négliger que z^3 ou z^4, on mettra au lieu de z, $nz' + n^2z'' + n^3z''' \ldots\ldots n$ étant une quantité très-petite, & on aura z' par une équation linéaire, & z'', z''', &c. également par des équations linéaires, & on fera z égal à $nz' + n^2z''$,

ou à $nz' + n^2z'' + n^3z'''$, &c. en mettant les valeurs approchées de z', z'', z''', &c. Ou comme on a z', z'', z''', &c. par des équations linéaires, connoiſſant ces équations & ayant $z = nz' + n^2 z''$, &c. on aura, en éliminant, z par une équation linéaire, quel que ſoit le degré qu'on néglige.

Comme on peut par une différentiation faire diſparoître x & y, on peut toujours ſuppoſer les coëfficiens conſtans; mais puiſque même dans ce cas, on ne peut pas toujours rappeler la ſolution de la propoſée à l'intégration d'une équation du premier ordre, on pourra, ſi l'on veut ſe contenter d'avoir en ſérie une valeur approchée, employer la méthode ſuivante qui eſt générale, & par laquelle on aura une infinité de valeurs de z qui ſatisferont aux conditions du Problème; & on connoîtra quelle eſt la forme & l'étendue de la ſolution générale, ſans la connoître elle-même. Lorſque l'équation eſt linéaire, on fera $z = ae^{mx + ny}$, & l'on aura une équation en m & n; on pourra faire z égal à une infinité de termes ſemblables, pourvu qu'il y ait cette équation entre deux quantités. Si l'équation en m & n étoit telle qu'on eût deux valeurs égales, alors il faudroit multiplier une ſeule exponentielle $ae^{m(x + ny)}$ par $m(x + ny) + b$, & ainſi de ſuite. Si m ne dépend point de n, & qu'il reſte arbitraire, alors au lieu de la ſuite en $e^{m(x + ny)}$, on peut mettre $F(x + ny)$; ſi l'on ne veut négliger que z^p, l'équation n'étant pas linéaire, ſans avoir beſoin de l'y rappeler de la manière indiquée ci-deſſus, on fera $z^p + ae^{m(x + ny)} z^{p-1} + be^{2m(x + ny)} z^{p-2}$ &c. $= 0$.

Je me ſuis contenté de donner ici une idée de cette méthode, que j'eſpère développer davantage quelque jour, & qui ſera auſſi bonne qu'aucune méthode d'approximation, ſi on peut traiter les valeurs de z qu'elle fournit, de manière à ſatisfaire aux conditions qui ſervent à la détermination des fonctions arbitraires. Je me propoſe d'examiner ces objets dans les Mémoires pour l'année 1772.

§. IV.

Remarques générales ſur la ſolution des Problèmes analytiques.

Les réflexions que j'ai faites ſur l'eſpèce de différences partielles qui

qui m'a occupé jusqu'ici, s'applique à toutes les équations où quatre, cinq, &c. variables sont différentiées par rapport à trois caractéristiques, en variant le nombre & la nature des fonctions arbitraires à raison de celui des équations de l'ordre n qui peuvent avoir produit la proposée.

On peut imaginer encore d'autres hypothèses auxquelles je ne m'arrêterai point, & je finirai par des remarques sur la manière de résoudre en général les Problèmes analytiques; j'entends par-là ceux qui sont mis en équation.

1.° La première chose dont on doive s'assurer, c'est de la possibilité de la solution cherchée; on le peut de deux manières, d'abord en examinant la nature de l'équation en elle-même; c'est ainsi qu'on a donné des équations de condition pour les équations différentielles, ou bien d'après le Problème en lui-même: par exemple, si on suppose qu'un corps animé de forces quelconques décrive une ligne & qu'on cherche cette ligne d'après les équations différentielles, on n'a point besoin de s'assurer de leur possibilité, puisqu'on sait qu'il est possible qu'un corps soit animé de telles forces, & qu'il y a une courbe qu'il doit alors décrire; mais cette dernière manière doit s'employer avec précaution, parce qu'en général on doit en prendre beaucoup lorsqu'on substitue le raisonnement au calcul, parce qu'il est possible d'introduire des hypothèses contradictoires en mettant le problème en équation, parce qu'enfin plusieurs équations d'un problème possible peuvent ne point l'être, & qu'il suffit que le système total conduise à des équations définitives qui le soient.

On a un exemple de ce dernier cas dans le Problème des trois corps & dans tous ceux où l'on a éliminé la variable dont la différentielle est constante, car alors les équations peuvent être impossibles.

2.° Si le problème est possible, il faudra examiner l'étendue de la solution dont il est susceptible; cela peut se déduire encore de la nature de l'équation ou de celle du problème; pour que la dernière méthode ne soit pas fautive, il faut qu'en mettant le problème en équation, on n'ait pas laissé indéterminé dans l'équation ce qui est déterminé dans le problème, ou tenir compte de

ces indéterminées; & alors à la place du problème proposé, on en considèrera un autre qui aura absolument la même étendue que l'équation. Quand on auroit seulement besoin d'une solution particulière, il faudroit toujours connoître l'étendue de la solution générale, parce que c'est la seule qui puisse servir à déterminer la forme de cette solution; cette règle a deux exceptions, 1.° lorsqu'il suffit de trouver une solution particulière quelconque; 2.° lorsqu'on en connoît d'ailleurs la forme.

3.° Si l'on a une équation finie qui ait lieu en même temps que la proposée, & qu'on veuille savoir si elle a la même étendue, on prendra cette équation, on lui donnera la forme de la proposée où à laquelle on rappelle celle-ci, & on aura soin de remarquer quelle étendue on donne par-là à cette équation, la comparant alors avec la proposée; si la valeur d'une des variables de celles-ci rend nulle l'autre équation, on aura la solution complette, sinon on ne l'aura pas.

4.° Toutes les fois qu'un problème a une solution finie, il y a toujours une fonction indéfinie, qui égalée à zéro, en donne la solution. Or pourvu qu'on connoisse de quelles variables elle est fonction indéfinie, quand même les variables seroient données elles-mêmes par des équations indéfinies & seroient en nombre indéfini, on trouvera toujours la solution par la méthode des coëfficiens indéterminés. En effet, substituant d'abord des fonctions de m termes, & contenant n variables, on substituera ensuite des fonctions de $m + 1$ & $n + 1$ variables, de $m + 2$ termes & $n + 2$ variables, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une fonction convenable; par-là on pourra trouver une solution trop compliquée, mais qui se réduira toujours. Ainsi pour qu'un Problème possible soit résoluble par la méthode des coëfficiens indéterminés, il suffit de savoir de quelle forme sont susceptibles les fonctions de variables qui doivent entrer dans son équation finale; il n'est pas même nécessaire de savoir le nombre de ces fonctions & leur degré déterminé de complication.



REMARQUES SUR LES HAUTEURS DE LA LUNE PRISES AU CAP FRANÇOIS À S.T DOMINGUE, POUR EN DÉDUIRE LA LONGITUDE GÉOGRAPHIQUE.

Par M. LE MONNIER.

M. d'Après m'a donné la longitude du Cap, tirée des Cartes du Dépôt & qui diffèrent trop entr'elles : je n'ai pas trouvé possible d'y avoir aucun égard; mais je l'ai établie, d'après d'autres résultats, de 74^d 10'; je l'ai adoptée de cette quantité dans un Mémoire sur le passage de Vénus, lû à l'Assemblée publique d'après la Saint-Martin. Cependant les résultats des passages, ou, ce qui revient au même, les deux entrées de Vénus sur le Soleil, indiquent assez qu'il falloit l'augmenter d'un quart de degré ou environ.

Les hauteurs de la Lune, observées au Cap-françois à Saint-Domingue, & que l'on a enfin communiquées à l'Académie, sont en très-grand nombre : elles ont été observées à l'occident plus de trois heures après le passage de la Lune au méridien. Elles pourroient donc donner la longitude géographique, si l'erreur des Tables en longitude & en latitude étoit connue; en un mot, s'il n'y avoit nulle erreur dans ces élémens, ni dans les hauteurs.

C'est à quoi se réduit la plus grande difficulté de cette recherche; parce que des deux élémens dont je viens de parler, se déduit la déclinaison, laquelle est très-essentielle à bien connoître pour résoudre le triangle sphérique, dont l'angle au pôle donnera l'ascension droite pour chaque hauteur de la Lune.

Les Observateurs, qui diffèrent trop au méridien, se sont servis de deux quarts-de-cercles différens, qu'ils assurent avoir bien vérifiés peu de temps auparavant au Fort-royal de la Martinique.

Ils ont employé aussi, pour connoître l'erreur des Tables, la

Période lunaire de dix-huit ans, &c. je conviens que cette période indique s'il n'y a pas quelqu'erreur considérable de la part des Tables: elle est très-utile d'ailleurs pour les usages nautiques; mais quant à la Géographie, elle ne peut donner la précision requise pour la recherche du lieu de Vénus.

J'en vais donner quelqu'idée par ce qui suit; il est dit* que dans les additions aux Tables de M. Cassini, la Lune a été observée le 30 Mai & le 1.er Juin 1751, & qu'on y a comparé les Tables de M. Clairault. Or, je ne trouve pas de résultat pour le défaut des Tables, à chacune des observations que l'on cite; mais il est dit qu'en réduisant au 10 Juin à 14^h au méridien de Paris, l'erreur en longitude étoit de $\frac{1}{5}$ de minute en excès, & de même de $\frac{1}{8}$ en latitude.

* *Pièces justificatives envoyées, &c.*

Je comparerai ici les observations de 1751 que l'on cite aux miennes, pour que l'on juge d'abord du degré de justesse qu'entraînent avec soi les observations.

A l'Observatoire royal.	*Dans mon Observatoire.*
1751 le 30 Mai à $5^h\ 11'\ 23''$ pass. du centre de la ☾. sa longitude $4^s\ 24^d\ 17.\ 50.$ sa latitude $5^s\ 01'\ 30''$	Le 1.er bord $5^h\ 10'\ 18''\frac{1}{2}$... $4^s\ 24^d\ 17'\ 33''$... $5^d\ 01'\ 11''$
31 Mai..	$5.\ 55.\ 45\ \frac{1}{2}$... $5.\ 07.\ 36.\ 17$... $5.\ 16.\ 17\frac{1}{2}$
1.er Juin $6^h\ 40'\ 15''$......................... $5^s\ 20^d\ 31.\ 30$........ $5^d\ 14'\ 40''$	1.er bord $6.\ 39.\ 10$.... $5.\ 20.\ 31.\ 34\frac{1}{3}$... $5.\ 14.\ 29$

J'ai augmenté de $0'\frac{1}{4}$ la parallaxe horizontale, tirée des Institutions; mais sans recourir à la période qui est moins exacte que les observations correspondantes & immédiates, nous avons des observations faites le même jour 11 Juin 1769, au passage de la Lune par le méridien, lorsqu'elle étoit dans sa plus grande latitude australe, environ 12 heures après son premier quartier, & 16 heures après l'observation faite au Cap-françois à Saint-Domingue. J'ai même observé, avec mes deux meilleurs quarts-de-cercles muraux & mobiles, cette hauteur méridienne à dessein de vérifier l'inclinaison de l'orbite & la parallaxe sur laquelle les Astronomes ne s'accordent pas. Le jour précédent il pleuvoit au passage de la Lune; mais si l'on veut comparer les Tables aux observations, celles du 9 Juin de la Lune & de la même étoile,

ſavoir l'épi de la Vierge, ſont-elles à une diſtance ſuffiſante pour vérifier les moindres défauts des Tables, quand même on les regarderoit comme uniquement fondées ſur la théorie de la gravitation? Cette théorie ébauchée, ſi elle s'accordoit aux Tables, & par conſéquent aux obſervations, ſeroit dans le cas préſent l'article le plus eſſentiel de nos recherches.

J'obſerverai en ce cas que les conditions du Problème que j'ai propoſé autrefois pour trouver le lieu de la Lune par les hauteurs, ſont ici abſolument remplies, puiſque la déclinaiſon de la Lune a été déduite de l'obſervation immédiate, quoique faite ſous un autre méridien; car on ſera toujours en état de vérifier *, s'il eſt néceſſaire, la vraie latitude du Cap-françois.

* *Doutes ſur la latitude du Cap.*

1769 le 11 Juin à $6^h\ 20'\ 12''$ paſſage du 1.er bord de la ☾ ♍ $27^d\ 20'\ 59''$ latitude auſtrale $5^d\ 17'\ 02''\frac{1}{2}$
Les Tables des Inſtitutions donnent ♍ $27^d\ 20'\ 32''\frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire, $26''\frac{2}{3}$ moins avancée;
celles de M. Clairault.......... ♍ 27. 20. 29 $\frac{1}{2}$........... 29 $\frac{1}{2}$ moins avancée.

Quant à la latitude, les 1.res & les 2.es Tables donnent $5^d\ 16'\ 52''$ & $53''$; ainſi l'erreur en latitude ſeroit encore plus grande, quoique le grand quart-de-cercle mural m'ait donné $5''$ d'excès dans l'inclinaiſon ou $5^d\ 17'\ 38''\frac{1}{2}$.

On lit préſentement ce qui ſuit au bas du feuillet n.° 37 de la relation du voyage à S.t-Domingue: *Que le 10 Juin 1769, à 14 heures au méridien de Paris, les Tables de Clairault étoient en erreur de + 11",4 ſur la longitude, & de 7",0 ſur la latitude;* qu'ainſi on a diminué les longitudes de la Lune & ſes latitudes, de ces mêmes quantités pour chaque obſervation de la hauteur du Soleil.

Mais je vois au contraire qu'il falloit les augmenter de quantités bien plus conſidérables; d'où l'on voit que la longitude du Cap-françois à Saint-Domingue eſt moindre que $74^d\ 35'\frac{1}{2}$, comme il a été conclu par les Obſervateurs dénués pour lors d'une obſervation correſpondante, faite à Paris en 1769.

Premières CONCLUSIONS.

On remarquera que j'avois adopté cette longitude dans mon Mémoire ſur la comparaiſon du paſſage de Vénus, de $74^d\ 10'$; mais que j'indiquerai plus exactement cette longitude géographique, lorſque le mouvement de la Lune ſera connu du 9 au 11 Juin, s'il s'en trouve d'autres obſervations que celle du 9 Juin

que j'ai faite pareillement au méridien par un temps fort ſerein; ſavoir, à $4^h\ 51'\ 16''\frac{1}{2}$, temps vrai du paſſage du 1.er bord,

la longitude du centre............ ♍ $0^d\ 45'\ 21''$, ſa latitude boréale $4^d\ 52'\ 15''$;
les Tables des Inſtitutions donnent, .. ♍ 0. 46. 15....... 0′ 54″ plus avancée;
les nouvelles publiées en 1764......... 0. 46. 06$\frac{1}{2}$...... 0. 45 $\frac{1}{2}$.

Si les Tables des Inſtitutions varioient ſur les mouvemens obſervés de la Lune en longitude, proportionnellement aux temps écoulés, il eſt viſible que du 9 au 11 Juin en $49^h\frac{1}{2}$ la variation ayant été d'environ 81″, relativement aux longitudes obſervées, on n'auroit pour 16^h que 27″; ainſi l'erreur des Tables des Inſtitutions qu'on a conclu de 26″ $\frac{2}{3}$ dont elles faiſoient la longitude de la Lune moins avancée que ſelon l'obſervation, doit être diminuée préciſément de cette quantité, & l'erreur auroit été par conſéquent nulle à l'inſtant des obſervations faites au Cap-françois à Saint-Domingue.

Feu M. Clairault a intitulé ſes Tables ſi extraordinairement, qu'il ſembleroit qu'on peut compter ſur leur mouvement diurne, puiſqu'il prétend qu'elles ſont uniquement fondées ſur la théorie phyſique de la gravitation. S'il avoit réſolu le fameux Problème, qui eſt aujourd'hui le principal ſujet du Prix que l'Académie propoſe aux Mathématiciens de l'Europe, il eſt viſible que nous n'héſiterions nullement à conclure de notre obſervation du 11 Juin après midi, l'erreur des Tables qui auroit été la même ſeize heures auparavant. *Voyez les premières concluſions ci-deſſus.*

Revenons à la période antérieure, pour un ſeul inſtant, & examinons, puiſque le ciel y a paru plus ſerein, l'erreur des Tables newtoniennes le 30 Mai 1751 & les deux jours ſuivans;

	au ſoir				
le 30 Mai à	$5^h\ 10'\ 18''\frac{1}{2}$ longit. de la ☾	♌	$24^d\ 17'\ 33''$	moins avancée de 55″	que ſelon les Tables
31.....	5. 55. 45 $\frac{1}{2}$..........	♍	7. 36. 17...........	0′ 36	
le 1.er Juin	6. 39. 10................		20. 31. 34$\frac{1}{2}$	moins avancée 0. 34$\frac{1}{2}$	
2.....	7. 21. 37.............	♎	3. 08. 49	moins avancée 0. 50	
4.....	8. 47. 15 $\frac{1}{2}$..............		27. 47. 46$\frac{1}{2}$	moins avancée 1. 58$\frac{1}{2}$	

OBSERVATIONS SUR LA STRUCTURE DES PARTIES DE LA GÉNÉRATION DE LA FEMME.

Par M. PORTAL.

LES parties de la génération de la Femme ont fixé l'attention des Médecins les plus célèbres: chaque âge, chaque siècle ont été fertiles en découvertes; cependant bien loin d'en avoir une description complette, les Anatomistes les plus instruits avouent qu'il est un nombre infini d'objets à découvrir.

Tout est devenu en Anatomie un sujet de controverse; les uns veulent que la matrice soit ronde, d'autres triangulaire; quelques-uns lui ont donné dans leurs planches la figure d'un parallélogramme; & ce qu'il y a de plus extraordinaire, c'est que depuis les premiers temps de l'Anatomie jusqu'à nous, on dispute si l'hymen existe ou s'il est un être de raison.

L'on n'est pas plus d'accord sur les développemens de la matrice pendant la grossesse, certains Anatomistes soutiennent que les parois de la matrice s'épaississent, & d'autres se plaisent à soutenir un sentiment contraire.

Depuis Galien jusqu'à Mundinus, on a cru que la femelle étoit pourvue des mêmes parties que le mâle, & qu'elle avoit la matrice de plus. Les Arabes ont composé des Dissertations pour en établir le parallèle. Charles Étienne & Fernel, Médecins célèbres de la Faculté de Paris, ont détruit cette opinion: des erreurs moins grossières s'étoient déjà introduites. Hermondavile soutenoit vers le milieu du douzième siècle, que la matrice étoit une espèce d'animal que la Nature avoit fixé avec des liens les plus forts; Gabriel de Zerbis trouvoit, dans la matrice, de la ressemblance à un vaisseau; il attribuoit à quelques ligamens l'usage des voiles,

& il assignoit à d'autres celui des rames. On a voulu presque de nos jours accorder à la matrice un troisième ovaire; Naboth proposa cette opinion, mais Ruysch l'a détruite peu après qu'elle a paru; cependant dans toutes ces descriptions surannées, informes & souvent superstitieuses, on trouve plusieurs objets importans & qui ont échappé aux connoissances des Modernes.

Pour procéder avec ordre, je proposerai d'abord les observations que j'ai faites sur les parties intérieures de la génération de la femme; je traiterai dans un autre Mémoire des parties externes.

I.

La position de l'utérus *(planche I, fig. 1)* n'est pas la même dans tous les âges de la vie. L'utérus est presque au dehors & au-dessus du bassin dans les fœtus de trois ou quatre mois; si l'on tire une ligne des os pubis à l'os sacrum, elle tombe très-près du col; dans les enfans qui viennent de naître, la matrice est plus enfoncée dans le bassin, cependant elle excède de beaucoup le niveau de la surface supérieure des os pubis; dans la fille de quinze à trente-cinq ans, la matrice est placée au-dessous des os pubis; & dans la vieille femme elle est très-enfoncée dans le bassin.

L'axe de la matrice est presque perpendiculaire dans le fœtus, au lieu qu'il paroît presque horizontal dans la matrice de la vieille femme; ces différences dans la position sont la suite du développement du bassin, que j'ai décrit dans mon Mémoire sur l'ouraque.

II.

La matrice se présente sous différentes figures dans les divers âges; elle ressemble en quelque manière à un prisme dans le fœtus & dans les enfans *(pl. I, fig. 2 & 3)*, elle est presque triangulaire dans l'adulte, & elle est irrégulièrement arrondie dans les vieilles femmes, même chez celles qui n'ont point fait d'enfans.

Ces différences, quoique très-apparentes, sont à peine indiquées dans les Auteurs; Harvey a observé un autre changement non moins véritable, & auquel les Anatomistes qui lui ont succédé n'ont point fait attention; il a écrit dans son Traité de la génération, que l'utérus des fœtus est blanc, que celui de la fille nubile est rouge,

rouge, & que l'utérus pâlit dans la vieilleſſe: cet Obſervateur a été plus loin, il a dit que la matrice d'une fille nubile avoit la figure & le volume d'une poire, & que celle d'une femme de vingt-cinq à trente-cinq ans avoit celle d'un œuf d'oïe: ces faits quoique groſſièrement rendus, ſont importans, & prouvent que la matrice ſe préſente ſous diverſes formes dans les divers âges, & que ſes vaiſſeaux ſanguins ſont plus ou moins développés; je ſuis ſurpris que ces obſervations aient échappé aux recherches des hiſtoriens de l'Anatomie. La cavité de la matrice varie à proportion; mais comme pour l'obſerver commodément il faut développer la matrice du péritoine qui la revêt & des ligamens qui la forment, je vais faire quelques remarques ſur cet objet.

III.

La matrice eſt recouverte dans preſque toute ſon étendue par une duplicature du péritoine *(pl. II & III)*, il n'y a que la face extérieure du col qui ſoit au dehors, & cette même portion de la matrice eſt recouverte par un repli du vagin plus prolongé en arrière & en bas qu'en avant & en haut.

La lame du péritoine qui revêt la face antérieure de la matrice, ſe replie proche du vagin, & de telle manière qu'il en réſulte deux eſpèces de ligamens placés à coté du col de la veſſie *(pl. II)*; en haut & ſur les côtés, elle revêt deux paquets de vaiſſeaux & forme les deux ligamens ronds; cette lame antérieure s'étend ſur les côtés de la matrice, forme la lame antérieure des ligamens larges, & adhère aux muſcles iliaques; d'où elle ſe réfléchit en avant, recouvre la portion antérieure du muſcle iliaque & ſe joint avec la lame antérieure du péritoine. La lame poſtérieure de la matrice forme par deux replis deux eſpèces de ligamens circulaires, dans leſquels M. Suë croit avoir trouvé deux muſcles; ces ligamens embraſſent l'inteſtin rectum, &c. on les voit dans la *pl. III, fig. 3.*

Les ligamens larges ont beaucoup moins d'étendue en hauteur, lorſque la matrice eſt developpée chez les femmes groſſes; ils cèdent à l'action de la matrice, les feuillets membraneux antérieur & poſtérieur s'écartent proche du vagin, & ſont tiraillés lorſque le fond de la matrice remonte; les replis antérieurs & poſtérieurs

du péritoine ſont preſque effacés, de ſorte qu'il paroît que parmi divers uſages tous ces ligamens ont celui de faciliter le développement de la matrice.

Les ligamens larges diviſent le baſſin en deux loges, dont l'une eſt antérieure & l'autre eſt poſtérieure. Dans l'adulte, la loge antérieure eſt plus petite que la poſtérieure, parce que l'os ſacrum eſt plus déjeté en arrière; mais dans les enfans qui ont l'os ſacrum preſque droit & incliné en avant, la loge antérieure eſt à peu-près égale, par ſa capacité, à la loge poſtérieure.

On ſépare avec aſſez de facilité les deux lames membraneuſes des ligamens dans leſquels on voit un réſeau vaſculeux, que je décrirai dans la ſuite; & quoique le péritoine adhère fortement à la ſurface externe de la matrice, principalement à ſon fond, on peut la dépouiller de cette enveloppe & la ſortir du bas-ventre ſans ouvrir la vraie lame du péritoine; cependant il faut déchirer pluſieurs productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres & qui ſemblent leur donner des gaines communes. On voit deux de ces gaines d'une manière fort apparente vers les parties latérales & inférieures de la matrice qui accompagnent les vaiſſeaux utérins & les revêtent, ainſi que la capſule du foie revêt la veine-porte, comme *Walæus* l'a remarqué avant Gliſſon, à qui de ſavans Anatomiſtes accordent la découverte: c'eſt cette capſule qui maintient les vaiſſeaux dans leurs contours, qui les attache à la propre ſubſtance de la matrice, avec les trouſſeaux muſculeux; elle s'enfonce en donnant des prolongemens d'un vaiſſeau à l'autre, comme Malpighi l'a obſervé dans le rein & dans la rate; car ces viſcères ſont pourvus, ſuivant ce célèbre Auteur, de leur capſule; laquelle exiſte en effet, mais que les plus ſavans Anatomiſtes qui lui ont ſurvécu n'ont point décrite.

On trouve dans quelques matrices la gaine cellulaire des vaiſſeaux chargée de graiſſe; & dans certaines hydropiſies de matrice, on la voit remplie d'eau par une eſpèce d'infiltration: en examinant une veine de la matrice, beaucoup plus groſſe que le tuyau d'une plume à écrire, je croyois reconnoître une varice, mais je fus détrompé lorque j'en recherchai la ſtructure; je trouvai de l'eau entre la gaine cellulaire & la veine, qui me parut plutôt rétrécie

que dilatée. J'ai autrefois obſervé une hydropiſie de l'aorte à peu près ſemblable, & je l'ai décrite dans l'*Hiſtoria Anatomico medica* de M. Lieutaud.

De huit ligamens qui fixent la matrice, il en eſt quatre de ſupérieurs & qui ont été décrits par tous les Anatomiſtes; quatre ſont inférieurs, mais que très-peu d'Anatomiſtes ont obſervé: je connoiſſois à Montpellier les ligamens inférieurs & poſtérieurs; j'en accordois la découverte au célèbre M. Ferrein; je ſuivis la même maxime dans le premier cours d'Anatomie que je fis à Paris; mais je fus très-ſurpris de voir mes Auditeurs diviſés à ce ſujet; les uns accordoient à M. Petit la découverte de ces ligamens, d'autres les attribuoient à M. Suë, un troiſième parti réclamoit en faveur de quelques autres Anatomiſtes.

J'ai reſté dans cette incertitude juſqu'à l'année dernière que j'ai conſulté le volume de cette Académie, de l'année 1760, qui contient un Mémoire de M. Petit, intitulé: *Deſcription de deux nouveaux ligamens de la Matrice*, &c. Je l'ai lû, & j'ai trouvé que cet Anatomiſte s'en approprioit la découverte; mais bien loin qu'elle ſoit nouvelle, elle remonte à la plus haute antiquité.

Les plus anciens Anatomiſtes ont connu les ligamens de la matrice; Hippocrate n'en fixa pas le nombre, mais Gallien n'en décrivit que quatre; les Anatomiſtes qui lui ont ſuccédé marchèrent ſur ſes traces juſqu'à Hermondaville, qui profeſſoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième ſiècle; cet Auteur dit, dans ſa Chirurgie manuſcrite, que l'on conſerve à la Bibliothèque du Roi, & dans celle de Sorbonne, que la matrice eſt fixée par huit ligamens, & la manière dont il s'exprime à ce ſujet eſt aſſez ſingulière. Gabriel de Zerbis décrivit ces ligamens vers la fin du quinzième ſiècle; voici ſes propres paroles: *Colligatur primò matrix fortibus ligamentis poſteriùs cum dorſo in directo, ſeu ad partem renum ſuperiorem & anteriorem; alligatur ſimiliter veſicæ quæ jacet anteriùs... alligatur etiam oſſibus ancharum... deinde aliis mediis quæ ſequuntur ipſam matricem inteſtino recto, quod poſt ipſam eſt retro.*

Le Vaſſeur, Médecin de Châlons-ſur-Marne, diſciple de Jacques Sylvius, Profeſſeur au Collége royal, parle de ces mêmes ligamens dans un Ouvrage connu des meilleurs Bibliographes,

quoiqu'il contienne des faits les plus importans; Piccolhomini en a donné une description que j'ai consultée avec fruit pour composer la mienne; mais Sanctorini & Gunzius les ont décrits avec tant de précision, que leur description eut pu servir de modèle aux Anatomistes qui en ont parlé depuis. C'est ainsi qu'en réunissant les travaux de plusieurs grands hommes, dont on ne lit presque plus les ouvrages, je suis parvenu à connoître nombre d'objets qui me paroissent intéressans.

I V.

La cavité de la matrice varie dans les différens âges; dans l'enfant elle est formée de quatre plans *(planche I)*, un antérieur qui a la figure d'un parallélogramme *(fig. 2)*, deux latéraux & postérieurs qui se joignent *(fig. 3)*, & un fond *(fig. 4)* dont la figure approche de celle d'un triangle; la face postérieure, quoique formée des deux plans inclinés l'un vers l'autre, & qui forment au derrière de la matrice un angle saillant, est bombée en dedans vers le milieu; la paroi antérieure, vue du côté de la matrice, présente une pareille élévation *(fig. 6)*; entre les trois plans, l'antérieur & les deux postérieurs, sont creusées deux espèces de rigoles, dans lesquelles on observe plusieurs lignes circulaires saillantes; à cet âge la matrice est beaucoup plus épaisse vers le col que vers son fond, l'inverse de ce qu'on observe dans l'adulte; cette dernière remarque appartient à M. Suë, célèbre Anatomiste.

On voit sur la surface interne différentes lignes saillantes, il y en a une longitudinale au milieu de la face postérieure *(pl. IV, fig. 1)*, elle naît du segment postérieur de l'ouverture du col de la matrice, où elle est plus élevée qu'elle n'est par son autre extrémité, qui est quelquefois fourchue, comme M. Suë l'a observé; mais cette *bifurcation* ne se retrouve pas dans tous les sujets; bien plus au lieu d'une ligne saillante on en observe quelquefois deux ou trois parallèles jusque vers le milieu de la face postérieure où elles s'écartent en s'inclinant vers les côtés.

Aux parties latérales de ces lignes aboutissent plusieurs autres lignes saillantes, qui font tout le contour de la matrice, ou qui se joignent à une tige longitudinale, placée quelquefois au milieu

de la face antérieure *(planche IV, figure 2)* de la matrice, il semble que ce sont autant des branches qui se joignent à un seul tronc & qu'il en résulte une espèce d'arbre, qu'on pourroit nommer *arbor vivificans*, pour le distinguer de celui du cervelet, que quelques Anatomistes ont appelé *arbor vitæ*, non d'après Cortesius, comme Douglaß le croyoit, mais d'après des Anatomistes beaucoup plus anciens; Arantius & Varoli avoient connu l'arrangement symétrique de la substance blanche du cervelet, & l'avoient comparée à un arbre.

Dans une jeune personne l'arbre de la matrice a quelque ressemblance à une branche de palmier, dont les feuilles aboutissent à une tige commune; on le trouve grossièrement dépeint dans les planches de Graaff, quoique l'Auteur n'en ait rien dit dans ses explications: cet exemple prouve que les Peintres voient souvent mieux que les Anatomistes; les branches de cet arbre diminuent à proportion qu'elles s'éloignent de leur tronc, comme on peut le voir dans les *figures 4 & 5;* les inférieures sont plus grosses que les supérieures.

Entre les branches, & principalement proche du tronc & de l'ouverture du col, on observe plusieurs trous qui sont l'aboutissant d'autant de canaux excréteurs de quelques corps ganglioformes, desquels coule une certaine quantité de matière visqueuse quand on comprime la paroi de la matrice; & il n'est pas de meilleure méthode pour les rendre apparens, que de faire *rôtir* une matrice à un feu violent.

La cavité de la matrice est beaucoup plus mince & plus lice dans l'âge adulte qu'elle ne l'est dans le fœtus ou dans l'enfant; le tronc de l'arbre & ses branches ou s'effacent ou la substance intermédiaire s'élève; je n'ai rien de positif à ce sujet: les côtés de la matrice s'inclinent, avec le temps, l'une vers l'autre par leur milieu, ce qui rétrécit la cavité de ce viscère.

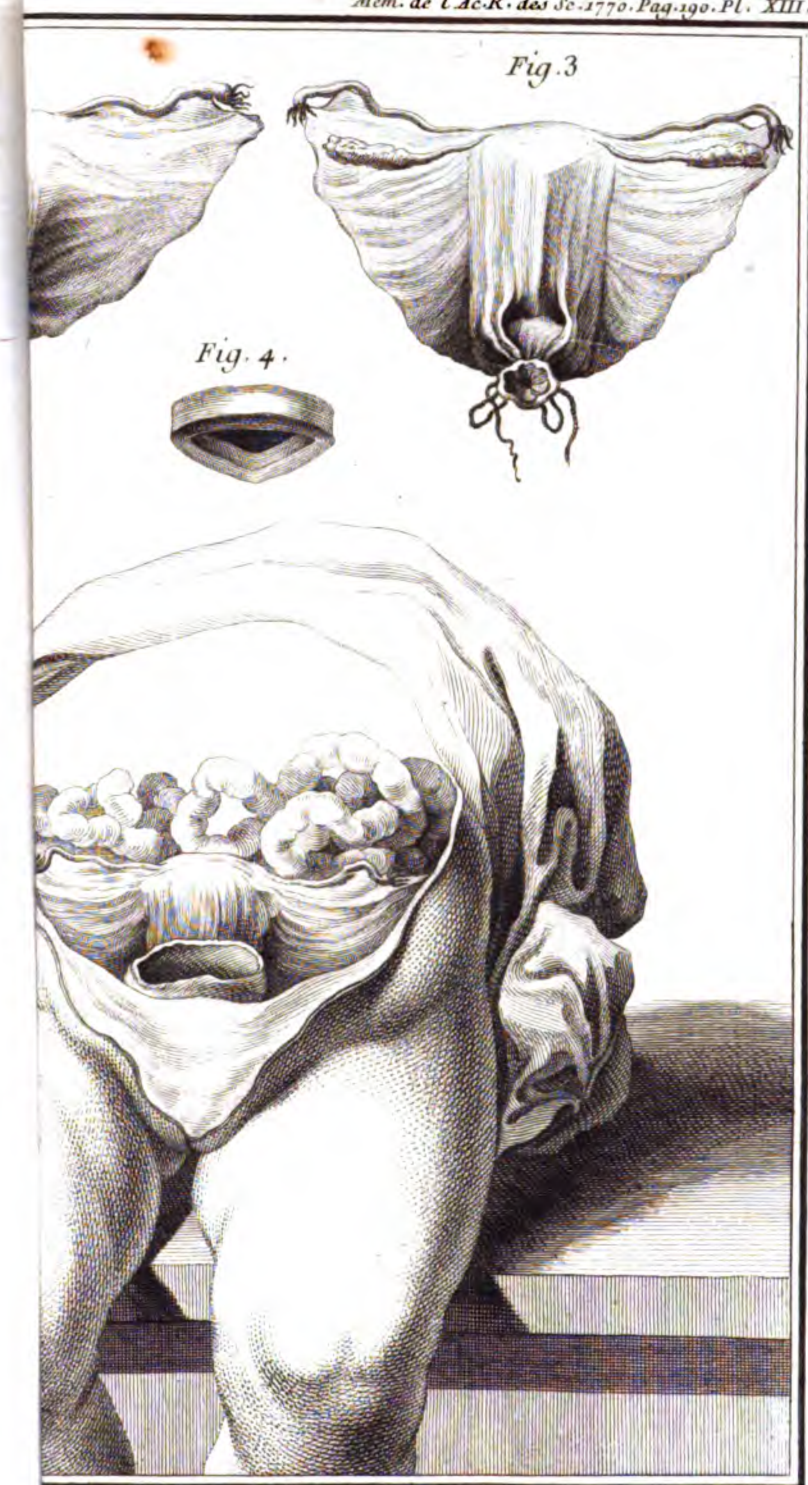
Quoi qu'il en soit, j'ai toujours trouvé dans les matrices de tous les âges, les parois latérales plus épaisses que la paroi postérieure & antérieure; ce surcroît d'épaisseur est produit par les troncs artériels & veineux *(aa, bb de la figure 6)* qui rampent entre les fibres des parois latérales de la matrice, & comme ces vaisseaux

ne pénètrent la matrice qu'à une certaine distance de l'orifice de l'utérus, le fond de la matrice sera plus épais que son col lorsqu'ils seront gorgés de sang, comme cela arrive dans la grossesse.

Il s'élève fréquemment sur la paroi interne des matrices des vieilles femmes (*figure 7*), même chez celles qui n'ont pas fait d'enfans, des excroissances; les Auteurs les ont décrites, mais ils n'ont point observé qu'elles fussent aussi communes qu'elles le sont, je les ai trouvées sur treize femmes de vingt que j'ai ouvertes à ce dessein & en différens temps, à l'Hôtel-Dieu & dans mon amphithéâtre.

La surface interne de la matrice est extrêmement irritable; j'ouvris la matrice d'une chienne vivante, vers sa face antérieure, & après en avoir extrait trois fœtus, je versai quelques gouttes de vinaigre, la matrice se contracta & se dilata alternativement pendant plusieurs minutes, les contractions commencèrent presque toutes vers le fond & finissoient au col: c'est d'après cette observation que je conclus que la surface interne de la matrice est très-irritable. Harvée rapporte, dans son Traité de la génération, un fait à peu près semblable: ce savant Observateur a vu la matrice extraite d'un animal vivant se mouvoir en différens sens pendant un assez long espace de temps. Je n'ai pas trouvé la paroi extérieure de la matrice aussi irritable, ce qui s'accorde avec les expériences que M.rs Senac & Haller ont faites sur le cœur; ces célèbres Anatomistes ont prouvé par l'expérience, que la surface extérieure du cœur n'étoit presque point irritable, quoique la surface interne des ventricules le fût beaucoup.





Y. le Gouaz Sc.

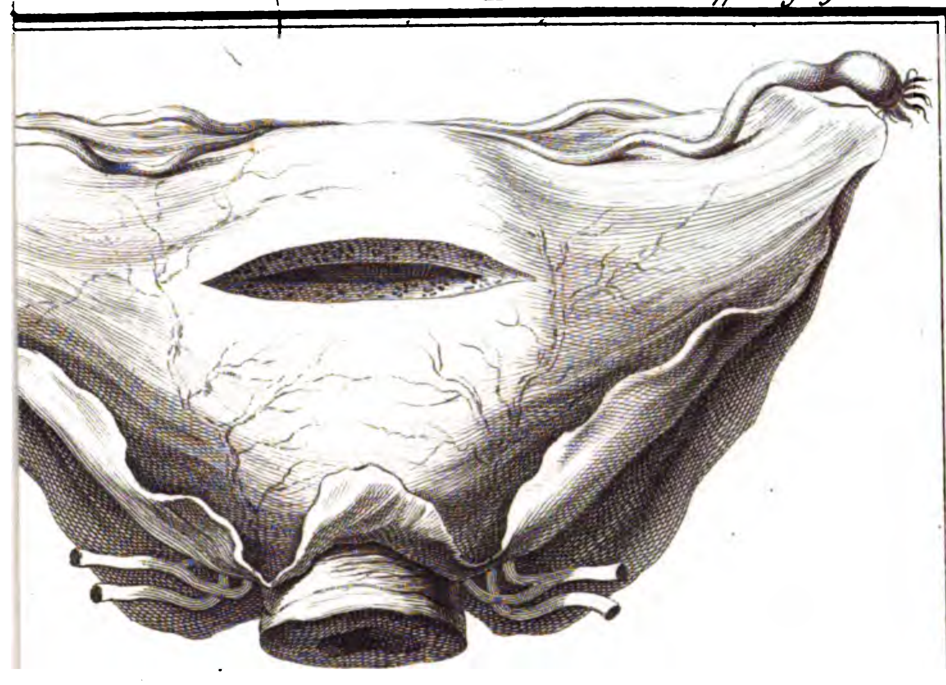
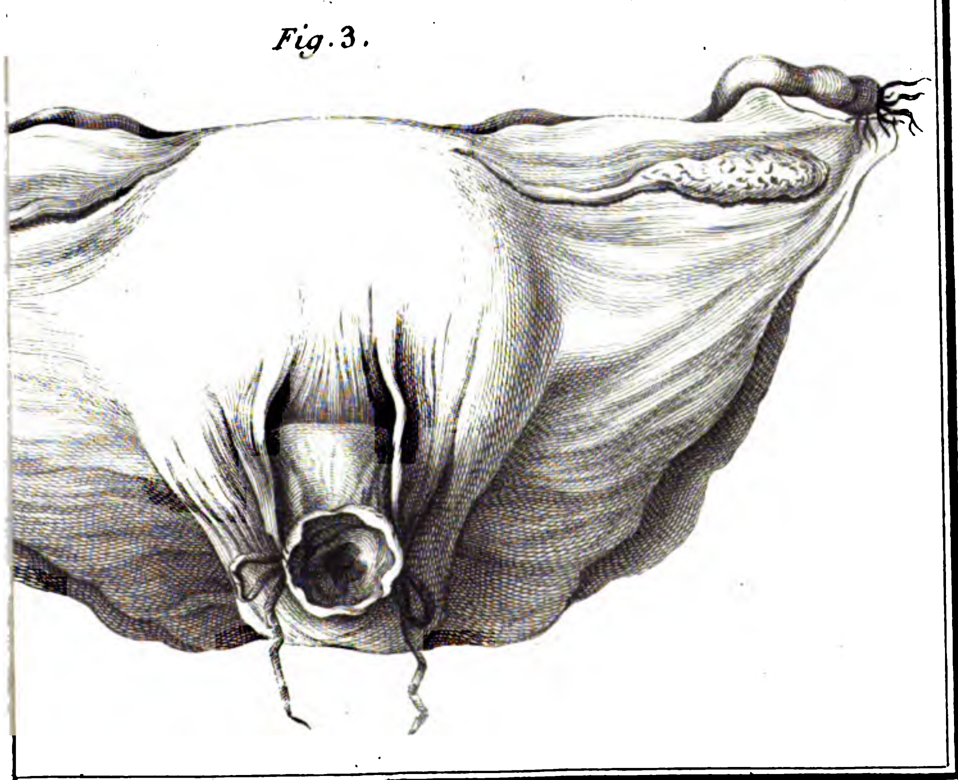


Fig. 3.



Y. le Gouaz Sc.

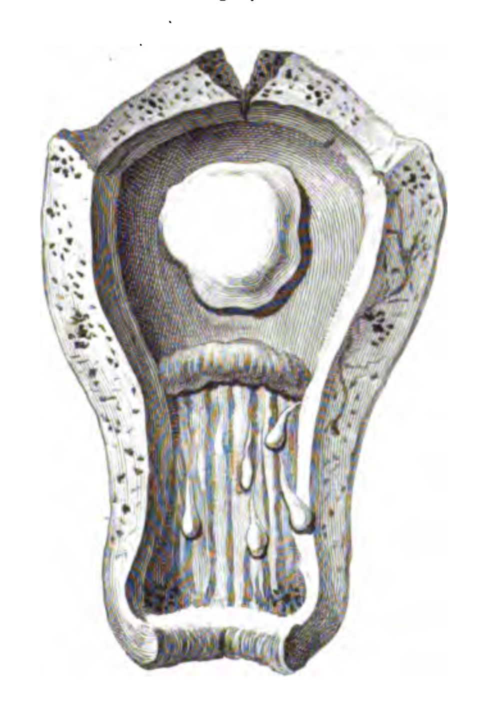




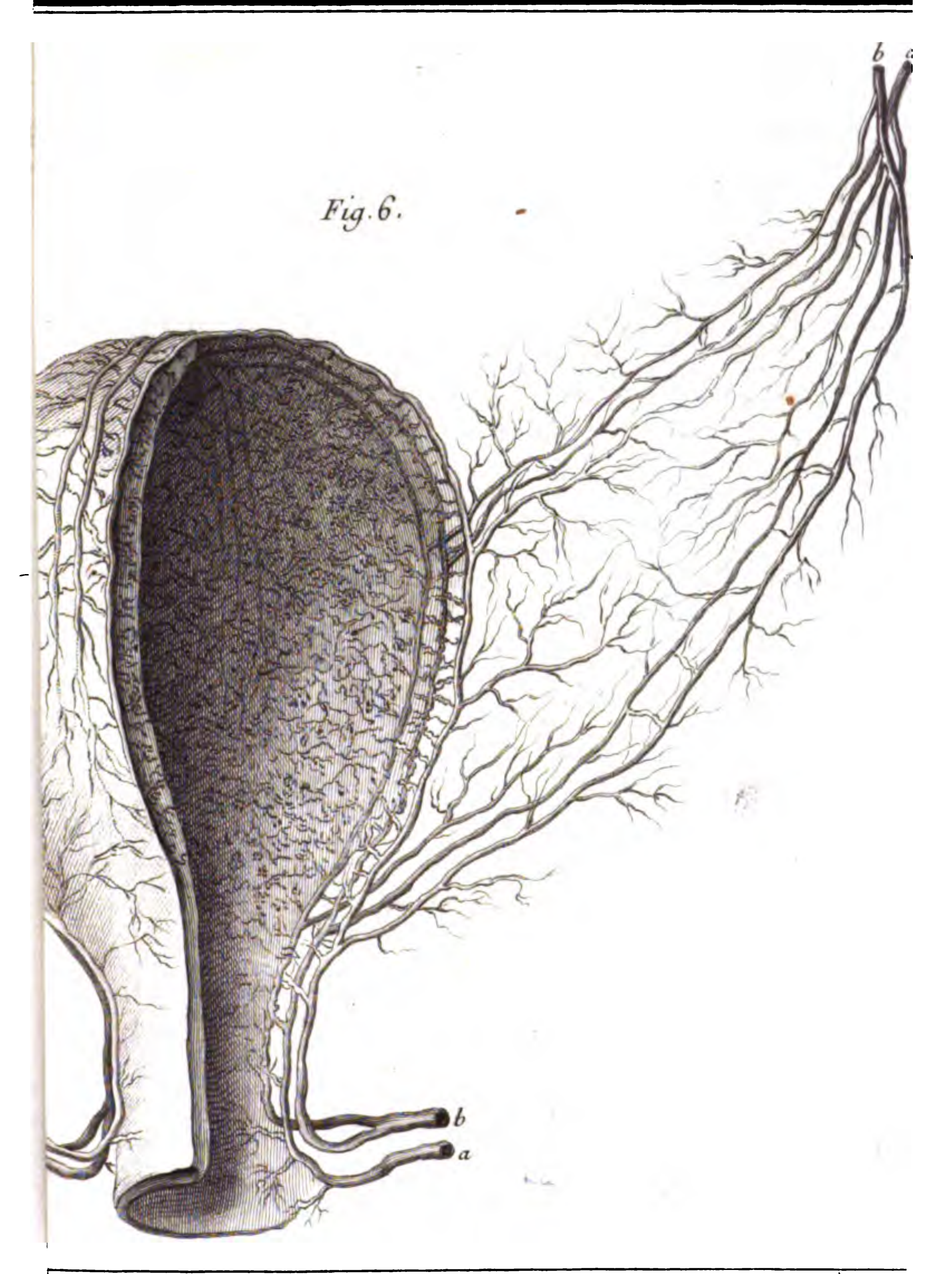
Fig. 2.

...nt les Fig. 4 .... et 5. indiquées pag. 189.

Fig. 7.



Y. le Gouaz Sc.



Y. le Gouaz

MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

NOTIONS préliminaires.

I. LORSQU'ON a un certain nombre d'équations différentielles entre un nombre plus grand de variables, on peut toujours, en différentiant & éliminant, trouver une équation définitive qui ne contienne qu'autant de variables que leur nombre ſurpaſſe celui des équations diminué de l'unité, en ſorte que ſoit m le nombre des variables, & m' celui des équations, l'équation définitive contiendra $m - m' + 1$ variables. Cette équation ſera de l'ordre n', n' étant la ſomme des expoſans de l'ordre de chaque équation.

II. Si l'équation définitive admet une ſolution complette qui contienne un nombre n' d'arbitraires, on aura entre $m - m' + 1$ des variables priſes à volonté, une équation finie, contenant un pareil nombre d'arbitraires, & de plus on aura chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, variables priſes auſſi à volonté.

III. Une pareille intégrale étant ſuppoſée connue, on ne pourra avoir immédiatement ni les équations finies entre $m - m' + 1$, autres variables priſes à volonté, ni chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, autres priſes auſſi à volonté, que lorſque l'on pourra tirer de chacune de ces équations la valeur de chaque variable en une fonction des autres, quoiqu'on ait toujours chaque variable de celles qui ne ſont point entrées dans l'équation définitive, égale à une fonction des $m - m' + 1$ qui y entrent; & par conſéquent on ne pourra avoir la

ſolution complette de toutes les propoſées, qu'en réſolvant autant d'équations de l'ordre n' entre $m - m' + 1$ variables, qu'il y a dans m variables de combinaiſons de $m - m' + 1$ variables différentes.

IV. Si on a une équation intégrale entre $m - m' + 1$ variables, & chaque autre variable égale à une fonction finie de ces $m - m' + 1$, on aura m' équations finies entre les m variables. Soient, par exemple, V, V', V'' des fonctions algébriques de x, y, & que j'aie $l(V + lV') + V'' = 0$, & $z = xlV' + l(V + lV')$, j'aurai $z = xlV' - V''$, & $(lV + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$, équations du premier ordre.

V. De ces m' équations finies entre les m variables, on peut tirer l'équation définitive, par exemple, de $z = xlV' - lV''$, & $(lV + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$; on tirera $(lV + lV') + V'' = 0$; mais ces m', équations entre les m variables, ne donnent pas toutes les équations finies définitives; en effet, dans l'exemple précédent on n'a point z en y ou z en x, V, V', V'' reſtant quelconques.

VI. Si on a chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$ variables quelconques, & de plus ou une des intégrales définitives, ou m' équations finies, la ſolution complette ſera trouvée.

VII. On peut, indépendamment de l'intégration, s'aſſurer ſi on a la valeur d'une variable quelconque en $m - m' + 1$ autres variables. En effet, ſoit z cette variable, & que j'aie $A + Bz = 0$ & $A' + B'z = 0$, j'aurai $\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'} = 0$ pour équation définitive; & la valeur de $z = -\frac{A}{B} = -\frac{A'}{B'}$ ne deviendra $\frac{0}{0}$ en ſubſtituant dans A, B, ou $A' B'$ les valeurs des différences tirées de l'équation définitive, que lorſqu'on aura $A = A'$, $B = B'$; ainſi toutes les fois que l'équation définitive viendra

viendra de la comparaiſon de deux valeurs de z, on aura une valeur finie de z.

VIII. Il peut arriver que j'aie des équations entre m variables au nombre de m', & que je n'en puiſſe tirer une équation définitive entre $m - m' + 1$ variables. Soit donc $Z = 0$ & $Z' = 0$ deux équations en x, y, z qui contiennent chacune une tranſcendante, & telles qu'on n'en puiſſe tirer une ſeule valeur de z en x, y. Si je différentie ces équations pour faire diſparoître les fonctions tranſcendantes, & que j'élimine dz, j'aurai z en x, y, dx, dy; j'aurai également en ſuppoſant dx conſtant, une équation du ſecond ordre en x & y, qui ſera poſſible; tirant de ſon intégrale une valeur de $\frac{dy}{dx}$ & la ſubſtituant dans la valeur de z, j'aurai z égale à une fonction finie des deux variables x, y; ce qu'on ne pouvoit tirer immédiatement des deux propoſées. La cauſe de ce paradoxe que je ne ſais pas avoir encore été remarqué, eſt que la fonction $z = Fx, y$ qu'on cherche, eſt toujours donnée par une équation entr'elle Z, Z', & les variables, mais qu'elle n'eſt pas toujours donnée égale à une fonction de Z, Z' & des variables, & que l'équation entre cette fonction, Z, Z' & les variables étant ordonnée par rapport à cette fonction, peut n'être pas ſéparable.

IX. Dans la même hypothèſe, ayant différentié & éliminé dz & ſubſtitué dans chaque équation la valeur de z en $x, y, \frac{dy}{dx}$; on aura deux intégrales du premier ordre pour l'équation du 2.e ordre en x & y, mais on n'en pourra point tirer l'intégrale finie. Soient en effet $lA + B = 0$, $lA' + B' = 0$, ces deux équations où A, B, A', B', ſont des fonctions algébriques; & qu'après les ſubſtitutions on puiſſe tirer de ces équations une valeur de $\frac{dy}{dx}$, il faudra que A ou B, ou A' ou B', ou $A \times A'^m$ ou $B + mB'$ ſoient ſans $\frac{dy}{dx}$, ou bien qu'on puiſſe ſuppoſer égaux à zéro $A \times A'^m$, ou $B + mB'$; or, toutes ces ſup-

positions ne peuvent avoir lieu sans qu'on ait immédiatement z en x, y, à l'aide des deux équations; ce qui est impossible par la supposition : dans l'hypothèse de deux intégrales du premier ordre d'une équation du second, on ne peut donc pas toujours tirer l'intégrale finie. Ce paradoxe s'expliquera comme dans l'article précédent, soient en effet $lV + V' = 0$, $lV'' + V''' = 0$. deux équations intégrales du premier ordre dont on peut tirer l'intégrale finie; il est clair que toutes les autres intégrales du même ordre & de même forme qui sont $F(lV + V')(lV'' + V''')$, ne peuvent être que $lV + mlV'' + V' + mV''' = 0$, donc de deux quelconques, on déduira toujours l'intégrale finie; mais celles de ces intégrales qui sont données par une équation non séparable entr'elles & $lV + V'$, $lV'' + V'''$, peuvent se trouver de la même forme, sans être assujetties à cette condition. Ce que je viens de dire est général pour tous les ordres; lors donc qu'on a des intégrales desquelles on ne peut éliminer les différences supérieures, on en cherchera d'autres jusqu'à ce qu'on en ait trouvées où cette élimination soit possible. *Voyez mon premier Mémoire dans le cinquième Volume des Mémoires de l'Académie de Turin*, où j'ai déjà fait cette remarque qui rend l'intégration plus difficile. *Voyez aussi le n.° 4 du second Mémoire.* La remarque que je viens de faire rend plus incertaine la méthode d'avoir des équations de condition que j'y ai déduite des calculs de M. Fontaine.

X. Lorsque toutes les variables ne sont pas égales à une fonction de $m - m' + 1$ variables, & qu'une seule dépend d'une équation du premier ordre, l'équation définitive devient du $n' - 1$ & du $n' - 2$, si l'autre équation est du second; si la même chose arrive pour plusieurs variables, l'ordre de l'équation définitive varie à proportion, & l'on aura les variables par l'intégration de leurs équations différentielles qu'on rendra possible à l'aide de l'équation définitive & de ses intégrales, ou bien par l'intégration des autres équations définitives.

Tout ceci posé, je vais dans la suite de ce Mémoire, 1.° donner la manière de trouver les formules des équations de condition,

pour un nombre quelconque d'équations & de variables, & pour un ordre quelconque. 2.° Tracer la méthode de les intégrer & d'en tirer la ſolution complette, c'eſt-à-dire, toutes les équations définitives. 3.° De ce ſecond article je tirerai une méthode d'intégrer une ſeule équation propoſée, & je la comparerai avec celle des Mémoires de Turin déjà cités. 4.° Je traiterai du cas où toutes les variables ſont ſous une forme linéaire, hors celle dont la différence eſt conſtante. 5.° J'examinerai celui où toutes les variables hors une, ſont telles qu'on puiſſe en négliger une puiſſance donnée, 6.° J'appliquerai les principes précédens ou Problèmes des trois corps.

ARTICLE PREMIER.

Des Équations de condition.

Soient $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. des équations entre les variables $x\ y\ z\ u$, &c. je multiplie V par A, V' par A' V'' par A'', &c. j'ajoute enſemble toutes ces équations, je prends les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''\ldots$ ſoit une différentielle exacte, & elles ſont au nombre de m; j'y ſuppoſe $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. ce qui fait diſparoître les termes multipliés par ces fonctions ou leurs différences, & qui contiennent des différences partielles de $A, A', A''\ldots$ On éliminera ces facteurs, & on aura les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''\ldots\ldots = dB$, enſuite on prendra la valeur de dB qu'on a dans cette ſuppoſition, & on fera $A_{,}V + A'_{,}V'\ldots + A_{,,}dB$ égal à une différentielle complette, le coëfficient de $A_{,,}$ diſparoîtra; on pourra faire $dA_{,,} = A_{,,,}$, & on prendra les nouvelles équations de condition. Comme dans cette nouvelle opération, on a néceſſairement négligé une des équations en V, on aura, en la répétant autant de fois qu'il y a de V, & les négligeant ſucceſſivement, avoir de nouvelles équations de condition; mais il ſera plus rigoureux de faire $A_{,}V + A'_{,}V'\ldots\ldots + A_{,,}dB = dB'$ & $aV + a'V'\ldots\ldots + a_{,}dB + a_{,,}dB'$ égale à une différence exacte, en ôtant deux des équations V & ainſi de ſuite.

Lorſqu'il ſera queſtion d'avoir les équations de condition pour que les V aient des intégrales finies, il ſuffira de traiter les B, B', comme on a traité les V. De ce que je viens de dire de la ſubſtitution indiquée dans l'article III.e, & de la quatrième remarque de l'article I.er du Mémoire ſur les différences finies, imprimé dans ce volume, on déduira une méthode de trouver les équations de condition ſans faire $V = 0$, qui s'étendra juſqu'à la poſſibilité des intégrales finies.

ARTICLE II.

De l'intégration des équations différentielles, ſans avoir éliminé.

Soit un nombre m de variables & m' équations différentielles qu'il faille intégrer ſans éliminer, on fera les trois obſervations ſuivantes.

1.° On peut ſuppoſer que toutes ces équations ſont du même ordre n; en effet, s'il y en a une d'un ordre inférieur, on peut lui ajouter une de celles de l'ordre le plus élevé, & prendre l'équation qui réſulte de leur ſomme au lieu de la propoſée. On peut également ſuppoſer que les différences les plus élevées de toutes les variables y ſont ſous une forme linéaire; en effet, ſi cela n'étoit pas, on pourroit toujours les rappeler à cette forme, du moins par la différentiation au défaut d'autres moyens.

On pourra donc rendre les propoſées une différentielle exacte d'une fonction de toutes les variables, en multipliant chaque équation par une fonction algébrique des variables, de leurs différences, excepté la plus élevée & des radicaux qui entrent dans les propoſées. Au reſte, on peut ſuppoſer qu'il n'y ait point de radicaux, parce qu'on peut les faire diſparoître comme les puiſſances les plus élevées des plus hautes différences.

Ces facteurs F pourront être donnés chacun par une équation de la forme

$$A + BF^p + CF^{2p} + \ldots\ldots\ldots\ldots = 0;$$

p étant ici un nombre entier quelconque, & l'équation étant pour F^p du degré nm', en ſorte que F^p puiſſe avoir nm', valeurs

données par cette équation, nombre égal à celui des intégrales qu'on peut avoir. *Voyez le tome IV des Mémoires de Turin, à la fin.* On peut ſuppoſer ici que l'on ait une équation de la forme

$$A + BR + CR^2 \ldots\ldots\ldots\ldots + QR^{nm'} = 0,$$

& que chaque facteur ſoit donné par une équation $F^p + P = 0$, P étant une fonction rationnelle des variables & de R, dans laquelle, à cauſe de l'équation en R, R n'entrera qu'au numérateur, & ne ſera qu'au degré $nm' - 1$, & l'on peut, à volonté, ou ſuppoſer l'équation en R ſans ſecond terme, ou faire $P = R$ pour un des facteurs ſeulement.

Même ayant trouvé F on pourra ſuppoſer que les autres facteurs ſoient égaux à F multiplié par une fonction rationnelle des variables & de R.

Si on peut ſuppoſer $F = 0$, ou égal à une conſtante, alors l'équation en R ne ſera que du degré $nm' - 1$, & ainſi de ſuite s'il y a pluſieurs facteurs qui ſoient dans les mêmes cas.

La forme de F, priſe comme ci-deſſus, donne toujours un facteur, quoiqu'elle puiſſe ne pas les donner tous par une même formule.

Cette forme pour les facteurs a cet avantage, que lorſqu'on ſubſtitue dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs en m, ces équations ſont du premier ordre; la quantité F en peut diſparoître & qu'il n'y reſte que R & le coëfficient p, en ſorte qu'il n'y entre point de quantités avec des expoſans indéterminés. Si les facteurs qu'on a trouvé par cette méthode, n'ont qu'une valeur & ne donnent qu'une ſolution, il faudra en chercher une nouvelle où R ne montera qu'au degré $nm' - 1$; & ſi ces facteurs ſe trouvent toujours être rationnels on cherchera ſucceſſivement l'ordre des équations étant n, un nombre n de valeurs de chaque facteur, d'où l'on tirera une intégrale finie, & pour avoir les m' intégrales finies, il faudra en avoir nm'.

La raiſon pour laquelle j'ai ſuppoſé ci-deſſus que le degré des F^p égal à nm', eſt que le nombre des valeurs doit être nm' le coëfficient de ces valeurs reſtant arbitraire, & que toute autre forme

ſemble devoir donner un plus grand nombre de valeurs, on pourra ſe rappeler à celle-ci; comme, ſi je ſuppoſois qu'une valeur de F fût multipliée par un coëfficient irrationnel tel qu'on ne put faire évanouir les irrationnalités en l'élevant à la puiſſance p, il eſt aiſé de voir, qu'appelant F' cette valeur, l'équation du degré p, qui ſerviroit à faire évanouir ce coëfficient, ſeroit homogène par rapport à F & F', en ſorte que le dernier terme en F'^p étant appelé F'', on auroit toujours $F = b\sqrt[p]{F''}$, & F'' ayant ſeulement un nombre $m'n$ de valeurs.

Cependant, comme pour les équations déterminées au-deſſus du 4.e degré, & par conſéquent pour les équations différentielles au-deſſus du troiſième ordre, cette théorie des racines n'eſt pas encore aſſez développée, s'il reſtoit quelques doutes ſur la légitimité de la preuve ci-deſſus, il faudroit prendre, au lieu d'une équation du degré $m'n$ en F^p une équation du degré.... $\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m'n - 1 \times m'n}{n'}$, n' eſt ici le plus petit diviſeur de $m'n$ autre que l'unité, en obſervant que cette forme générale eſt trop compliquée pour la plupart des cas. Si $p = 1$ l'équation du degré $m'n$ ne peut avoir de ſecond terme, ſans qu'il y ait un facteur rationnel, car la ſomme de toutes ces racines donne également un facteur, mais ſi ce terme manque il eſt aiſé de voir que ces $m'n$ racines ne donnent que $m'n - 1$, facteurs différens à cauſe que chaque facteur eſt égal à moins la ſomme des $m'n$ autres; on pourroit donc ſuppoſer dans ce cas l'équation du degré $m'n + 1$.

On obſervera ici que cela retomberoit dans le cas expoſé ci-deſſus, ſi ſans avoir égard aux coëfficiens des radicaux les $m'n$ fonctions F qui ſont ſous le ſigne radical dans la racine de l'équation du degré $m'n + 1$ peuvent être donnés par une équation de la forme $A + BF^p + CF^{2p} \ldots + QF^{m'np} = 0$, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi une quantité dont le coëfficient eſt arbitraire, & qui n'a que $m'n$ valeur peut-être toûjours ſuppoſée de cette forme; alors en effet le facteur ſeroit $F^{\frac{1}{m'n+1}}$

ou $F\overline{p}^{\,1}$, & la même formule renfermeroit les deux cas. Mais si cela n'étoit pas vrai en général, il faudroit que l'équation en R fut supposée du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m'n \times m'n + 1}{q}$, q étant un diviseur de $m'n + 1$ autre que l'unité.

2.° En supposant les équations sans radicaux, les équations pour les facteurs contiendront (nulle différence n'étant constante) un nombre $n\,m$ de variables; ils seront au nombre de m' donnés par m' équations, où il y aura des différences de l'ordre $2\,n - 1$, & il en faudra déterminer au moins $n\,m'$ valeurs. Si on avoit cherché l'intégrale d'une équation définitive trouvée par l'élimination, on auroit eu un seul facteur, donné par $m - m' + 1$, équations où il y auroit des différences de l'ordre $2\,n\,m' - 1$, il faudroit également au moins $n\,m'$ valeurs du facteur, son équation contiendroit $(m - m' + 1) \times m'n$ variables, ce dernier nombre étant plus grand que mn, excepté lorsque $m' = 1$, ou il seroit $n\,m'$ comme ci-dessus. Si une des variables est supposée constante, le nombre des conditions pour déterminer les facteurs diminuera d'une unité, dans chaque manière d'envisager le Problème; & le nombre des variables qui entrent dans les équations aux facteurs, diminuera pour le premier cas de $n - 1$ unités, & de $m'n - 1$ dans le second, en sorte que l'un est $mn - n + 1$, & l'autre $(m - m') \times m'n + 1$, quantités qui sont égales dans le cas de $m = m' + 1$ qui est le plus commun, & dans celui de $m' = 1$, mais dans tout autre cas le second nombre est plus grand que le premier. Il paroît donc que pour la détermination des facteurs; il est à peu près égal pour la complication & la longueur des calculs, d'intégrer avant ou après l'élimination.

3.° De ce que je connois m' intégrales finies des proposées, il ne suit pas que je puisse connoître immédiatement une équation définitive finie entre $m - m' + 1$ variables, bien loin de les connoître toutes, de même que connoissant une de ces équations définitives, je n'en puis pas tirer immédiatement les autres équations définitives, mais en cherchant d'autres intégrales finies

entre les m variables, je parviendrai toujours à en trouver de telles que l'élimination ſoit poſſible, & que j'aie toutes les équations définitives. Soit données en effet une équation définitive du ſecond ordre en x, y, deux équations du premier ordre en z, x, y; les intégrales du premier ordre de la première telles qu'on en puiſſe tirer l'intégrale finie, & les deux intégrales finies des équations en x, y, z, ſans qu'on puiſſe en éliminer z; il eſt clair que différentiant ces deux équations finies, on en peut tirer $\frac{dy}{dx}$ égal à une fonction algébrique de x, y, z; donc la ſubſtituant dans les intégrales du premier ordre, d'où on peut éliminer $\frac{dy}{dx}$; on en aura de nouvelles en x, y, z, d'où l'on pourra éliminer z. Donc, &c. La même choſe ſe démontrera pour un ordre & un nombre de variables quelconques; on pourra donc, en intégrant avant d'éliminer, trouver des intégrales telles qu'on en puiſſe déduire immédiatement toutes les équations définitives, comme on les auroit eues en intégrant ſucceſſivement après l'élimination chacune des différentielles correſpondantes. Il ſera donc indifférent, quant aux derniers réſultats, d'intégrer avant ou après l'élimination. Les difficultés ſont abſolument les mêmes, & les calculs paroiſſent devoir être à peu près également longs & compliqués.

ARTICLE III.

Nouvelle méthode d'intégrer une Équation propoſée.

Soit une équation du ſecond ordre ſans radicaux entre les deux variables x, y, $Ad^2y + B = 0$, je fais dans A & dans B $\frac{dy}{dx} = z$, & comme dx eſt conſtant, j'ai entre les trois variables x, y, z, les deux équations $Adz + Bdx = 0$, $dy - zdx = 0$; je les ſuppoſe multipliées par A' & A'' fonctions algébriques de x, y, z, & je ſuppoſe que $A'zdx - A'dy + A''Adz + A''Bdx$ ſoit une différentielle exacte d'une fonction de x, y, z; j'ai par conſéquent les trois équations de

de condition $\frac{dA'}{dz} + \frac{AdA''}{dy} + \frac{A''dA}{dy} = 0$, & $\frac{dA'}{dx} + \frac{zdA'}{dy} + \frac{BdA''}{dy} + \frac{A''dB}{dy} = 0$, $\frac{d(A''A)}{dx} = \frac{d(Az + A''B)}{dz}$, A' & A'' étant donnés par des équations $A''^{p} + BA'^{p} + C = 0$, $A''^{p} + B'A'^{p} + C' = 0$, ou plutôt par ces équations $A'^{p} + aR + b = 0$, $A'' = A' \times a'R + b'$, & $R^2 + a''R + b'' = 0$. Les deux valeurs de A', A'', que donnent les deux racines de l'équation en R, donnent deux solutions; & si elles sont telles qu'on puisse en éliminant en déduire l'intégrale finale, la solution sera achevée, sinon il faudra chercher d'autres facteurs.

Il peut arriver, ou que l'équation en R ait deux racines, ou qu'elle n'en ait qu'une. Dans le second cas on n'aura qu'une solution, & il en faudra chercher une seconde; dans l'autre on auroit les deux valeurs de facteurs, sans autre radical que $\sqrt[p]{}$; les a, b; a', b'; a'', b'' sont toujours des fonctions rationnelles, on aura donc (en faisant les substitutions nécessaires pour faire évanouir dans les équations de conditions les différences de A', A'') des équations qui ne contiendront que R, les fonctions a, b; a', b'; a'', b'', & leurs différences; & mettant les deux équations qui restent, sous la forme $a'''R + b''' = 0$, $a^{\text{iv}}R + b^{\text{iv}} = 0$, on aura a''', b'''; a^{iv}, b^{iv}, fonctions de a, a', a''; b, b', b'', & de leurs différences; & ces dernières quantités qui sont rationnelles doivent être telles que a''', b'''; a^{iv}, b^{iv}, s'évanouissent.

On pourra, pour faciliter le calcul, supposer un dénominateur commun à toutes ces fonctions; & même sans limiter la forme des facteurs, supposer en général $a'' = 0$, ou bien $b = 0$ & $a = 1$.

Soit $Ad^3y + B = 0$, je fais $\frac{dy}{dx} = z$, $\frac{dz}{dx} = u$; & j'ai entre les quatre variables x, y, u, z, les trois équations $dy - zdx = 0$, $dz - udx = 0$, $Adu + Bdx = 0$. Je suppose que $A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx = 0$; ce qui me donne les trois équations de condition

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A''''Bdx)}{dy} - dA' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A''''Bdx)}{dz} - dA'' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A''''Bdx)}{du} - dAA''' = 0.$$

On cherchera ici, comme ci-dessus, à déterminer A', A'', A''' par trois équations de la forme $A'^{3p} + BA'^{2p} + CA'^{p} + D = 0$; ou bien, prenant une équation $R^3 + aR^2 + bR + c' = 0$, on aura $A'^{p} + a'R^2 + b'R + c' = 0$,

$$A'' = A' \times a''R^2 + b''R + c''$$
$$A''' = A' \times a'''R^2 + b'''R + c''',$$

dans lesquelles a, b; a', b', c', &c. sont des fonctions rationnelles. Substituant dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs, on déterminera ces fonctions rationnelles par la méthode des coëfficiens indéterminés, & on aura des valeurs pour les facteurs cherchés.

On peut faire ici à volonté ou $a = 0$; ou $a', c' = 0$, & $b' = 1$; & cette dernière supposition est toujours légitime, parce que le seul cas où elle ne le seroit pas, est celui où a', & b' seroient zéro; or dans ce cas les quantités qui multipliant A', donnent les deux facteurs, sont les trois racines d'une équation du troisième degré, dont la somme est rationnelle, n'est pas égale à zéro, & donne aussi une des valeurs de ces quantités; donc, &c.

On pourroit ici, comme dans ce qui précède, donner un coëfficient différent de l'unité à R^3, & à R^2, & alors on n'auroit plus à chercher par la méthode des coëfficiens indéterminés que des fonctions rationnelles & entières. Dans ce cas il faudroit augmenter chaque variable d'une constante indéterminée, & alors on trouveroit que dès qu'un rang manque dans une de ces fonctions, tous les rangs supérieurs manquent également; ce qui sans cette substitution ne seroit pas généralement vrai & rendroit très-compliquée & souvent difficile & incertaine la détermination de ces fonctions.

Cette supposition aura encore cet avantage, que ce coëfficient

de R^3 ſera égal à zéro dans les cas où l'équation en R n'eſt que du ſecond ou premier degré, cas où ſans cela il faudroit, quoiqu'il ſoit plus ſimple en lui-même, avoir également une équation du troiſième degré où toutes les racines ſeroient égales, ou bien qui auroit un facteur inutile.

Au lieu de l'équation $R^3 + aR^2 + bR + C = 0$, il faudroit ſuppoſer l'équation $R''^2 + aR'' \ldots\ldots + q$, & les coëfficiens de A' pour donner A'' & A''' contiendroient un terme $a''R''$, ſi la nature des équations déterminées exigeoient qu'on prît la forme plus compliquée que j'ai propoſée dans l'article précédent. C'eſt donc cette forme qu'il faudra employer juſqu'à ce qu'on ait des preuves plus certaines que l'autre eſt d'une généralité ſuffiſante; connoiſſant par ce moyen un, deux, trois facteurs, on verra s'ils peuvent donner trois intégrales différentes, ſinon on cherchera de nouvelles valeurs des facteurs, mais R étant alors donné par une équation du ſecond degré, ou étant rationnel & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on trouve trois intégrales réellement différentes, & dont on puiſſe tirer une ſolution définitive.

Il eſt aiſé de voir que les mêmes principes donneront également la ſolution des équations de tous les ordres; & ſi on compare cette ſolution à celle que j'ai donnée dans les Mémoires de Turin, on verra que les $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c. y ſont repréſentés par les z, u, &c. que ces variables entrent de la même manière dans les intégrales de l'ordre inférieur, qu'il faut par conſéquent employer les mêmes moyens pour réſoudre les mêmes difficultés, & avoir égard à celles dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire.

Exemple I.

Soit l'équation différentielle du ſecond ordre $(x^2 + 2xy + 2y^3 + 2xy^2 + y^4)\,d^2y + (2x - 2y^2)\,dy^2 - (4y + x^2 + 2xy + 2xy^2 + 2y^3 + y^4)\,dy\,dx - (x + y^2 + 1)\,dx^2 = 0$, je fais comme ci-deſſus $\frac{dy}{dx} = z$, & j'ai les deux équations $(x^2 + 2xy + 2xy^2$

$+ 2y^3 + y^4) dz + (2xz^2 - 2y^2z^2 - 4yz - x^2z - 2xyz$ $- 2xy^2z - 2y^3z - y^4z - x - y^2 - 1) dx = 0$; & $dy - z dx = 0$; & cherchant par la méthode des coëfficiens indéterminés une valeur de A', & A'' dans les équations ci-dessus, je trouve que leur valeur est rationnelle, & que leur dénominateur commun peut être $x^2 + 2xy^2 + y^4 + x^3z$ $+ 2yx^2z + 3y^2x^2z + 4y^3xz + 3y^4xz + 2y^5z + y^6z$. Le numérateur du facteur de la première équation est $a + azx$ $+ 2azy + azy^2 + bx + by^2$, $a_,$ & $b_,$ étant arbitraires, & tout le numérateur étant multiplié par l'un ou par l'autre comme cela arrive nécessairement, parce que si V est une différentielle exacte, nV l'est aussi lorsque n est une constante. Quant au numérateur du facteur de la seconde, il sera $2bxz - 2by^2z -$ $2bxy - 2by^3 + a(1 + zx + 2zy + 2y^2 \times 2xz -$ $2y^2z - 4y - x^2 - 2xy - 2xy^2 - 2y^3 - y^4)$.

Faisant mention $a = 0$, $b' = 1$, $a' = 1$, $b = 0$, qui sont les deux suppositions les plus simples, j'aurai pour la seconde l'équation intégrale

$$l(x + y^2) + \frac{yx + y^3 - 2yz - xz - y^2z - 1}{x + y^2} + N' = 0,$$

& pour la première équation

$$l(1 + 2yz + xz + y^2z) - l(x + y^2) - x + N = 0.$$

Tirant de l'une ou de l'autre la valeur de z, j'aurai pour l'intégrale finie définitive

$$l(x + y^2) + y + e^{x - N} + N' = 0;$$

ou bien $l[l(x + y^2) + y + N'] - x + N = 0$; équations qui rentrent l'une dans l'autre.

EXEMPLE II.

Soient les trois équations $xydx + xydy + xy^2zdx +$ $x^2yzdx + xy^2udy + x^2yudy + xy^2dx + y^3dx +$ $x^2ydy + x^3dy = 0$, $xdu - dx = 0$, $ydz - dy = 0$; je trouve que les deux dernières sont intégrables par elles-mêmes, & que leurs intégrales sont $ly = z + N$, $lx = u + N'$;

je n'ai plus besoin que d'une seule valeur des trois facteurs. Cette valeur est donc donnée par des équations $A'^p + B = 0$, $A'' = A' \times C$, $A''' = A'' \times D$, B, C; D, étant rationnels. Cela posé, je trouve qu'ici p peut être supposé égal à l'unité, & que le dénominateur commun doit être $xy^2 + yx^2$, le numérateur de la première étant 1, celui de la troisième sera $x^3 + x^2y$, & celui de la seconde $y^3 + y^2x$; intégrant, j'aurai l'équation $l(x + y) + yu + xz + N'' = 0$, & en x & y l'équation définitive $l(x + y) + ylx + yN' + xly + xN + N'' = 0$. Cet exemple donne la manière de résoudre par cette méthode les équations qui contiennent des transcendantes ou des radicaux sans aucune nouvelle différenciation; & l'on voit que si l'équation qui les contient est du premier ordre, les équations hypothétiques pour les facteurs seront comme pour les équations du premier ordre, & ainsi de suite.

ARTICLE IV.

Des Équations différentielles linéaires.

C'est à M. d'Alembert qu'on a l'obligation de la méthode d'intégrer sans avoir éliminé ces équations différentielles pour un très-grand nombre de cas, & il en a fait les plus heureuses applications: je vais faire ici quelques réflexions sur leur solution générale avec un exemple de celle que je propose. Faisant les mêmes substitutions que ci-dessus; si le nombre des variables est n, celui des équations $n - 1$, l'ordre de chacune m, on aura $m \times (n - 1)$ équations du premier ordre en $m \times (n - 1) + 1$ variables, les multipliant ensuite chacune par un facteur A, A', A''.... les ajoutant & prenant les équations de condition, pour que leur somme soit une différentielle exacte, j'aurai $m \times (n - 1)$ équations pour $m \times (n - 1)$ facteurs; chacun de ces facteurs peut être supposé égal à une fonction linéaire d'un autre & de ses différences jusqu'à celle de l'ordre $m \times (n - 1) - 1$, & cet autre sera donné par une équation de l'ordre $m \times (n - 1)$, par conséquent cet A ni les autres ne pourront avoir plus de $m \times (n - 1)$ valeurs différentes; donc les fonctions algébriques

qui entrent dans les équations algébriques $dA + cA = 0$, qu'on peut ſuppoſer avoir lieu, ne peuvent contenir de radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$, parce qu'ils donneroient néceſſairement alors un plus grand nombre de valeurs; je ſuppoſe enſuite que j'aie un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations (P) entre $m \times (n - 1) + 1$ variables, & qu'elles ſoient de la forme $ay + bz + cu \ldots + B + BZ + B''Z^2 \ldots + B_{,}Z^p = 0$, & que j'aie (Q) $C + C'Z + CZ^2 + C''Z^3 + \ldots C_{,}Z^{p+1} = 0$, $a_{,}b_{,}c_{,} \ldots B_{,}B' \ldots B_{,}$, $C_{,}C'_{,} \ldots \ldots C_{,}$ étant des fonctions rationnelles de x; je différencie les équations (P), j'y ſubſtitue pour Z^{p+1} ſa valeur tirée de l'équation (Q), j'ai $2 \times m \times (n - 1)$ équations; donc ſi p n'eſt pas plus grand que $m \times (n - 1)$, j'élimine Z & ſes puiſſances, en ſorte qu'il me reſte $m \times (n - 1)$ équations rationnelles du premier ordre entre les variables; donc A peut contenir des radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$ & c du degré $m \times (n - 1)$ & des degrés inférieurs; on pourra donc le ſuppoſer donné par une équation du degré p égal au produit de tous les facteurs des nombres

$1, 2, 3, 4 \ldots \ldots \ldots \ldots p, p = m \times (n - 1)$

chaque c étant égal à une fonction de chaque autre c rationnelle & du degré $p' - 1$, on aura entre ces c un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations dont les coëfficiens ſeront rationnels algébriques & entiers, & dans leſquels on déterminera les coëfficiens conſtans des puiſſances de x, en faiſant dans ces équations de condition pour chaque A, $dA + cA = 0$, & les prenant tels qu'ils ſatisfaſſent à ces nouvelles équations; ayant les c on aura les A par les quadratures, & les intégrales cherchées par une nouvelle quadrature. Si A à $m \times (n - 1)$ valeurs différentes, toutes les intégrales ſeront trouvées; mais s'il n'eſt que q, par exemple, on prendra ces intégrales, & il reſtera, en éliminant, q variables, $m \times (n - 1) - q$ équations entre $m \times (n - 1) - q + 1$ variables qu'on traitera comme les propoſées; mais ſi dans leurs coëfficiens il entre des radicaux, il faudra les faire également entrer dans les coëfficiens des nouvelles équations en c, ce qui pourra les rendre auſſi compliquées que les premières. J'ai dit *dans les Mémoires de 1769*, pourquoi on

ne pouvoit pas toujours supposer que c eût $n \times (n - 1)$ valeurs algébriques.

Soient les deux équations du premier ordre

$$X z + X' y + X'' dz + X''' dy + X^{iv} = 0.$$
$$X_{,} z + X'_{,} y + X''_{,} dz + X'''_{,} dy + X^{iv}_{,} = 0.$$

Je multiplie la première par A, & la seconde par A' & j'ai les deux équations de condition

$$(X - dX'') A - X'' dA + (X_{,} - dX''_{,}) A' - X''_{,} dA' = 0.$$
$$(X' - dX''') A - X''' dA + (X'_{,} - dX'''_{,}) A' - X'''_{,} dA' = 0.$$

Je fais $Ac + dA = 0$, $A'c' + dA' = 0$, & mettant pour dA' & dA leurs valeurs, j'ai les deux équations

$$(X - dX'' + X'') cA + (X'_{,} - dX''_{,} + X''_{,}) c' \times A' = 0,$$
$$(X' - dX''' + X''') cA + (X'_{,} - dX'''_{,} + X'''_{,}) c' \times A' = 0,$$

d'où je tire $\frac{X - dX'' + X''c}{X_{,} - dX''_{,} + X''_{,}c'} = \frac{X' - dX''' + X'''c}{X'_{,} - dX'''_{,} + X'''_{,}c'}$, & différentiant l'une des deux équations en A & A', substituant & éliminant $\frac{Xc - dX''c + X''c^2 - dX + d^2X'' - cdX'' - X''dc}{X - dX'' + X''c}$ $= \frac{X_{,}c' - dX''_{,}c' + X''_{,}c'^2 - dX_{,} + d^2X''_{,} - c'dX''_{,} - X''_{,}dc'}{X_{,} - dX''_{,} + X''_{,}c'}$.

Supposant de plus

$c^2 = Bc + P$, $dc = B'c + P'$ & $c' = Dc + E$, où B', & P' sont des fonctions données de B, P, dB, dP, j'aurai définitivement deux équations de la forme $Rc + Q = 0$, $R'c + Q' = 0$, je ferai $R = 0$, $Q = 0$, $R' = 0$ $Q' = 0$, & à l'aide de ces quatre équations, je déterminerai les coëfficiens de B, P, D, E, qui doivent être des fonctions algébriques & rationnelles de x & des radicaux & transcendantes qui se trouvent dans les X, ou bien je ferai

$$B = \frac{B_{,}}{A_{,}},\ P = \frac{P'}{A_{,}},\ D = \frac{D_{,}}{A_{,}},\ E = \frac{E_{,}}{A_{,}},$$

je les substituerai dans les équations ci-dessus, & je déterminerai les coëfficiens constans de $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $D_{,}$ $E_{,}$ en les supposant des

fonctions finies algébriques rationnelles & entières de x, & des fonctions irrationnelles ou tranfcendantes qui entrent dans les X.

Soit, par exemple, X^{IV} quelconque $X_{,}^{\text{IV}} = 0$, $X''' = 0$, $X_{,}''' = 1$; $X'' = 1$, $X_{,}'' = 0$, $X' = \frac{3x^4 + 6x^2 + 4}{(x^2 + 1)^2} dx$, $X_{,}' = 0$; $X = \frac{4x^3 + 5x}{2x^2 + 2} dx\, l$, $X_{,} = - dx$, j'aurai, en fuivant les procédés détaillés ci-deffus, $B = - 2x$, $P = 1$; $c^2 + 2cx - 1 = 0$, $A = e\int[-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}]\, dx$, $A' = - \frac{(c + 4x^3 + 5x)}{x^2 + 1} A_{,}$ & les intégrales feront...

$e^{\int[-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}]\, dx} \left(z + \frac{[5x^3 + 6x \mp (1 + x^2)\,]}{1 + x^2}\right) y + \int e^{\int[-x \pm \sqrt{(1 - x^2)}]\, dx} X^{\text{IV}} dx + N = 0$; en prenant alternativement les deux fignes, elles feront donc $az + by + e = 0$, $a'z + b'y + e' = 0$, & les équations définitives $y + \frac{de - e'a}{bd - ab'} = 0$, $z + \frac{b'c - e'b}{ab' - bd} = 0$; or $\int[x \pm \sqrt{(1 + x^2)}]\, dx$ fe trouve par les logarithmes ou par la quadrature de l'hyperbole & $\int e^{\int[-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}]\, dx} X^{\text{IV}} dx$ ne peut être que $e^{\int[-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}\, dx]}$ multipliée par une fonction algébrique de x & des fonctions tranfcendantes contenues dans X^{IV} parce que toute nouvelle tranfcendante de nature à difparoître, par la différentiation, donneroit une arbitraire qui ne doit pas être dans l'intégrale.

ARTICLE V.

Des intégrales approchées pour un degré quelconque.

1.° Je fuppofe que j'aie un nombre m d'équations de l'ordre n entre $m + 1$ variables telles que je puiffe fuppofer que m de ces variables foient très-petites, & négliger leur puiffance m', que je les aie mifes fous une forme rationnelle & entière, & que les

ayant

ayant ordonnées par rapport aux variables très-petites, la plus haute différence de chaque variable ne s'y trouve qu'au premier degré, & se trouve à chaque rang. Il est aisé de voir que je puis toujours remplir ces conditions par des différentiations & des substitutions convenables. Ensuite multipliant chaque équation par une fonction entière du degré $m' - 1$ de toutes les variables & de leurs différences jusqu'à l'ordre $n - 1$, & les ajoutant, je dis que je puis supposer cette somme une différentielle exacte, ces coëfficiens étant des fonctions inconnues de x; en effet il faut pour cela que chaque rang soit une différentielle exacte, prenant une fonction du degré m', & de l'ordre $n - 1$ qui soit l'intégrale du premier rang, ceux au-dessus de m étant négligés, & où les coëfficiens soient indéterminés; il est aisé de voir que leur nombre est celui des termes d'une fonction homogène & du degré m' de $m\,n$ variables; que celui des coëfficiens indéterminé dans tous les facteurs est, pour le premier rang, le nombre des termes d'une fonction homogène des mêmes $m\,n$ variables du degré $m' - 1$, multipliée par celui des facteurs; c'est-à-dire, par mn; or, le nombre des termes de la différentielle correspondante est précisément égal à celui de ces coëfficiens indéterminés; en effet, elle est composée de la somme de chaque différence multipliée par une fonction du degré $m' - 1$ plus une fonction du degré m'. On aura donc, pour le premier rang, autant d'indéterminées que d'équations. On trouvera la même chose pour le second, pour le troisième, & ainsi de suite; les équations qui serviront à déterminer les coëfficiens des facteurs seront toutes linéaires, elles seront au nombre de p pour $p + 1$ variables, & par conséquent résolubles par la méthode expliquée dans l'article précédent.

2.° Soit x la variable dont la différentielle est constante, on pourra toujours l'éliminer des équations du Problème, elles seront toujours susceptibles de la forme ci-dessus, & les équations linéaires pour déterminer les coëfficiens des facteurs auront pour coëfficiens des constantes & non des fonctions de x; appelant donc ces facteurs A, A', A'', A''', &c. & faisant $A = ef^x$, $A' = CA$, $A'' = C'A$, $A''' = C'A$, &c. on aura des

équations déterminées, d'où on tirera définitivement

$$f^n + af^{n-1} + bf^{n-2} \ldots\ldots + p = 0$$
$$C = a'f^{n-1} + b'f^{n-2} \ldots\ldots + p'$$
$$C' = a''f^{n-1} + b''f^{n-2} \ldots\ldots + p''$$

& ainsi de suite.

Chaque valeur de f donne une valeur des facteurs, & par conséquent une intégrale de la proposée de l'ordre immédiatement inférieur d'une unité, & le nombre de ces valeurs est suffisant pour en donner toutes les intégrales finies, si toutes sont inégales. S'il y en a deux égales, au lieu de $A = e^{fx}$, on fera $d^2 A + adA + bA = 0$; d'où $A = e^{fx}(a + bx)$, au lieu de deux valeurs de e^{fx} on prendra e^{fx} & xe^{fx}, & on aura $A' = C'e^{fx} + D'xe^{fx}$ &c. s'il y en a trois égales, on fera de même $d^3 A + ad^2A + b^2dA + CA = 0$, & pour une solution $A = e^{fx}a + bx + cx^2)$; au lieu de trois valeurs de e^{fx} on prendra e^{fx}, xe^{fx}, $x^2 e^{fx}$ & on aura $A' = C'A + D'dA$, $A' = C''A + D''dA + E''d^2A$ & ainsi de suite pour un plus grand nombre de racines égales.

On peut se dispenser ici de supposer les proposées multipliées par des facteurs; en effet, prenant $e^{fx}Z$, Z étant une fonction de toutes les variables du degré m' & de l'ordre $n - 1$; la différentiant & y mettant pour les plus hautes différences leurs valeurs rationnelles & entières, tirées des proposées, on n'aura qu'à égaler à zéro ces coëfficiens pour déterminer ainsi ceux de Z, & enfin f; chaque valeur de f donnera une solution, & si af a plusieurs valeurs égales, on prendra e^{fx} pour une valeur, xe^{fx} pour une autre, x^2e^{fx} pour une troisième, & on déterminera en

conſéquence les coëfficiens de Z; cette dernière manière eſt facile à réduire en formule pour chaque cas particulier.

3.° Le degré au-deſſus duquel on néglige étant m', & ayant mn intégrales entre les mn variables & x, j'aurai pour chaque variable une équation entre x & elle du degré m'^{mn}, & chaque coëfficient de y en x ſera compoſé de m'^{mn-1} termes e^{fx}, ou $(a + bx)\, e^{fx}$, $(a + bx + a)^2\, e^{fx}$, &c. ces derniers termes étant comptés pour 2, 3, &c.

4.° L'équation qui donnera f n'eſt point ici d'un degré égal à la ſomme des expoſans des ordres des équations, mais au nombre des termes qui entrent dans une fonction de mn variables & du degré m' en ſorte qu'il eſt égal à $+ \frac{mn + 1 \times mn + 2 \times mn + 3 \ldots\ldots mn + m' + 1}{1,\, 2,\, 3,\, 4 \ldots\ldots m'}$, mn valeurs de f donneront une valeur finie de chaque variable en x par une équation du degré m'^{mn}, & toutes ces valeurs en donneront une linéaire; mais la première n'aura que mn arbitraires, & la ſeconde en aura $\frac{+ mn + 1 \times mn + 2 \ldots\ldots + mn + m' + 1}{1,\, 2,\, 3 \ldots\ldots m'}$; de même ſi on prend les propoſées miſes ſous une telle forme que les plus hautes différences n'aient que des coëfficiens conſtans; les différentiant, mettant à la place de ces plus hautes différences leurs valeurs priſes des propoſées, & ainſi de ſuite, en négligeant toujours les termes au-deſſus de m', on trouvera un nombre d'équations de différens ordres, aſſez grand pour faire évanouir tous les termes au-deſſus du premier degré, & la ſomme des ordres dans toutes les équations linéaires qui en réſulteront, ſera comme ci-deſſus $\frac{mn + 1 \ldots\ldots + mn + m' + 1}{1,\, 2,\, 3 \ldots\ldots m'}$, & il y aura dans la valeur de chaque variable en x un pareil nombre d'arbitraires. Cette dernière manière de réſoudre ces équations a été donnée par M. d'Alembert dans ſes Opuſcules, pour le cas d'une ſeule équation & d'une ſeule variable; mais il étoit aiſé de voir qu'elle s'étend en général au cas de m équations & de m variables.

ARTICLE VI.

Du Problème des trois Corps.

SECTION PREMIÈRE.

Du mouvement de deux Corps autour d'un troisième, lorsque le milieu est sans résistance, & qu'on cherche une solution rigoureuse.

Le corps autour duquel les autres se meuvent étant à l'origine des coordonnées, appelant x, y, z celles du corps dont la masse est M; x', y', z' celles du corps dont la masse est M', M'' la masse du corps auquel on rapporte le mouvement immobile, F la distance entre M & M', F' la distance entre M & M'' & $F_{,}$ la distance entre M' & M''; faisant $F^3 = \frac{1}{f}$, $F'^3 = \frac{1}{f'}$, $F_{,}^3 = \frac{1}{f_{,}}$, & dt désignant l'élément constant du temps, on aura les quinze équations.

$$(B)\ dX + M'fxdt - M'fx'dt + M''f'xdt + Mf'xdt + M'f_{,}x'dt = 0.$$

$$(B')\ dY + M'fydt - M'fydt + M''f'ydt + Mfydt + M'f_{,}y'dt = 0.$$

$$(B'')\ dZ + M'fzdt - M'fz'dt + M''f'zdt + Mf'zdt + M'f_{,}z'dt = 0.$$

$$(B''')\ dX' + (Mfx' - Mfx + M''f_{,}x')\,dt + M'f_{,}x'dt + Mf'xdt = 0.$$

$$(B^{\text{IV}})\ dY' + (Mfy' - Mfy + M''f_{,}y')\,dt + M'f_{,}y'dt + Mf'ydt = 0.$$

$$(B^{\text{V}})\ dZ + (Mfy' - Mfy + M''f_{,}y'dt) + M'f_{,}z'dt + Mfz'dt = 0.$$

$(B^{vi})\ dx - Xdt = 0.$

$(B^{vii})\ dy - Ydt = 0.$

$(B^{viii})\ dz - Zdt = 0.$

$(B^{ix})\ dx' - X'dt = 0.$

$(B^{x})\ dy' - Y'dt = 0.$

$(B^{xi})\ dz' - Z'dt = 0.$

$(B^{xii})\ [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] \times df + [(3x - 3x')(X - X') + (3y - 3y')(Y - Y') + (3z - 3z')(Z - Z')] \times fdt = 0.$

$(B^{xiii})\ (x^2 + y^2 + z^2)\ df' + (3xX + 3yY + 3zZ)\ f'dt = 0.$

$(B^{xiv})\ (x'^2 + y'^2 + z'^2)\ df_{,} + (3x'X' + 3y'Y' + 3z'Z')\ f_{,}dt = 0.$

Je les multiplie chacune ſucceſſivement par un facteur $A, A', A'' \ldots A^{xiv}$, & j'ai les quinze équations de condition;

1. $B\frac{dA}{dX} + B'\frac{dA'}{dX} + B''\frac{dA''}{dX} + B'''\frac{dA'''}{dX} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dX} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dX} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dX} - A^{vi}dt + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dX} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dX} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dX} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dX} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dX} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dX} + (3x - 3x')A^{xii}fdt + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dX} + 3xA^{xiii}f'dt - dA = 0.$

2. $B\frac{dA}{dY} + B'\frac{dA'}{dY} + B''\frac{dA''}{dY} + B'''\frac{dA'''}{dY} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dY} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dY} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dY} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dY} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dY} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dY} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dY} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dY} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dY}$

$$+ (3y - 3y')\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dY} + 3y A^{xiv} f' dt$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY} - A^{vii} dt - dA' = 0.$$

3. $$B \frac{dA}{dZ} + B' \frac{dA'}{dZ} + B'' \frac{dA''}{dZ} + B''' \frac{dA'''}{dZ} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ}$$
$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dZ} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ}$$
$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dZ} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dZ} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dZ}$$
$$+ (3z - 3z')\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dZ} + 3z A^{xiv} f' dt$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dZ} - A^{viii} dt - dA'' = 0.$$

4. $$B \frac{dA}{dX'} + B' \frac{dA'}{dX'} + B'' \frac{dA''}{dX'} + B''' \frac{dA'''}{dX'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dX'}$$
$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dX'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dX'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dX'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dX'}$$
$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dX'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dX'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dX'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dX'}$$
$$+ (3x' - 3x)\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dX'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dX'}$$
$$+ 3x' A^{xiv} f_{,} dt - A^{ix} dt - dA''' = 0.$$

5. $$B \frac{dA}{dY'} + B' \frac{dA'}{dY'} + B'' \frac{dA''}{dY'} + B''' \frac{dA'''}{dY'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dY'}$$
$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dY'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dY'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dY'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dY'}$$
$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dY'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dY'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dY'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dY'}$$
$$+ (3y' - 3y)\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dY'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY'}$$
$$+ 3y' A^{xiv} f_{,} dt - A^{x} dt - dA^{iv} = 0.$$

6. $$B \frac{dA}{dZ'} + B' \frac{dA'}{dZ'} + B'' \frac{dA''}{dZ'} + B''' \frac{dA'''}{dZ'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ'}$$
$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dZ'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ'}$$

$$+ B^{IX} \frac{dA^{IX}}{dZ'} + B^{X} \frac{dA^{X}}{dZ'} + B^{XI} \frac{dA^{XI}}{dZ'} + B^{XII} \frac{dA^{XII}}{dZ'}$$
$$+ (3z' - 3z) A^{XII} f dt + B^{XIII} \frac{dA^{XIII}}{dZ'} + B^{XIV} \frac{dA^{XIV}}{dZ'}$$
$$+ 3z' A^{XIV} f, dt - A^{XI} dt - dA^{V} = 0.$$

7. $$B \frac{dA}{dx} + A \frac{dB}{dx} + B' \frac{dA'}{dx} + B'' \frac{dA''}{dx} + B''' \frac{dA'''}{dx}$$
$$+ A''' \frac{dB'''}{dx} + B^{IV} \frac{dA^{IV}}{dx} + B^{V} \frac{dA^{V}}{dx} + B^{VI} \frac{dA^{VI}}{dx}$$
$$+ B^{VII} \frac{dA^{VII}}{dx} + B^{VIII} \frac{dA^{VIII}}{dx} + B^{IX} \frac{dA^{IX}}{dx} + B^{X} \frac{dA^{X}}{dx}$$
$$+ B^{XI} \frac{dA^{XI}}{dx} + B^{XII} \frac{dA^{XII}}{dx} + (3X - 3X') A^{XII} f dt$$
$$+ B^{XIII} \frac{dA^{XIII}}{dx} + 3X A^{XIII} f' dt - dA^{VI} +$$
$$(2x - 2x') A^{XII} df + 2x A^{XIII} df' = 0.$$

8. $$B \frac{dA}{dy} + B' \frac{dA'}{dy} + A' \frac{dB'}{dy} + B'' \frac{dA''}{dy} + B''' \frac{dA'''}{dy}$$
$$+ B^{IV} \frac{dA^{IV}}{dy} + A^{IV} \frac{dB^{IV}}{dy} + B^{V} \frac{dA^{V}}{dy} + B^{VI} \frac{dA^{VI}}{dy}$$
$$+ B^{VII} \frac{dA^{VII}}{dy} + B^{VIII} \frac{dA^{VIII}}{dy} + B^{IX} \frac{dA^{IX}}{dy} + B^{X} \frac{dA^{X}}{dy}$$
$$+ B^{XI} \frac{dA^{XI}}{dy} + B^{XII} \frac{dA^{XII}}{dy} + (3Y - 3Y') A^{XII} f dt$$
$$+ B^{XIII} \frac{dA^{XIII}}{dy} + 3X A^{XIII} f' dt + B^{XIV} \frac{dA^{XIV}}{dy} - dA^{VII}$$
$$+ (2y - 2y') A^{XII} df + 2Y A^{XIII} df' = 0.$$

9. $$B \frac{dA}{dz} + B' \frac{dA'}{dz} + B'' \frac{dA''}{dz} + A'' \frac{dB''}{dz}$$
$$+ B''' \frac{dA'''}{dz} + B^{IV} \frac{dA^{IV}}{dz} + B^{V} \frac{dA^{V}}{dz} + A^{V} \frac{dB^{V}}{dz} + B^{VI} \frac{dA^{VI}}{dz}$$
$$+ B^{VII} \frac{dA^{VII}}{dz} + B^{VIII} \frac{dA^{VIII}}{dz} + B^{IX} \frac{dA^{IX}}{dz} + B^{X} \frac{dA^{X}}{dz}$$
$$+ B^{XI} \frac{dA^{XI}}{dz} + B^{XII} \frac{dA^{XII}}{dz} + (3Z = 3Z') A^{XII} f dt$$

$$+ B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dz} + 3XA^{xiii} f' dt - dA^{viii} + (2z - 2z')$$
$$- A^{xii} df + 2zA^{xiii} df' = 0.$$

10. $$B \frac{dA}{dx'} + A \frac{dB}{dx'} + B' \frac{dA'}{dx'} + B'' \frac{dA''}{dx'} + B''' \frac{dA'''}{dx'}$$
$$+ A''' \frac{dB'''}{dx'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dx'} + B^{v} \frac{dA^{v}}{dx'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dx'}$$
$$+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dx'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dx'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dx'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dx'}$$
$$+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dx'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dx'} + (3X' - 3X) A^{xii} f dt$$
$$+ B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dx'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dx'} + 3X'A^{xiv} f_{,} dt - dA^{ix}$$
$$+ (2x' - 2x) A^{xii} df + 2x'A^{xiv} df_{,} = 0.$$

11. $$B \frac{dA}{dy'} + B' \frac{dA'}{dy'} + A' \frac{dB'}{dy'} + B'' \frac{dA''}{dy'} + B''' \frac{dA'''}{dy'}$$
$$+ B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dy'} + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{dy'} + B^{v} \frac{dA^{v}}{dy'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dy'}$$
$$+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dy'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dy'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dy'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dy'}$$
$$+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dy'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dy'} + (3Y' - 3Y) A^{xii} dft$$
$$+ (2Y' - 2Y) A^{xii} df + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dy'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dy'}$$
$$+ 3Y'A^{xiv} f_{,} dt + 2Y'A^{xiv} df - dA^{x} = 0.$$

12. $$B \frac{dA}{dz'} + B' \frac{dA'}{dz'} + B'' \frac{dA''}{dz'} + A'' \frac{dB''}{dz'} + B''' \frac{dA'''}{dz'}$$
$$+ B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dz'} + B^{v} \frac{dA^{v}}{dz'} + A^{v} \frac{dB^{v}}{dz'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dz'}$$
$$+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dz'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dz'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dz'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dz'}$$
$$+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dz'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dz'} + (3Z' - 3Z) A^{xii} f dt$$
$$+ (2z' - 2z) A^{xii} df + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dz'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dz'}$$
$$+ 3Z'A^{xiv} f_{,} dt + 2zA^{xiv} df_{,} - dA^{xi} = 0.$$

13.

13. $B \frac{dA}{df} + A \frac{dB}{df} + B' \frac{dA'}{df} + A' \frac{dB'}{df} + B'' \frac{dA''}{df}$
$+ A'' \frac{dB''}{df} + B''' \frac{dA'''}{df} + A''' \frac{dB'''}{df} + B^{\text{iv}} \frac{dA^{\text{iv}}}{df}$
$+ A^{\text{iv}} \frac{dB^{\text{iv}}}{df} + B^{\text{v}} \frac{dA^{\text{v}}}{df} + A^{\text{v}} \frac{dB^{\text{v}}}{df} + B^{\text{vi}} \frac{dA^{\text{vi}}}{df}$
$+ B^{\text{vii}} \frac{dA^{\text{vii}}}{df} + B^{\text{viii}} \frac{dA^{\text{viii}}}{df} + B^{\text{ix}} \frac{dA^{\text{ix}}}{df} + B^{\text{x}} \frac{dA^{\text{x}}}{df}$
$+ B^{\text{xi}} \frac{dA^{\text{xi}}}{df} + B^{\text{xii}} \frac{dA^{\text{xii}}}{df} + (3x - 3x') \times (X - X') A^{\text{xii}} dt$
$+ (3y - 3y') \times (Y - Y') A^{\text{xii}} dt + (3z - 3z')$
$\times (Z - Z') A^{\text{xii}} dt + B^{\text{xiii}} \frac{dA^{\text{xiii}}}{df} + B^{\text{xiv}} \frac{dA^{\text{xiv}}}{df}$
$- A^{\text{xii}} [(2x - 2x') \times (dx - dx') + (2y - 2y')$
$\times (dy - dy') + (2z - 2z') \times (dz - dz')]$
$+ [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] dA^{\text{xii}} = 0.$

14. $B \frac{dA}{df'} + A \frac{dB}{df'} + B' \frac{dA'}{df'} + A' \frac{dB'}{df'} + B'' \frac{dA''}{df'}$
$+ A'' \frac{dB''}{df'} + B''' \frac{dA'''}{df'} + A''' \frac{dB'''}{df'} + B^{\text{iv}} \frac{dA^{\text{iv}}}{df'}$
$+ A^{\text{iv}} \frac{dB^{\text{iv}}}{df'} + B^{\text{v}} \frac{dA^{\text{v}}}{df'} + A^{\text{v}} \frac{dB^{\text{v}}}{df'} + B^{\text{vi}} \frac{dA^{\text{vi}}}{df'}$
$+ B^{\text{vii}} \frac{dA^{\text{vii}}}{df'} + B^{\text{viii}} \frac{dA^{\text{viii}}}{df'} + B^{\text{ix}} \frac{dA^{\text{ix}}}{df'} + B^{\text{x}} \frac{dA^{\text{x}}}{df'}$
$+ B^{\text{xi}} \frac{dA^{\text{xi}}}{df'} + B^{\text{xii}} \frac{dA^{\text{xii}}}{df'} + B^{\text{xiii}} \frac{dA^{\text{xiii}}}{df'}$
$+ (xX + yY + zZ)^3 A^{\text{xiii}} dt + B^{\text{xiv}} \frac{dA^{\text{xiv}}}{df'}$
$+ (x^2 + y^2 + z^2) dA^{\text{xiii}} - A^{\text{xiii}} (2x dx + 2y dy$
$+ 2z dz) = 0.$

15. $B \frac{dA}{df_{,}} + A \frac{dB}{df_{,}} + B' \frac{dA'}{df_{,}} + A' \frac{dB'}{df_{,}} + B'' \frac{dA''}{df_{,}}$
$+ A'' \frac{dB''}{df_{,}} + B''' \frac{dA'''}{df_{,}} + A''' \frac{dB'''}{df_{,}} + B^{\text{iv}} \frac{dA^{\text{iv}}}{df_{,}} + A^{\text{iv}} \frac{dB^{\text{iv}}}{df_{,}}$
$+ B^{\text{v}} \frac{dA^{\text{v}}}{df_{,}} + A^{\text{v}} \frac{dB^{\text{v}}}{df_{,}} + B^{\text{vi}} \frac{dA^{\text{vi}}}{df_{,}} + B^{\text{vii}} \frac{dA^{\text{vii}}}{df_{,}}$

$$+ B^{\text{VIII}} \frac{dA^{\text{VIII}}}{df_{,}} + B^{\text{IX}} \frac{dA^{\text{IX}}}{df_{,}} + B^{\text{X}} \frac{dA^{\text{X}}}{df_{,}} + B^{\text{XI}} \frac{dA^{\text{XI}}}{df_{,}}$$
$$+ B^{\text{XII}} \frac{dA^{\text{XII}}}{df_{,}} + B^{\text{XIII}} \frac{dA^{\text{XIII}}}{df_{,}} + B^{\text{XIV}} \frac{dA^{\text{XIV}}}{df_{,}} + 3A^{\text{XIV}}$$
$$(x'X' + y'Y' + z'Z')\,dt - (x'^2 + y'^2 + z'^2)\,dA^{\text{XIV}}$$
$$- A^{\text{XIV}}(2x'dx' + 2y'dy' + 2z'dz') = 0.$$

On remarquera ensuite, 1.° qu'on pourra supposer qu'au moins une des valeurs des A ne contient pas t; 2.° qu'on connoît immédiatement trois intégrales telles qu'on en tire à volonté une des variables qui y entrent, égale à une fonction des autres, puisque toutes trois sont algébriques, ce qui facilitera la détermination des intégrales définitives; 3.° si je multiplie l'équation B par $\frac{y}{M''} + \frac{y - y'}{M''}$, l'équation B' par $\frac{x' - x}{M''} - \frac{x}{M'}$, l'équation B''' par $\frac{y'}{M} + \frac{y' - y}{M''}$, l'équation B^{IV} par $\frac{x - x'}{M''} - \frac{x'}{M}$, l'équation B^{VI} par $-\frac{Y}{M'} + \frac{Y' - Y}{M''}$, B^{VII} par $+\frac{X}{M'} - \frac{X' - X}{M''}$, B^{IX} par $-\frac{Y'}{M} + \frac{Y - Y'}{M''}$ & B^{X} par $+\frac{X'}{M} - \frac{X - X'}{M''}$, on aura une équation intégrable, dont l'intégrale sera $\frac{yX - Yx}{M'} + \frac{y'X' - Y'x'}{M} + \frac{y'X' - y'X - yX' + yX - Y'x' + Y'x + Y'x - Yx}{M''} - N = 0$, N étant une arbitraire, & comme au lieu de $x, y; x'y'$ on peut prendre également $x, z; x', z'$ ou $y, z; y'z'$, on aura trois intégrales semblables.

De même si je multiplie les équations B par $\frac{X}{M'} + \frac{X' - X}{M''}$; B''' par $\frac{X'}{M} + \frac{X - X'}{M''}$, les équations B', B^{V} par $\frac{Y}{M'} + \frac{Y' - Y}{M''}$, $\frac{Y'}{M} + \frac{Y - Y'}{M''}$, B'', B^{V} par $\frac{Z}{M'} + \frac{Z' - Z}{M''}$, $\frac{Z'}{M} + \frac{Z - Z'}{M''}$, l'équation B^{XII} par $-(M + M' + M'')$

$\frac{1}{M''f^{\frac{1}{2}}}$; B^{xiii} par $-(M+M'+M'')\frac{1}{M'f'^{\frac{1}{2}}}$

& B^{xiv} par $-(M+M'+M'')\frac{1}{Mf_{,}^{\frac{1}{2}}}$, & on aura

en les ajoutant, une fonction intégrable dont l'intégrale sera

$$\frac{X^2+Y^2+Z^2}{2M}+\frac{X'^2+Y'^2+Z'^2}{2M}+\frac{(X-X')^2+(Y'-Y)^2+(Z'-Z)^2}{2M''}$$

$$-(M+M'+M'')\left(\frac{1}{M''f^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{M'f'^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{Mf_{,}^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$+N=0$, N étant une arbitraire. Je dois à un Ouvrage manuscrit d'un très-grand Géomètre, cette manière de trouver ces quatre intégrales.

Cela posé, puisque les A sont des fonctions algébriques & qu'on peut avoir huit intégrales différentes, outre les sept déjà connues par ce qui précède; on trouvera, par la même méthode que dans l'article troisième, que l'on doit prendre une équation de la forme $aR^9+bR^8+cR^7\ldots\ldots\ldots qR^2+rR+s=0$, que $A^p+R=0$ & $A'=A.\ a'+b'R+c''R^2\ldots\ldots$ $+q'R^8$, $A''=A+b''R+c''R^2\ldots\ldots\ldots+q''R^8$ & ainsi de suite. On fera $dR=a_{,}+b_{,}R+c_{,}R^2\ldots\ldots$ $+q_{,}R^8$ & on aura $RdR=-\frac{sq_{,}}{a}-(\frac{rq_{,}}{a}-a_{,})R$ $-(\frac{qq_{,}}{a}-b_{,})R^2\ldots\ldots+p_{,}-\frac{bq_{,}}{a}R^8$, $R^2dR=$ $\frac{bq_{,}s}{a^2}-\frac{p_{,}s}{a}+(\frac{bq_{,}r}{a^2}-\frac{p_{,}r}{a}-\frac{sq_{,}}{a})R\ldots$. On voit de-là comment tous ces termes se forment les uns des autres, & par conséquent dès qu'on aura une fois l'expression de dR & par conséquent de $\frac{dR}{dy}$, $\frac{dR}{dx}$, $\frac{dR}{dz}$, &c. on aura des équations qui ne contiendront plus que des puissances de R au-dessous de 9, & des fonctions rationnelles & entières. Comme ces équations sont identiques, on sera obligé de faire égaux à zéro les coëfficiens de chacune des différences qui restent dans les équations de

condition. Les coëfficiens de chaque puissance de R doivent aussi être égales à zéro dans chacune. On a supposé ici que l'on pouvoit regarder les facteurs comme donnés par des équations du degré 9 ou du degré indéfini 8^p, pourvu que l'équation en A^p, fût du huitième; mais si on doit la supposer du degré $2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 3 . p$, l'équation en A^p étant du $2 . 3 \ldots 8 . 3$, la solution du problème deviendra d'une bien plus grande complication. Or comme nous l'avons déjà observé, nous n'avons encore aucune raison bien démontrée de croire que cette dernière forme plus générale ne soit jamais nécessaire. Au reste il suffira ici de connoître seulement huit valeurs des facteurs, puisqu'on connoît déjà sept facteurs de quinze que le Problème exigeoit, & il faut que ces huit valeurs donnent des intégrales différentes & telles que l'élimination des différences soit possible.

Puisque les quinze équations sont identiques, on peut trouver chacun de A égale à une fonction d'un autre A qui resteroit indéterminé; mais cette fonction seroit donnée par une équation beaucoup plus compliquée; d'ailleurs on trouvera de même ici à chaque opération tous les coëfficiens donnés en un seul qui restera à déterminer par une ou plusieurs équations.

DEUXIÈME SECTION.

Du Problème des trois corps dans les mêmes hypothèses, en supposant de plus un milieu résistant, comme le quarré de la vîtesse, & 1.° d'une densité uniforme, 2.° d'une densité proportionnelle à une puissance de la distance du Soleil.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. *Densité uniforme.*

Si l'on veut résoudre ici ce problème dans toute sa rigueur, on verra qu'il ne suffit pas de connoître l'orbite relative de chaque corps, mais qu'il faut connoître son orbite absolue, ce qui donne d'abord vingt-une équations & vingt-une variables au lieu de quinze; on verra de plus qu'il faut ajouter pour chaque corps M, M' & M'' dans chaque équation, au coëfficient de dt une quantité

NrX, ou NrY, &c. ou $N'r'X'$, &c. ou $N''r''X''$, &c. ou N eſt une conſtante dépendante du volume de chaque corps & r étant tel qu'on ait $r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$, & de même pour chaque corps; ce qui ſera en différentiant pour éviter les irrationnalités, vingt-quatre équations qui auront ſeulement ſix intégrales connues. Mais on voit d'abord que ſi la denſité uniforme eſt très-petite, on pourra regarder le changement qui a lieu dans le mouvement réel du Soleil, comme abſolument négligeable, & dans ce cas il ſuffira d'ajouter à l'équation $(B) - NXrdt$, à $(B') - NYrdt$, à $(B'') - NZrdt$, à $(B''') - N'X'r'dt$, à $(B^{\text{iv}}) - N'Y'r'dt$, & à $(B^{\text{v}}) - N'Z'r'dt$, & l'on aura de plus les deux équations

$$(B^{\text{xv}})\ rdr - XdX - YdY - ZdZ = 0,$$
$$(B^{\text{xvi}})\ r'dr' - X'dX' - Y'dY' - Z'dZ' = 0.$$

ainſi d'abord on ajoutera aux quinze équations du Problème, à cauſe de $A^{\text{xv}}B^{\text{xv}} + A^{\text{xvi}}B^{\text{xvi}}$ qu'il faut ajouter à la fonction qui devient une différentielle exacte, $B^{\text{xv}}\frac{dA^{\text{xv}}}{dX} + B^{\text{xvi}}\frac{dA^{\text{xvi}}}{dX}$ pour la première, $B^{\text{xv}}\frac{dA^{\text{xv}}}{dY} + B^{\text{xvi}}\frac{dA^{\text{xvi}}}{dY}$ pour la ſeconde; & ainſi de ſuite; de plus ſi on ajoute aux ſix premières équations

$- NArdt + (dA^{\text{xv}}X)$ pour la première,
$- NA'rdt + (dA^{\text{xv}}Y)$ pour la ſeconde,
$- NA''rdt + (dA^{\text{xv}}Z)$ pour la troiſième,
$- NA'''rdt + (dA^{\text{xvi}}X')$ pour la quatrième,
$- N'A^{\text{iv}}rdt + (dA^{\text{xvi}}Y')$ pour la cinquième,
$- N'A^{\text{v}}r'dt + (dA^{\text{xvi}}Z')$ pour la ſixième,

on aura enſuite les deux équations

$$16.\ B\frac{dA}{dr} - NXAdt + B'\frac{dA'}{dr} - NYA'dt + B''\frac{dA''}{dr}$$
$$- NZA''dt + B'''\frac{dA'''}{dr} + B^{\text{iv}}\frac{dA^{\text{iv}}}{dr} + B^{\text{v}}\frac{dA^{\text{v}}}{dr}$$
$$+ B^{\text{vi}}\frac{dA^{\text{vi}}}{dr} + B^{\text{vii}}\frac{dA^{\text{vii}}}{dr} + B^{\text{viii}}\frac{dA^{\text{viii}}}{dr} + B^{\text{ix}}\frac{dA^{\text{ix}}}{dr}$$

$$+ B^{x} \frac{dA^{x}}{dr} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dr} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dr} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dr}$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dr} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr} - A^{xv} dr - r dA^{xv}$$
$$+ B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dr} = 0.$$

17. $$B \frac{dA}{dr'} + B' \frac{dA'}{dr'} + B'' \frac{dA''}{dr'} + B''' \frac{dA'''}{dr'} - N'X' dA''' dt$$
$$+ B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dr'} + N'Y' A^{iv} dt + B^{v} \frac{dA^{v}}{dr'} - N'Z' A^{v} dt$$
$$+ B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dr'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dr'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dr'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dr'}$$
$$+ B^{x} \frac{dA^{x}}{dr'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dr'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dr'} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dr'}$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dr'} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr'} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dr'} - A^{xvi} dr'$$
$$- r' dA^{xvi} = 0.$$

Enfin il eſt clair que l'on a ici immédiatement cinq équations intégrales algébriques, mais les quatre intégrales trouvées ci-deſſus n'auront plus lieu, ainſi il en reſtera douze à trouver, ce qui augmentera le degré de l'équation au facteur, & de plus le nombre des variables ſera augmenté de deux.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. *Le milieu réſiſtant comme une puiſſance indéterminée de la diſtance au Soleil.*

Dans ce cas, la réſiſtance étant ou nulle ou infinie pour le Soleil, on pourra ou en faire abſtraction, ou le ſuppoſer immobile dans le premier cas.

On aura ici à ajouter aux ſix premières équations $-NRrXdt$ pour (B) $-NRrYdt$ pour (B') $-NRrZdt$ pour (B'') $-N'R'r'X'dt$ pour (B''') $-N'R'r'Y'dt$ pour (B^{iv}) $-N'R'r'Z'dt$ pour (B^{v}), & de plus deux équations $f'dR - nRdf' = 0$ (B^{xvii}) $f_{,}dR' - nR'df_{,} = 0$ (B^{xviii}); il faudra donc ajouter ici aux dix-ſept équations de condition, à cauſe des deux nouvelles équations

$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dX} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dX}$ pour la première;

$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dY} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dY}$ pour la seconde; & ainsi de suite; de plus on ajoutera aux six premières

$- NARrdt + XdA^{xv} + A^{xv}dX$ pour la première;

$- NA'Rrdt + YdA^{xv} + A^{xv}dY$ pour la seconde;

$- NA''Rrdt + ZdA^{xv} + A^{xv}dZ$ pour la troisième;

$- N'A'''R'r'dt + X'dA^{xvi} + A^{xvi}dX'$ pour la quatrième;

$- N'R'r'A^{iv}dt + Y'dA^{xvi} + A^{xvi}dY'$ pour la cinquième, &

$- N'R'r'A^{v}dt + Z'dA^{xvi} + A^{xvi}dZ'$ pour la sixième.

Ensuite on ajoutera à la quatorzième

$+ (n+1)A^{xvii}dR + nRdA^{xvii}$, & à la quinzième $+ (n+1)A^{xviii}dR' + n'R'dA^{xviii}$. Enfin on aura les deux nouvelles équations

18. $B\frac{dA}{dR} - NrXAdt + B'\frac{dA'}{dR} - NrYA'dt + B''\frac{dA''}{dR}$
$- NrZA''dt + B'''\frac{dA'''}{dR} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dR} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dR}$
$+ B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dR} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dR} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dR} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dR}$
$+ B^{x}\frac{dA^{x}}{dR} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dR} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dR} + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dR}$
$+ B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dR} + B^{xv}\frac{dA^{xv}}{dR} + B^{xvi}\frac{dA^{xvi}}{dR} + B^{xvii}\frac{dA^{xvii}}{dR}$
$- (n+1)A^{xvii}df - fdA^{xvii} + B^{xviii}\frac{dA^{xviii}}{dR} = 0.$

19. $B\frac{dA}{dR'} + B'\frac{dA'}{dR'} + B''\frac{dA''}{dR'} + B'''\frac{dA'''}{dR'} - N'r'X'A'''dt$
$+ B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dR'} - N'r'Y'A^{iv}dt + B^{v}\frac{dA^{v}}{dR'} - N'Z'r'A^{v}dt$
$+ B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dR'} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dR'} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dR'} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dR'}$
$+ B^{x}\frac{dA^{x}}{dR'} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dR'} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dR'} + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dR'}$

$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dR'} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dR'} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dR'} + B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dR'}$$

$$+ B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dR'} - \overline{n+1}\, A^{xviii} df_{,} - f_{,} dA^{xviii} = 0.$$

L'on aura immédiatement ici ſept équations intégrales algébriques, ou du moins ſéparables, ſelon que n ſera rationnel ou irrationnel, & le nombre des intégrales non connues, reſtant toujours le même, & le reſte ſera dans le cas de la réſiſtance conſtante, le nombre des variables étant ſeulement encore augmenté de deux. Si le Soleil étoit ſuppoſé immobile, cette hypothèſe ne feroit d'autre changement que de ſimplifier les ſix premières équations.

Je crois devoir obſerver que j'aurai pu ſimplifier la ſolution indiquée ci-deſſus, quant au nombre des variables & des équations; en effet, 1.° au lieu des équations en $f, f', f_{,}; r, r_{,}$, & les variables connues, j'aurois pu n'en ſuppoſer qu'une ſeule qui contînt toutes les irrationnalités, l'appelant q j'aurois eu f, f', &c. égales à une fonction rationnelle de q & des variables, que j'aurois miſes dans les équations, au lieu de ces quantités, & je n'aurois plus eu que treize équations différentielles rationnelles, au lieu de 15, 17, 19. 2.° Dans le cas de la première ſection, où je connois quatre intégrales, j'aurois pu faire évanouir X' x', Y' y' immédiatement, & il me feroit reſté huit équations & huit variables, & comme une ſeule équation étant ajoutée ſuffit pour faire diſparoître toutes ces irrationnalités, ſans même qu'il ſoit beſoin de réſoudre les équations dont elles dépendent, au lieu de quinze ou treize équations & variables, il y eut eu ſeulement neuf équations & neuf variables, ces équations étant à la vérité plus compliquées, & le degré des équations aux facteurs reſtant le même dans tous les cas. Mais il faut remarquer de plus que ſi je ne fais aucune réduction, les x, y, z, &c. & les autres quantités entrent d'une même manière dans les équations, de même que les M, M', les équations étant ſemblables dans chaque claſſe. Cette ſymétrie peut ſervir beaucoup à ſimplifier les recherches.

Je n'eſſaierai point ici de pouſſer plus loin cette méthode qui paroîtra ſans doute impraticable; mais j'ai cru que cette eſquiſſe d'une

d'une ſolution directe & exacte d'un Problème ſi célèbre, ne déplairoit pas aux Géomètres, & qu'ils me ſauroient quelque gré de l'avoir ainſi réduite à des opérations purement élémentaires.

TROISIÈME SECTION.

Du Problème des trois Corps réſolu par approximation dans l'hypothèſe du vide.

En ſuppoſant toujours ici que le mouvement ſe fait autour de M'', on aura les ſix équations :

$$1.\ d\,.\,\frac{dr\,\text{coſ.}\,x - r\,\text{ſin.}\,x\,dx}{dt} + \frac{M''r\,\text{coſ.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'r\,\text{coſ.}\,x - r'\,\text{coſ.}\,x'}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{Mr\,\text{coſ.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'r'\,\text{coſ.}\,x\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$2.\ d\,.\,\frac{dr\,\text{ſin.}\,x + r\,\text{coſ.}\,x\,dx}{dt} + \frac{M''r\,\text{ſin.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'r\,\text{ſin.}\,x - r'\,\text{ſin.}\,x'}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{Mr\,\text{ſin.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'r'\,\text{ſin.}\,x\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$3.\ d\,.\,\frac{dz}{dt} + \frac{M''z\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'z - z'}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{Mz\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} + \frac{M'z'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$4.\ d\,.\,\frac{dr'\,\text{coſ.}\,x' - r'\,\text{ſin.}\,x'\,dx}{dt} + \frac{M''r'\,\text{coſ.}\,x'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{Mr'\,\text{coſ.}\,x' - r\,\text{coſ.}\,x}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{M'r'\,\text{coſ.}\,x'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{Mr\,\text{coſ.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$5.\ d\,.\,\frac{dr'\,\text{ſin.}\,x' + r'\,\text{coſ.}\,x'\,dx'}{dt} + \frac{M''r'\,\text{ſin.}\,x'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{Mr'\,\text{ſin.}\,x' - r\,\text{ſin.}\,x}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{M'r'\,\text{ſin.}\,x'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{Mr\,\text{ſin.}\,x\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$6.\ d\,.\,\frac{dz'}{dt} + \frac{M''z'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{M\,(z - z')}{f^{\frac{1}{2}}}\,dt + \frac{M'z'\,dt}{f_{\prime}^{\frac{1}{2}}} + \frac{Mz\,dt}{f'^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$f\,f'\,f_{\prime}$ ſont ici les quarrés des diſtances des corps entr'eux, r & r' des rayons vecteurs pour la projection des orbites réelles ſur un même plan toujours parallèle à lui-même, qui paſſe par l'axe des x & celui des y; z & z' ſont les perpendiculaires abaiſſées ſur ce

plan, & x, & x' sont les angles parcourus. Je suppose qu'on commence à les compter de la ligne des nœuds, lorsque les lignes des nœuds des deux orbites, avec le plan de projection, coïncident entr'elles; c'est-à-dire que je prends, pour plan de projection, celui de l'orbite d'un des corps à un instant donné.

Supposant maintenant que les corps M & M' décrivent à peu près des ellipses autour de M'', dans un même plan, le plan fixe étant celui où se meut à peu près M; on aura $r = \frac{A}{B + C \text{ cos. } x} + R$, $z = Z$, $\frac{dt}{dx} = pr^2 + T$, ou $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{pR^2} + X$, $r' = \frac{A'}{B' + C' \text{ cos. } x'} + R'$, $z' = nr' \text{ sin. } x' + Z' = \frac{nA' \text{ sin. } x'}{B' + C' \text{ cos. } x'} + n \text{ sin. } x' R' + Z''$, $\frac{dt}{dx} = P'r'^2 + T$, ou bien $\frac{dx'}{dt} = \frac{1}{P'R'^2} + X'$, selon qu'on préférera les hypothèses de dt, dx ou dx' constans. Les six variables R, R'; Z, Z'; X, X'; ou T & T' resteront très-petites, du moins pendant un long espace de temps, faisant les substitutions ci-dessus, j'aurai six équations où les différentielles de quatre premières variables monteront au second ordre, celles des deux autres au premier, & qui, outre ces six variables, contiendront encore sin. x, cos. x; sin. x', cos. x'. On fera en sorte que l'on ait deux équations contenant dX, dX'; ou dT & dT' sans aucune des secondes différences; ce qui est facile, puisqu'elles sont toutes linéaires; on tirera de ces équations des valeurs de $f\frac{1}{2}$, $f'\frac{1}{2}$, $f_{,}\frac{1}{2}$, aussi linéaires; on les substituera dans les quatre autres; on les fera disparoître des deux premières, en quarrant; ensuite de ces deux premières, on tirera des valeurs de sin. x', & cos. x', qu'on substituera dans les quatre autres, & il en restera une cinquième, sans différences secondes & contenant cos. x; on la différentiera, & comparant, on aura cos. x égal à une fonction rationnelle, qui contiendra ddX, ddX', ou ddT, ddT', & les ddr, ddr'; ddz, ddz'. On fera disparoître ces différences secondes, par le moyen des équations qui les contiennent,

on substituera cette valeur dans les quatre équations; alors on différentiera de nouveau l'équation qu'on a en ddX, ddX', d^2T, ddT', pour avoir une deuxième valeur de cos. x & l'éliminer; on aura une pareille équation & différentiant la valeur trouvée de cos. x'', & éliminant; par-là on aura six équations linéaires, par rapport à d^2Rd^2R', ddz, ddz', d^3X, d^3X', ou d^3T, qui ne contiendront plus d'autres variables, & auxquelles la méthode ci-dessus s'applique immédiatement. Après avoir donc rappelé à un même dénominateur les valeurs linéaires de toutes les plus hautes différences, & pris une fonction d'un ordre inférieur avec des coëfficiens indéterminés, dont chacun est multiplié par ef^x; l'avoir différentiée & comparée avec la proposée; on aura, selon qu'on néglige les $2, 3, \ldots\ldots\ldots n$ degrés 12, $\frac{13 \times 14}{2} + 12, \ldots 12 + \frac{13 \times 14}{2} \ldots \frac{+ 13 \times 14 \ldots 13 + n - 2}{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots\ldots n - 1}$ coëfficiens indéterminés donnés par des équations linéaires dont les coëfficiens seront de la forme $af + b$; a, b, étant des quantités connues, & 13, $\frac{13 \times 14}{1 \times 2} + 13 \ldots\ldots 13 + \frac{14 \times 15}{2} \ldots\ldots \frac{+ 13 \times 14 \ldots\ldots 13 + n - 2}{1 \times 2 \ldots\ldots n - 1}$ équations.

On voit qu'il y a dans cette solution autant d'arbitraires que de valeurs de f, & qu'il faudra les déterminer en général par autant d'observations. Mais 1.° on pourra observer que l'équation qu'on a eue pour que tout fut linéaire, donne une valeur $f = 0$, & la constante correspondante aussi égale à zéro. 2.° Si on ignore la valeur des masses, on peut employer pour les déterminer les observations prises immédiatement; mais l'équation qui en résulte pour les masses peut être très-élevée; si donc on veut, même sans les connoître à peu près, les déterminer immédiatement par des observations, il faudroit en tirer des valeurs des équations ci-dessus, & différentier chacune de ces valeurs; on auroit alors, en employant la méthode d'approximation de ce Mémoire, deux équations & deux variables de plus, & on connoîtroit trois

valeurs de $f = 0$, & les arbitraires à ajouter feroient telles qu'on auroit une fonction égale à M arbitraire, une à M', une à M'', & par conféquent on aura, d'après les obfervations, ces maffes par une équation linéaire. Par les mêmes moyens, fi l'on connoiffoit feulement que l'orbite approchée eft une ellipfe, & qu'on en ignorât les élémens, on pourroit également réfoudre le Problème des perturbations, & déterminer enfuite les élémens par les obfervations; ce qui, dans quelques cas, pourroit être utile dans la pratique.

Si dans les équations de cette fection l'on avoit eu égard à la réfiftance de l'éther, les équations n'auroient pas été plus compliquées, quant à l'ordre & au nombre des variables.

Si on vouloit avoir égard à la figure non-fphérique des corps, on auroit, en fuivant les mêmes procédés, des équations auxquelles la méthode s'appliqueroit immédiatement; mais leur nombre feroit 32, fi on négligeoit le fecond degré; 35 × 16 fi on ne négligeoit que le troifième, & par conféquent la valeur de chaque quantité très-petite auroit 32 termes dans le premier cas, & 35 × 16 dans le fecond.

En fuivant cette méthode, on trouvera que fi on a pour la quantité exponentielle f, une équation qui ait un nombre de racines inégales, égal à celui des variables, on pourra les avoir par des équations qui ne contiendront point d'arcs de cercle, quoique fi on prenoit les autres valeurs de f, on pût avoir des valeurs qui en continffent, & que dans les deux cas on eût négligé un même ordre de quantités. Les équations fans arcs ne pourront à la vérité donner que des valeurs non linéaires, & par conféquent il fera encore poffible qu'elles foient infinies, quoique l'équation qui les donne ne contienne que des finus & cofinus. *Voyez l'article V, page 211.*

Telle eft la folution approchée du Problème des trois corps, en confidérant en même temps & cherchant à déduire à la fois toutes les équations; mais fi pour éviter la complication qui refte encore dans cette hypothèfe, l'on veut confidérer à part chaque corps & féparer les équations dûes à la non-fphéricité du corps de celles qu'on a pour les perturbations de l'orbite, on aura des équations beaucoup moins compliquées, mais on remarquera

que si on se contente de négliger le second degré, le nombre total des équations sera le même dans les deux cas, & que si on pousse l'approximation plus loin, la méthode ci-dessus ne paroît plus sûre, sans compter que si on veut un même degré d'approximation pour toutes les quantités, l'autre ne sera pas moins compliquée.

Je finirai ce Mémoire par des remarques qui paroîtront peut-être étrangères à l'objet que j'y traite, mais qui peuvent être curieuses. De ce que j'ai dit ci-dessus, il suit, que supposant y une quantité très-petite & donnée par une équation inconnue en y & en t, on aura $y = e^{ft} + e^{f't} + e^{f''t} \ldots$ le nombre des f dépendant de l'ordre de l'équation en y & en t & du degré de y qu'on peut négliger. On pourra donc en prenant pour t des valeurs successives a, $2a$, $3a \ldots\ldots$ & les valeurs correspondantes de y, déterminer e^{fa}, $e^{f'a}$, $e^{f''a}$, & par conséquent e^{ft}, $e^{f't}$, $e^{f''t}$, &c. & la valeur générale de y; si cela ne se pouvoit pas & qu'on trouvât une valeur illusoire pour e^{fa}, on prendroit au lieu de la série précédente $y = e^{ft} + ate^{ft} + e^{f't}$ &c. ou bien $y = e^{ft}(1 + at + bt^2) + e^{f't} \ldots\ldots\ldots$ ainsi si l'on connoît seulement la puissance de y qu'il est possible de négliger, & l'ordre de l'équation qu'on peut avoir pour déterminer y; on aura la valeur par des observations sans connoître l'équation en elle-même.

L'ordre de l'équation se déduit de la nature du Problème & du nombre des arbitraires qui doivent y rester. Dès qu'on sait, par exemple, qu'un Problème ne contient pas de différences partielles, & qu'on connoît le nombre de quantités qui, déterminées pour chaque point & chaque instant, varient avec eux; on peut supposer l'ordre égal au nombre de ces quantités: cette manière de déduire des phénomènes les loix que la Nature nous cache, peut conduire à des calculs au-dessus de la patience & du courage des hommes; aussi la donnai-je ici moins comme une manière pratique de découvrir ces loix que comme un

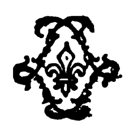
exemple des ressources de l'analyse en elle-même, & de ce qu'on pourroit en attendre pour la connoissance de la Nature, si on trouvoit moyen de simplifier & d'abréger les méthodes de calculer.

La méthode des coëfficiens indéterminés, que j'ai employée ici pour la détermination du facteur des équations, devient une méthode directe toutes les fois qu'on a déterminé *à priori* la forme de la quantité cherchée. Cette méthode, qui s'applique à toutes les questions d'analyse, est par cela même souvent moins élégante & plus compliquée que toute autre méthode plus particulière, qui résolveroit également le Problème; mais aussi arrive-t-il quelquefois qu'il n'y en a point d'autre qui puisse le résoudre dans toute son étendue. Celui de la recherche du facteur est dans ce cas; en effet, si nous considérons une équation différentielle du second ordre où dx soit constant, il est aisé de voir que si V & V' sont les deux facteurs qui rendent la proposée une différentielle exacte, B & B' les deux intégrales correspondantes $(FB, B')\, V + (F' B, B')\, V'$, sera la valeur générale du facteur, avec cette seule condition que $\frac{d(FB, B')}{dB'} = \frac{d(F' B, B')}{dB}$.

Donc l'équation définitive du facteur sera à trois différences partielles. De quelque manière donc qu'on jugera à propos de considérer les conditions d'intégrabilité, ou elles limiteront la proposée à une forme particulière, ou on aura le facteur par une équation de cette étendue; & si au lieu du facteur on prend ou (l'équation étant mise sous la forme $ddy + addx + b$) une valeur de a inconnue & différente de $\frac{-dy}{dx}$, ou un terme qui, ajouté à la proposée, permettra de la regarder comme homogène, on aura encore un même résultat. Mais dans des cas particuliers; c'est-à-dire, si l'on suppose que le facteur ne contient pas $\frac{dy}{dx}$, ou que a soit donné & différent de $\frac{-dy}{dx}$, alors on pourra avoir des conditions d'intégrabilité qui donneront le

facteur par une équation beaucoup plus ſimple; parce que dans ces cas particuliers le nombre des variables qui entrent dans le facteur eſt diminué, ou bien qu'on l'aſſujettit à rendre la propoſée différentielle exacte du ſecond ordre; ce qui limite la forme générale du facteur. Ces deux cas ont été traités; celui du facteur ſans $\frac{-dy}{dx}$ par M. Bezout, & l'autre par M. Fontaine; mais il y auroit encore à faire ſur ce dernier pluſieurs obſervations aſſez importantes, & qu'il ſeroit facile de déduire des remarques que j'ai faites dans les Mémoires de l'Académie de Turin. M. Fontaine qui, dans ſa première méthode de calcul intégral, a cherché à déterminer le facteur par des conditions d'intégrabilité qu'il trouve ſurpaſſer de l'unité le nombre des inconnues, s'eſt aſſuré qu'en général la valeur algébrique & linéaire qu'il paroît devoir trouver pour ce facteur, eſt $\frac{0}{0}$, excepté dans le cas dont je viens de parler, mais il n'avoit point dit pourquoi cela arrive ainſi. J'ai cru devoir entrer dans ce détail, pour prévenir le travail en pure perte que pourroient faire des commençans, en cherchant, par une méthode ſemblable à celle de M. Fontaine une quantité que ce grand Analyſte auroit trouvée ſi elle avoit pu l'être par de pareils moyens.

La limitation que j'ai donnée au facteur, & qui conſiſte à le ſuppoſer algébrique, & toutes celles de cette eſpèce qui ne limitent point la forme de la propoſée ne peuvent point entrer comme condition dans celle de l'intégrabilité; & par conſéquent la méthode des coëfficiens indéterminés eſt la ſeule qui puiſſe être générale.



CONTACT INTERNE

DU DISQUE DE VÉNUS AU DISQUE DU SOLEIL,

Observé à Saron par M. le Président BOCHART DE SARON, *& communiqué à l'Académie.*

Par M. LE MONNIER.

28 Février 1770. ON a lû l'été dernier à l'Assemblée les deux momens de ce deuxième contact, qu'on a jugé, avec une lunette achromatique qui grossissoit 68 fois, à $7^h 43' 53$ & $60''$; d'où ôtant, suivant le rapport qu'on en a fait à l'Académie, $5' 6''$ de différence des méridiens, il en résultoit, pour l'instant du contact interne, $7^h 38' 47$ ou $54''$ pour le méridien de Paris.

Comme le Soleil étoit à Saron, qui est au sud-est de Paris & à vingt-cinq lieues de distance, beaucoup plus bas qu'à Paris, la décomposition des rayons, qui a dû avoir lieu par l'effet des réfractions, n'y auroit pas été la même qu'à Paris. Comment a-t-on prétendu faire accorder cette observation à 2 ou 3 secondes près, avec celles qui ont été faites à l'Observatoire royal? c'est ce que j'ignore absolument, quoiqu'on ait déjà imprimé cette observation dans différens journaux, & vraisemblablement sans l'agrément de l'Auteur.

Je trouve que Saron est à l'orient de Paris de 52902 toises, & plus au sud de 14823 toises, ce qui répond à $0^h 5' 42'' \frac{1}{2}$ de différence des méridiens.

Il s'ensuit donc que le deuxième contact doit être corrigé, & qu'il a dû arriver, en réduisant au méridien de Paris, à $7^h 38' 10$ à $15''$.

A Kergars, contact interne, selon M. DAPRÈS, *à $7^h 15' 50''$; ajoutez-y $22' 00''$: donc à Paris $7^h 37' 50''$.*

A Caen, M. PIGOTT *avec une lunette achromatique de $6 \frac{1}{2}$ pieds, dans un lieu bas, mais l'horizon net, a vu le deuxième contact ou interne à $7^h 26' 25''$ ou $27'' \frac{1}{2}$: on admet Caen $10' 47''$ à l'ouest de Paris; ou bien par une lettre du 16 Août 1769, les Satellites ont donné $0^h 10' 05''$: négligeant la différence des parallaxes, on auroit $7^h 37' 05''$, ou bien $7^h 36' 30''$ pour le contact interne.*

SUPPLÉMENT

SUPPLÉMENT AUX OBSERVATIONS DU PRINTEMPS DE L'ANNÉE 1735.

Par M. LE MONNIER.

CES Obſervations, ainſi que les erreurs des Tables des Inſtitutions aſtronomiques, ont été déjà communiquées à M.[rs] de Charnières & de Verdun : celui-ci ſe prépare, l'année prochaine, à en retirer les éclairciſſemens néceſſaires à la recherche des Longitudes par les mégamètres & octans.

Il eſt inutile de détailler ici les cauſes qui ont nui à l'obſervation du quart-de-cercle mural en 1735, lorſque l'alidade en fut démontée & qu'il étoit queſtion de l'emporter au Pérou. Dans les cahiers *in-folio*, on ne trouve que la moitié de la 91.[e] lunaiſon & la deuxième quadrature obſervée uniquement pendant la 92.[e] lunaiſon, ce que me procura l'obſervation de *Sirius*, dont la Lune ce jour-là rencontroit le parallèle; en ſorte qu'à la lunette murale je vis les paſſages de l'un & de l'autre à deux fils : quoiqu'ils fuſſent ſituées un peu à l'orient du méridien, l'erreur de la poſition de ces fils n'eſt nullement à craindre; mais il faudra avoir égard à la parallaxe d'aſcenſion droite de la Lune, à cauſe que le deuxième fil donnoit une minute plus tôt qu'au vrai méridien.

Les lunaiſons ſe comptent, comme l'on ſait, depuis le paſſage du Nœud par la ſection d'*Ariès*.

JOURNAL des Longitudes de la Lune, comparées aux Tables

JOURS DU MOIS.		TEMPS VRAI.	☾ — ☉	ARG. ANN.
ANNÉE		H. M. S.	S. D. M.	S. D. M.
1753	8 Mars au soir.	2. 25. 19 ¼	1. 09. 13	1. 17. 21 ⅖
91.e lunaison.	9 1.er bord...	3. 15. 03 ½	1. 21. 41	1. 18. 16 ¼
	10...........	4. 04. 27 ½	2. 04. 30	1. 19. 11
	13...........	6. 57. 23	3. 15. 09	1. 21. 56 ⅓
	16...........	9. 48. 57 ½	4. 27. 34	1. 24. 41
	18 centre......	11. 38. 24 ½	5. 25. 32 ¼	1. 26. 31 ¾
	21 au matin....	1. 24. 28 ½	6. 22. 29	1. 28. 20
	22 2.d bord....	2. 16. 50 ½	7. 05. 27 ½	1. 29. 14 ⅔
	24...........	4. 00. 18	8. 00. 25	2. 01. 03 ⅔
	26...........	5. 40. 27	8. 24. 13 ½	2. 02. 52 ½
	31...........	9. 29. 20 ½	10. 21. 17 ⅓	2. 07. 23 ¼
	11 Avril au soir.	6. 54. 08 ½	3. 11. 19 ⅖	2. 17. 18 ⅗
92.e lunaison.	12 1.er bord...	7. 48. 56	3. 25. 18 ⅖	2. 18. 12 ½
	13...........	8. 42. 15	4. 09. 13	2. 19. 06 ⅖
	15...........	10. 26. 14 ¼	5. 06. 31 ¾	2. 20. 54
	●16 centre......	11. 18. 56	5. 19. 49 ½	2. 21. 48
	18 centre matin.	0. 10. 35 ½	6. 02. 50	2. 22. 42
	20 2.d bord....	1. 56. 07 ¼	6. 27. 56 ½	2. 24. 29 ⅖
	21...........	2. 48. 00 ¼	7. 10. 05	2. 25. 23
	23...........	4. 27. 58	8. 03. 41 ⅓	2. 27. 10 ⅓
	25...........	6. 01. 56 ¼	8. 26. 43 ½	2. 28. 57 ⅓
	27...........	7. 30. 12	9. 19. 38 ¼	3. 00. 43 ¾

pendant la 91.e & la 92.e lunaison, en l'année 1753.

JOURS du MOIS.		LONGITUDE OBSERVÉE.			LES TABLES.			ERREUR.	
ANNÉE		D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.
1753 8 Mars.	♈	28.	02.	07½	28.	00.	42½	— 1.	25
9.....	♉	11.	27.	46½	11.	26.	45	— 1.	01½
10.....		25.	09.	42	25.	07.	03½	— 2.	38½
13.....	♋	8.	06.	34	8.	05.	09	— 1.	25
16.....	♌	25.	07.	10	23.	37.	05	— 0.	05
18.....	♍	24.	08.	50	24.	07.	51¾	— 0.	58
21.....	♎	23.	36.	05	23.	36.	15½	+ 0.	10½
22.....	♏	7.	43.	17	7.	42.	23	— 0.	54
24.....	♐	4.	36.	30	4.	35.	43	— 0.	47
26.....	♑	0.	03.	47½	0.	02.	07½	— 1.	40
31.....	♓	1.	40.	07	1.	39.	45⅓	— 0.	22
11 Avril.	♌	3.	04.	20⅓	3.	01.	38	— 2.	42⅓
12.....		17.	55.	46	17.	51.	59	— 3.	47
13.....	♍	2.	47.	48	2.	43.	56⅓	— 3.	52
15.....	♎	2.	18.	12½	2.	15.	34	— 2.	38½
16.....		16.	46.	34½	16.	46.	08½	— 0.	26
18.....	♏	1.	00.	13	1.	00.	25	+ 0.	12
20.....		28.	29.	44½	28.	28.	30	— 1.	14½
21.....	♐	11.	43.	07½	11.	41.	34½	— 1.	33
23.....	♑	7.	15.	17	7.	13.	42	— 1.	35
25.....	♒	1.	58.	18	1.	58.	08½	— 0.	09½
27.....		26.	30.	55⅔	26.	32.	18⅓	+ 1.	22⅔



OBSERVATIONS SUR DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

Par M. PORTAL.

OBSERVATIONS sur des ischuries survenues à la suite d'un racorniſſement de la veſſie.

POUR que l'excrétion de l'urine ſe faſſe d'une manière & dans un temps convenable, il doit y avoir une juſte proportion entre la matière de l'urine que le rein ſépare & la capacité de la veſſie qui la reçoit.

Les Auteurs ont connu & détaillé les effets qui ſont la ſuite d'une augmentation dans la capacité de la veſſie par rapport à l'excrétion de l'urine, mais ils ont peu inſiſté ſur ceux qui peuvent, dans un âge avancé, provenir de l'imminution dans la capacité de ce réſervoir; ils méritent cependant, à ce qu'il me ſemble, d'être examinés, & c'eſt ce qui m'engage à communiquer les obſervations ſuivantes.

J'ai trouvé à Montpellier en 1764, en diſſéquant le cadavre d'une femme âgée d'environ ſoixante ans, que je deſtinois à la démonſtration de la Névrologie, la veſſie ſi rapetiſſée qu'elle n'étoit pas plus groſſe qu'une petite noix. Son col étoit très-racorni, ſemblable à du parchemin brûlé; l'ouverture par laquelle elle communique avec l'urètre, totalement oblitérée; ſes parois de l'épaiſſeur d'un écu de ſix livres, ſemblables à un cartilage; ſa cavité preſque anéantie; les uretères étoient très-gros & remplis d'urine, du reſte le canal de l'urètre en très-bon état; les reins étoient livides, & ſes vaiſſeaux gorgés de ſang. Je ne pus abſolument ſavoir les ſymptômes de la maladie dont cette femme étoit morte; vraiſemblablement c'étoit à la ſuite d'une ſuppreſſion d'urine; la couleur livide des reins, la tuméfaction des vaiſſeaux annonçoient qu'il y avoit eu inflammation.

Un homme âgé de quatre-vingt-douze ans, après avoir mené une vie laborieuſe, ſur-tout fort voyagé à cheval, reſſentit à la verge des douleurs fort vives; il les rapportoit en différens endroits,

tantôt au gland & tantôt au col de la vessie. Les douleurs cessèrent d'elles-mêmes quelques jours après; cependant l'urine qui jusqu'ici avoit eu un libre cours, diminuoit chaque jour en quantité. On administra en vain les diurétiques les plus forts; le Chirurgien ordinaire du malade voyant le peu d'efficacité des médicamens administrés, alloit recourir aux bougies, lorsqu'on vit l'urine couler par l'ombilic & par la verge.

Dans la suite, la voie naturelle lui fut entièrement interdite; le malade vécut encore environ six mois, il mourut d'une maladie qui ne reconnoissoit pour cause aucun vice dans les voies urinaires.

A l'ouverture du cadavre on trouva un canal de communication entre l'ombilic & la vessie; le col étoit entièrement oblitéré, froncé & racorni.

Je trouvai l'année suivante, en disséquant le cadavre d'un vieillard, la vessie & ses uretères remplis d'urine: le col de la vessie étoit racorni & totalement oblitéré; la cavité de la vessie très-diminuée par le resserrement de son corps; les parois de ce viscère avoient l'épaisseur de huit à neuf lignes: cependant par un examen réfléchi je vis que la membrane interne étoit la seule qui eût acquis du volume; l'extérieure fournie par le péritoine étoit dans son état naturel; les trousseaux musculeux étoient peu apparens; & si intimement collés à la membrane externe, qu'on pouvoit à peine les séparer.

La membrane intérieure ressembloit à un cartilage; son épaisseur n'étoit pas égale par-tout; elle étoit double vers la face inférieure du col de la vessie, c'est-à-dire à l'endroit où M. Lieutaud a placé son trigone, & où Nicolas Massa dit que les tuniques de la vessie sont plus épaisses qu'ailleurs.

En examinant vers la face interne de la membrane, il étoit fort difficile d'apercevoir la direction de ses fibres, mais on les voyoit plus facilement quand on incisoit la membrane; elle paroissoit formée de différentes couches de tissu cellulaire. Pour mieux me convaincre de son existence, je la fis macérer dans de l'eau pendant quelques jours; c'est pour lors que je divisai cette membrane en plusieurs feuillets, & que je vis qu'ils n'étoient formés que par du tissu cellulaire.

J'ai réitéré mes recherches sur plusieurs autres vessies de vieillards,

& j'ai fréquemment trouvé leurs parois beaucoup plus épaisses qu'elles n'ont coutume d'être, la cavité de beaucoup diminuée, & l'ouverture de l'urètre très-rétrécie.

Plusieurs autres viscères sont sujets à de pareils changemens, par exemple, l'estomac du vieillard est toujours plus petit, & ses parois beaucoup plus épaisses & plus denses que ne sont celles du ventricule d'un adulte ou d'un enfant; l'ouverture du pylore diminue sensiblement, & le bourlet circulaire est beaucoup plus gonflé.

Par ces observations sur la vessie faites en très-peu de temps, il est à présumer que les ischuries produites par le racornissement de ce viscère ne sont pas rares chez les vieillards; cependant elles ne me paroissent pas avoir été décrites par les Auteurs. Les Lithotomistes ont parlé des épaississemens de la vessie, produits des calculs, &c. Ruysch, Detharding, Morgagni & M. Lieutaud en ont rapporté plusieurs exemples. Morgagni nous a appris qu'on trouvoit communément l'estomac de ceux qui ont fait un fréquent usage de boissons spiritueuses, racorni, épais, rapetissé; mais il n'a pas parlé du racornissement des parois & de l'oblitération du col de la vessie des vieillards.

OBSERVATION sur un Spina bifida, *& sur le canal de la moëlle épinière.*

Il n'y a pas long-temps que les Anatomistes connoissent le *spina bifida;* Tulpius est le premier qui en a donné une description suivie; Lechelius, Zwinger & M. de Haller dans ses thèses chirurgicales, en ont parlé fort au long. Ces Auteurs sont d'accord sur les signes, mais ils se contredisent sur la nature de cette tumeur; les uns veulent que ce soit une infiltration dans la membrane vaginale de la moëlle épinière; d'autres assurent que l'eau est amassée entre la pie & la dure-mère.

Ces contradictions apparentes dans les Auteurs, me faisoient desirer depuis long-temps une occasion de m'assurer de la vérité par moi-même; un heureux hasard me l'offrit.

Je disséquai l'hiver dernier un fœtus hydrocéphale venu à terme, & qui étoit attaqué d'un *spina bifida;* la tumeur avoit son siége au-dessus de l'os sacrum; j'incisai les tégumens avec circonspection, j'enlevai les muscles grands-dorsaux, je séparai les longs-dorsaux &

les demi-épineux des lombes, & je mis la tumeur bien à découvert.

La dernière vertèbre des lombes n'avoit point d'apophyse épineuse, & on voyoit un espace rhomboïde à travers lequel sortoit une excroissance qui cédoit au tact & dont la couleur étoit d'un rouge pâle. Je l'incisai légèrement, il s'écoula une petite quantité d'eau rougeâtre; après cet écoulement il parut une masse blanchâtre filamenteuse, je l'ouvris, j'y trouvai un canal rempli d'une eau limpide; je suivis ce canal jusqu'aux vertèbres cervicales, il étoit plus dilaté vers le bas que vers le haut où il se rétrécissoit sensiblement; sa surface interne étoit très-unie, il me parut qu'il y avoit une membrane très-fine qui en formoit la paroi.

Je fis dans la suite plus d'attention à cette observation, que dans le temps que je m'adonnois à ces recherches; je soupçonnai qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière, qui communiquoit avec les ventricules du cerveau: j'ouvris divers fœtus & les cadavres de plusieurs adultes, mais mes peines & mes soins furent superflus; un évènement plus heureux satisfit à ma curiosité. J'ouvris à la rue du Regard, en présence de M. Maloet, célèbre Médecin de la Faculté de Paris, le cadavre d'un homme de trente à trente-cinq ans, mort à la suite d'une longue maladie, & dont M. Maloet avoit dirigé le traitement.

Comme le malade avoit eu des douleurs vives dans les extrémités, nous ouvrimes le canal spinal & la moëlle épinière; je trouvai dans la portion médullaire cervicale un canal dans lequel on pouvoit insinuer sans peine un assez gros stilet jusque vers la quatrième ou cinquième vertèbre cervicale.

Ce fait réuni au précédent me fit penser qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière qui existoit toujours, mais qui étoit plus apparent dans certains sujets que dans d'autres; j'écrivis à ce sujet un Mémoire, je le communiquai à M. Senac; il m'avoit déjà prévenu dans mes travaux, car il me dit avoir vu ce canal: il existe donc, & il est surprenant que les Anatomistes modernes l'aient passé sous silence; je l'ai trouvé depuis décrit dans les plus anciens Auteurs, & je dois leur rendre justice en leur accordant la découverte qui leur appartient. Charles Étienne, en décrivant la moëlle épinière, dit qu'il y a un canal au milieu de sa substance, qui se propage du cerveau à la moëlle épinière, & qu'il se

remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre: *cæterum quod ad interiora ipsius medullæ spectat, cavitatem in internum ejus substantiæ manifestam reperire licet, quæ ceu quidam ipsius ventriculus esse conspicitur, in quo aquosus quidam humor subflavus continetur, paulò tamen liquidior, quàm qui in anterioribus cerebri delitescit* [a].

Columbus a été plus loin, il a déterminé la figure & la grandeur de ce canal, en le comparant à une plume à écrire [b]. La description que cet Anatomiste donne du canal de la moëlle épinière, est exacte; plusieurs Auteurs qui lui ont succédé ont aussi parlé de ce canal, mais l'ont différemment décrit. Il est surprenant qu'une découverte aussi intéressante & si curieuse ait resté perdue dans les livres de ses Auteurs, il en est un grand nombre d'autres qui se trouvent dans le même cas. Ce canal ne favoriseroit-il pas les mouvemens de la moëlle épinière que quelques Physiologistes disent y avoir observés? Je puis assurer avoir vu la moëlle épinière se gonfler & s'affaisser dans un chat auquel on avoit ouvert le canal spinal en arrière & en haut vers les vertèbres cervicales inférieures: ces mouvemens dans la substance médullaire vertébrale ne répondoient point à ceux des artères; ils me parurent au contraire répondre aux mouvemens du cerveau. L'espace vide que l'on observe dans les cadavres entre la moëlle & le canal vertébral, pourroit bien permettre ces gonflemens & affaissemens alternatifs de la moëlle épinière: au reste, Paaw prétendoit autrefois que la moëlle épinière se mouvoit dans son canal, comme le cerveau se meut dans le crâne [c].

[a] Page 337.

[b] *De re Anat.* pag. 194.

[c] *Voyez notre Hist. de l'Anat. t. II, p. 401.*

HYDROPISIE particulière des ventricules latéraux du cerveau, & sur la cloison qui les sépare.

Depuis Galien jusqu'à Varoli, les Anatomistes ont presque tous regardé les ventricules latéraux comme deux cavités particulières & indépendantes l'une de l'autre; Varoli a prétendu qu'ils communiquoient entr'eux & qu'ils se joignoient au-dessous de la voute à trois piliers. Les Anatomistes qui lui ont succédé ont généralement suivi son opinion; si quelques-uns s'en sont écartés, ils ont admis une membrane mince & transparente au-dessous du *septum lucidum*, mais qu'ils ont dit être percée en différens endroits.

M. Winslow a décrit les trous de communication fort au long, l'observation suivante me fit douter de l'exactitude de sa description.

Je disséquois

Je dissséquois, il y a environ trois ans, le cerveau d'un jeune enfant de trois à quatre ans, mort de la petite vérole; sa tête étoit plus grosse qu'elle n'a coutume d'être à cet âge, quoique la substance du cerveau fût sèche. A l'ouverture des ventricules qui étoient fort dilatés, je trouvai une très-grande quantité de sérosité; le droit étoit rempli d'une sérosité limpide, le gauche d'une sérosité rougeâtre: cette différence dans la couleur me frappa, je craignis d'avoir ouvert quelque vaisseau qui eût versé son sang dans le ventricule gauche & qui eût troublé la transparence de la sérosité; je crus devoir attendre un certain temps avant de toucher au cerveau, pour voir si la différence de couleur dans l'eau des ventricules subsisteroit telle que je l'observois. Au bout d'une heure je trouvai le ventricule gauche rempli de la sérosité limpide, & le ventricule droit de la sérosité rougeâtre; je soupçonnai pour lors qu'il n'y avoit aucune communication entre les ventricules: je fis d'ultérieures recherches pour m'assurer de la vérité, j'emportai autant que je pus de la substance de l'hémisphère gauche du cerveau, j'ouvris le ventricule du même côté; l'eau qu'il contenoit s'épancha sans qu'il s'écoulât sensiblement une seule goutte de l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche; c'est pour lors qu'il m'a été aisé d'apercevoir une cloison membraneuse qui séparoit complètement les ventricules.

Plusieurs des Étudians qui suivoient le cours d'Anatomie que je faisois cette année dans la rue de la Harpe, furent témoins de mes recherches.

Cependant l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche, rompit la membrane que je décrivois à mes auditeurs, & mon plaisir fut de courte durée. J'ai eu depuis occasion de la voir plusieurs fois dans l'homme, sans aucune ouverture apparente; mais il faut avouer qu'on ne la rencontre telle que par d'heureux hasards; la substance du cerveau est si mince & la cloison si fragile, qu'on la déchire en soulevant la voûte à trois piliers.

Je pourrois appuyer mon opinion sur l'existence d'une cloison entière entre les ventricules, de diverses observations puisées dans des Auteurs dignes de foi, mais qui n'ont tiré aucune conclusion sur la structure des parties. Je ne rapporterai que les plus frappantes. Tulpius parle d'un hydrocéphale qui avoit deux livres d'eau dans

un des ventricules, l'autre étant à sec. En parcourant l'hiſtoire de l'ouverture du corps de Malpighi, faite par Baglivi, j'ai vu qu'on avoit trouvé un des ventricules du cerveau de ce célèbre Anatomiſte rempli d'eau, quoiqu'il n'y en eût preſque point dans l'autre: j'ai auſſi trouvé dans un des Journaux de Médecine un fait à peu près pareil.

On a autrefois écrit qu'on ſoupçonnoit qu'il y eût une cloiſon parfaite qui ſéparoit les ventricules & qui interceptoit toute communication. L'obſervation que je viens de rapporter, jointe à celles des Auteurs, & qui ſont preſque inconnues, prouve l'exiſtence de cette cloiſon qu'on eſt quelquefois aſſez heureux de conſerver dans ſon intégrité.

OBSERVATION ſur une Boſſe particulière.

Une Dame d'une très-grande condition, d'une taille au-deſſous de la médiocre, âgée de ſoixante-ſix ans & mère de pluſieurs enfans, avoit l'épine extraordinairement contournée ſur les côtés; elle formoit trois courbures: la ſupérieure étoit produite par les vertèbres cervicales & les deux premières vertèbres dorſales; la moyenne par les dix vertèbres dorſales ſuivantes, & la troiſième par les vertèbres lombaires. La convexité de la première étoit à gauche, celle de la moyenne à droite & celle de la troiſième étoit à gauche. Cette Dame parvint, ainſi conformée, à un âge fort avancé ſans reſſentir aucune incommodité de la diſtorſion de ſon épine: elle avoit accouché pluſieurs fois heureuſement; cependant elle avoit fait un uſage très-fréquent des corps, mais ſans ſuccès; les boſſes ne ſe redreſſèrent pas par de tels ſecours. Quelques années avant ſa mort il lui ſurvint un accident très-remarquable: environ trois ou quatre heures après ſon repas, elle reſſentoit au bout du pied gauche une douleur des plus vives, une légère difficulté de reſpirer & une ſenſation déſagréable dans le bas-ventre au-deſſous de l'hypocondre gauche; les ſymptômes duroient deux ou trois heures; ils perſiſtoient davantage & étoient plus vifs lorſqu'elle avoit mangé plus qu'à ſon ordinaire. On appela pluſieurs Médecins & divers Chirurgiens, chacun fit des remèdes particuliers, il y en eut qui conſeillèrent des topiques ſur le bout du pied gauche; cependant la

maladie résista à ce secours, la Dame vécut avec cette infirmité, & elle périt de toute autre maladie. M. de Bordeu, qui en étoit le Médecin, curieux de connoître la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied gauche, m'appela pour faire l'ouverture de son cadavre : je trouvai les deux dernières fausses côtes gauches renversées dans le bas-ventre; la dernière recouvroit le colon qui étoit très-rétréci, & son extrémité étoit appliquée sur le plexus lombaire; le colon étoit très-adhérent à ce même plexus & au muscle grand psoas.

C'est à ce renversement des côtes dans le côté gauche, que nous attribuames la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied du même côté; lorsque les excrémens parvenoient à l'endroit du colon qui en étoit recouvert, ils le dilatoient; & comme cet intestin ne pouvoit se porter en avant à cause de la côte qui lui opposoit un obstacle invincible, l'effet de la compression se transmettoit aux nerfs lombaires & de-là aux nerfs cruraux qui se prolongent sur le pied. Cette observation est curieuse, c'est ce qui m'engage à la communiquer à l'Académie; je crois qu'on doit attribuer le renversement des deux dernières côtes aux corps dont la Dame avoit fait usage pour se redresser l'épine: rien n'est plus dangereux que l'application de pareils habillemens.

Je n'en rapporterai pas les inconvéniens, parce qu'on les a détaillés fort au long dans divers Ouvrages; ce qu'il y a de particulier, c'est que les plus anciens Anatomistes en ont blâmé l'usage, & qu'on ne s'est pas corrigé. Charles Étienne en parlant de l'omoplate blâme la conduite des nourrices qui bandent le corps des enfans, ou qui avant qu'ils soient assez forts pour se soutenir, les obligent de marcher en les soutenant avec des lisières : « à cet âge, dit-il, les parties sont souples & cèdent facilement à la pression; la position « naturelle des os se dérange, & les muscles qui s'y attachent sont « obligés de s'accommoder à ce déplacement. » Peu de Médecins ont fait attention à ce précepte; l'usage des corps & des maillots s'est fortifié par le temps, les Médecins eux-mêmes l'ont préconisé ou n'ont point connu son inconvénient. Riolan plus judicieux a fait les mêmes réflexions que Charles Étienne; il dit que les Dames Françoises ont pour la plupart une épaule plus haute que l'autre; la vérité se fait toujours connoître; Riolan l'a saisie, il a bien fait

de la manifester, mais il a tort de passer sous silence le nom de Charles Étienne. Il est vrai que plusieurs autres Écrivains qui lui ont succédé ont marché sur ses traces, ils ont écrit sur l'abus des corps, mais sans citer ni Charles Étienne, ni Riolan qui en avoient connu les inconvéniens; je me fais un honneur & un devoir de leur rendre ce qui leur appartient.

OBSERVATION sur la capacité des ventricules du cœur.

La Nature varie dans tous les âges, & l'on ne peut avoir en Anatomie un résultat certain de ses opérations, qu'en la considérant sous les diverses formes qu'elle se présente: c'est en la suivant dans sa marche, qu'on pourra faire les plus grandes découvertes, & qu'on parviendra à concilier beaucoup d'opinions qui ne paroissent contraires que parce qu'on les a faites sur des sujets d'un âge différent.

Depuis Hippocrate jusqu'à Lower, les Anatomistes ont cru que le ventricule droit ou antérieur étoit plus grand que le ventricule gauche ou postérieur. Lower fut le premier qui osa contredire l'opinion reçue; il tâcha de prouver, par des calculs & par des expériences faites sur le cœur, que les ventricules étoient également amples: son sentiment fut adopté de M.[rs] Sanctorini, Michelotti & Lieutaud, qui l'étayèrent de nouvelles preuves.

Cette opinion n'a pas été celle de M. Helvétius; ce Médecin pensa avec les Anciens que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche. Pour le prouver, il remplit d'eau les ventricules du cœur; le ventricule droit du premier cœur dont il se servit pour son expérience, contint seize dragmes & demie d'eau, & le ventricule gauche n'en contint que quinze: il entra vingt-quatre dragmes de liqueur dans le ventricule droit du second cœur qu'il employa à ses recherches, quoique le ventricule gauche n'en contînt que vingt dragmes.

La différence des ventricules lui parut donc plus grande dans la seconde expérience que dans la première; mais il en résulta toujours que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche.

L'opinion de M. Helvétius fut adoptée de plusieurs Savans; M.[rs] Nicolaï, Lieberkuhn, Winslow & Senac lui ont donné leur suffrage; je la suivois, plutôt conduit par l'autorité que par l'expérience, lorsque le cœur du fœtus fixa mon attention; la pointe du

ventricule gauche formoit une grande élévation, & étoit plus saillante que celle du ventricule droit; ce qui me fit penser que si le ventricule droit étoit plus large, le ventricule gauche étoit, à cet âge, plus long; & ces différences dans les dimensions me déterminèrent à réitérer les expériences de M. Helvétius. Je remplis d'eau les deux ventricules; le gauche en contint sept dragmes, quoique le droit n'en contînt que six & demie: je pris dans le même moment le cœur d'un vieillard & je remplis ses ventricules de la même liqueur; le ventricule droit contint dix-huit dragmes d'eau, le gauche n'en contint qu'environ dix-sept dragmes & quelques grains.

Il falloit, pour décider la question, évaluer la quantité d'eau qui entroit dans les ventricules d'un troisième cœur; j'allai à l'Hôtel-Dieu où je trouve ordinairement les sujets qui me sont nécessaires, je pris le cœur d'un jeune enfant dont je remplis les ventricules, ils continrent une égale quantité de liqueur.

Des expériences faites sur trois sujets d'un âge différent, & qui m'avoient donné trois résultats différens, me firent présumer que la capacité des ventricules du cœur varioit suivant les âges; je réitérai mes expériences & je trouvai que le fœtus avoit le ventricule gauche plus ample que le droit; que dans les enfans les cavités ou les ventricules du cœur sont à peu-près égales, & que dans l'adulte la cavité antérieure ou droite est plus ample que la cavité gauche.

En considérant ainsi la Nature dans les différens âges, on rend raison de la diversité des opinions des Auteurs, & on donne une solution exacte de la difficulté. Il seroit à desirer que l'on suivît en Anatomie cette méthode pour développer la structure des autres parties, on verroit que l'on peut concilier des sentimens sur divers objets qui paroissent opposés.

La raison peut venir au secours de l'expérience dans l'examen des ventricules du cœur; le ventricule droit des fœtus ne reçoit pas une aussi grande quantité de sang que le ventricule gauche; une très-grande partie de celui de l'oreillette droite coule dans l'oreillette gauche par le trou de Galien ou trou ovale de Carcanus, que l'ignorance a adjugé à Botal; ce sang parvient dans le ventricule gauche sans pénétrer le ventricule droit, & comme les

quantités du ſang qui coule dans les ventricules ſont inégales, puiſque celle qui entre dans le ventricule gauche eſt plus grande que celle qui pénètre le ventricule droit, il faut que le ventricule gauche ſoit plus ample que le droit.

L'ordre de la circulation change dans l'enfant qui vient au monde; dès qu'il commence à reſpirer, le canal artériel s'oblitère par l'élévation de la bronche gauche qui ſoulève l'aorte, à laquelle adhère le canal artériel; la valvule du trou ovale, ſoulevée par ſes fibres muſculeuſes, comme Carcanus nous l'a appris, bouche le trou ovale, & intercepte toute voie de communication entre les oreillettes: le ſang aborde pour lors en plus grande quantité dans le ventricule droit & le diſtend, juſqu'à ce qu'il ſoit auſſi ample que le ventricule gauche; les quantités de ſang qui les pénètrent étant égales, leurs cavités doivent l'être. Cette proportion ſubſiſteroit ainſi juſqu'à la fin de la vie, ſi les parois des ventricules du cœur avoient la même épaiſſeur; mais comme la paroi du ventricule droit eſt plus mince que celle du ventricule gauche, elle réſiſte moins à l'effort latéral du ſang, & par-là le ventricule droit doit s'agrandir. Nous ne diſconviendrons cependant pas qu'il ne ſe préſente quantité d'exceptions à la règle générale que nous établiſſons. Une diſpoſition intérieure du cœur, quelque vice des vaiſſeaux ſanguins, ſoit qu'ils ſoient rétrécis, ſoit qu'ils ſoient dilatés, peuvent produire des dilatations dans l'un ou l'autre ventricule.

OBSERVATIONS anatomiques pour ſervir à l'hiſtoire des Muſcles.

On trouve au-deſſous des muſcles deſtinés à mouvoir les os longs des extrémités, & qui recouvrent l'articulation d'un membre, des muſcles qui d'une part ſont attachés aux os, & de l'autre à la capſule articulaire: ils ſont très-grêles, preſque pyramidaux; leurs fibres s'épanouiſſent ſur la capſule articulaire où elles ſe perdent; chacune d'elles eſt recouverte d'une gaine de tiſſu cellulaire, qu'on aperçoit facilement lorſqu'on ſoulève le muſcle, & les fibres du muſcle d'un côté paſſent obliquement ſur celles de l'autre. Il y a de pareils muſcles dans preſque toutes les articulations; il en eſt pluſieurs qui ont échappé aux recherches des Anatomiſtes, & d'autres qui leur ſont connus, mais auxquels ils attribuent des uſages différens de ceux qu'ils rempliſſent.

On voit au-dessous des muscles sous-scapulaires de l'omoplate, vers son angle supérieur, un muscle très-grêle qui d'une part s'attache à la lèvre interne du bord supérieur de l'omoplate, & de l'autre à la capsule articulaire de l'épaule. Plusieurs fibres se répandent sur la surface externe, d'autres se réunissent & forment un tendon plat qui s'insère à l'omoplate même, en confondant quelques-unes de ses fibres avec le tendon du biceps qui se contourne sur le bord de la cavité glénoïde; ce tendon avec celui du muscle que je décris, forme un rebord tendineux que les Anatomistes ont cru être ligamenteux. Le segment extérieur du bourlet appartient au tendon brachial du muscle biceps; l'intérieur à celui du nouveau muscle sous-scapulaire de l'omoplate: il n'est besoin d'aucune préparation pour apercevoir cette structure, & il est surprenant que les Anatomistes n'aient point fait attention à la continuité de ce bourlet avec le tendon des muscles. Vésale avoit avancé qu'un des tendons du muscle biceps s'implantoit au haut de la cavité glénoïde, & les Anatomistes qui lui ont succédé sont tombés dans la même erreur. Rolfinckius a cependant entrevu que le tendon du biceps se contournoit pour former le bourlet: il étoit sur la voie de la vérité; ses contemporains ou les Anatomistes qui lui ont succédé s'en sont écartés en suivant Vésale. M. Winslow même l'a suivie de trop près.

La direction des fibres du muscle capsulaire de l'omoplate est toujours différente de celle du muscle sous-scapulaire, & par-là on peut facilement le distinguer: la séparation est quelquefois naturelle dans certains sujets, mais il ne faut pas être bien instruit dans les dissections pour se convaincre que les muscles sont d'une nature différente.

Au côté externe & au-dessous du muscle brachial interne, on aperçoit sans aucune préparation un muscle particulier; d'une part il est attaché à la face intérieure du condyle antérieur de l'humérus, & de l'autre à la capsule articulaire du coude: cependant plusieurs de ses fibres s'implantent à l'apophyse coronoïde du cubitus; la direction de ses fibres est telle qu'elles sont dirigées de dehors en dedans & de haut en bas, au lieu que celles du muscle brachial vont du dedans en dehors, &c. de sorte que les fibres de ces deux muscles s'entrecroisent, ce qui prouve assez leur différence.

L'inſpection ſeule ſuffit pour la connoître, car après avoir levé la peau, on obſerve la ligne de ſéparation.

La capſule articulaire de la hanche eſt pourvûe de pareils muſcles; on en trouve deux à la partie antérieure, bien différens de l'iliaque, du pectiné ou du pſoas; ſouvent il ſuffit de détacher ces muſcles du fémur, & de les relever pour voir les deux muſcles capſulaires; d'une part ils s'attachent aux os pubis, & de l'autre à la partie antérieure de la capſule, l'un vers ſon bord externe, & l'autre vers ſon bord interne.

J'ai été conduit à ces recherches par la découverte des muſcles *ſous-cruraux* de M. Albinus. Cet Anatomiſte célèbre a trouvé au-deſſous du muſcle crural deux muſcles deſtinés ſelon lui à élever la capſule du genou; il les a nommés *muſculi ſubcrurales*. En étendant mes recherches ſur les autres articulations, je ſuis parvenu à découvrir de pareils muſcles; il paroît que M. Winſlow les avoit entrevus; il a dit dans ſon Traité de Miologie, & en décrivant le deltoïde, le ſus-épineux & le petit feſſier, que pluſieurs des fibres de ces muſcles ſe perdoient à la capſule de l'articulation.

Les muſcles capſulaires rempliſſent les plus grands uſages dans l'économie animale, ſans eux nous ne pourrions mouvoir les extrémités; car par leur moyen les capſules articulaires ſont à l'abri de tout froiſſement, tandis que les muſcles les plus puiſſans élèvent les os, les nouveaux muſcles élèvent la capſule & l'éloignent des ſurfaces oſſeuſes qui la comprimeroient & la pinceroient.

Les muſcles que je viens de décrire ne ſont pas les ſeuls qui rempliſſent cet uſage; il en eſt d'autres qui concourent à leur action: tel eſt le ſus-épineux qui ſert à l'élévation & de l'humérus & de ſa capſule; tel eſt le petit feſſier qui ſoulève la capſule de la hanche & qui concourt à étendre le fémur. Le poplité doit être rangé parmi ces muſcles, & c'eſt dans la même claſſe qu'on doit placer le long palmaire, le plantaire grêle, les lombricaux; car ou ils ſoulèvent, en ſe contractant, les capſules articulaires, ou ils élèvent les gaines qui revêtent les tendons des muſcles.

Sur les muſcles dentelés poſtérieurs.

Les muſcles dentelés poſtérieurs qu'on a coutume de diviſer en poſtérieurs ſupérieurs, & en poſtérieurs & inférieurs, ſont

ſouvent

ſouvent confondus entre eux par une large aponévroſe, dont les feuillets ſont continus dans pluſieurs ſujets; dans d'autres l'aponévroſe du muſcle dentelé inférieur paſſe par-deſſous celle du dentelé ſupérieur; mais il règne toujours tout le long de l'épine une membrane qui recouvre les muſcles extenſeurs du tronc, & qui eſt confondue vers les lombes avec l'aponévroſe du grand dorſal, & aſſez diſtincte & ſéparée vers le dos; elle forme une gaine qui maintient les muſcles dans leur ſituation, & s'oppoſe à leur déplacement; il arrive cependant quelquefois à la ſuite de violens mouvemens du tronc; & c'eſt ce déplacement que M. Lieutaud a connu ſous le nom de *luxation* des muſcles de l'épine, &c. dont Beverovicius avoit eu quelques notions.

J'ai eu occaſion de diſſéquer le cadavre d'un homme qui après une chûte d'une certaine hauteur, s'étoit plaint d'une très-vive douleur au dos; on y ſentoit une tumeur dure, placée ſur la huitième, neuvième & dixième côte, à peu de diſtance des vertèbres: cet homme ne pouvoit fléchir le tronc, quelqu'effort qu'il fît, & le plus léger étoit très-douloureux; il périt dans les convulſions, à l'ouverture du corps on trouva beaucoup de ſang épanché dans le crâne, & l'on vit que la tumeur au dos étoit formée par le déplacement d'une partie du muſcle long dorſal, qui s'étoit inſinué entre les fibres de l'aponévroſe commune aux deux dentelés, ou qui les avoit déchirées. Je crois que ſi un pareil cas ſe préſentoit, il faudroit, après avoir tenté les moyens recommandés, faire une inciſion à la peau, inciſer le ligament & débrider les parties pour en détruire l'étranglement & procurer la réduction.

Sur les muſcles des yeux.

Les muſcles des yeux ont fixé l'attention des Anatomiſtes les plus célèbres; Galien en admettoit ſept pour mouvoir le globe, & deux pour relever la paupière ſupérieure. Véſale adopta ſes travaux; Fallope fut le premier qui oſa le contredire; il découvrit le releveur de la paupière, & la poulie dans laquelle s'engage le tendon du grand oblique. Cet Anatomiſte judicieux nous apprit que le globe de l'œil n'avoit que ſix muſcles, que le grand oblique avoit deux portions charnues jointes à un tendon; c'eſt

à ce tendon que les Anatomiſtes précédens diviſoient le grand oblique, & par-là trouvoient ſept muſcles, quoiqu'il n'y en eût que ſix. Galien avoit avancé que les muſcles des yeux s'attachoient à la dure-mère. On a ſuivi cette deſcription juſqu'au milieu du dix-ſeptième ſiècle. Arantius, un des plus grands Anatomiſtes qu'ait fourni l'Italie, crut ne devoir s'en rapporter qu'à lui-même; il fit de nouvelles recherches, & vit que ces muſcles s'attachoient autour du trou optique, ſi l'on en excepte le petit oblique, qui, ſelon lui, adhère à la partie inférieure & externe de l'orbite, entre l'os maxillaire & celui de la pomette.

Voilà le premier pas de fait vers la vérité. Les Anatomiſtes qui ont ſurvécu à Arantius, pour avoir une hiſtoire complette des muſcles de l'œil, n'auroient eu qu'à examiner quels étoient ceux qui s'attachoient en dedans, en dehors, en haut & en bas du trou optique, & ils auroient eu une idée exacte des muſcles moteurs des yeux. Bien loin de ſuivre ce plan de recherches, ils ont plutôt conſulté leur imagination que la Nature, & ont embrouillé la queſtion au lieu de l'éclaircir.

Valſalva a écrit dans la ſuite que les muſcles de l'œil formoient un anneau autour du trou optique, qui embraſſoit exactement le nerf qui y paſſe. M. Winſlow, quelque temps après, obſerva que le trou optique étoit placé plus près de l'angle interne que de l'angle externe de l'œil, & il conclud que les muſcles droits de l'œil étoient inégaux en longueur, que le droit interne étoit plus court que l'externe. Cette conſéquence paroiſſoit naturelle; cependant M. Winſlow l'adopta, & tomba dans l'erreur, ce qui doit nous faire voir que le raiſonnement le plus vraiſemblable eſt ſouvent éloigné de la vérité, & qu'il peut ſéduire les Anatomiſtes les moins crédules. M. Lieutaud douta de la découverte de M. Winſlow, il en appela au cadavre: ſon doute fut fondé; il trouva les muſcles droits d'une égale longueur. « Les quatre muſcles du globe, » dit-il, forment tous enſemble un cône, dont la pointe eſt diamé- » tralement oppoſée au centre de la prunelle, ce qui eſt, dit cet » Auteur, contraire aux obſervations de M. Winſlow, qui a prétendu » que la pointe de ce cône étoit occupée par le trou optique, & que » par conſéquent l'adducteur étoit plus court que ſon antagoniſte,

& les autres deux étoient obliques, par rapport à l'axe de la « cavité; ce qui seroit très-véritable, si la pointe du cône répondoit « au trou optique; mais le centre de ce trou est éloigné de celui « de la pointe du cône d'environ trois lignes. » Zinnius, Anatomiste de Gottingen, qui a écrit sur le même objet, a adopté la description de M. Lieutaud.

J'ai trouvé les trois muscles droits; savoir, l'interne, l'inférieur & l'externe, réunis à un seul tendon grêle & court, qui est implanté au bord inférieur & postérieur du trou optique; le muscle droit supérieur & le releveur de la paupière se joignent en un tendon commun, qui est fixé au bord supérieur & antérieur du trou optique. Ces tendons sont très-apparens chez les vieillards, ils se trouvent aussi dans l'enfant, mais ils sont moins gros; ils sont éloignés de quelques lignes du trou optique, & ils semblent se ramifier dans l'os; les deux muscles droits supérieur & interne, sont placés obliquement sur le nerf optique, qui est plus interne que le tendon de communication.

Avicenne, ce prince des Médecins Arabes, est celui qui s'est le plus approché de la Nature, il dit, en parlant des muscles de l'œil, que les muscles droits se réunissent en un seul tronc, *qui musculi in unum truncum coeunt.* Cette remarque est exacte, à quelques égards. Les muscles droits, par leurs extrémités antérieures, s'épanouissent en une membrane indépendante de celle que les Anatomistes ont appelée *albuginée;* on peut suivre la membrane des muscles droits jusque sur la cornée transparente, en conservant l'albuginée dans son intégrité. Le muscle grand oblique s'implante à l'orbite vers le bord interne du trou optique, il n'y a aucun muscle vers le segment inférieur du trou optique; Valsalva a donc eu tort d'avancer que les muscles de l'œil formoient un anneau autour du trou & du nerf optique, & ceux qui ont ajouté foi à sa description sont tombés dans une erreur grossière & préjudiciable à l'art de guérir: car c'est à la contraction subite de cet anneau musculeux qu'ils ont attribué la cause de quelques gouttes sereines; mais comme l'anneau musculeux est un être de raison, les effets qu'ils en déduisent sont aussi éloignés de la vérité.

MÉMOIRE

Sur la nature du terrein de la Montagne de Saint Germain-en-Laie, & la comparaiſon d'un morceau de bois foſſile qui y a été trouvé avec le jayet.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

M. PERRONET ayant inſtruit l'Académie des différentes couches qui compoſent la montagne de Saint Germain, & des circonſtances qui y ont accompagné la découverte d'un morceau de bois foſſile qu'il lui a préſenté; je rapporterai ici ces détails & je terminerai ce Mémoire par comparer ce bois avec le foſſile connu ſous le nom de *jayet.*

On ſait par tradition que la montagne de Saint Germain-en-Laie a eu, de temps immémorial, une ſource d'eau aſſez abondante, qui cauſoit de temps en temps des éboulemens, & qui, depuis quelques années, ruinoit les meilleurs travaux qu'on avoit faits pour la ſûreté & la commodité de la voie publique.

Pour empêcher ces dégradations on a fait des tranchées, c'eſt en formant une de ces tranchées qu'on a coupé pluſieurs lits de matières très-hétérogènes; ces lits, parallèles entr'eux, conſervoient la même inclinaiſon que la montagne qui eſt de 18 à 20 pouces par toiſe: nous allons parler de la nature & de l'épaiſſeur de ces différens lits & des morceaux qu'ils renferment.

Le premier lit qui recouvre la montagne eſt une terre légère d'un brun-terne, d'un pied environ de profondeur, quoiqu'il ſemble à peu-près de la même nature que le ſecond qui eſt tout-à-fait ſtérile & de deux pieds d'épaiſſeur; ce premier eſt propre à la végétation. Seroit-ce la culture, ou des matières étrangères qu'on y auroit amenées, qui, avec le temps, auroient rendu fertile cette première couche? Le ſecond lit a neuf pieds d'épaiſſeur, c'eſt une eſpèce de tuf; on y trouve des morceaux d'une pierre tendre qui paroiſſent de la même nature que la terre qui l'environne, & dont quelques morceaux ont acquis un peu plus ou un peu moins de dureté. Le

troisième lit a trois pieds de hauteur, il est d'une couleur verdâtre; c'est un mélange de sable, de coquilles & autres productions de mer pétrifiées. Le quatrième a neuf pieds six pouces d'épaisseur, il est composé d'un sable gris, en quelques parties orangé, graveleux & approchant de la nature du grès; on en a même trouvé quelques morceaux d'environ un pied en tout sens, & il devient d'autant plus glaiseux qu'il est plus profond: c'est dans ce banc qu'on a trouvé beaucoup de coquillages, la plupart bien conservés.

Les fouilles ont conduit à un cinquième lit de glaise couleur d'ardoise, de sept pieds d'épaisseur, c'est entre ce lit & le précédent que les eaux avoient établi leur cours ordinaire, & qu'on a trouvé deux morceaux de lave de trois ou quatre pouces de diamètre; ce lit est terminé par une couche de six pouces d'épaisseur composée de glaise & de craie marbrée, noire, brune & blanche.

On a trouvé dans la glaise noire un morceau de bois fort lourd couleur de café brûlé & d'un beau noir d'ivoire en certains endroits; on en ignore la longueur parce qu'il étoit à travers la tranchée & qu'on ne l'a pas suivie, sa grosseur est de quatre à six pouces; ce bois étoit couché suivant la pente de la montagne, & rempli, dans ses nœuds & fentes, de pyrites faites en forme de lingots.

On a découvert, à cette même profondeur, un plancher de ces mêmes pyrites, de deux pouces d'épaisseur, dont la cristallisation est fort irrégulière; ces pyrites sont sulfureuses & vitrioliques, elles fleurissent aisément à l'air, & si on en décompose dans de l'eau, on lui donne la même odeur & le même goût que l'eau d'une source minérale, qui sort de cette même côte au-dessous du Château neuf, & qui opère de bons effets; d'où il semble qu'on peut inférer qu'elle passe sur des pyrites semblables à celles-ci: ce banc porte sur un sixième d'une espèce de craie très-blanche dont on n'a pas sondé toute la profondeur, elle est douce sous les doigts & s'y réduit en poudre fine. Ces détails qui font connoître la nature de la montagne de Saint Germain, ne sont point indifférens, sans doute, pour l'examen du morceau de bois qu'on y a trouvé, & la comparaison que je me propose d'en faire avec le jayet. On sait que le jayet ordinaire dont on faisoit autrefois plus d'usage dans les Arts, & qu'on emploie maintenant encore, mais très-peu en Médecine, se trouve en carrières

plus ou moins profondes & par morceaux de différentes dimenſions; aſſez ſouvent poſés les uns ſur les autres & preſque toujours formés de lames ou couches ſur pluſieurs deſquelles on aperçoit des fibres.

La couleur du jayet eſt noire, mais la ſuperficie de ces lames n'a point ce luiſant qu'offre l'intérieur du morceau dans une caſſure; c'eſt auſſi ce qu'il eſt aiſé de reconnoître dans le morceau de bois de Saint Germain. Dans l'intérieur d'une fente ou d'un morceau rompu, on voit une couleur d'un noir d'ivoire bien plus brillant que ſur la ſurface du morceau. La dureté du jayet & du morceau de bois eſt à peu près la même, elle n'eſt pas grande dans ces deux foſſiles, l'outil les entame aiſément, cependant ils ſe poliſſent très-bien, & également tous deux, & étant polis, ils offrent la même nuance de couleur au point de les croire provenus du même morceau. Le bois foſſile de Saint Germain & le jayet ordinaire, brûlent & donnent de la flamme ſur les charbons, le jayet répand une odeur bitumineuſe ou de pétrole; certains morceaux du bois dont nous parlons, donnent auſſi une odeur aſſez ſemblable, ſur-tout ſi l'on choiſit les morceaux où il ne ſe rencontre point de pyrites; car dans les autres, l'odeur vive & ſuffoquante du ſoufre qui brûle domine celle du jayet. Par la diſtillation dans des vaiſſeaux fermés, ces deux foſſiles offrent les mêmes principes, en choiſiſſant des morceaux de bois entièrement exempts de pyrites.

Il réſulte donc de cette comparaiſon, en conſidérant les caractères non-équivoques du morceau de bois, trouvé dans la montagne de Saint Germain que M. Perronet a dépoſé à l'Académie; qu'il eſt changé en jayet, & il ſervira à confirmer le ſentiment de ceux qui croient le jayet produit par des végétaux; car le plus ou le moins de bitume ou de matières inflammables dans le jayet ne peut pas faire ſéparer de la claſſe, celui qui en contiendroit en plus ou en moindre quantité. Il auroit été à deſirer que l'on eût pu reconnoître l'eſpèce de bois qui produit le jayet, s'il eſt dans la claſſe des réſineux; & enſuite les circonſtances néceſſaires pour qu'il ſe change en jayet: mais voici un premier pas qui conduit à la découverte de ces autres queſtions, & l'on ſait que ſouvent on marche lentement dans la connoiſſance des ſecrets de la Nature.

ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE LA COMÈTE

Découverte par M. MESSIER, le 14 Juin 1770.

Par M. PINGRÉ.

LIEU du nœud ascendant . . . . $4^s\ 16^d\ 39'\ 5''$
Lieu du périhélie 11. 26. 7. 16
Logarithme de la distance périhélie . . . . 9,799056.
Distance périhélie . . . . 0,629587.
On suppose la moyenne distance de la Terre au Soleil de 1,000000.
Sens du mouvement . . . . direct.
Inclinaison de l'orbite . . . . $1^d\ 44'\ 29''$

Temps moyen à l'Observatoire.

Passage au périhélie le 9 Août à . . . . $0^h\ 19'\ 17''$

Sur ces élémens, j'ai calculé le lieu de la Comète pour le midi vrai de chaque jour jusqu'au mois de Septembre.

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	S. D. M.	*D. M.*	
Juillet 19	3. 2. 17	0. 57 Bor.	0,277.
20	3. 2. 27	0. 45	
21	3. 2. 38	0. 33	
22	3. 2. 51	0. 23	
23	3. 3. 5	0. 14	
24	3. 3. 20	0. 5	
25	3. 3. 36	0. 3 Aust.	0,379.
26	3. 3. 53	0. 10	
27	3. 4. 11	0. 17	
28	3. 4. 30	0. 23	
29	3. 4. 50	0. 28	
30	3. 5. 10	0. 33	
31	3. 5. 31	0. 37.	

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	S. D. M.	D. M.	
Août. 1	3. 5. 53	0. 41 Auft.	0,506.
2	3. 6. 17	0. 45	
3	3. 6. 42	0. 48	
4	3. 7. 9	0. 51	
5	3. 7. 37	0. 54	
6	3. 8. 6	0. 57	
7	3. 8. 36	0. 59	0,621.
8	3. 9. 7	1. 1	
9	3. 9. 39	1. 3	
10	3. 10. 12	1. 5	
11	3. 10. 46	1. 6	
12	3. 11. 21	1. 8	
13	3. 11. 56	1. 9	0,737.
14	3. 12. 32	1. 10	
15	3. 13. 9	1. 11	
16	3. 13. 46	1. 12	
17	3. 14. 24	1. 13	
18	3. 15. 2	1. 14	
19	3. 15. 41	1. 15	0,850.
20	3. 16. 20	1. 15	
21	3. 16. 59	1. 16	
22	3. 17. 38	1. 16	
23	3. 18. 17	1. 16	
24	3. 18. 56	1. 17	
25	3. 19. 36	1. 17	0,957.
26	3. 20. 15	1. 17	
27	3. 20. 54	1. 17	
28	3. 21. 33	1. 17	
29	3. 22. 11	1. 17	
30	3. 22. 49	1. 17	
31	3. 23. 26	1. 17	
Septem. 1	3. 24. 3	1. 17	1,069.

NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES
POUR
CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

HUITIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

υ l'arc de 15^d rectifié.

θ le sinus, ψ le cosinus, de l'inclinaison de l'orbite corrigée.

Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante;

Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée =

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la ☾ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)}}$$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

Année 1764.

s le sinus, c le cosinus, de la latitude corrigée de l'Observateur (*2.^d Mém. §. 20; Table I)*, c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.

g le sinus, h le cosinus, de l'angle horaire du Soleil.

p le sinus, q le cosinus, de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.

Ω le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}.$$

ω le sinus, t la tangente, φ le cosinus, de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou équatorial * de l'Observateur supposé au centre de la Terre. Cet angle se détermine par l'équation suivante,

$$\omega = \frac{\theta\Omega}{q} + \frac{\psi\chi}{q}.$$

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'\xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\text{sin. de la lat. de la ☾ à l'inst. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{sin. (mouv. horaire de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai supposé que les quantités précédentes étoient positives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinssent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipses de Soleil, les quantités r, ϱ, v, ψ, ξ, c, q, Ω, φ, π, π', ζ, γ, n, étoient essentiellement positives; que par conséquent le changement de leurs valeurs absolues ne pouvoit faire varier le signe des termes dans lesquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, χ, t, ω, l.

* Dans les premiers Mémoires, j'avois appelé *fil horaire* ce que l'on nomme ordinairement *fil parallèle* ou *équatorial;* je reprends la définition adoptée par les Astronomes.

Que la quantité l devenoit négative, lorsque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit australe à l'instant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorsque l'Éclipse arrivoit dans le nœud descendant de la Lune.

Que b devenoit négatif, lorsque l'instant pour lequel on calcule précédoit l'instant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorsque la latitude de l'Observateur étoit australe.

Que g devenoit négatif, lorsque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négative, lorsque l'heure étoit entre six heures du soir & six heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorsque la déclinaison du Soleil étoit australe.

Que χ devenoit négatif, lorsque le Soleil étoit dans les signes descendans, c'est-à-dire depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

Que le signe de ω, & de t qui en est une conséquence, étoit déterminé par la formule du §. 1.er

(5.) J'ai supposé dans ce Mémoire que pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit les Élémens suivans.

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short à Londres, $10^h\ 21'\ 28''$ du matin.

Lieu de la conjonction..............	12^d	9'	56"	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil...........	0.	2.	27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29.	39	
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction.	0.	39.	32	boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0.	2.	44	{Éclipse dans le nœud ascendant.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune....	0.	54.	1,5	
Obliquité de l'Écliptique...............	23.	28.	21	
Déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction.	4.	48.	50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil..........	0.	0.	10	

Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables.....	0^d 16′ 1″
Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation*	0. 15. 56
Inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune......................	0. 0. 5

$$\text{sinus (demi-diam. horizont. de la } ☾) = \frac{9000}{32887} \text{ sinus (parallaxe horizont. polaire)};$$

Demi-diamètre horizontal de la Lune......	0. 14. 47,1
Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.	
Variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune......................	0. 0. 0,5 négative
Variation horaire de la déclinaison du Soleil...	0. 0. 58 positive.

D'où j'ai conclu

		Logarithme...
r	= + 100000.	r = 10,0000000.
ρ	= + 100565.	ρ = 10,0024467.
ϖ	= + arc de 15^d rectifié.	ϖ = 9,4179686.
θ	= + sinus. 5^d 44′ 26″	θ = 9,0001044.
ψ	= + cosin. 5. 44. 26.	ψ = 9,9978165.
ξ	= + cosin. 0. 39. 32.	ξ = 9,9999711.
p	= + sinus. 4. 48. 50.	p = 8,9238624.
q	= + cosin. 4. 48. 50.	q = 9,9984653.
Ω	= + cosin. 23. 28. 21.	Ω = 9,9624884.
χ	= + 38936.	χ = 9,5903565.
ω	= + sinus. 28. 44. 30.	ω = 9,6820198.
ι	= + tang. 28. 44. 30.	ι = 9,7391209.
φ	= + cosin. 28. 44. 30.	φ = 9,9428989.
π	= + sinus. 0. 54. 1,5	π = 8,1963030.
π'	= + sinus. 0. 0. 10.	π' = 5,6855749.
ζ	= + 99692.	ζ = 9,9986603.

Logar.		
	sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction....	= 8,0606800.
	sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉)	= 5,4972284.
	sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)	= 7,8981331.

* J'ai distingué deux différens demi-diamètres du Soleil, celui tiré des Tables, & celui que je suppose dépouillé de l'irradiation; on verra *(§. 32 & suivans)* les raisons sur lesquelles cette distinction peut être fondée.

$l = + 73177.$			$l = 9,86443770.$
$\gamma = + \quad 200.$			$\gamma = 7,30008965.$
$n = + 50581.$	Logarithme...		$n = 9,70398 47.$
$\frac{n\gamma}{\zeta} = + 50737.$			$\frac{n\gamma}{\zeta} = 9,7053244.$

206265" = le nombre de secondes de degré que contient le rayon du cercle, lorsqu'on le compare à la circonférence.

(6.) Je suppose également que le lecteur a présent à l'esprit ce que j'ai dit (*§. 28 du 3.e Mém.*) sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme. *Année 1765.*

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes, soit d'heure, soit de degré.

Qu'il n'a pas oublié la division du disque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'*article III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Je suppose encore que le Lecteur n'a pas oublié que dans toutes les formules, par la latitude d'un lieu j'entends sa latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du *§. 20* de mon second Mémoire. *Année 1764.*

(7.) Dans ce Mémoire j'ai changé la latitude de la Lune, l'instant de la conjonction, & le demi-diamètre du Soleil, employés précédemment; j'ai pareillement altéré d'une demi-seconde l'inflexion des rayons solaires. Je me suis cru fondé dans ces changemens, ainsi que le lecteur en pourra juger d'après les réflexions

que je lui présenterai: d'ailleurs comme les élémens ne sont qu'hypothétiques, ces changemens sont absolument indifférens.

(8.) Dans les précédens Mémoires j'avois supposé, d'après les remarques du §. 28 de mon troisième Mémoire, *Année 1765.*

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 1'' = 0,0000000, \\ 10 = 1,0000000, \\ 100 = 2,0000000, \end{cases}$$

& ainsi de suite. Avec cette notation on a un nombre négatif pour le logarithme d'une fraction de seconde. Afin d'éviter cet inconvénient, je supposerai dans ce Mémoire

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 0'',01 = 0,0000000, \\ 0,1 = 1,0000000, \\ 1 = 2,0000000, \\ 10 = 3,0000000, \\ 100 = 4,0000000, \end{cases}$$

& ainsi de suite. Je négligerai toutes les quantités au-dessous d'un centième de seconde, c'est-à-dire toutes celles dont le logarithme seroit négatif. Dans cette nouvelle notation

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 3600'' = 5,5563025. \\ 206265 = 7,3144255. \end{cases}$$

(9.) On a pu remarquer (§. 5) que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; & qu'au contraire la variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive. En général, la variation horaire de la parallaxe de la Lune est positive, lorsque cet astre tend de l'apogée au périgée, c'est-à-dire dans les 180 premiers degrés d'*anomalie*, elle est négative dans les 180 derniers degrés d'*anomalie:* c'étoit le cas de l'éclipse du 1.er Avril 1764.

Quant à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, cet élément est positif dans les signes ascendans, c'est-à-dire, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été; il est négatif dans les signes descendans, c'est-à-dire, depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

ARTICLE PREMIER.

Recherches préliminaires.

SECTION PREMIÈRE.

Exposition du sujet.

(10.) J'ai supposé connus jusqu'ici, les élémens de l'Éclipse; & j'ai fait voir comment on en peut déduire les circonstances futures. Il y a un autre genre de Problèmes peut-être plus intéressans par leur objet, & dont la solution n'est pas moins difficile. On peut en effet demander des méthodes pour conclure, d'après les observations, les élémens de l'Éclipse, & la position respective des différens lieux où elle a été observée.

(11.) Je me propose aujourd'hui de résoudre cette dernière question dans toute sa généralité. Ce Problème devoit naturellement entrer dans la troisième partie de mon Ouvrage; l'utilité actuelle dont il peut être relativement au dernier passage de Vénus, qui, par une circonstance heureuse, se trouve lié à l'observation d'une Éclipse de Soleil; le desir que quelques Astronomes ont paru témoigner de connoître ma méthode, m'a fait intervertir l'ordre que je m'étois proposé d'abord; j'ai cru que cette intervertion pouvoit m'être d'autant plus permise, que ma méthode ne suppose les élémens connus qu'avec l'exactitude que l'on a droit d'attendre de bonnes Tables astronomiques. J'ajouterai que mes équations serviront à rectifier ces élémens.

(12.) On a pu remarquer qu'une des attentions que j'ai cru ne devoir jamais négliger, a été de porter jusqu'à l'évidence la plus scrupuleuse, l'exactitude des méthodes; ce même esprit me fait examiner d'abord plusieurs questions, que l'on pourroit regarder au premier coup d'œil, comme superflues.

(13.) Dans la suite de cet Ouvrage, j'ai fait, avec tous les Astronomes, une supposition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai supposé que si par le centre de la Lune, on faisoit

passer à chaque instant un plan mobile, perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'est-à-dire, à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laisseroit le centre de la Lune sur ce plan mobile, seroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette supposition n'est pas exacte. En effet, puisque
Année 1764. j'ai fait voir (*2.e Mémoire, §. 21*) que toutes les courbes tracées sur le plan mobile de projection sont entièrement semblables, soit de grandeur, soit de position, à celles tracées sur le plan particulier, passant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon absolu;* la trace du centre de la Lune sur le plan mobile de projection, est entièrement semblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune sur l'horizon absolu. Il s'agit donc de déterminer 1.° dans quel cas cette projection est rigoureusement une ligne droite; 2.° combien cette projection diffère de la ligne droite, lorsqu'elle est portion de courbe. Je fais voir que dans les cas extrêmes, la différence entre les ordonnées à la ligne droite & à la courbe, soutend un angle, qui est à peine un neuf millième de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

(14.) Si l'on jette les yeux sur mes formules, on verra facilement que la connoissance exacte des grandeurs dont elles sont composées, dépend en partie des élémens du Soleil, & en partie des élémens de la Lune. Quoique peut-être j'eusse pu supposer connus plusieurs de ces élémens, tels que les parallaxes du Soleil & de la Lune, les mouvemens horaires, la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction, &c. je n'ai cependant regardé aucune de ces quantités comme absolument déterminée par les Tables astronomiques. On pourroit, sous ce point de vue, taxer de superfluité une partie de mon travail, mais j'ai préféré de présenter la question dans toute sa généralité, sauf-à négliger, dans chaque cas, la portion des équations dont on se croira dispensé de faire usage.

(15.) Quoique dans la suite de ce Mémoire je regarde comme indéterminés les élémens de l'Éclipse, il se rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui semblent

ſemblent dépendre de ces élémens, & que je regarde comme rigoureuſement données par les Tables: ce ſont celles dont les variations ſont trop inſenſibles, relativement aux erreurs poſſibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les réſultats.

(16.) Je paſſe enſuite à la ſolution d'un Problème qui peut être utile dans un grand nombre de circonſtances. Il arrive ſouvent que pendant la durée d'une Éclipſe, la déclinaiſon du Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre varient d'une manière ſenſible. Quelque légère que ſoit la différence que cette variation d'élémens apporte dans les calculs, il eſt indiſpenſable d'y avoir égard lorſqu'il s'agit d'un réſultat rigoureux. Le moyen qui ſe préſente naturellement eſt de ſuppoſer variables la déclinaiſon du Soleil, la diſtance de la Lune à la Terre, & d'employer pour chaque obſervation particulière, les élémens qui ont lieu à cet inſtant. Quelque ſimple que paroiſſe cette méthode au premier coup d'œil, lors cependant que l'on veut comparer par des formules analytiques, des obſervations faites dans des temps différens, on peut élever quelque doute ſur ſa légitimité; les formules ſuppoſent eſſentiellement que les élémens ſont les mêmes pour les différentes obſervations, il ne ſeroit pas poſſible autrement de parvenir à un réſultat analytique; l'élimination des variables les unes par les autres ſeroit ou impoſſible ou inexacte; il faut donc avoir recours à une méthode de correction qui permette d'employer les mêmes élémens pour toutes les obſervations: cette méthode conſiſte dans la ſolution de deux queſtions que l'on peut réduire en une de la façon ſuivante.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune, obſervée dans un lieu & à une heure quelconques; déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la diſtance de la Lune à la Terre & la déclinaiſon du Soleil n'euſſent pas varié depuis l'inſtant de la conjonction *.

(17.) Après avoir réſolu ces queſtions préliminaires je viens enfin

* On peut également, dans le calcul, faire uſage de la véritable diſtance obſervée des centres, pourvu que l'on ait des formules pour corriger le réſultat, relativement à la variation de la parallaxe de la Lune & de la déclinaiſon du Soleil; j'emploierai indiſtinctement ces deux méthodes,

à la ſolution du Problème qui fait un des principaux objets de ce Mémoire. Je ſuppoſe les élémens de l'éclipſe déterminés d'une manière quelconque, ſoit par de bonnes Tables aſtronomiques, ſoit par des obſervations déjà calculées, & je donne dans cette hypothèſe, une formule pour conclure la différence en longitude de deux obſervatoires où l'on aura obſervé deux diſtances des centres quelconques.

(18.) Parmi toutes les phaſes poſſibles qui peuvent également ſervir à la détermination des Longitudes, deux ſur-tout m'ont paru mériter une attention particulière, celles du commencement & de la fin de l'Éclipſe, de la formation & de la rupture de l'anneau; quoique le Problème ſoit traité d'une manière générale, je fais ſingulièrement attention à ces phaſes importantes.

(19.) Si l'on pouvoit ſe flatter de connoître les véritables élémens de l'Éclipſe, on pourroit regarder ce premier réſultat comme l'expreſſion rigoureuſe de la Longitude, & c'eſt ſous ce point de vue qu'on a coutume de l'enviſager en Aſtronomie. Lorſqu'on fait attention cependant que cette première valeur renferme des quantités ſur leſquelles les Aſtronomes ne ſont nullement d'accord, il me paroît aſſez difficile de lui accorder une entière confiance: j'ai donc cru qu'il ſeroit utile de ne préſenter ce réſultat que comme hypothétique, & de chercher la forme la plus générale que puiſſe avoir l'équation à la Longitude.

(20.) Lorſqu'on calcule une obſervation, on peut ſuppoſer une erreur quelconque dans la latitude du lieu, les diamètres du Soleil & de la Lune, les parallaxes, le rapport des mouvemens horaires, les quantités abſolues de ces mouvemens, le rapport des axes de la Terre, la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, la déclinaiſon du Soleil, l'heure préciſe des obſervations, ſoit que cette dernière erreur provienne du dérangement de la pendule, ſoit qu'elle provienne de l'inattention de l'obſervateur ou de l'imperfection des inſtrumens qu'il a employés. Il eſt donc ſenſible que l'équation générale à la Longitude doit renfermer; 1.° le terme hypothétique, c'eſt-à-dire celui qui eſt donné par les élémens dont on eſt parti pour calculer; 2.° toutes les corrections

que l'on doit faire à ce premier résultat relativement aux différences qui peuvent se trouver entre les élémens supposés & les véritables élémens de l'Éclipse; entre les observations que l'on a faites & les observations que l'on auroit dû faire.

(21.) J'ai supposé dans cet ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques, cette supposition peut renfermer quelqu'inexactitude; je remarquerai cependant que la figure elliptique étant donnée par la théorie dans l'hypothèse que la Terre ait été primitivement fluide, il est probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe; les mesures géodésiques que l'on a prises dans les différentes parties de la Terre déposent en faveur de cette opinion. Je fais voir qu'en supposant les méridiens terrestres peu différens d'une ellipse, il est possible dans la rigueur géométrique de partir pour les calculs de l'hypothèse elliptique; il suffit de supposer variable le rapport des axes de l'ellipse.

(22.) On sait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-dessus du niveau de la mer; cette élévation doit certainement influer d'une manière quelconque sur l'observation; quelque légère que l'on suppose l'erreur du résultat dûe à cette cause, elle n'est pas nulle, & s'il est possible de l'éviter, par un calcul simple & facile, on ne doit pas s'en dispenser. Je me propose donc de démontrer comment il est possible d'avoir égard dans le calcul, à l'élévation de l'observateur au-dessus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuse que c'est à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(23.) Après avoir détaillé les différens termes qui doivent composer l'équation générale à la Longitude, il est aisé de sentir la manière dont j'ai formé cette équation; j'ai différencié l'expression indéterminée de la Longitude, en regardant successivement comme variables toutes les quantités qu'elle renferme; chaque différenciation m'a donné un des termes dont la réunion est l'équation complette.

(24.) Qu'il me soit permis de présenter rapidement quelques réflexions sur la méthode que je viens d'exposer. Cette manière

de parvenir aux élémens rigoureux, en cherchant à déterminer la différence entre ces élémens & les élémens hypothétiques, présente un avantage aux yeux du Géomètre, celui de n'avoir jamais à résoudre que des équations du premier degré, quel que soit le nombre des observations que l'on veuille comparer, & le nombre des variables que l'on ait à éliminer : la raison en est sensible. Chaque différence est déterminée par les méthodes infinitésimales qui ne conduisent qu'à des équations du premier degré; mais quand même on ne se proposeroit pas d'éliminer les variables les unes par les autres, la méthode n'en seroit pas moins utile; rien de plus curieux en effet que de représenter par une équation, tous les résultats possibles dans toutes les hypothèses d'élémens de l'Éclipse.

(25.) Je ne puis dissimuler une réflexion que ces équations présentent naturellement. On peut sans doute se flatter d'atteindre dans les résultats à une assez grande précision; les secours de toute espèce, soit de théorie, soit de pratique, que fournit l'Astronomie moderne, sont assez multipliés pour qu'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité; mais, est-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois, parce qu'on se flatte d'y être parvenu ? N'est-il pas évident au contraire que cette extrême précision dépend de la combinaison de tant d'élémens, dont aucun n'est rigoureusement connu, & qui peuvent conduire à la même conclusion de tant de façons différentes, qu'il doit toujours rester quelqu'incertitude sur les vrais élémens ? Ne seroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile à l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des résultats qui se plient à toutes les hypothèses, sans en supposer privativement aucune, ainsi que je le propose; ou du moins, de ne pas présenter comme absolument certaines, des conclusions qui ne sont que probables ?

(26.) Ces premières recherches conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition :* je m'explique. Je suppose que dans un lieu on ait fait deux observations différentes; il est sensible

que si elles sont exactes, & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même Longitude; si donc l'on compare ces observations, & que l'on égale les expressions de la Longitude, on aura une relation entre les élémens qui satisfont à ces observations; c'est celle que j'appelle *équation de condition.*

(27.) Il est aisé de sentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'observations deux à deux; on peut, suivant les usages auxquels on se propose de les employer & le degré de confiance que l'on a dans chacune, les laisser sous cette forme distincte & séparée, ou les réduire à une seule équation qui sera alors *la résultante* des différentes observations que l'on veut comparer; l'utilité de ces relations est bien sensible: elles apprennent au premier coup d'œil, si tels ou tels élémens satisfont à telles & telles observations, & en général, on ne doit employer dans les *équations aux Longitudes,* que les valeurs qui rendent nulles les *équations de condition.* La forme de ces équations convaincra facilement qu'il seroit à desirer, lorsque les Astronomes donnent des observations réduites, qu'ils voulussent s'expliquer d'une manière claire & précise, sur les élémens dont ils ont fait usage; ils épargneroient par-là au lecteur l'inquiétude de savoir s'ils ne sont point partis dans leurs calculs, d'une hypothèse que le lecteur ne croit pas devoir adopter; en tout cas on seroit plus à portée de rectifier ce qu'on jugeroit de défectueux dans le résultat.

(28.) Après avoir exposé les principes analytiques des méthodes, & les attentions de calcul qu'elles exigent, je passe à l'application de ces méthodes. J'ai calculé, dans la plus grande généralité possible, toutes les observations que j'ai pu recueillir de l'Éclipse du 1.er Avril 1764; j'entends celles où l'on a vu des contacts, soit intérieurs, soit extérieurs des limbes. Je commence par discuter les observations de l'Éclipse annulaire: je n'en connois que neuf de cette dernière espèce; celles de Cadiz, Madrid, Rennes, Nolon, Calais, Chatam, Hernosand, Torneå, Pello: je détermine pour chacune *les équations de condition,* & *l'équation générale à la Longitude;* j'exécute ensuite le même travail

pour tous les lieux où l'on a observé des commencemens & fins d'Éclipse, le 1.er Avril 1764 *.

(29.) On sent assez combien un pareil travail est considérable; l'utilité que l'Astronomie & la Géographie doivent s'en promettre, m'a soutenu dans cette entreprise. Indépendamment de la position géographique de plusieurs villes célèbres de l'Europe, qui paroît l'objet principal de mon travail, peut-être pourrai-je me flatter d'avoir jeté quelque lumière sur des questions délicates d'Astronomie; celle des véritables diamètres du Soleil & de la Lune, de la constante de la parallaxe lunaire, de la force réfractive de l'atmosphère de la Lune, &c. Si l'on fait réflexion que l'Éclipse du 1.er Avril 1764 a eu le rare avantage d'être observée avec beaucoup d'exactitude, de part & d'autre de la ligne de la centralité, dans une très-grande étendue de pays; qu'elle a été vue annulaire depuis l'extrémité méridionale de l'Espagne, jusqu'en Lapponie; que dans ce dernier climat on a deux observations très-voisines, dont l'une sert de preuve à l'autre; qu'il en est de même des observations faites en Bretagne & en Angleterre, lorsqu'on les compare à celles faites dans le reste de l'Europe; que sur-tout les durées de l'anneau comparées aux autres durées de l'Éclipse peuvent fixer un grand nombre d'incertitudes; qu'enfin les méthodes & les instrumens sont portés à une grande perfection; on verra que mes espérances sont fondées, que l'Éclipse du 1.er Avril 1764, considérée sous un grand nombre de points de vue, est peut-être un des évènemens astronomiques

* SUÈDE ET DANEMARCK.

Torneå, Hernosand, Stockolm, Upsal, Lunden, Landskron, Carlscroon, Abo, Copenhague.

POLOGNE ET HONGRIE.

Varsovie, Posen *ou* Posnanie, Léopold *ou* Lemberg, Tyrnau.

ANGLETERRE.

Londres, Clerkenveel - Close, Brompton-park, Greenwich, Oxford, Thorley-Hall, Schirburn-Castle, Liverpool.

ALLEMAGNE.

Hambourg, Berlin, Leipsick, Pollingen, Ingolstat, Schwezingen, Vienne, Cremsmunster.

ITALIE ET ESPAGNE.

Murano, Milan, Bologne, Rome, Naples, Madrid, Cadiz.

FRANCE.

Montpellier, Avignon, Toulouse, Brest, Kergars, Châlons, Metz, Toul, Nanci, Auxerre.

les plus intéreſſans de notre ſiècle, & qu'il eſt très-raiſonnable de chercher à faire ſervir, s'il eſt poſſible, les obſervations de ce phénomène à des déterminations délicates, quoique les Obſervateurs n'aient point eu ces queſtions en vue.

(30.) Pour faire comprendre en peu de mots comment on peut parvenir à ces déterminations; je ſuppoſe que l'on ait calculé toutes les *équations de condition*, en ayant égard à toutes les circonſtances qu'une ſaine critique doit faire entrer en ligne de compte; je ſuppoſe de plus, que ces équations conſpirent toutes à établir de certains élémens: je demande ſi cette maſſe de preuves qui, ſi elles étoient iſolées, auroient ſans doute moins de force, ne doit pas, par leur réunion, porter la conviction la plus entière ſur la certitude de ces élémens. Prenons enſuite un de ces élémens, par exemple, la parallaxe de la Lune: ſi je vois qu'en faiſant ſa différencielle négative, toutes les équations deviennent moins exactes, ne dois-je pas conclure que cet élément a été bien déterminé par les obſervations du Cap de Bonne-eſpérance, ou que du moins il n'eſt pas probable que cette parallaxe ſoit plus petite? J'oſerois croire que lorſque l'on aura ſous les yeux toutes les *équations de condition*, on ne pourra s'empêcher de convenir que ces équations ſuffiroient ſeules peut-être pour déterminer avec exactitude cet important élément, quand même on ſeroit actuellement au point d'incertitude où l'on étoit avant le voyage du Cap.

(31.) Dans la ſuite de mon travail, j'ai cru voir qu'au lieu d'éliminer les variables les unes par les autres (ce qui m'auroit occaſionné un travail infini, ſur-tout ſi j'avois voulu épuiſer toutes les combinaiſons poſſibles), il étoit plus naturel & plus lumineux en même temps, de diſtinguer parmi les différentes obſervations celles qui paroiſſoient les plus certaines, d'ajouter enſemble leurs *équations de condition*, & d'en faire réſulter, par voie d'addition, une *relation moyenne entre les élémens*. Cette manière de ſimplifier le Problème, m'a rendu facile dans la pratique ce qui certainement n'eût été poſſible qu'en théorie.

(32.) Il y a quelques années que mes calculs m'avoient appris

que la détermination des diamètres du Soleil, que l'on trouve dans la Connoissance des Temps, s'accordoit moins avec mes résultats que celle donnée par M. Bradley, & confirmée en dernier lieu par M. Short. Je pensois que si cet élément demandoit à être rectifié, c'étoit dans le sens opposé à la correction que l'on trouve dans la Connoissance des Temps. J'en avertis M. de la Lande notre Confrère : il me répondit alors qu'ayant eu occasion, lors de son voyage d'Angleterre, de comparer les méthodes employées par lui, par M.rs Short & Bradley, il donnoit la préférence à sa détermination ; que d'ailleurs les Éclipses de Soleil ne lui paroissoient pas susceptibles d'éclaircir la question des véritables diamètres. Malgré ces réflexions, je crus devoir persister dans mon opinion, dont j'indiquai les principes dans une remarque sur les Observations de M. Short, faites le 1.er Avril 1764. Je croyois alors, & je crois encore les Éclipses de Soleil très-propres à déterminer les véritables diamètres, sur-tout lorsque l'on choisit les circonstances convenables. Je pensois que si l'on considère la grandeur de l'instrument que l'on doit employer pour des déterminations aussi délicates, il n'y en a point de comparable à celui qui a pour rayon la distance de la Lune à la Terre. Il y a même des illusions optiques, telles que l'irradiation, la dispersion des rayons, le défaut de concentration du foyer dans un point mathématique, l'ébranlement communiqué aux parties de la rétine voisines de celles qui reçoivent l'impression principale, qui toutes conspirent à augmenter le diamètre du Soleil, & dont il ne me paroît pas possible de se garantir entièrement, dans des observations sublunaires.

Mém. Acad. année 1767.

(33.) Il n'en est pas de même des Éclipses de Soleil ; en effet, la Nature dépouille ces phénomènes de toutes les illusions optiques dont nous venons de parler. Quelqu'altération que la lumière éprouve dans l'atmosphère, dans la lunette, dans l'organe même de la vue, l'impression du premier rayon lumineux qui parvient à notre œil, n'en est pas moins instantanée, l'œil n'en est pas averti d'une manière moins subite du premier instant physique, où la position respective de la Lune & du Soleil laisse voir le disque entier de ce dernier astre. J'ai vu, avec plaisir, qu'après

qu'après avoir combattu mon opinion, M. de la Lande a enfin été conduit aux mêmes conclusions, par ses calculs des deux passages de Vénus sur le Soleil, & qu'il emploie un demi-diamètre plus petit de 5 secondes (ainsi que je le croyois) que celui de la Connoissance des Temps. Au reste, je ne suis point éloigné de penser avec M. de la Lande, qu'il faut distinguer deux différens demi-diamètres du Soleil; le véritable demi-diamètre dépouillé de toutes les illusions optiques que je comprends sous la dénomination générale d'*irradiation,* & que l'on doit employer lors des contacts des limbes; & le demi-diamètre affecté de l'*irradiation;* c'est celui que donnent les Tables Astronomiques, & que l'on doit continuer d'admettre pour toutes les observations qui se font avec le micromètre. Quoi qu'il en soit, ce dernier élément dépend peut-être beaucoup & de l'œil de l'Observateur, & de la lunette dont il se sert.

(34.) Lors de la lecture de ce Mémoire, M. de la Lande m'a objecté que la méthode très-concluante, suivant lui, lorsqu'on l'applique, ainsi qu'il l'a fait, au passage de Vénus sur le disque solaire, ne doit pas être employée lors des Éclipses de Soleil, à cause de la grande exactitude qu'elle exige dans l'observation. Ma réponse est simple; lorsqu'en 1768 j'ai fait part à M. de la Lande de mes résultats, je ne pouvois certainement pas prévoir que ses calculs futurs conduiroient aux mêmes conclusions. D'ailleurs, la diminution du diamètre du Soleil, qu'il a conclu lui-même, en occasionne une au moins de 24 secondes de temps dans la durée des Éclipses, quantité certainement appréciable dans une bonne observation.

(35.) Indépendamment de la correction que le calcul semble indiquer pour le diamètre du Soleil, il y a encore un autre élément qui paroît se combiner avec les diamètres du Soleil & de la Lune. Cette quantité, additive lors des contacts intérieurs & soustractive lors des contacts extérieurs, m'a paru d'environ 4 à 5 secondes: je l'ai attribuée à l'inflexion que les rayons solaires éprouvent en passant dans l'atmosphère de la Lune. Si les diamètres de cet astre sont bien déterminés par les Tables Astrono-

miques, ou du moins, si l'on ne croit pas devoir les supposer au-dessous de la valeur donnée par celles de ces Tables qui les supposent les plus petits, il ne me paroît pas possible d'assigner une autre cause à ce phénomène. D'ailleurs l'explication a l'avantage de se plier aux observations faites en Écosse par M. le Monnier, lors de l'Éclipse de 1748; elle est de plus très-plausible, & entièrement analogue à ce que l'on observe dans notre atmosphère. La forme de mes équations démontre cependant que si l'on ne considère que les contacts des limbes, on donneroit également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans les véritables diamètres de la Lune. Je remarquerai à ce sujet que ce nouvel élément paroît aller dans le même sens que la diminution qu'il me semble difficile de ne pas adopter pour le diamètre du Soleil. Cette similitude d'effet indiqueroit peut-être une similitude de cause; c'est-à-dire une erreur semblable dans la mesure des diamètres lumineux de la Lune; erreur qui pourroit avoir sa source dans l'irradiation dont j'ai parlé ci-dessus. Je laisse aux Astronomes à peser ces réflexions, que je n'ai pas cru devoir passer sous silence. Indépendamment de toutes les raisons que l'on pourroit avoir pour se décider sur cette question, je donnerai par la suite des moyens que je crois propres à fixer cette incertitude.

(36.) Je passe ensuite à la solution d'un Problème qui peut être intéressant dans plusieurs cas. On sait que le 1.er Avril 1764, Chatam & Nolon se sont trouvés sur la limite des contacts des limbes; une circonstance semblable aura lieu relativement à nos Provinces septentrionales de France, lors de l'Éclipse du 26 Octobre 1772; la trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, traversera le nord de la France. Il est sensible que si l'on suppose de certains élémens préférablement à d'autres, cette courbe passera par des points assez différens de notre globe: il est donc important d'avoir une méthode qui représente d'une manière générale, la trace des contacts dans une hypothèse quelconque d'élémens. Je résouds le Problème dans la plus grande généralité; je fais voir de plus que les mêmes équations peuvent servir à déterminer, 1.° la largeur de ce que j'appelle la *zône annulaire;* c'est-à-dire, l'étendue de pays sous chaque parallèle

où l'on peut obſerver, ſoit l'Éclipſe annulaire, ſoit l'Éclipſe totale avec demeure dans l'ombre; 2.° la variation de cette largeur relativement à la variation de chacun des élémens de l'Éclipſe.

(37.) On trouve dans nos Recueils un Mémoire de M. Pingré analogue à mon travail. Le bût que s'eſt propoſé ce ſavant Aſtronome, & qu'il a exécuté long-temps avant moi, eſt en partie ſemblable au mien, celui de déterminer la poſition géographique de pluſieurs villes de l'Europe; il a même fait uſage de beaucoup d'obſervations que j'emploierai comme lui. J'aurois fort deſiré de comparer ſon analyſe à la mienne, mais il n'a donné que des réſultats. J'ai vu avec plaiſir qu'en général dans les recherches qui nous ſont communes, ce que j'appelle le *terme hypothétique de mes équations aux Longitudes*, s'écarte peu de ſes calculs: au reſte je dois avertir que ſon travail diffère du mien dans une partie eſſentielle, celle des *équations de condition* & des termes qui complètent les *équations générales aux Longitudes*. *Année 1766.*

(38.) La détermination de la parallaxe du Soleil eſt un objet aſſez intéreſſant pour mériter que l'on y applique mon analyſe dans ſa plus grande généralité; je me propoſe d'exécuter ce travail, auſſi-tôt que l'on aura reçu toutes les obſervations du paſſage de Vénus du 3 Juin 1769; je comparerai les réſultats avec ceux que l'on conclud des obſervations du Paſſage du 6 Juin 1761; j'y joindrai le calcul de beaucoup d'obſervations de l'Éclipſe du 4 Juin 1769. Peut-être mes recherches, quoique poſtérieures à celles des autres Aſtronomes, pourront, par leur généralité, mériter encore quelqu'attention *.

(39.) Je finis par une remarque importante. Il ſeroit à deſirer que les longueurs de calculs qu'entraîne la nouvelle forme d'équations que je propoſe, ne rebutaſſent point les Aſtronomes. Quel avantage, en effet, l'Aſtronomie ne pourroit-elle pas ſe promettre d'un grand nombre de bonnes obſervations réduites d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs poſſibles, ſans que le réſultat ſoit lié à aucun ſyſtème d'élémens? Un pareil calcul eſt, j'oſe le dire, un calcul de tous les temps;

* Ce travail eſt fort avancé à l'inſtant où l'on imprime ce Mémoire.

quand même, par exemple, je me ſerois trompé ſur les conſéquences que je tire de mes équations, mon travail au fond pourroit n'en être pas moins utile : ce ſeroit dans mon ouvrage que l'on pourroit puiſer les plus fortes objections pour me combattre.

SECTION SECONDE.

Examen de l'erreur qu'introduit dans les Calculs aſtronomiques, la ſuppoſition de l'orbite relative de la Lune regardée comme rectiligne, dans le petit intervalle de temps que dure l'Éclipſe ſur la Terre.

(40.) Dans la ſuite de cet ouvrage, j'ai fait, avec tous les Aſtronomes, une ſuppoſition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai ſuppoſé que ſi, par le centre de la Lune, on faiſoit paſſer à chaque inſtant un plan mobile perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'eſt-à-dire, perpendiculaire à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laiſſeroit le centre de la Lune ſur ce plan mobile, ſeroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette ſuppoſition n'eſt point exacte; en effet, Année 1764. puiſque j'ai fait voir *(II.e Mém. §. 21)* que toutes les courbes tracées ſur le plan mobile de projection, ſont entièrement ſemblables, ſoit de grandeur, ſoit de poſition, à celles tracées ſur le plan particulier paſſant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon abſolu;* la trace du centre de la Lune ſur le plan mobile de projection eſt entièrement ſemblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune ſur l'horizon abſolu. Je me propoſe d'examiner, 1.° dans quel cas cette projection eſt rigoureuſement une ligne droite; 2.° combien cette projection diffère de la ligne droite, lorſqu'elle eſt portion de ligne courbe.

La ſuppoſition dont je viens de parler ne m'étant pas particulière, j'aurois pu me diſpenſer d'en apprécier l'exactitude; j'ai cru cependant que les Aſtronomes verroient avec plaiſir mes recherches ſur ce ſujet. Comme il ne peut être ici queſtion que d'un réſultat moyen, je ſuppoſerai la Terre ſphérique, l'inclinaiſon moyenne

de *l'orbite relative* de la Lune sur l'écliptique de $5^d\ 44'\ 26''$; l'orbite circulaire, & la parallaxe horizontale de la Lune de $57'$.

(41.) Soit G le centre de la Terre, S le Soleil, $Tt\grave{t}$ l'écliptique terrestre, c'est-à-dire, celui qui a pour rayon le demi-diamètre Gt de la Terre, $AOBG$ le plan de l'écliptique, $AGBH$ le plan de l'horizon absolu que je suppose perpendiculaire au plan de l'écliptique, GM la distance de la Lune à la Terre, MH l'orbite relative de la Lune, M le point où cette orbite rencontre l'écliptique, H le point où elle rencontre l'horizon absolu, GO la partie du rayon vecteur GS mené du centre G de la Terre au centre S du Soleil, interceptée entre le centre G de la Terre & le cercle AOB. Fig. 1.

En vertu de la construction que je viens d'indiquer, les cercles AOB, AHB, MH ont pour centre commun le point G, & pour rayon la distance GM de la Lune à la Terre; si donc du centre G & du rayon GM on décrit une sphère, il est évident que les cercles AOB, AHB, HM seront à la circonférence de cette sphère; que l'arc OM exprime l'arc de l'écliptique intercepté entre la ligne GM des nœuds, & la ligne GO qui détermine le plan dans lequel se fait la conjonction; que l'angle AMH mesure l'inclinaison de l'orbite relative de la Lune sur l'écliptique; que l'angle MAH est droit puisqu'il mesure l'angle du plan de l'écliptique avec l'horizon absolu; que l'angle MHB mesure l'angle du plan de l'orbite relative de la Lune avec l'horizon absolu; & que l'arc AH mesure l'angle HGA formé sur l'horizon absolu, par les intersections de cet horizon avec les plans de l'orbite relative de la Lune & de l'écliptique.

On a donc (*Trigonométrie sphérique*)

$$\text{Tangente } AH = \frac{\text{finus } AM \times \text{tang. } AMH}{\text{finus total}}.$$

$$\text{Cofinus } AHM = \frac{\text{cofin. } AM \times \text{finus } AMH}{\text{finus total}}.$$

(42.) Si la ligne GM des nœuds coincide avec la ligne GO,

on a alors

Fig. 1. sinus AM = sinus total; cosinus AM = 0;

le côté AH est donc d'un égal nombre de degrés que l'angle AMH qui mesure l'inclinaison de l'orbite relative de la Lune sur le plan de l'écliptique, & l'angle AHM est de 90 degrés; dans ce cas le plan de l'orbite lunaire est perpendiculaire au plan de l'horizon absolu, & la projection de l'orbite sur le plan de l'horizon absolu est rigoureusement une ligne droite; dans tous les autres cas, l'angle AHM diffère de 90 degrés; le plan de l'orbite lunaire est incliné sur l'horizon absolu; & la projection de cette orbite est une ellipse.

(43.) Pour déterminer la quantité dont cette projection diffère d'une ligne droite; soit $AHBDG$ l'horizon absolu parallèle au plan de projection, AB l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'écliptique, G le centre de la Terre, DGH l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'orbite lunaire, GR la perpendiculaire élevée du point G sur la ligne DGH. Par la ligne DGH, supposons mené le plan $HNDG$ de l'orbite lunaire, qui fasse, avec l'horizon absolu, l'angle qui convient à ces plans; & par le point G menons dans le plan de cette orbite, la droite GN perpendiculaire à la droite DGH.

Fig. 2.

Soit de plus

r le sinus total & en même temps le rayon de la Terre.

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, & par conséquent $\frac{r^2}{\pi}$ la distance de la Lune à la Terre.

f le cosinus de l'angle du plan de l'orbite de la Lune avec l'horizon absolu.

x' l'abscisse, z' l'ordonnée } à l'orbite lunaire sur le plan de cette orbite; je prends le point G pour l'origine des coordonnées, la droite DGH pour la ligne des abscisses, & la perpendiculaire GN à la droite DGH pour la ligne des ordonnées.

x l'abscisse, z l'ordonnée } à la projection de la Lune sur le plan de l'horizon absolu; je prends pareillement le point G pour l'origine des coordonnées, la droite DGH pour la ligne des abscisses, & la perpendiculaire GR à la droite DGH pour la ligne des ordonnées.

Puisque l'orbite HND de la Lune est un cercle dont le rayon égale $\frac{r^2}{\pi}$, & que l'origine des coordonnées est le centre de ce cercle; on a pour équation à cette orbite Fig. 2.

$$x'^2 + z'^2 - \frac{r^4}{\pi^2} = 0.$$

(44.) Considérons maintenant la projection de cette courbe sur l'horizon absolu, c'est-à-dire, la courbe que l'on devroit calculer. Cette courbe est représentée par la ligne RmM; le point G est l'origine des coordonnées, la droite DGH la ligne des abscisses, la droite GR, la ligne des ordonnées, & TKt l'intersection de la surface de la Terre avec l'horizon absolu. Fig. 3.

La théorie des projections nous fait voir que l'on a $z' = \frac{rz}{f}$; $x' = x$; on a donc, pour équation à la courbe RmM sur le plan de l'horizon absolu,

$$f^2 x^2 + r^2 z^2 - \frac{f^2 r^4}{\pi^2} = 0;$$

donc cette courbe est une ellipse dont le grand axe égale $\frac{r^2}{\pi}$, & dont le petit axe égale $\frac{fr}{\pi}$.

(45.) De cette dernière équation l'on tire

$$z = \frac{f}{r} \sqrt{\left(\frac{r^4}{\pi^2} - x^2\right)};$$

si l'on réduit en série cette expression, on aura

$$z = \frac{f}{r}\left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2}\right),$$

& cette quantité est suffisamment exacte, puisque dans la question que nous considérons, x est toujours très-petite relativement à $\frac{r^2}{\pi}$.

Soit $x = 0$, on aura $z = \frac{fr}{\pi}$; c'est l'équation à la droite $R\mu\mu$ menée par le point R parallèlement à la droite DGH. Donc la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, & à l'orbite considérée comme rectiligne, s'exprime par $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$.

Fig. 3. (46.) Soit m un point quelconque de la projection de l'orbite lunaire, mp l'ordonnée correspondante, K le point où cette ordonnée rencontre l'intersection TKt de la surface de la Terre & de l'horizon absolu. Pour que l'Observateur qui se trouve au point K éprouve une éclipse lorsque la Lune est au point m, il est absolument nécessaire que mK ne surpasse pas la valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune. Soit Δ cette valeur, on aura $mK = \Delta$; d'ailleurs si l'on nomme r le rayon GK de la Terre, & x l'abscisse Gp, on aura

$$pK = \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{donc } mp = \Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{mais d'ailleurs } mp = z = \frac{f}{r}\left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2}\right);$$

$$\text{donc } \frac{fr}{\pi} - \frac{f\pi x^2}{2r^3} = \Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{donc } \frac{f\pi}{r} = \frac{\Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)}}{\frac{r^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{2r^2}},$$

ou (à cause que $\frac{x^2}{2r^2}$ est une quantité infiniment petite relativement à $\frac{r^2}{\pi^2}$)

$$\frac{f\pi}{r} = \frac{\pi^2}{r^2}[\Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)}].$$

(47.) Soit $m\mu = y$; si dans l'expression de $m\mu$ du §. 45 on substitue à $\frac{f\pi}{r}$ sa valeur tirée du paragraphe précédent; on aura

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}].$$

(48.) Rien de plus simple que de déterminer à quelle valeur de x répond le *maximum* de cette quantité; en effet, par la méthode *de maximis & minimis*, on parvient tout-de-suite à l'équation suivante

$$9x^4 - 12r^2x^2 + 4\Delta^2x^2 + 4r^4 - 4\Delta^2r^2 = 0,$$

d'où

d'où l'on tire

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3},$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 - 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3};$$

Pour distinguer laquelle des valeurs de x satisfait à la question proposée, j'observe que l'équation

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}]$$

représente un lieu géométrique composé de deux espèces d'ovales, dont l'origine G est un point d'osculation avec une tangente double dans la direction de la ligne des abscisses; les ordonnées à la courbe deviennent imaginaires lorsque l'abscisse surpasse r; la courbe a quatre *maxima* d'ordonnées correspondans aux points $B, b; C, c$. Fig. 4.

Dans la construction, on a supposé

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}];$$

mais cette supposition renferme nécessairement celle de

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}[\Delta x^2 - x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}];$$

la partie $mbGBM$ résout ce dernier Problème, & la partie $MCGcm$ appartient au premier. On voit donc que l'expression

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3},$$

répond à la question proposée.

La valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune est environ les $\frac{6}{11}$ de la parallaxe horizontale de la Lune. Je prends le cas des moyennes distances, temps où les diamètres du Soleil & de la Lune sont à peu près égaux, & où par conséquent; Somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune $= \frac{1800}{3289}$ Parallaxe horizontale polaire de la Lune. On a donc $3289\Delta = 1800r$, ou, plus simplement, $11\Delta = 6r$.

Fig. 3. Si l'on fait les calculs, dans cette hypothèſe, on aura

$$r = 100000, \quad \Delta = 54546, \quad \pi = 1658,$$
$$x = 90591, \quad \sqrt{(r^2 - x^2)} = 42345, \quad y = 10{,}93.$$

Donc dans le cas le plus défavorable, l'ordonnée à la véritable orbite relative de la Lune, ne diffère de l'ordonnée à l'orbite conſidérée comme rectiligne, que de 10,93 parties telles que le rayon de la Terre en contient 100000; cette quantité, vue de la Terre, peut ſoutendre un angle d'environ un neuf millième de la parallaxe horizontale polaire. Cette circonſtance a lieu pour l'Obſervateur qui voit un contact extérieur des limbes au lever ou au coucher du Soleil, environ deux heures avant ou après le paſſage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite; la latitude de la Lune doit être à ſa parallaxe à peu près dans le rapport de 974 à 1000.

(49.) On a vu *(§. 45)*, que la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, & à l'orbite conſidérée comme rectiligne, a pour expreſſion $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$; de plus *(§. 44)* $\frac{fr}{\pi}$ eſt le petit axe de la projection elliptique de l'orbite relative de la Lune ſur l'horizon abſolu.

Si l'on rapproche ces conſtructions de ce qui a été démontré dans les Mémoires précédens, on verra facilement que $\frac{fr}{\pi}$ eſt une quantité égale à $\frac{\psi l}{r}$; on verra de plus que ſi l'on nomme b' le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis le paſſage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite, & que l'on conſerve les définitions de n, ψ, l; on a

$$x = \frac{b'}{3600''} n;$$

donc, en ſubſtituant ces nouvelles valeurs, on aura

$$m\mu = \frac{b'^2}{3600''^2} \cdot \frac{n^2 \pi^2 \psi l}{2r^5}.$$

Cette nouvelle expreſſion de $m\mu$ fournira un moyen facile de rectifier, ſi l'on veut, la légère inexactitude dont nous venons de déterminer le *maximum*, ainſi que je le ferai voir *(§. 117 & 118)*.

SECTION TROISIÈME.

Détermination des valeurs que l'on peut ſuppoſer rigoureuſement données par les Tables Aſtronomiques.

(50.) Quoique dans la ſuite de ce Mémoire, je me propoſe de regarder comme indéterminés les élémens de l'Éclipſe, il ſe rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui ſemblent dépendre de ces élémens, & que l'on peut regarder comme rigoureuſement données par les Tables; ce ſont celles dont les variations ſont trop inſenſibles relativement aux erreurs poſſibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les réſultats: je vais m'occuper rapidement de la détermination de ces quantités.

(51.) Soit

λ la tangente de la diſtance apparente des centres.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} \pm \frac{chp\rho\omega}{r^4},$$

$$T = \frac{ps}{r} + \frac{c\rho qh}{r^3} + \frac{\gamma b^2}{3600''^2},$$

$$E = \xi - \frac{T\pi}{r}.$$

On peut conclure du *§. 1.er de mon III.e Mémoire,* qu'en général *Année 1765.*

$$\lambda = \frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + [F \div \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er}.$$

Je vais démontrer que dans cette dernière équation, la quantité E peut être regardée comme rigoureuſement donnée par les Tables; ou, ce qui revient au même, que la légère incertitude que l'erreur des Tables peut introduire dans l'expreſſion de E, n'influe en aucune façon ſur l'expreſſion de la diſtance des centres.

(52.) Si l'on différencie l'équation du *paragraphe précédent,*

& que l'on n'ait égard dans la différenciation, qu'au terme qui résulte de la variation de E, il est bien évident que ce terme aura pour expression

$$d\lambda = -\frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2+[F+\frac{b}{3600''}\times\frac{nr}{\zeta}]^2)}\times dE}{E^2 r} = -\frac{\lambda dE}{E};$$

Supposons d'abord que E ne soit pas bien connu, parce que quelques-unes des quantités p, s, c, ϱ, q, h, b, ne sont pas rigoureusement déterminées par les Tables Astronomiques, & nommons en général dE l'erreur qui en résulte. Puisque (§. 51) $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$; on a dans ce cas $dE = -\frac{\pi dT}{r}$; donc

$$d\lambda = +\frac{\lambda\pi dT}{Er};$$

mais $\lambda\pi$ est infiniment petit relativement à Er, puisque la parallaxe de la Lune ne peut guère surpasser un degré, & que la distance des centres n'est jamais plus grande que 37 minutes; donc $d\lambda$ est infiniment petit par rapport à dT. Dans les cas les plus défavorables $d\lambda$ n'est qu'environ un millième de l'erreur sur l'élément qui entre dans l'expression de T; cette erreur est donc inappréciable.

Supposons ensuite que E ne soit pas bien connu, parce que la parallaxe horizontale de la Lune n'est pas rigoureusement déterminée. Puisque $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$, on a dans ce cas $dE = -\frac{T}{r}d\pi$. Soit, pour abréger le calcul, $T = r$, $\xi = r$, (ce sont les plus grandes valeurs que ces quantités puissent avoir); l'équation

$$d\lambda = -\frac{\lambda dE}{E},$$

deviendra

$$d\lambda = \frac{\lambda d\pi}{r-\pi};$$

mais dans les cas extrêmes $\frac{\lambda}{r-\pi}$ ne peut jamais surpasser $\frac{1}{100}$; donc l'erreur sur la distance des centres, n'est qu'un centième de l'erreur des Tables sur la parallaxe horizontale.

Donc, dans tous les cas, la quantité E peut être regardée comme rigoureusement donnée par les Tables Astronomiques.

L'erreur sur la parallaxe de la Lune n'influe point sur l'expression de ζ.

(53.) Il y a encore une autre valeur que l'on peut regarder comme rigoureusement déterminée par les Tables Astronomiques; ou du moins sur laquelle l'erreur de la parallaxe horizontale de la Lune n'a aucune influence; c'est la quantité ζ. En effet, puisque $\zeta = r - r\frac{\pi'}{\pi}$ (je suppose $\xi = r$ à cause de la différence inappréciable des résultats dans les deux hypothèses) on aura

$$d\zeta = -\frac{r\,d\pi'}{\pi} + \frac{r\pi'\,d\pi}{\pi^2}.$$

Si l'on compare les deux termes qui entrent dans l'expression de $d\zeta$, il sera aisé de voir qu'une erreur quelconque dans la parallaxe de la Lune ne produit qu'environ un trois cent soixantième de ce que produiroit la même erreur dans la parallaxe du Soleil; on doit donc conclure:

1.° Que l'erreur sur la parallaxe de la Lune, produit un effet absolument nul dans l'expression de ζ:

2.° Que l'on ne doit considérer que l'erreur de la parallaxe du Soleil:

3.° Que la quantité ζ sera rigoureusement déterminée par les Tables, lorsque l'on connoîtra rigoureusement la parallaxe du Soleil.

SECTION QUATRIÈME.

Méthode pour employer sans erreur dans les calculs, la parallaxe de la Lune & la déclinaison du Soleil qui ont lieu à l'instant de la conjonction, quelle que soit la distance de la conjonction à l'instant de l'observation.

(54.) Il arrive souvent que pendant la durée d'une Éclipse

la déclinaiſon du Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre; varient d'une manière ſenſible. Quelque légère que ſoit la différence que cette variation d'élémens apporte dans les calculs; il eſt indiſpenſable d'y avoir égard, lorſqu'il s'agit d'un réſultat rigoureux. Si l'on veut donc employer les mêmes élémens pour toutes les obſervations, on voit qu'il eſt indiſpenſable d'avoir recours à une méthode de correction; cette méthode conſiſte dans la ſolution des deux Problèmes ſuivans.

PROBLÉME I.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune obſervée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la diſtance de la Lune à la Terre, n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'inſtant de la conjonction & celui de l'obſervation.

PROBLÉME II.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune obſervée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la déclinaiſon du Soleil n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'inſtant de la conjonction & celui de l'obſervation.

SOLUTION du premier Problème.

(55.) Rien de plus ſimple que la ſolution du premier Problème.

Soit, diſt. obſerv. la diſtance obſervée des centres, évaluée en ſecondes & dixièmes de ſecondes.

λ la tangente de cette diſtance.

diſt. corr. la diſtance qui auroit eu lieu ſi la parallaxe de la Lune n'avoit pas varié.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4},$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{\gamma\pi}{r} \times \frac{b^2}{3600''^2};$$

On a vu que

$$\lambda = \frac{\pi\zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er};$$

si l'on différencie cette équation en regardant la seule quantité π comme variable; on aura

$$d\lambda = \frac{\zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er} \, d\pi = \frac{\lambda d\pi}{\pi};$$

$d\lambda$ est la variation de la tangente de la distance des centres que l'on peut regarder sans erreur appréciable comme égale à la variation de l'arc; on a donc

$$d\lambda = r \frac{d \text{ (dist. observ.)}}{206265''}.$$

Par une raison semblable, soit

b', le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾), la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes & dixièmes de secondes de degré.

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''} r \times \frac{\text{variation hor. (parall. horiz. pol. de la ☾).}}{206265''}.$$

donc

$$d \text{ (dist. obs.)} = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾).}$$

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. obs.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾).}$$

SOLUTION du second Problème.

(56.) Si l'on différencie l'équation du §. 55, en regardant la déclinaison seule du Soleil comme variable, & en supposant, pour abréger le calcul, $E = r$; on aura

$$d\lambda = \frac{\pi\zeta}{r^2} \left(\frac{A dA + (F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta}) \times d(F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta})}{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta})^2]}} \right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$d\lambda = \frac{\pi^2 \zeta^2}{r^4 \lambda} \left[AdA + \left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) \times d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right)\right].$$

Puisque l'on considère uniquement dans la question présente le changement que la variation de la déclinaison du Soleil peut occasionner dans la distance des centres, on a

$$dA = -\frac{s}{r^2}\, d(q\varphi) + \frac{cgp}{r^3}\, d\omega + \frac{chp}{r^4}\, d(p\varphi),$$

$$d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) = -\frac{s}{r^2}\, d(q\omega) - \frac{cgp}{r^3}\, d\varphi + \frac{chp}{r^4}\, d(p\omega).$$

D'ailleurs j'ai démontré dans le cours de cet Ouvrage, que

$$q\varphi - \psi\Omega + \theta\chi = 0;\quad q\omega - \theta\Omega - \psi\chi = 0;$$

$$\theta q - \omega\Omega + \varphi\chi = 0;\quad \psi q - \varphi\Omega - \omega\chi = 0;$$

$$d(q\varphi) = -\frac{\theta q\, dq}{\chi};\quad d(q\omega) = +\frac{\psi q\, dq}{\chi};$$

$$d\omega = \pm \frac{\varphi\,\Omega\, dq}{q\chi};\quad d\varphi = -\frac{\omega\,\Omega\, dq}{q\chi};$$

$$d(p\varphi) = -\frac{r^2 \varphi dq}{pq} - \frac{p\theta dq}{\chi};\quad d(p\omega) = -\frac{r^2 \omega dq}{pq} + \frac{p\psi dq}{\chi};$$

donc

$$dA = \left[\frac{\theta q s}{r^2 \chi} \pm \frac{cgp\varphi\Omega}{qr^3\chi} - \frac{chp}{r^4} \times \left(\frac{r^2\varphi}{pq} \pm \frac{p\theta}{\chi}\right)\right] dq;$$

$$d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) = \left[-\frac{\psi q s}{r^2\chi} + \frac{cgp\omega\Omega}{qr^3\chi} - \frac{chp}{r^4} \times \left(\frac{r^2\omega}{pq} - \frac{p\psi}{\chi}\right)\right] dq.$$

On sait que $dq = -\frac{p}{r}$ diff. (déclin. du Soleil); d'ailleurs si l'on nomme

b', le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule;

var. hor. (décl. ☉), la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré;

& que l'on conserve les définitions de dist. observée, dist. corrigée, λ du §. 55, on aura

$$\text{diff. (décl. du Soleil)} = \frac{b'}{3600''}\, r \times \frac{\text{var. hor. (décl. du Soleil)}}{206265''}.$$

De plus,

$$d\lambda = r\, \frac{d\,(\text{dist. observ.})}{206265''}.$$

Si donc

Si donc on suppose

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} + \overset{(F4)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}}.$$

$$M = \overset{(M1)}{\frac{\theta qps}{r^2\chi}} + \overset{(M2)}{\frac{cg\rho p\varphi\Omega}{r^3 q\chi}} - \overset{(M3)}{\frac{ch\rho}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)},$$

$$N = \overset{(N1)}{\frac{\psi qps}{r^2\chi}} - \overset{(N2)}{\frac{cg\rho p\omega\Omega}{r^3 q\chi}} + \overset{(N3)}{\frac{ch\rho}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right)},$$

on aura

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. obs.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\pi^2\zeta^2}{r^4\lambda}\left[\frac{N}{r}\left(F + \frac{b'nr}{3600''\zeta}\right) - \frac{AM}{r}\right] \text{var. hor. (décl. ☉)}.$$

(57.) Dans l'usage de ces formules, la distance observée, la distance corrigée, λ & π sont toujours positifs; A, F, M, N ont le signe déterminé par leur équation; la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, celle de la déclinaison du Soleil & b', peuvent être positifs & négatifs.

La quantité b' est positive lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule; elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la parallaxe de la Lune & à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, on peut voir ce que j'ai dit relativement à leur signe (*S. 9*).

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

Var. hor. (par. horiz. de la ☾) = − 0",5.
Var. hor. (déclinaison du ☉) = + 58".

Log. Var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾) = + $\bar{1},6989700$
Log. Var. hor. (déclinaison du Soleil) = + 3,7634280.
Log. $\frac{\text{Var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾)}}{3600''\pi}$ = − 12,05363556
Log. $\frac{\pi^2\zeta^2}{r^4} \times \frac{\text{Var. hor. (déclin. du ☉)}}{3600''}$ = − 5,40294796

(58.) J'ai nommé b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule, quoique j'aie toujours désigné jusqu'ici cette quantité par b; la raison

en eſt ſimple. Comme dans le préſent Problème il n'eſt pas néceſſaire de connoître rigoureuſement l'inſtant de la conjonction, attendu l'erreur inappréciable qui en réſulte dans le calcul, j'emploie celui donné par les Tables aſtronomiques; il a donc fallu déſigner par une expreſſion différente ces deux inſtans qui peuvent ne pas coïncider. Toutes les fois donc que l'on trouvera dans la ſuite de ce Mémoire la quantité b', on ſe reſſouviendra qu'elle ſe rapporte, non à l'inſtant rigoureux de la conjonction, mais à un inſtant approché, tel qu'on peut le conclure des Tables aſtronomiques.

(59.) Lorſque j'ai différencié l'expreſſion de λ du *§. 55*, j'ai regardé les valeurs E & ζ comme rigoureuſement connues, conformément à ce qui eſt démontré *(§. 51, 52 & 53)*. J'ai regardé pareillement les quantités n & l comme connues, quoiqu'au premier coup d'œil elles paroiſſent renfermer l'expreſſion de la parallaxe horizontale de la Lune; mais cette parallaxe *(§. 1.er)* eſt celle qui a lieu à l'inſtant de la conjonction, & par conſéquent celle que je regarde comme connue dans le Problème. Il n'en eſt pas de même de la quantité π; cette parallaxe eſt celle de l'inſtant pour lequel on calcule; il faut donc avoir égard à la variation qu'elle a éprouvée depuis l'inſtant de la conjonction.

EXEMPLE.

(60.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ait obſervé à Londres une diſtance des centres de 30′ 45″,3 à 9h 4′ 33″ du matin, 1h 16′ 55″ avant la conjonction; on demande quelle eût été la diſtance obſervée à la même heure, ſi la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'inſtant de la conjonction.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe de la Lune étoit négative; de plus, puiſque dans le cas particulier que nous conſidérons, la conjonction précède de 4615″ l'inſtant pour lequel on calcule; on a $b' = -4615''$; & l'équation qui réſout le Problème eſt *(§. 55)*

$$\text{diſt. corr.} = \text{diſt. obſerv.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune).}$$

D'ailleurs dist. obs. $= 30' \, 45'',3$ $\lambda =$ tang. $(30' \, 45'',3)$; donc

Type du Calcul.

+	5,6641717. . . .	log. b'
+	7,9516900. . . .	log. λ
+	13,6158617.	
−	12,0536355.	
	1,5622262.	log. $0'',365$.

On voit donc que si à l'instant de l'observation, la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'instant de la conjonction, on auroit observé une distance plus petite de $0'',365$, c'est-à-dire, une distance de $30' \, 44'',9$.

Je ne donnerai point de Type du calcul pour déterminer la distance corrigée, en ayant égard à la variation de la déclinaison du Soleil; on pourra dans ce cas faire usage des Types des *§. 68* & *78*, pour déterminer les quantités $A, M, N, F + \frac{b'}{3600''\zeta} \times \frac{nr}{\zeta}$, $\frac{N}{r}(F + \frac{b'nr}{3600''\zeta}) - \frac{AM}{r}$; le reste du calcul n'aura alors aucune difficulté. Dans notre exemple, on auroit observé une distance plus petite de $0'',591$, si le Soleil avoit eu la même déclinaison à l'instant de la phase qu'à l'instant de la conjonction.

ARTICLE II.

Des Équations générales aux Longitudes.

SECTION PREMIÈRE.

Détermination du terme hypothétique *des Équations aux Longitudes.*

(61.) Je suppose dans cette première section les élémens de l'Éclipse déterminés d'une manière quelconque, soit par de bonnes Tables astronomiques, soit par de bonnes observations. Je suppose de plus que l'on connoisse l'heure que l'on comptoit dans un certain lieu à l'instant de la conjonction; je vais donner dans

cette hypothèse une formule pour déterminer la différence en longitude entre ce lieu & un autre lieu où l'on aura observé une distance des centres quelconque.

Dans la recherche qui va nous occuper, j'appellerai toujours

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

y la différence en longitude des lieux Z' & z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z' plus oriental que le lieu Z'.

Soit de plus

∂ = cosin. (somme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☽).

∂' = cosin. (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☽).

σ = sinus }
τ = cosinus } demi-diamètre du Soleil.

τ' = cosinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

δ = sinus (demi-diam. horiz. de la Lune) $\times \dfrac{\text{cosin. (parall. horiz. polaire)}}{r}$.

λ la tangente de la distance des centres observée dans le lieu z'.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, jusqu'à l'instant de l'observation *.

$$
\begin{array}{l}
A = \overset{(A\,1)}{\dfrac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\dfrac{q s \varphi}{r^2}} + \overset{(A\,3)}{\dfrac{c g \rho \omega}{r^3}} + \overset{(A\,4)}{\dfrac{c h p \rho \varphi}{r^4}} \\[2ex]
F = \overset{(F\,1)}{\dfrac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\dfrac{q s \omega}{r^2}} - \overset{(F\,3)}{\dfrac{c g \rho \varphi}{r^3}} + \overset{(F\,4)}{\dfrac{c h p \rho \omega}{r^4}} \\[2ex]
E = \overset{(E\,1)}{\xi} - \overset{(E\,2)}{\dfrac{p s \pi}{r^2}} - \overset{(E\,3)}{\dfrac{c \rho q h \pi}{r^4}} - \overset{(E\,4)}{\dfrac{b'^2 \gamma \pi}{3600''^2\, r}}
\end{array}
\left.\vphantom{\begin{array}{l}A\\[6ex]F\\[6ex]E\end{array}}\right\}
$$

Ces quantités doivent être évaluées relativement au lieu z'.

* Comme la quantité b' n'entre que dans le terme $(E\,4)$ qui est très-petit, on voit pourquoi l'on peut substituer l'instant de la conjonction donné par les Tables, au véritable instant de la conjonction.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial}} - \overset{(L\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial}} + \overset{(L\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\lambda r E}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.

J'ai démontré *(VII.e Mémoire §. 11)* que le nombre b de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la phase observée dans le lieu z', a pour expression *Année 1769.*

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

D'ailleurs, par la supposition, à l'instant de la phase observée on comptoit l'heure z dans le lieu z'; donc la conjonction est arrivée dans le lieu z' à l'heure déterminée par

$$z - b = z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

Mais par la supposition, cette même conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit l'heure Z dans le lieu Z'; donc

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

(62.) Il est essentiel de ne point se tromper sur le signe des quantités qui composent la formule précédente. Je ne parlerai point ici des valeurs qui entrent dans l'expression de A, F, E, L, on doit y appliquer les remarques générales; je me contenterai de détailler ce qui est particulier à z, Z & y.

Dans ce Mémoire je compterai les heures Z, z d'une manière continue depuis $0^h\ 0'\ 0''$ jusqu'à $24^h\ 0'\ 0''$, en partant de l'instant de midi; ainsi, par exemple, 3 heures répondent à 3 heures du soir, 7 heures répondent à 7 heures du soir, 15 heures repondent à 3 heures du matin, 22 heures répondent à 10 heures du matin; & ainsi de suite.

Je compterai pareillement y d'une manière continue depuis $0^h\ 0'\ 0''$ jusqu'à $24^h\ 0'\ 0''$; toutes les longitudes seront orientales.

Cette manière de repréſenter la poſition des lieux n'eſt pas moins en uſage que celle que j'avois adoptée juſqu'ici. On ſe rappellera ſeulement qu'une Longitude orientale qui ſurpaſſe 12 heures, peut être, ſous un autre point de vue, conſidérée comme occidentale; il en eſt de même d'une Longitude dont l'expreſſion ſeroit négative.

(63.) Il pourroit arriver que par un réſultat de calcul, y fût donné ſous la forme d'une quantité négative; on ajoutera alors 24 heures au réſultat pour le rendre poſitif. Il pourroit arriver également que y ſurpaſſât 24 heures; alors il faudra retrancher 24 heures du réſultat.

(64.) Si l'on veut faire entrer dans la ſolution un nouvel élément qui dépende d'une inflexion de lumière.

Soit ϑ la quantité dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune;

On fera

$$\sigma = \text{ſinus (demi-diamètre du Soleil} \mp \vartheta\text{)},$$

ſuivant que l'on aura obſervé un contact extérieur ou intérieur des limbes.

Pour les contacts des limbes, il paroît naturel d'employer le demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.

Fig. 6. (65.) L'équation du *§. 61* donne deux ſolutions. Pour entendre ce qu'elles ſignifient, on ſe rappellera 1.° que j'ai donné

Année 1765. *(III.e Mémoire §. 30 & ſuivans)* une méthode pour déterminer, relativement au *fil parallèle* ou *équatorial*, la poſition de la parallèle à l'orbite relative, menée par le centre du Soleil, & par conſéquent celle de la perpendiculaire à cette parallèle, 2.° que cette perpendiculaire partage le diſque du Soleil en deux hémiſphères, que j'ai appelé *hémiſphère précédent* & *hémiſphère ſuivant**.

* La raiſon de cette dénomination eſt ſimple; j'ai appelé *hémiſphère précédent*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel, vers laquelle le Soleil s'avance, en vertu du mouvement diurne; j'ai appelé *hémiſphère ſuivant*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne, en vertu du mouvement diurne.

3.° Que j'ai fait voir *(VII.e Mémoire §. 12)* que sous chaque parallèle terrestre, il y a toujours deux lieux différens qui observent la même phase, lorsque l'on compte la même heure dans ces lieux respectifs; l'un de ces lieux observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil; l'autre lieu observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'*hémisphère suivant*. Pour éviter toute incertitude, je nommerai

Y la différence en longitude du lieu Z' & du lieu z' qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil.

y la différence en longitude du lieu Z' & du lieu z' qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant*.

On aura dans cette supposition

$$\overset{(Y1)}{Y = z - Z} + \overset{(Y2)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \times F} + \overset{(Y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}}.$$

$$\overset{(y1)}{y = z - Z} + \overset{(y2)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \times F} - \overset{(y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}}.$$

(66.) Puisqu'en général, le centre de la Lune passe de l'*hémisphère précédent* dans l'*hémisphère suivant* vers l'instant de la plus grande phase, on doit presque toujours, pour les Éclipses de Soleil, employer la valeur de Y lorsque l'instant de l'observation précède la plus grande phase; on doit faire usage de la valeur de y lorsque la plus grande phase précède l'observation. Cette règle cependant n'est pas absolument rigoureuse, même pour les Éclipses de Soleil: car on doit observer la règle contraire pour les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, & en général pour tous les phénomènes où la quantité n étant négative, le commencement de l'Éclipse arrive presque toujours dans l'*hémisphère suivant* du disque, & la fin dans l'*hémisphère précédent*. Au reste, puisque l'on connoît la position de la perpendiculaire à l'orbite relative; c'est à l'observation même à faire connoître si le centre de la Lune est dans l'*hémisphère précédent* ou dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil.

(67.) *TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.*

A.

(A 1)

$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73035.$$

(A 2.) (A 3.) (A 4.)

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} \frac{q\varphi}{r^2} &= -\ \ 0,0586358. \\ \frac{\rho\omega}{r^3} &= -\ 10,3155335. \\ \frac{p\rho\varphi}{r^4} &= -\ 11,1307920. \end{aligned}\right.$$

F.

(F 1)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7342.$$

(F 2.) (F 3.) (F 4.)

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} \frac{q\omega}{r^2} &= -\ \ 0,3195149. \\ \frac{\rho\varphi}{r^3} &= -\ 10,0546544. \\ \frac{p\rho\omega}{r^4} &= -\ 11,3916711. \end{aligned}\right.$$

E.

(E 1)

$$\xi = 99993.$$

(E 2.) (E 3.) (E 4.)

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} \frac{p\pi}{r^2} &= -\ \ 2,8798346. \\ \frac{\rho q\pi}{r^4} &= -\ 11,8027850. \\ \frac{\gamma\pi}{3600''^2 r} &= -\ \ 5,6154055. \end{aligned}\right.$$

L.

(L 1.)

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} \frac{r}{\pi\zeta} &= -\ 8,1949633. \\ \frac{\sigma\tau' r}{\pi\zeta\vartheta} &= -\ 0,5266706. \\ \frac{\sigma\tau' r}{\pi\zeta\partial} &= -\ 0,5311962. \end{aligned}\right.$$

J'ai supposé une inflexion de 5'' dans les rayons qui rasent le limbe de la Lune.

(L 2)

$$\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} = 27449.$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600''\zeta}{\pi r} = -\ 4,1490219.$$

EXEMPLE.

(68.) *Je suppose que le 1.er Avril 1764, la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit 10h 21' 28'' du matin dans un lieu Z'; que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à 9h 4' 33'' du matin dans l'observatoire de M. Short, à Londres: on demande la différence en Longitude de l'Observatoire de M. Short & du lieu Z'.*

SOLUTION.

SOLUTION. Par la supposition, on comptoit $9^h\ 4'\ 33''$ du matin lors du commencement de l'Éclipse, dans l'observatoire de M. Short; donc $z = 21^h\ 4'\ 33''$. On comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin dans le lieu Z', à l'instant de la conjonction; donc $Z = 22^h\ 21'\ 28''$; donc $z - Z = -1^h\ 16'\ 55''$. Lors de l'observation, la Lune étoit dans *l'hémisphère précédent* du disque du Soleil; donc *(§. 65)* il faut employer la valeur *Y*. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d\ 31'\ 0''$ boréale, sa latitude corrigée est donc de $51^d\ 21'\ 33''$. De plus l'angle horaire à l'instant de l'observation étoit de $316^d\ 8'\ 15''$. Donc

s = sinus $51^d\ 21'\ 33''$....posit.		Log.	s = 9,8926912.
c = cosin. 51. 21. 33.....posit.			c = 9,7954889.
g = sinus 316. 8. 15.....négat.			g = 9,8406895.
h = cosin. 316. 8. 15.....posit.			h = 9,8579381.
			cg = 19,6361784.
			ch = 19,6534270.

Si d'ailleurs le lieu Z' n'est pas fort éloigné de l'observatoire de M. Short, on a à peu près

$b' = -4615''$. Logarithme $b'' = 11,3283434$.

TYPE du Calcul.

$A = +(A\ 1) - (A\ 2) - (A\ 3) + (A\ 4) \ldots\ldots (A\ 1) = 73035.$

(A 2)	(A 3)	(A 4)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6361784...log. cg.	+ 19,6534270...log. ch.
— 0,0586358.	— 10,3155335.	— 11,1307920.
9,8340554...log. 68243.	9,3206449...log. 20924.	8,5226350...log. 3331.

$A = -12801 \ldots\ldots\ldots$ log. $A = 9,1072439.$

$F = +(F\ 1) - (F\ 2) + (F\ 3) + (F\ 4) \ldots\ldots\ldots (F\ 1) = 7342.$

(F 2)	(F 3)	(F 4)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6361784...log. cg.	+ 19,6534270...log. ch.
— 0,3195149.	— 10,0546544.	— 11,3916711.
9,5731763...log. 37426.	9,5815240...log. 38153.	8,2617559...log. 1827.

$F = +9896 \ldots\ldots\ldots$ log. $F = 8,9954597.$

$E = + (E\,1) - (E\,2) - (E\,3) - (E\,4) \ldots\ldots\ldots\ldots (E\,1) = 99993.$

(E 2)	(E 3)	(E 4)
+ 9,8926912...log. *s.*	+ 19,6534270...log. *ch.*	+ 11,3283434...log. *V*².
− 2,8798346.	− 11,8027850.	− 5,6154055.
7,0128566...log. 103.	7,8506420...log. 709.	5,7129379...log. 5.

$E = + 99176 \ldots\ldots\ldots \text{log. } E = 9{,}9964066.$

$L = + (L\,1) + (L\,2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (L\,2) = 27449.$

(L 1)

+ 9,9964066...log. *E*.
− 0,5311962.
9,4652104...log. 29188.

$L = + 56637 \ldots \text{log. } L = 9{,}7531002.$

$$L + A = + 43836. \qquad L - A = + 69438. \quad \text{Log.} \begin{cases} L + A = 9{,}6418309. \\ L - A = 9{,}8415972. \\ L^2 - A^2 = 19{,}4834281. \end{cases}$$

2.

9,7417140...log. $\sqrt{(L^2 - A^2)}$.

$Y = - (Y\,1) + (Y\,2) + (Y\,3) \ldots\ldots (Y\,1) = 1^h\ 16'\ 55''.$

(Y 2)	(Y 3)
+ 8,9954597....log. *F*.	+ 9,7417140....log. $\sqrt{(L^2 - A^2)}$.
− 4,1490219.	− 4,1490219.
4,8464378....log. 702″.	5,5926921....log. 3915″.

$$Y = \begin{Bmatrix} - 1^h\ 16'\ 55'' \\ + 0.\ 11.\ 42 \\ + 1.\ \ 5.\ 15 \end{Bmatrix} = + 0^h\ 0'\ 2''.$$

On peut conclure de ce premier calcul, que l'obſervatoire de M. Short eſt plus oriental de 2 ſecondes que le lieu qui comptoit 10ʰ 21′ 28″ du matin, à l'inſtant de la conjonction.

(69.) On voit que les formules du §. 65, peuvent réſoudre plusieurs queſtions; elles apprennent à connoître la poſition reſpective des lieux *z′*, *Z′*; & conſéquemment la longitude du lieu *z′*, ſi celle du lieu *Z′* eſt bien connue. Lorſque l'on n'a point égard au terme *Z*, elles déterminent l'heure que l'on compte dans le

lieu z' à l'instant de la conjonction. Si l'on n'a point égard à la quantité $z - Z$, elles donnent l'expression du temps écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation.

Dans ces deux derniers cas on a les équations suivantes

Heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant de la conjonction

$$= z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}.$$

Nombre de secondes écoulées depuis l'instant de la conjonction

$$= - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}.$$

(70.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'Éclipse, les formules du §. 65 donneroient rigoureusement l'expression de la longitude, & c'est sous ce point de vue que l'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Il est cependant difficile de se refuser à l'évidence que ces équations renferment des quantités sur lesquelles les Astronomes ne sont nullement d'accord; je regarderai donc ce premier calcul comme un résultat purement hypothétique, & je vais parcourir les différentes corrections que l'on doit faire pour avoir l'expression, la plus générale & la plus rigoureuse, de la Longitude. Remarquons en finissant que dans le calcul du *terme hypothétique* (c'est ainsi que je désignerai désormais ce premier résultat) si au lieu d'employer la distance observée des centres, on avoit employé la distance corrigée par les formules des §. 55 & 56, il ne seroit pas nécessaire de faire usage des corrections des deux sections suivantes.

SECTION SECONDE.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, relativement à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.*

(71.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude, j'ai prescrit d'employer la parallaxe particulière de la Lune,

qui a lieu à l'instant de la conjonction. On voit que cette supposition pourroit être inexacte; en effet, à l'instant de l'observation, la Lune peut ne pas avoir la même parallaxe horizontale qu'à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(72.) Si l'on jette les yeux sur l'expression de Y & de y du §. 65, on verra que relativement au Problème que nous considérons, L est la seule quantité qui renferme une variable. En effet, quoiqu'au premier coup d'œil n & l, & par conséquent $\frac{\psi l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A, F, contiennent l'expression de la parallaxe horizontale de la Lune; comme néanmoins (§. 1.er) cette parallaxe est la parallaxe particulière qui répond à l'instant de la conjonction, que je suppose bien déterminée, n, l, $\frac{\psi l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A, F, sont réellement des quantités connues relativement à la question présente. Il n'en est pas de même de la quantité L, puisque π qui divise les différens termes qui la composent, est réellement la parallaxe qui a lieu à l'instant de l'observation; on a donc

$$dY = \frac{3600''\zeta}{n\,r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};\ dy = -\frac{3600''\zeta}{n\,r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

De plus, $dL = -\frac{L}{\pi}\,d\pi$.

Soit donc

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation *.

Var. hor. (parall. horiz. de la ☾) { la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes & dixièmes de secondes de degré.

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''}\,r\,.\,\frac{\text{Var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)}}{206265''}.$$

* Dans cette recherche & dans celle de la section suivante, comme il n'est pas nécessaire que b' soit déterminé avec la dernière exactitude, on peut employer la distance à la conjonction donnée par les Tables, ou plus exactement encore celle donnée par la formule du §. 69.

$$dY = -\frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{n\pi\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la ☾).}$$

$$dy = +\frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{n\pi\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la ☾).}$$

Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit (*§. 57*) sur le signe de b' & de la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune; on peut relire ce paragraphe.

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

var. hor. (parall. horiz. de la ☾) $= -$ 0″,5. Log. $\frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la ☾)}}{206265'' n\pi} = \bar{1}3{,}51708301$

EXEMPLE.

(73.) *Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de* dY, *relativement à l'observation de Londres.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; de plus, dans le cas que je considère on avoit (*§. 69*) $b' = -4617''$; la valeur de dY ne change donc point de signe.

TYPE du Calcul.

$b' = -4617''$. Log. $\begin{cases} b' & = +\ 5{,}66435599. \\ \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} & = +\ 9{,}76448864. \end{cases}$

$$\begin{array}{ll} +\ 5{,}66435599 \ldots \text{log. } b'. \\ +\ 9{,}76448864 \ldots \text{log. } \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \\ \hline +15{,}42884463. \\ -13{,}51708830 \ldots \text{log. } \frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la ☾)}}{206265'' n\pi}. \\ \hline 1{,}91176633 \ldots \text{log. } 0'',816. \\ dY = -\ 0'',816. \end{array}$$

On voit par-là que si l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle de l'instant de la conjonction

à celui de l'obſervation, l'obſervatoire de M. Short ſera plus occidental de o″,8 1 6 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique.*

SECTION TROISIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la longitude, relativement à la variation de la déclinaiſon du Soleil, dans l'intervalle écoulé depuis l'inſtant de la conjonction juſqu'à celui de l'obſervation.*

(74.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude, j'ai preſcrit d'employer la déclinaiſon particulière du Soleil qui a lieu à l'inſtant de la conjonction. On voit que cette ſuppoſition pourroit être inexacte; en effet, il eſt probable qu'à l'inſtant de l'obſervation le Soleil n'a pas la même déclinaiſon qu'à l'inſtant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(75.) Si l'on jette les yeux ſur l'expreſſion de Y & de y du *ſ. 65*, on verra que, relativement au Problème que nous conſidérons, ſi l'on conſerve les définitions de A & de L du *ſ. 61;* que de plus on ſuppoſe

$$N = \overset{(N\,1)}{\frac{\psi q p s}{r^2 \chi}} - \overset{(N\,2)}{\frac{c g \rho p \omega \Omega}{r^3 q \chi}} + \frac{c h \rho}{r^3} \times \overset{(N\,3)}{\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi}\right)}.$$

$$M = \overset{(M\,1)}{\frac{\theta q p s}{r^2 \chi}} + \overset{(M\,2)}{\frac{c g \rho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi}} - \frac{\dot{c} h \rho}{r^3} \times \overset{(M\,3)}{\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right)}.$$

Var. hor. (décl. ⊙) = la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

b' = le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de l'obſervation. Ce nombre eſt donné par le *ſ. 69.*

Que l'on faſſe.

$$\iota = + \overset{(\varepsilon\,1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times N + \overset{(\varepsilon\,2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{A M}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$= + \overset{(\varepsilon\,1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times N - \overset{(\varepsilon\,2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{A M}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

& que l'on nomme dY, dy, la correction de la Longitude dûe à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation; on aura

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot). \quad dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot).$$

(76.) Rien de plus simple que la démonstration de la proposition précédente. En effet, si l'on différencie la valeur de Y & de y du §. 65, en regardant comme variable la déclinaison du Soleil, on aura

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\left(dF - \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right); \quad dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\left(dF + \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right);$$

mais

$$dF = + \frac{b'}{3600''}\left[\frac{\psi q p s}{r^2\chi} - \frac{c g \rho p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h \rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right)\right] \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''}\left[\frac{\theta q p s}{r^2\chi} + \frac{c g \rho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h \rho}{r^3}\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)\right] \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''};$$

donc

$$dF = + \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot)}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot)}{206265''};$$

donc

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot).$$

$$dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot).$$

(77.) Je ne répéterai point ce que j'ai dit (§. 57) sur le signe des quantités A, F, M, N, b', & de la variation horaire de la déclinaison du Soleil; on peut relire ce paragraphe.

Comme dans les termes (N 3) & (M 3) les facteurs

$$\frac{\rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right), \quad \frac{\rho}{r^3}\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)$$

sont complexes, il faut avoir grand soin de remarquer quel est leur signe, afin de ne pas ajouter dans le cas où il faudroit retrancher,

ou réciproquement. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, ces facteurs étoient positifs; on avoit de plus

var. hor. (décl. ☉) = + 58″. Log. var. hor (décl. ☉) = 3,7634280.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.

N.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\psi q p}{r^2 \chi} = -\ 0{,}6702123. & (N1.) \\[2ex] \dfrac{p \rho \omega \Omega}{r^3 q \chi} = -\ 11{,}0180039. & (N2.) \\[2ex] \dfrac{\rho}{r^3}\left(\dfrac{\omega r}{q} - \dfrac{p^2 \psi}{r \chi}\right) = -\ 10{,}3305115. & (N3.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} = -\ 1{,}4634475.$$

M.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\theta q p}{r^2 \chi} = -\ 1{,}667924 & (M1.) \\[2ex] \dfrac{p \rho \varphi \Omega}{r^3 q \chi} = -\ 10{,}757125 & (M2.) \\[2ex] \dfrac{\rho}{r^3}\left(\dfrac{\varphi r}{q} + \dfrac{p^2 \theta}{r \chi}\right) = -\ 10{,}052227 & (M3.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{3600''} = -\ 1{,}792874$$

EXEMPLE.

(78.) *Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de* d Y, *relativement à l'observation de Londres, déjà discutée* (§. 68).

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive; de plus dans le cas que je considère, on avoit

s = sinus 51d 21′ 33″ . . posit.	Log.	s = + 9,8926912.
c = cosin. 51. 21. 33 . . . posit.		cg = + 19,6361784.
g = sinus 316. 8. 15 . . . négat.		ch = + 19,6534270.
h = cosin. 316. 8. 15 . . . posit.		b' = + 5,6643599.
A = − 12801.		$\dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$ = − 0,6344701.
b' = − 4617″.		

Donc

Donc

TYPE du Calcul.

$$N = + (N1) + (N2) + (N3).$$

(N1)	(N2)	(N3)
+ 9,8926912...log. *s*.	+ 19,6361784...log. *cg*.	+ 19,6534270...log. *ch*.
— 0,6702123.	— 11,0180039.	— 10,3305115.
9,2224789...log. 16691.	8,6181745...log. 4151.	9,3229155...log. 210344

$N = + 41876$.......log. $N = 9,6219652$.

$$M = + (M1) - (M2) - (M3).$$

(M1)	(M2)	(M3)
+ 9,8926912...log. *s*.	+ 19,6361784...log. *cg*.	+ 19,6534270...log. *ch*.
— 1,6679244.	— 10,7571254.	— 10,0522275.
8,2247668...log. 1678.	8,8790530...log. 7569.	9,6011995...log. 399212

$M = - 45812$.......log. $M = 9.6609793$.

$$\varepsilon = + (\varepsilon 1) + (\varepsilon 2).$$

(ε1)	(ε2)
+ 9,6219652...log. *N*.	+ 9,6609793...log. *M*.
— 1,4634475.	— 0,6344701...log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
8,1585177...log. 1441.	+ 9,0265092.
	— 1,4634475.
	7,5630617...log. 366.

$\varepsilon = + 1807$.......log. $\varepsilon = 8,2569582$.

dY

+ 5,6643599...log. b'.
+ 8,2569582...log. ε.

+ 3,9213181.
— 1,7928745...log. $\frac{\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{3600''}$.

2,1284436...log. 1",344.

$dY = - 1''344$.

On voit par-là que si l'on a égard à la variation de la déclinaison

du Soleil dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de 1",344 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique*.

Si l'on réunit cette dernière correction avec celle du §. 73; c'est-à-dire, si l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune & de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de 2",160 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique*; on comptoit donc dans ce lieu $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

(79.) Il est évident que l'on doit faire usage de dY & de dy dans les mêmes circonstances où il faut employer Y & y (§. 65). dY, dy positifs apprennent que le lieu z' est plus oriental que ne l'avoit indiqué le *terme hypothétique*. dY, dy négatifs font connoître que le lieu z' est plus occidental. Je ne répéterai plus désormais ces dernières remarques, qui s'appliquent non-seulement aux calculs de la présente section, mais encore à ceux de la section précédente & des sections suivantes.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on n'ait point employé dans le calcul de ce terme, la véritable déclinaison du Soleil qui avoit lieu à l'instant de la conjonction.*

(80.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit

d (déclin. ☉) la différence entre la véritable déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, & celle que l'on a employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Je suppose cette différence évaluée en secondes de degré.

dY, dy, l'erreur du résultat du *terme hypothétique*.

& conservons toutes les définitions de la section précédente.

Puisque dans la présente section, j'ai nommé d(déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil, qui, dans la question précédente, avoit pour expression $\frac{v}{3600''}$ × var. hor. (déclin. ☉); on aura *(§. 76)*

$$dY = \frac{-\epsilon}{r}\, d \text{ (déclin. ☉)}, \quad dy = \frac{\epsilon}{r}\, d \text{ (déclin. ☉)}.$$

(81.) Dans l'usage de ces formules,

d (déclin. ☉) est positif, lorsque la nouvelle déclinaison du Soleil d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (déclin. ☉) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit *(§. 78)* relativement à l'observation de Londres, $\epsilon = + 1807$; donc

$$dY = + 0{,}018\, d \text{ (déclin. ☉)}.$$

On voit donc, dans ce cas, que l'erreur du *terme hypothétique* est à l'erreur sur la déclinaison du Soleil comme 18 est à 1000.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur l'heure précise de l'observation.*

(82.) Lorsque l'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans l'heure précise que l'on comptoit à l'instant de l'observation; soit que cette erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'Observateur ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Je vais donner une formule pour y avoir égard dans la détermination de la Longitude.

Rien de plus simple que de déterminer cette erreur. En effet, si l'on différencie les équations du *§. 65*, en regardant Z & L

comme connus (& cette ſuppoſition eſt très-légitime, car Z eſt donné, & L ne pourroit varier qu'à raiſon de E qui (§. 51) peut être regardé comme rigoureuſement connu); on aura

$$dY = dz + \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = dz + \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

mais $$dF = -\frac{cp\varphi dg}{r^3} + \frac{cpp\omega dh}{r^4},$$

$$dA = +\frac{cp\omega dg}{r^3} + \frac{cpp\varphi dh}{r^4}.$$

D'ailleurs on ſait qu'une ſeconde de temps répond à 15" de degré du premier mobile; $15\,dz$ exprime donc le nombre de ſecondes du premier mobile écoulées pendant le temps dz; & par conſéquent $206265''dg - 15hdz = 0$; $206265''dh + 15gdz = 0$; donc

$$dF = -\frac{15\,dz}{206265''} \times \left(\frac{cgpp\omega}{r^4} + \frac{chp\varphi}{r^3}\right),$$

$$dA = -\frac{15\,dz}{206265''} \times \left(\frac{cgpp\varphi}{r^4} - \frac{chp\omega}{r^3}\right);$$

Soit donc

d (inſtant de l'obſervation) l'erreur ſur l'inſtant précis de l'obſervation, évaluée en ſecondes horaires.

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{cgpp\omega}{r^4}} + \overset{(C\,2)}{\frac{chp\varphi}{r^3}} \qquad D = \overset{(D\,1)}{\frac{cgpp\varphi}{r^4}} - \overset{(D\,2)}{\frac{chp\omega}{r^3}};$$

$$\Delta = \overset{(\Delta\,1)}{r} - \overset{(\Delta\,2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C} + \overset{(\Delta\,3)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

$$\Delta = \overset{(\Delta\,1)}{r} - \overset{(\Delta\,2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C} - \overset{(\Delta\,3)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

Puiſque d (inſtant de l'obſervation) $= dz$, on aura

$$dY = \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (inſtant de l'obſervation)}, \quad dy = \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (inſtant de l'obſervation)}.$$

(83.) Dans l'ufage de ces formules,

d (inftant de l'obfervation) eft pofitif lorfque le nouvel inftant d'après lequel on veut réformer le réfultat du *terme hypothétique*, eft poftérieur à l'inftant que l'on a employé dans le calcul.

d (inftant de l'obfervation) eft négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités conftantes de l'Éclipfe du 1.er Avril 1764, relatives à la préfente recherche.

C.

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11{,}3916711. & (C\,1,) \\ \dfrac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10{,}0546544. & (C\,2,) \end{cases}$$

D.

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11{,}1307920. & (D\,1,) \\ \dfrac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10{,}3155335. & (D\,2,) \end{cases}$$

$$\text{Log.}\ \frac{54000''\zeta}{206265''n} = -\ 0{,}2873562.$$

EXEMPLE.

(84.) *On fuppofe que le 1.er Avril 1764, on fe foit trompé de quelques fecondes fur l'inftant précis du commencement de l'Éclipfe obfervé à Londres à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin; on demande la correction qu'il faut faire en conféquence au réfultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas que nous confidérons, le centre de la Lune étoit dans l'*hémifphère précédent* du difque du Soleil à l'inftant de l'obfervation; de plus on avoit

$c =$ cofin. $51^d\ 21'\ 33''$... pofit.
$g =$ finus 316. 8. 15.... négat.
$h =$ cofin. 316. 8. 15.... pofit.
$A = -\ 12801.$

$$\text{Log.}\begin{cases} cg = +\ 19{,}6361784. \\ ch = +\ 19{,}6534270. \\ \dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701. \end{cases}$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$C = -(C\,1) + (C\,2).$$

(C 1)		(C 2)	
+ 19,6361784	...log. *cg*.	+ 19,6534270	...log. *ch*.
− 11,3916711.		− 10,0546544.	
8,2445073	...log. 1756.	9,5987726	...log. 39698.

$C = +\ 37942$ ....log. $C = 9{,}5791202$.

$$D = -(D\,1) - (D\,2).$$

(D 1)		(D 2)	
+ 19,6361784	...log. *cg*.	+ 19,6534270	...log. *ch*.
− 11,1307920.		− 10,3155335.	
8,5053864	...log. 3202.	9,3378935	...log. 21772.

$D = -\ 24974$ ....log. $D = 9{,}3974881$.

$\Delta = +(\Delta\,1) - (\Delta\,2) + (\Delta\,3)$......$(\Delta\,1) = 100000$.

(Δ 2)		(Δ 3)	
+ 9,5791202	...log. *C*.	+ 9,3974881	...log. *D*.
− 0,2873562.		− 0,6344701	...log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
9,2917640	...log. 19578.	+ 8,7630180.	
		− 0,2873562.	
		8,4756618	...log. 2990.

$$\Delta = +\ 83412.$$

$dY = +\ 0{,}834\ d$ (inſtant de l'obſervation).

On voit donc que dans le cas particulier dont il s'agit, l'erreur du *terme hypothétique* eſt à l'erreur ſur le temps précis de l'obſervation, comme 834 eſt à 1000. Suppoſons, par exemple, qu'au lieu de $9^h\ 4'\ 33''$, que marquoit la pendule, il fut réellement $9^h\ 4'\ 43''$ à l'inſtant de l'obſervation, l'obſervatoire ſera plus oriental de 8",34 que ne l'indique le premier calcul. L'obſervatoire de M. Short ſera au contraire plus occidental de 8",34, s'il n'étoit réellement que $9^h\ 4'\ 23''$ lors du commencement de l'Écliple.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, la véritable latitude du lieu où l'on a obſervé.*

(85.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable latitude du lieu où l'on a obſervé; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Dans l'hypothèſe que nous conſidérons, il eſt aiſé de voir que l'on a les équations ſuivantes;

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Mais relativement à la ſuppoſition qui nous occupe

$$dF = -\frac{q\omega ds}{r^2} - \frac{g\rho\varphi dc}{r^3} + \frac{hp\rho\omega dc}{r^4},$$

$$dA = -\frac{q\varphi ds}{r^2} + \frac{g\rho\omega dc}{r^3} + \frac{hp\rho\varphi dc}{r^4}.$$

D'ailleurs, ſi l'on nomme

d (latitude de l'obſervatoire) l'erreur ſur la latitude du lieu évaluée en ſecondes de degré.

On a

$$206265''\, ds - c\, d \text{ (latitude de l'obſervatoire)} = 0.$$

$$206265''\, dc + s\, d \text{ (latitude de l'obſervatoire)} = 0.$$

Donc

$$dF = -\frac{d\text{ (latitude de l'obſervatoire)}}{206265''} \times \left(\frac{q\omega c}{r^2} - \frac{g\rho\varphi s}{r^3} + \frac{hp\rho\omega s}{r^4}\right),$$

$$dA = -\frac{d\text{ (latitude de l'obſervatoire)}}{206265''} \times \left(\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{g\rho\omega s}{r^3} + \frac{hp\rho\varphi s}{r^4}\right).$$

Soit donc

$$G = \overset{(G\,1)}{\frac{q\omega c}{r^2}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\rho\varphi g s}{r^3}} + \overset{(G\,3)}{\frac{p\rho\omega h s}{r^4}}, \quad H = \overset{(H\,1)}{\frac{q\varphi c}{r^2}} + \overset{(H\,2)}{\frac{\rho\omega g s}{r^3}} + \overset{(H\,3)}{\frac{p\rho\varphi h s}{r^4}},$$

$$\beta = - \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \overset{(\beta\,1)}{G} + \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \overset{(\beta\,2)}{\frac{A\,H}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}},$$

$$\beta = - \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \overset{(\beta\,1)}{G} - \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \overset{(\beta\,2)}{\frac{A\,H}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}}.$$

On aura

$dY = \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude de l'obſervatoire). $dy = \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude de l'obſervatoire).

(86.) Dans l'uſage de ces formules,

d (latitude de l'obſervatoire) eſt poſitif, lorſque la nouvelle latitude d'après laquelle on veut réformer le réſultat du *terme hypothétique*, eſt plus boréale ou moins auſtrale que celle employée dans le premier calcul.

d (latitude de l'obſervatoire) eſt négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

G

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{q\,\omega}{r^2} = -\ \overset{(G\,1,)}{0{,}3195149}. \\ \frac{\rho\,\varphi}{r^3} = -\ \overset{(G\,2,)}{10{,}0546544}. \\ \frac{p\,\rho\,\omega}{r^4} = -\ \overset{(G\,3,)}{11{,}3916711}. \end{cases}$$

H.

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{q\,\varphi}{r^2} = -\ \overset{(H\,1,)}{0{,}0586358}. \\ \frac{\rho\,\omega}{r^3} = -\ \overset{(H\,2,)}{10{,}3155335}. \\ \frac{p\,\rho\,\varphi}{r^4} = -\ \overset{(H\,3,)}{11{,}1307920}. \end{cases}$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} = -\ 1{,}4634475.$$

EXEMPLE.

(87.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764 on ſe ſoit trompé de quelques minutes ſur la latitude de Londres, employée dans le calcul du* terme hypothétique; *on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat de ce terme.*

SOLUTION.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus, on avoit

s = sinus $51^d\ 21'\ 33''$ .. posit.
c = cosin. 51. 21. 33... posit.
g = sinus 316. 8. 15... négat.
h = cosin. 316. 8. 15... posit.
$A = -$ 12801.

Log.

$c = +$ 9,7954889.
$g\,s = +$ 19,7333807.
$h\,s = +$ 19,7506293.
$\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -$ 0,6344701.

Donc

TYPE du Calcul.

$$G = +(G\,1) + (G\,2) + (G\,3).$$

$(G\,1)$	$(G\,2)$	$(G\,3)$
+ 9,7954889... log. c.	+ 19,7333807... log. $g\,s$.	+ 19,7506293... log. $h\,s$.
− 0,3195149.	− 10,0546544.	− 11,3916711.
9,4759740... log. 29921.	9,6787263... log. 47723.	8,3589582... log. 2285.

$G = +$ 79929 .... log. $G =$ 9,9027044.

$$H = +(H\,1) - (H\,2) + (H\,3).$$

$(H\,1)$	$(H\,2)$	$(H\,3)$
+ 9,7954889... log. c.	+ 19,7333807... log. $g\,s$.	+ 19,7506293... log. $h\,s$.
− 0,0586358.	− 10,3155335.	− 11,1307920.
9,7368531... log. 54557.	9,4178472... log. 26173.	8,6198373... log. 4167.

$H = +$ 32551 .... log. $H =$ 9,5125643.

$$\beta = -(\beta\,1) - (\beta\,2).$$

$(\beta\,1)$	$(\beta\,2)$
+ 9,9027044... log. G.	+ 9,5125643... log. H.
− 1,4634475.	− 0,6344701... log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
8,4392569... log. 2750.	+ 8,8780942.
	− 1,4634475.
	7,4146467... log. 260.

$\beta = -$ 3010.

$dY = -$ 0,030 d(latitude de l'observatoire).

On voit donc que dans le cas que nous considérons, l'erreur du *terme hypothétique* est à l'erreur sur la latitude de l'observatoire, comme moins 30 est à plus 1000. Supposons, par exemple, l'observatoire de M. Short plus boréal de 1′ 40″ que je ne l'ai supposé; cet observatoire sera plus occidental de 3″ que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction; ou si l'on veut, la conjonction sera arrivée lorsque l'on comptoit $10^h\ 21'\ 25''$ dans cet observatoire.

Si l'observatoire est plus méridional de 1′ 40″ que je ne l'ai supposé; ce lieu sera plus oriental de 3 secondes que celui qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ à l'instant de la conjonction.

SECTION SEPTIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la longitude, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport des axes de la Terre.*

(88.) J'ai supposé, dans mes calculs, que le petit axe de la Terre est au grand axe, comme 177 est à 178. Ce rapport, adopté par M. de Maupertuis, donne pour valeur du demi-grand axe de la Terre, 100565 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. Les Astronomes ne sont pas d'accord sur ces quantités. Newton a conclu, d'après la théorie des forces centrifuges combinées avec l'attraction, que les axes doivent être entre eux comme 230 est à 231; cette conséquence suppose la Terre primitivement fluide & homogène. Le demi-grand axe de notre globe seroit alors de 100438 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. D'autres Astronomes ont adopté le rapport moyen de 199 à 200; & ils supposent le demi-grand axe de la Terre de 100501 parties. Je n'examinerai point laquelle de ces opinions est la mieux fondée; cette question m'écarteroit trop de mon objet. D'ailleurs, il faudroit peut-être examiner avant tout, si la Terre est un sphéroïde parfait, & si l'excentricité de ses différens méridiens est absolument la même.

Quoi qu'il en soit, je me propose dans cette section de déterminer l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en supposant que l'on se soit trompé sur le rapport des axes de la Terre.

Je fais plus, je démontre comment on peut, sans rien changer aux formules, avoir égard à la supposition que les méridiens terrestres ne sont pas des ellipses parfaites. Je ferai voir aussi comment il est possible d'avoir égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuse, que je croirois que c'est à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(89.) Soit

s le sinus, c le cosin. } de la latitude corrigée. s' le sinus, c' le cosin. } de la latitude vraie.

J'ai fait voir *(II.e Mémoire, §. 18)* que l'on a les équations suivantes, *Année 1764.*

$$\rho \times \frac{s}{c} = r \times \frac{s'}{c'}; \qquad s^2 + c^2 - r^2 = 0;$$

donc

$$c = \frac{\rho r c'}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}; \qquad s = \frac{r^2 s'}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on substitue ces valeurs dans les équations

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \rho \omega}{r^3} + \frac{c h p \rho \varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4};$$

On aura

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q \varphi s'}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{g \rho^2 \omega c'}{r^2(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p \rho^2 \varphi c'}{r^3(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q \omega s'}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{g \rho^2 \varphi c'}{r^2(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p \rho^2 \omega c'}{r^3(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on différencie ces nouvelles expressions de A & de F, en ne regardant comme variable que la quantité ρ;

on aura

$$dA = \begin{cases} + \dfrac{q\varphi c'^2 s' \rho}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho + \dfrac{2 g \omega c' \rho}{r^2 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\rho - \dfrac{g \omega c'^3 \rho^3}{r^2 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho \\ + \dfrac{2 h p \varphi c' \rho}{r^3 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\rho - \dfrac{h p \varphi c'^3 \rho^3}{r^3 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho. \end{cases}$$

$$dF = \begin{cases} + \dfrac{q\omega c'^2 s' \rho}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho - \dfrac{2 g \varphi c' \rho}{r^2 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\rho + \dfrac{g \varphi c'^3 \rho^3}{r^2 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho \\ + \dfrac{2 h p \omega c' \rho}{r^3 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\rho - \dfrac{h p \omega c'^3 \rho^3}{r^3 (\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\rho. \end{cases}$$

Mais $\rho c' s - r c s' = 0$; $(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{\rho r c'}{c}$;

$$(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{\rho^3 r^3 c'^3}{c^3} = \frac{\rho^3 r^3 c'^2}{c^2} \times \frac{r s'}{\rho s} = \frac{\rho^2 r^4 c'^2 s'}{c^2 s};$$

donc

$$dA = \frac{q\varphi c^2 s}{r^4 \rho}\, d\rho + \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi}{r^4}\right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2}\right) d\rho;$$

$$dF = \frac{q\omega c^2 s}{r^4 \rho}\, d\rho - \left(\frac{c g \varphi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4}\right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2}\right) d\rho:$$

Relativement au Problème qui nous occupe, A & F ſont les ſeules quantités qui doivent être regardées comme inconnues; puiſque ce ſont les ſeules qui renferment la variable ρ; car la variation de E ne doit point entrer en ligne de compte dans toutes ces queſtions, ainſi que je l'ai démontré (§. 51). On a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{n r}\, dF - \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A\, dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{n r}\, dF \pm \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A\, dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Soit

$$P = \overset{(P\,1)}{\frac{q\omega c^2 s}{r^3 \rho}} - \overset{(P\,2)}{\frac{c g \varphi}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right)} + \overset{(P\,3)}{\frac{c h p \omega}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right)};$$

$$Q = \overset{(Q\,1)}{\frac{q\varphi c^2 s}{r^3 \rho}} + \overset{(Q\,2)}{\frac{c g \omega}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right)} + \overset{(Q\,3)}{\frac{c h p \varphi}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right)};$$

Les valeurs de dA & de dF deviendront

$$dA = \frac{Q}{r}\, d\rho; \qquad dF = \frac{P}{r}\, d\rho.$$

Soit $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) $= d\rho$; c'est-à-dire, soit

$a \times d$ (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties.

Soit de plus

$$\varpi = \overset{(\varpi\, 1)}{\frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P} - \overset{(\varpi\, 2)}{\frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

$$\varpi = \overset{(\varpi\, 1)}{\frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P} + \overset{(\varpi\, 2)}{\frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}}.$$

On aura

$dY = \varpi\, d$ (demi-grand axe terrestre).

$dy = \varpi\, d$ (demi-grand axe terrestre).

(90.) J'ai dit (*§. 89*) que $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) exprime l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties. On voit par-là que a est une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon terrestre, & que d (demi-grand axe terrestre) est le coëfficient numérique de ce cent millième. Comme j'ai toujours supposé, dans cet Ouvrage, que le rayon terrestre a pour logarithme 10,0000000; a, qui en est le cent millième, aura pour logarithme 5,0000000.

(91.) Rien de plus simple que d'évaluer dans tous les cas la quantité d (demi-grand axe terrestre).

Soit

ρ le demi-grand axe employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

ρ' le demi-grand axe que l'on croit devoir substituer à cette première valeur.

on aura

d (demi-grand axe terrestre) $= \rho' - \rho$.

Pour nous éclaircir par un exemple, cherchons quelle doit être

la valeur de d (demi-grand axe terreſtre) dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique. Il eſt évident que dans ce cas, $\varrho = 100565$, $\varrho' = 100000$; on aura donc

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} +\ 100000 \\ -\ 100565 \end{matrix}\right\} = -\ 565.$$

Par une raiſon ſemblable, ſi l'on ſuppoſe les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231; il faudra faire

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} +\ 100438 \\ -\ 100565 \end{matrix}\right\} = -\ 127.$$

Si l'on ſuppoſe les axes de la Terre, dans le rapport de 199 à 200, on aura

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} +\ 100501 \\ -\ 100565 \end{matrix}\right\} = -\ 64.$$

On ne doit plus maintenant être embarraſſé dans aucun cas poſſible.

(92.) Nous remarquerons ici que les quantités ϖ & ω expriment des ſecondes de temps. Un coup d'œil ſuffit pour s'en convaincre: en effet, ϖ & ω ont pour valeurs, trois mille ſix cents ſecondes multipliées par des quantités linéaires de dimenſion nulle.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

P.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} &\text{(P 1.)} \\ \frac{q\omega}{r^3\rho} &= -\ 20,3219616. \\ &\text{(P 2.)} \\ \frac{\varphi}{r^3} &= -\ 20,0571011. \\ &\text{(P 3.)} \\ \frac{p\omega}{r^4} &= -\ 21,3941178. \end{aligned}\right.$$

Q.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} &\text{(Q 1.)} \\ \frac{q\varphi}{r^3\rho} &= -\ 20,0610825. \\ &\text{(Q 2.)} \\ \frac{\omega}{r^3} &= -\ 20,3179802. \\ &\text{(Q 3.)} \\ \frac{p\varphi}{r^4} &= -\ 21,1332387. \end{aligned}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600''\zeta a}{n r^4} = -\ 9,1490219.$$

EXEMPLE.

(93). *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, employée dans le calcul* du terme hypothétique (§. 68); *on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

s = sinus 51d 21′ 33″ . . posit.
c = cosin. 51. 21. 33 . . . posit.
g = sinus 316. 8. 15 . . . négat.
h = cosin. 316. 8. 15 . . . posit.
$A = -\ 12801.$
$\frac{s^2}{r} = +\ 61007.$

Log. $\left\{ \begin{aligned} c^2 s &= +\ 29{,}4836690. \\ r + \frac{s^2}{r} &= +\ 10{,}2068450. \\ cg\left(r + \frac{s^2}{r}\right) &= +\ 29{,}8430234. \\ ch\left(r + \frac{s^2}{r}\right) &= +\ 29{,}8602720. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} &= -\ \ 0{,}6344701. \end{aligned} \right.$

Donc

TYPE du Calcul.

$$P = +\ (P\ 1) + (P\ 2) + (P\ 3).$$

(P 1)	(P 2)	(P 3)
+ 29,4836690...log. $c^2 s$.	+ 29,8430234...log. $cg\left(r + \frac{s^2}{r}\right)$.	+ 29,8602720...log. $ch\left(r + \frac{s^2}{r}\right)$.
− 20,3219616.	− 20,0571011.	− 21,3941178.
9,1617074...log. 14511.	9,7859223...log. 61083.	8,4661542...log. 2925.

$$P = +\ 78519 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{log. } P = 9{,}8949748.$$

$$Q = +\ (Q\,1) - (Q\,2) + (Q\,3).$$

(Q 1)	(Q 2)	(Q 3)
+ 29,4836690...log. $c^2 s$.	+ 29,8430234...log. $cg\left(r + \frac{s^2}{r}\right)$.	+ 29,8602720...log. $ch\left(r + \frac{s^2}{r}\right)$.
− 20,0610825.	− 20,3179802.	− 21,1332387.
9,4225865...log. 26460.	9,5250432...log. 33500.	8,7270333...log. 5334.

$$Q = -\ 1706 \ldots\ldots\ldots \text{log. } Q = 8{,}2319790.$$

$$\varpi = + (\varpi 1) - (\varpi 2).$$

$(\varpi 1)$	$(\varpi 2)$
+ 9,8949748...log. P.	+ 8,2319790...log. Q.
− 9,1490219.	− 0,6344701...log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
+ 0,7459529...log. 0",056.	+ 7,5975089.
	− 9,1490219.
	− 1,5515130...log. { d'une quantité négligeable §. 8.

$$\varpi = + 0'',056.$$

$$dY = + 0'',056 \; d \text{ (demi-grand axe terrestre)}.$$

On voit, par ce calcul, que l'excentricité plus ou moins grande de notre globe, influe d'une manière sensible sur le résultat. Si l'on supposoit la Terre sphérique, on auroit (§. 91)

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = -565;$$

& par conséquent

$$dY = -0'',056 \times 565 = -31'',640.$$

L'observatoire de M. Short seroit de 31",640 de temps plus occidental que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

Si l'on suppose les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231, on aura (§. 91) d (demi-grand axe) $= -127$; donc

$$dY = -0'',056 \times 127 = -7'',112.$$

L'observatoire de M. Short sera, dans cette hypothèse, plus occidental de 7" de temps que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

Méthode pour avoir égard au défaut d'ellipticité parfaite des Méridiens terrestres; & à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer.

(94.) J'ai supposé, dans cet Ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques; cette supposition peut renfermer quelqu'inexactitude. Je remarquerai cependant que la figure elliptique étant

étant donnée par la théorie, en ſuppoſant la Terre primitivement fluide & homogène, il eſt probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe. Les meſures géodéſiques que l'on a priſes dans les différentes parties de la Terre, dépoſent en faveur de cette opinion. Je vais faire voir qu'en ſuppoſant les méridiens terreſtres peu différens d'une ellipſe, il eſt poſſible, ſans erreur appréciable, de partir pour les calculs de l'hypothèſe elliptique.

(95.) On ſait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-deſſus du niveau de la mer. Cette élévation de l'Obſervateur doit certainement influer d'une manière quelconque ſur l'obſervation. Quelque légère que l'on ſuppoſe l'erreur du réſultat dûe à cette cauſe, elle n'eſt pas nulle, & s'il eſt poſſible de l'éviter, par un calcul ſimple & facile, on ne doit pas s'en diſpenſer. Je me propoſe donc de démontrer également comment on peut avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus du niveau de la mer.

Soit C le centre de la Terre; P le pôle; PC le rayon terreſtre paſſant par le pôle; $E'CE$ l'équateur. Par les points P, p, & dans le plan $PEpE'$, je trace l'ellipſe $Pf\epsilon p\epsilon'$, dont je ſuppoſe les axes dans le rapport de r à ϱ. J'appellerai deſormais cette ellipſe, l'*ellipſe primitive.* Par le point f, je mène la normale fV à l'ellipſe $Pf\epsilon p$, qui rencontre le petit axe Pp de l'ellipſe au point V, & l'Obſervateur au point O, que je ſuppoſe ſitué dans le prolongement de cette normale. Je trace le cercle inſcrit $Pf'p$ & j'abaiſſe ſur PC la perpendiculaire $f''f'f$. Fig. 5.

Si l'Obſervateur étoit à la circonférence de l'*ellipſe primitive*, les points f, O ſeroient confondus; mais quoique le point O ne faſſe pas partie de l'ellipſe $Pf\epsilon p$, il eſt poſſible d'imaginer qu'il eſt à la circonférence d'une autre ellipſe que j'appellerai l'*ellipſe hypothétique*, & dont les axes ne ſont plus dans le rapport de r à ϱ, mais dans le rapport de r à $\varrho + d\varrho$; examinons la relation qu'il peut y avoir entre la quantité fO, & la valeur de $d\varrho$.

Soit

c le coſinus de la latitude corrigée, c' le coſinus de la latitude vraie.

Puiſque la perpendiculaire $f''f'fF$ rencontre le cercle inſcrit

Fig. 5. au point f', l'*ellipse primitive* au point f, & l'*ellipse hypothétique* au point F. Par la nature de l'ellipse on a $f''f' = c$, $f''f = \frac{c\rho}{r}$, $f''F = \frac{c(\rho + d\rho)}{r}$; donc $Ff = \frac{cd\rho}{r}$; de plus l'Observateur situé au point O de l'*ellipse hypothétique*, a sans erreur appréciable la même latitude que l'Observateur qui se trouveroit au point f de l'*ellipse primitive*, puisque la pesanteur au point O doit, sans erreur sensible, prendre la direction de la normale fV à l'*ellipse primitive*; l'angle FfO représente donc la latitude vraie de l'Observateur; donc si du point F l'on abaisse sur la normale fV la perpendiculaire FO', l'angle $O'Ff$ sera égal au complément de la latitude. Soit $X = fO'$; puisque $fF = \frac{cd\rho}{r}$, on aura $\frac{cd\rho}{r} : X :: r : c'$, & par conséquent $d\rho = \frac{r^2X}{cc'} = \frac{r^2X}{c^2}$; car on peut supposer, sans erreur, $c' = c$.

(96.) Il est aisé de sentir que X n'est autre chose que la distance de l'Observateur au point correspondant de l'*ellipse primitive*, exprimée en parties aliquotes du demi-petit axe terrestre. En effet, par la propriété de l'ellipse, celle des droites qui, menée par le point F, rencontreroit l'Observateur, fait avec la ligne fF un angle dont la tangente est à la tangente du complément de la latitude comme ρ est à $\rho + d\rho$; $d\rho$ ne peut être qu'une quantité peu considérable relativement au globe que nous habitons; une petite élévation de l'Observateur ne donneroit une grande valeur à $d\rho$, que vers le pôle où certainement on n'observe pas; ce dernier angle peut donc se confondre avec le complément de la latitude; & par conséquent, fO' égale la distance de l'Observateur à l'*ellipse primitive*. Il n'est pas facile de déterminer exactement cette distance; je croirois cependant que l'on peut prendre pour cette valeur l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer, sous la même latitude. Dans tous les calculs, r exprime le rayon de la Terre; on sait que ce rayon contient environ 1432 lieues de 2282 toises chacune; chaque cent millième partie du rayon terrestre contiendra donc 32,678 toises. Si l'on conserve la définition de a & de d (demi-grand axe terrestre) des §. 89, 90

& *91*; j'ai fait voir que l'on a l'équation ſuivante Fig. 5.

$$a \times d(\text{demi-grand axe terreſtre}) = d\rho.$$

L'équation du *§. précédent*, deviendra donc

$$d(\text{demi-grand axe terreſtre}) = \frac{r^2 X}{a c^2}.$$

Soit maintenant

a' le coëfficient numérique de l'élévation de l'Obſervateur, au-deſſus du niveau de la mer, exprimée en toiſes.

Comme d'après mes conſtructions, a eſt une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon terreſtre, & que X eſt une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus du niveau de la mer; on aura $a : X :: 32{,}678 : a'$; donc

$$d(\text{demi-grand axe terreſtre}) = \frac{r^2}{c^2} \times \frac{a'}{32{,}678}.$$

(97.) Si l'Obſervateur étoit au point F, la correction précédente ſuffiroit; mais l'Obſervateur eſt réellement au point O, c'eſt-à-dire à l'extrémité de l'ordonnée OK correſpondante à une latitude corrigée, plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Pour y avoir égard, on ajoutera à cette première correction celle qui proviendra des équations du *§. 85*, dans leſquelles on ſuppoſera

$$d(\text{latitude de l'Obſervateur}) = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

SECTION HUITIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude.*

(98.) On ſait que l'inclinaiſon de l'orbite corrigée dépend du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; cette inclinaiſon (*§. 1.er*) eſt donnée par l'équation ſuivante,

$$\text{Tangente de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée} = \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. horaire de la Lune en latitude évalué en ſecondes de degré}}{\text{ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}.$$

Il paroît aſſez difficile, au premier coup-d'œil, d'élever quelque doute ſur cet élément, lorſqu'il eſt donné par de bonnes Tables aſtronomiques. Rien de plus plauſible, en effet, que le raiſonnement ſuivant. Il peut arriver qu'à un inſtant quelconque la latitude & la longitude calculées diffèrent de quelques ſecondes de l'obſervation; mais cette erreur eſt le réſultat de pluſieurs erreurs accumulées pendant une longue ſuite d'inſtans *ſucceſſifs*, & non pas un dérangement ſubit dans les mouvemens horaires: il eſt donc très-probable que cette même différence ſe retrouvera encore une heure après la première obſervation, & que par conſéquent les mouvemens ſont bien déterminés. Quelque concluant que paroiſſe ce raiſonnement, comme de fait les différentes Tables aſtronomiques ne donnent pas les mêmes mouvemens horaires, ainſi que je le ferai voir *(§. 106)*; je vais donner une formule pour avoir égard à la différence d'inclinaiſon de l'orbite.

(99.) Puiſque A & F ſont les ſeules grandeurs qui, dans le cas que nous examinons, renferment les variables, on a

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{AdA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{AdA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

De plus, puiſque

$$\left.\begin{array}{l}\theta = \text{ſinus}\\ \psi = \text{coſinus}\end{array}\right\}\text{de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.}$$

& que d'ailleurs

$$\omega = \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{q} \qquad \varphi = \frac{\psi\Omega - \theta\chi}{q};$$

il eſt ſenſible que les variables du Problème ſont $\theta, \psi, \varphi, \omega$; donc

$$dF = \frac{ld\theta}{\zeta} - \frac{qsd\omega}{r^2} - \frac{cg\rho d\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho d\omega}{r^4};$$

$$dA = \frac{ld\psi}{\zeta} - \frac{qsd\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho d\omega}{r^3} + \frac{chp\rho d\varphi}{r^4};$$

Mais

$$d\omega = \frac{\Omega d\theta + \chi d\psi}{q} = + \frac{(\psi\Omega - \theta\chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = + \frac{\varphi d\theta}{\psi}.$$

$$d\varphi = \frac{\Omega d\psi - \chi d\theta}{q} = - \frac{(\theta\Omega + \psi\chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = - \frac{\omega d\theta}{\psi}.$$

D'ailleurs ſi l'on nomme

d (inclinaiſon de l'orbite corrigée) l'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite évaluée en ſecondes de degré;

on fait que

$$206265'' d\theta - \psi d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)} = 0;$$

$$206265'' d\psi + \theta d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)} = 0;$$

donc

$$dF = + \frac{d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\varphi}{r^4}\right).$$

$$dA = - \frac{d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\omega}{r^4}\right).$$

Soit donc

$$\mu = + \overset{(\mu\ 1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A} + \overset{(\mu\ 2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

$$\mu = + \overset{(\mu\ 1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A} - \overset{(\mu\ 2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

on aura

$$dY = \frac{\mu}{r} d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)};$$

$$dy = \frac{\mu}{r} d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)}.$$

Je donnerai (*§. 101*) une équation pour déterminer la valeur & le ſigne de d (inclinaiſon de l'orbite).

Il n'eſt point néceſſaire, relativement à la recherche préſente; de former de nouvelles Tables des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764; on peut ſe ſervir pour A & pour F, de la Table du *§. 67*. Nous avons vu d'ailleurs que

$$\text{Log.} \frac{3600''\zeta}{206265''n} = - 1{,}4634475.$$

EXEMPLE.

(100.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764; on ſe ſoit trompé ſur le rapport des mouvemens horaires; on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat du* terme hypothétique *du §. 68*.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$A = -\ 12801.\quad F = +\ 9896. \qquad \text{Log.}\left\{\begin{array}{l} A = +\ 9{,}1072439. \\ F = +\ 8{,}9954597. \\ \dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\mu = -(\mu 1) - (\mu 2).$$

$(\mu 1)$

$+\ 9{,}1072439\ldots\log. A.$
$-\ 1{,}4634475.$
$7{,}6437964\ldots\log. 440.$

$(\mu 2)$

$+\ 8{,}9954597\ldots\log. F.$
$-\ 0{,}6344701\ldots\log. \dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$
$+\ 8{,}3609896.$
$-\ 1{,}4634475.$
$6{,}8975421\ldots\log. 79.$

$$\mu = -\ 519.$$

$$dY = -\ 0{,}005\ d\ (\text{inclinaison de l'orbite corrigée}).$$

Détermination de la quantité d (inclinaison de l'orbite).

(101.) Puisque l'inclinaison de l'orbite relative n'est pas donnée directement par les Tables astronomiques, & qu'il faut la conclure du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; j'ai cru qu'il étoit à propos de donner une formule pour exprimer la variation de cette inclinaison, en supposant que les mouvemens horaires varient d'une petite quantité.

Si l'on différencie l'expression de l'inclinaison de l'orbite relative du §. 98, on aura

$$d\ (\text{tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée}) =$$

$$\text{tang. (inclin. de l'orbite corr.)} \times \left\{\begin{array}{l} +\ \dfrac{d\ (\text{mouv. horaire de la Lune en latit.})}{\text{mouv. horaire de la Lune en latit.}} \\ -\ \dfrac{d\ \text{sin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}}{\text{sin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}} \end{array}\right.$$

Si donc l'on confond le ſinus du mouvement horaire de la Lune au Soleil avec le mouvement horaire de la Lune au Soleil, attendu l'erreur inappréciable que cette ſuppoſition introduit dans le calcul; que de plus l'on nomme

d (inclinaiſon de l'orbite relative) l'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, évaluée en ſecondes de degré.

& que l'on ſubſtitue à *d* (tangente de l'inclinaiſon de l'orbite) les valeurs qui lui ſont trigonométriquement égales, on aura

$$d(\text{inclin. de l'orb.}) = 206265'' \frac{\psi\theta}{r^2} \times \left(\frac{d(\text{mouv. hor. ☾ en latit.})}{\text{mouv. hor. ☾ en latit.}} - \frac{d(\text{mouv. hor. ☾ au ☉})}{\text{mouv. hor. ☾ au ☉}} \right).$$

(102.) Dans l'uſage de la formule du *paragraphe précédent*, il eſt eſſentiel de ne pas ſe tromper ſur le ſigne des quantités qui la compoſent.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude eſt poſitif, lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant; il eſt négatif, lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud deſcendant.

Le mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt toujours poſitif.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) eſt poſitif, lorſque dans le nœud aſcendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude eſt plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite, ou lorſque, dans le nœud deſcendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude eſt plus petit que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) eſt négatif dans les cas contraires.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt poſitif, lorſque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt négatif dans le cas contraire.

θ & ψ ont le ſigne déterminé par les remarques des *§. 1.er 3 & 5* de ce Mémoire.

d (inclinaiſon de l'orbite) a le ſigne déterminé par la formule du *paragraphe précédent.*

On n'oubliera pas que pour la facilité du calcul on doit évaluer en ſecondes & dixièmes de ſecondes de degré, les quantités *d* (mouv. hor. de la Lune en latit.), *d* (mouv. hor. de la Lune au Soleil), ainſi que les mouvemens horaires de la Lune en latitude, & de la Lune au Soleil.

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{206265'' \psi \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. ☾ en latit.)}} = 125; \quad \frac{206265'' \psi \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. ☾ au ☉)}} = 12,6.$$

On voit donc qu'une ſeconde d'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune en latitude, donne environ 125" d'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, tandis qu'une ſeconde d'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, ne donne qu'une erreur d'environ 12",6.

SECTION NEUVIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait point employé, dans le calcul, le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil.*

(103.) Quoique les Tables Aſtronomiques paroiſſent devoir donner avec beaucoup de préciſion les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, & par conſéquent le mouvement horaire de la Lune au Soleil; comme cependant ces Tables ne donnent pas toutes rigoureuſement la même quantité, on peut demander l'erreur du *terme hypothétique* de la longitude, en ſuppoſant que l'on croie devoir employer des mouvemens horaires un peu différens de ceux employés dans le premier calcul. Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème.

Puiſque dans le cas que nous conſidérons, n eſt la ſeule inconnue du Problème; ſi l'on différencie les équations du *ſ. 65*, on aura

$$dY = -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F + \sqrt{(L^2 - A^2)}]\, dn;$$

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F - \sqrt{(L^2 - A^2)}]\, dn.$$

On a vu *ſ. 1.er* que

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi}.$$

Donc

$$dn = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{d \text{ ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi};$$

Soit

d(mouv. hor. ☾ au ☉) l'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en ſecondes de degrés.

Et

Et ſuppoſons, $\xi = r$, coſinus (mouvement horaire ☾ au ☉) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette ſuppoſition introduit dans le calcul; on aura

$$d\eta = \frac{r^3}{206265'' + \pi} \times d\,(\text{mouvement horaire ☾ au ☉}).$$

Donc ſi l'on ſuppoſe

$$Z = -\overset{(Z\,1)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times F - \overset{(Z\,2)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times \sqrt{(L^2 - A^2)},$$

$$z = -\overset{(Z\,1)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times F + \overset{(Z\,2)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times \sqrt{(L^2 - A^2)},$$

On aura

$$dY = \frac{Z}{r}\, d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

$$dy = \frac{z}{r}\, d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

(104.) Dans l'uſage de ces formules,

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt poſitif, lorſque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt négatif dans le cas contraire.

Il n'eſt pas néceſſaire, relativement à la recherche préſente, de former de nouvelles Tables des quantités conſtantes de l'Éclipſe; on peut ſe ſervir, pour déterminer A, F, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67;* je remarquerai ſeulement que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi} = + 0{,}6384484.$$

EXEMPLE.

(105.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

$$\left.\begin{array}{r} F = + \ 9896. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = + \ 55171. \end{array}\right\} \text{Log.} \left\{\begin{array}{r} F = 8{,}9954597. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = 9{,}7417140. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Xi = -(\Xi\,1) - (\Xi\,2).$$

$(\Xi\,1)$	$(\Xi\,2)$
$+$ 8,9954597...log. F.	$+$ 9,7417140...log. $\sqrt{(L^2 - A^2)}$.
$+$ 0,6384484.	$+$ 0,6384484.
9,6339081...log. 43043.	10,3801624...log. 239973.

$$\Xi = -\ 283016.$$

$dY = -\ 2{,}830\ d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).

On voit par ce calcul que l'erreur d'une seconde sur le mouvement horaire produit en sens opposé une erreur de 2",830 sur la Longitude.

(106.) J'ai dit que les différentes Tables astronomiques ne donnent pas précisément les mêmes mouvemens horaires; pour se convaincre de cette vérité, il suffira de jeter les yeux sur le Tableau suivant.

DATE DES ÉCLIPSES.	MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Longitude. Suivant M. MAYER.	Suivant M. CLAIRAUT.	MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Latitude. Suivant M. MAYER.	Suivant M. CLAIRAUT.
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
Éclipses du 1.er Avril 1764...	29. 40,2	29. 39,0	2. 43,5	2. 44,0
Éclipses du 5 Août 1766...	29. 29,1	29. 28,0	2. 42,9	2. 41,2
Éclipses du 4 Juin 1769...	37. 55,0	37. 58,5	3. 27,0	3. 26,5

Dans cette dernière Éclipse, la différence seroit encore plus

considérable si l'on comparoit les mouvemens horaires des Tables des Institutions. D'après un calcul qui m'a été communiqué par M. le Monnier, ces mouvemens sont de 38′ 1″,5 en longitude, & de 3′ 28″,5 en latitude; de sorte que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, tiré des Tables des Institutions, diffère de 6″,5 de celui que donnent les nouvelles Tables de Mayer. Cette remarque doit faire sentir que l'on doit être en garde sur les conclusions que l'on pourroit tirer des observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769.

(107.) Je finis par une remarque importante. Si l'on calcule, pour le 4 Juin 1769, la longitude de la Lune correspondante à 8h 27′ 40″ du matin, temps moyen à Paris, on aura les résultats suivans.

Tables des INSTITUTIONS.	*Tables de* M. CLAIRAUT.	*Tables de* MAYER.
2s 13d 48′ 22″	2s 13d 50′ 43″	2s 13d 51′ 10″

On voit, par cette comparaison, que les Tables qui donnent à la Lune une longitude moins avancée, donnent à cet astre un mouvement horaire plus considérable, afin probablement de se rapprocher dans les instans suivans. Je laisse aux Astronomes à éclaircir ces difficultés.

SECTION DIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction.*

(108.) Quoiqu'au premier coup-d'œil la détermination de l'erreur du *terme hypothétique* de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction, paroisse devoir faire l'objet de deux Problèmes différens, ces questions ont cependant une si grande analogie entr'elles, qu'on peut les réunir dans une

ſeule formule, ainſi qu'on le verra par la ſuite. Je vais d'abord déterminer ce qui regarde la parallaxe du Soleil.

Calcul dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil.

(109.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil, π' & par conſéquent ζ ſeront les ſeules inconnues du Problème; mais ſi l'on jette les yeux ſur les valeurs de A, F & L du *§. 61*, il ſera aiſé de ſe convaincre que ces grandeurs renferment la quantité ζ; il faudra donc, dans la queſtion préſente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du *§. 65*,

$$dY = \begin{cases} + \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600''\zeta}{nr} dF + \frac{3600''}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}\, d\zeta \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600''\zeta}{nr} dF - \frac{3600''}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}\, d\zeta \\ - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

Relativement au Problème dont il s'agit,

$dF = -\frac{\theta l d\zeta}{\zeta^2}$; $dA = -\frac{\psi l d\zeta}{\zeta^2}$; $dL = -\frac{L d\zeta}{\zeta}$.

On a vu (*§. 1.er*) que $\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$; donc $d\zeta = -\frac{\xi d\pi'}{\pi} = -\frac{r d\pi'}{\pi}$, attendu l'erreur inappréciable que la ſuppoſition de $\xi = r$ introduit dans le calcul.

Soit

d (parallaxe horiz. du ☉) l'erreur ſur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

Puiſque l'on peut confondre ſans erreur la différencielle du ſinus de la parallaxe du Soleil avec la différencielle de cette parallaxe, & que par conſéquent $206265'' d\pi' - rd$ (parall. horiz. ☉) $= 0$, on aura

$$d\zeta = -\frac{r^2}{206265''\pi} \times d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}).$$

$$dY \mp \frac{3600''r}{206265''n\pi} \times \left\{\begin{array}{l} -F + \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{L^2}{\sqrt{(L^2-A^2)}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2-A^2)}} \end{array}\right\} d(\text{par. horiz. } \odot)$$

$$dy = \frac{3600''r}{206265''n\pi} \times \left\{\begin{array}{l} -F + \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \frac{L^2}{\sqrt{(L^2-A^2)}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2-A^2)}} \end{array}\right\} d(\text{par. horiz. } \odot)$$

Calcul dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

(110.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction, π ſera la ſeule inconnue du Problème; mais ſi l'on jette les yeux ſur les valeurs de n, l, A, F, L, (*§. 1.er & 61*)*, il ſera aiſé de ſe convaincre que ces grandeurs renferment la quantité π; il faudra donc, dans la queſtion préſente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du *§. 65*,

$$dY = \left\{\begin{array}{l} -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F + \sqrt{(L^2 - A^2)}]\, dn \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times (dF + \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}). \end{array}\right.$$

$$dy = \left\{\begin{array}{l} -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F - \sqrt{(L^2 - A^2)}]\, dn \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times (dF - \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}). \end{array}\right.$$

Mais (*§. 1.er*)

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſin. (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi};$$

$$l = r \times \frac{\text{ſin. (latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction)}}{\pi};$$

* ζ paroît également renfermer la quantité π; on doit cependant, dans la préſente queſtion, le regarder comme connu, conformément à la remarque du *§. 53*.

Donc

$$dn = - n \frac{d\pi}{\pi};\ dl = - l \frac{d\pi}{\pi};\ dF = - \frac{\theta l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};$$

$$dA = - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};\ dL = - L \frac{d\pi}{\pi}.$$

Soit maintenant

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut confondre sans erreur la différencielle du sinus de la parallaxe de la Lune avec la différencielle de cette parallaxe, & que par conséquent $206265'' d\pi - rd(\text{parall. horiz. pol. ☾}) = 0$; on aura

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi} \times \left\{ \begin{array}{l} + F - \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \end{array} \right\} d(\text{par. hor. pol. ☾})$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi} \times \left\{ \begin{array}{l} + F - \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \end{array} \right\} d(\text{par. hor. pol. ☾})$$

Réunion des deux Calculs des §. 109 *&* 110.

(111.) On sait que l'incertitude sur la parallaxe horizontale du Soleil est une quantité très-petite. Il est donc absolument indifférent que les quantités dY, dy du *§. 109*, aient pour coëfficient $\frac{3600'' r}{206265'' n\pi}$, ou $\frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi}$; on peut par conséquent réunir les deux calculs des *§. 109* & *110*.

Soit

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} + \overset{(\Gamma 1)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times (F - \frac{\theta l}{\zeta})} + \overset{(\Gamma 2)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}} \\ - \underset{(\Gamma 3)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}} + \underset{(\Gamma 4)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}} \end{array} \right.$$

$$\Gamma = \begin{cases} +\ \overset{(\Gamma\ 1)}{\dfrac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi}} \times \left(F - \dfrac{\theta l}{\zeta}\right) - \overset{(\Gamma\ 2)}{\dfrac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi}} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ +\ \overset{(\Gamma\ 3)}{\dfrac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi}} \times \dfrac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \overset{(\Gamma\ 4)}{\dfrac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi}} \times \dfrac{\psi l}{\zeta}\, \dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

On aura

$$dY = \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

$$dy = \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

(112.) Dans l'uſage de ces formules,

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) eſt poſitif, lorſque la véritable parallaxe horizontale de la Lune eſt plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) eſt négatif dans les cas contraires.

On doit dire la même choſe de *d* (parallaxe horizontale du Soleil).

Il n'eſt pas néceſſaire, relativement à la recherche préſente, de former de nouvelles Tables des quantités conſtantes de l'Éclipſe; on peut ſe ſervir, pour déterminer A, F, $F - \frac{\theta l}{\zeta}$, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67*. Je remarquerai ſeulement que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \dfrac{\psi l}{\zeta} = +\ 9{,}8635332. \\ \dfrac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi} = +\ 0{,}3402496. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(113.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du* terme hypothétique *les véritables parallaxes horizontales de la Lune & du Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$\left.\begin{array}{rl} F = & +\ \ 9896. \\ \frac{\theta l}{\zeta} = & +\ \ 7342. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = & +\ \ 2554. \\ A = & -\ 12801. \\ L = & +\ 56637. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = & +\ 55171. \end{array}\right\} \text{Log.} \left\{\begin{array}{rl} A = & +\ 9{,}1072439. \\ L = & +\ 9{,}7531002. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = & +\ 8{,}4072209. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = & +\ 9{,}7417140. \\ \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = & +\ 9{,}7644864. \\ \frac{\psi l A}{\zeta \sqrt{(L^2 - A^2)}} = & +\ 9{,}2290671. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Gamma = +(\Gamma\,1) + (\Gamma\,2) - (\Gamma\,3) - (\Gamma\,4)$$

(Γ 1)

$+8{,}4072209\ldots\log.\ F - \frac{\theta l}{\zeta}.$

$+0{,}3402496.$

$8{,}7474705\ldots\log.\ 5591.$

(Γ 2)

$+\ 9{,}7417140\ldots\log.\ \sqrt{(L^2 - A^2)}.$

$+\ 0{,}3402496.$

$10{,}0819636\ldots\log.\ 120771.$

(Γ 3)

$+\ 9{,}7644864\ldots\log.\ \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$

$+\ 0{,}3402496.$

$10{,}1047360\ldots\log.\ 127273.$

(Γ 4)

$+\ 9{,}2290631\ldots\log.\ \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$

$+\ 0{,}3402496.$

$9{,}5693127\ldots\log.\ 37095.$

$$\Gamma = -\ 38006.$$

$$dY = -\ 0{,}380\ d\,(\text{parall. horiz. pol.}\ ☾) + 0{,}380\ d\,(\text{parall. horiz.}\ ☉).$$

(114.) La présente recherche a quelqu'affinité avec celle de la section précédente. En effet, il est bien sensible que la variation de la parallaxe horizontale de la Lune doit influer sur le mouvement horaire de la Lune, & par conséquent sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil. On démontre en Astronomie que l'on a à peu près la relation suivante.

$$\frac{200000}{2897} \times d\,(\text{parall. horiz. pol. de la}\ ☾) = \frac{r\ d\,(\text{mouv. hor. de la}\ ☾\ \text{au}\ ☉)}{\text{parallaxe horiz. polaire de la Lune}}.$$

Au

Au moyen de cette dernière relation, on pourroit éliminer *d* (mouv. hor. de la Lune au Soleil) dans les équations du *§. 103.* Au reste je ne vois pas trop où conduiroit cette simplification.

SECTION ONZIÈME.

Détermination de l'erreur de la Longitude donnée par le terme hypothétique, *en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction.*

(115.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique*, on n'ait pas employé la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Puisque dans le cas dont il s'agit, la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction est l'inconnue du Problème, l & par conséquent A & F sont les variables; on a donc

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\,dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\,dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dF = \frac{\theta dl}{\zeta}; \qquad dA = \frac{\psi dl}{\zeta}.$$

On a vu (*§. 1.er*) que

$$l = r \times \frac{\text{finus (latitude de la Lune à l'instant de la conjonction)}}{\pi}.$$

Si l'on différencie cette équation en supposant cosin. (latit. c) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; & que l'on nomme

d (latitude de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

on aura

$$dl = \frac{r^2}{206265''\,\pi}\,d\,\text{(latitude de la Lune)}.$$

Soit donc

$$\odot = \overset{(\odot\, 1)}{\frac{3600''\theta r^2}{206265'' n\pi}} - \overset{(\odot\, 2)}{\frac{3600''\psi r^2}{206265'' n\pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$\Theta = \overset{(\Theta\, 1)}{\frac{3600''\theta r^2}{206265'' n\pi}} + \overset{(\Theta\, 1)}{\frac{3600''\psi r^2}{206265'' n\pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

on aura

$$dY = \frac{\odot}{r}\, d\,(\text{latitude de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Theta}{r}\, d\,(\text{latitude de la Lune}).$$

(116.) Dans l'ufage de ces formules,

d (latitude de la Lune) eft pofitif, lorfque la véritable latitude de la Lune correfpondante à l'inftant de la conjonction, eft plus boréale ou moins auftrale que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (latitude de la Lune) eft négatif dans les cas contraires.

Il n'eft pas néceffaire de former de nouvelles Tables des quantités conftantes de l'Éclipfe, relativement à la queftion préfente, on peut fe fervir, pour déterminer A, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67;* je remarquerai feulement que lors de l'Éclipfe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{3600''\theta r^2}{206265'' n\pi} = + 21963. \quad \text{Log.}\ \frac{3600''\psi r^2}{206265'' n\pi} = + 10{,}3394059.$$

EXEMPLE.

(117.) *On fuppofe que, le 1.er Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du* terme hypothétique, *la véritable latitude de la Lune correfpondante à l'inftant de la conjonction; on demande la correction qu'il faut faire en conféquence au réfultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémifphère précédent* du difque du Soleil, à l'inftant de l'obfervation; on avoit de plus

$$A = -\ 12801 \ldots\ldots \text{log.}\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Theta = + (\Theta\ 1) + (\Theta\ 2) \ldots\ldots (\Theta\ 1) = 21963.$$

$(\Theta\ 2)$

+ 10,3394059.
− 0,6344701.

9,7049358...log. 50692.

$$\Theta = + 72655.$$

$dY = + 0{,}727\ d$ (latitude de la Lune).

(118.) J'ai dit *(§. 49)* que je donnerois un moyen facile pour rectifier, s'il étoit nécessaire, la légère erreur que l'on commet en confondant avec une ligne droite la véritable orbite relative de la Lune. Voici en quoi consiste cette méthode.

Soit $AGBDH$ l'horizon absolu parallèle au plan de projection ; AB l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'écliptique; G le centre de la Terre; $R\mu\mu$ l'orbite relative de la Lune considérée comme rectiligne; RmM l'orbite curviligne; $M\mu$, $m\mu$ la différence des ordonnées à ces deux orbites; b'' le nombre de secondes horaires écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire GR à l'orbite curviligne. J'ai fait voir *(§. 49)* que $M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 \psi l}{2r^5}$. Menons maintenant perpendiculairement à AGB la droite GL de sorte que le point L soit le point de l'orbite rectiligne $R\mu\mu$ correspondant à l'instant de la conjonction. Par le point M de l'orbite curviligne, menons la droite $M\lambda$ parallèlement à l'orbite rectiligne $LR\mu\mu$, & qui rencontre la droite GL au point λ. Puisque $\psi =$ sinus GLR & que $M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 \psi l}{2r^5}$, il est clair que $L\lambda$ aura pour expression $\frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 l}{2r^4}$; mais $L\lambda$ peut être supposé, sans erreur appréciable, égal à moins dl; donc *(§. 115)* Fig. 3.

$$-r^2 \times \frac{d\ (\text{latitude de la Lune})}{206265''\,\pi} = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 l}{2r^4};$$

donc

$$d\,(\text{latitude de la Lune}) = -\frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \cdot \pi^3 l}{2 r^6} \times 206265''.$$

On voit maintenant comment on pourroit employer les équations du *ſ. 115* à rectifier, s'il étoit néceſſaire, la ſuppoſition de l'orbite rectiligne. Il ne s'agiroit que de faire uſage, pour la latitude de la Lune, de la petite correction déterminée par l'équation précédente.

Si l'on vouloit faire uſage de la diſtance à la conjonction, rien de plus ſimple que la ſolution du Problème ; ſoit

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction. on a en général

$$b'' = b' + 3600'' \times \frac{\theta l}{n\gamma}.$$

SECTION DOUZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & ſur la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires.*

(119.) Quoiqu'au premier coup d'œil, la détermination de l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & ſur la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires, paroiſſe devoir faire l'objet de pluſieurs Problèmes différens; ces queſtions ont cependant une ſi grande analogie entr'elles qu'on peut les réunir dans une ſeule formule.

Relativement à toutes ces queſtions, il n'y a d'inconnue que la ſeule quantité qui renferme la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, l'inflexion des rayons ſolaires; on a donc en général,

$$dY = +\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\,;\ dy = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

On a vu (§. 61) que

$L = \frac{\sigma\tau'rE}{\pi\zeta\partial'} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$L = \frac{\sigma\tau'rE}{\pi\zeta\partial} + \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$L = \frac{\lambda rE}{\pi\zeta}$ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.

Je suppose que l'on a présent à l'esprit les définitions de ∂, ∂', σ, τ, τ', δ, λ du §. 61; & que de plus on se rappelle la remarque du §. 64.

Si l'on différencie la quantité L en confondant dans le calcul la différencielle du sinus des demi-diamètres du Soleil & de la Lune avec la différencielle de ces arcs; que l'on suppose de plus ∂, ∂', τ, τ', cosinus (parallaxe horizontale polaire de la Lune), cosinus (distance observée des centres) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que ces suppositions introduisent dans le résultat; & que l'on nomme

d (demi-diam. du Soleil) l'erreur sur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur sur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (inflexion) l'erreur sur la quantité d'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance des centres, évaluée en secondes de degré.

On aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi\zeta} \times [d\,(\text{demi-diam. du }\odot) + d\,(\text{inflexion}) - \frac{r}{E} \times d\,(\text{demi-diam. de la }☾)].$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi\zeta} \times [d\,(\text{demi-diam. du }\odot) - d\,(\text{inflexion}) + \frac{r}{E} \times d\,(\text{demi-diam. de la }☾)].$$

Distance quelconque des centres.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi\zeta} \times d\,(\text{distance des centres}).$$

Soit enfin

$$\Sigma = + \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \quad (\Sigma\ 1); \quad \Sigma = - \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \quad (\Sigma\ 1);$$

Et supposons $\frac{r}{E} = 1$, à cause de la petitesse du coëfficient d (demi-diamètre de la Lune), on aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. de la Lune}).$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) - \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) - \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{demi-diam. de la Lune}).$$

Distance quelconque des centres.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{distance des centres}); \qquad dy = \frac{\Sigma}{r} d\,(\text{distance des centres}).$$

(120.) Dans l'usage de ces formules,

d (demi-diam. du Soleil) est positif, lorsque le véritable demi-diamètre du Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (demi-diam. du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

On dira la même chose de d (demi-diamètre de la Lune), d (inflexion), d (distance des centres).

Il n'est pas nécessaire de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse, relativement à la recherche présente; on peut se servir, pour déterminer A, L, E, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du §. 67; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} = + 0,3415893.$$

EXEMPLE.

(121.) *On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la véritable valeur du demi-diamètre du Soleil, de l'inflexion des rayons solaires & du demi-diamètre horizontal de la Lune: on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; d'ailleurs le contact des limbes étoit extérieur; on avoit de plus

$$\left.\begin{array}{rl} A & = - 12801. \\ E & = + 99176. \\ L & = + 56637. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} & = + 55171. \end{array}\right\} \text{Log.} \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = + 10{,}0077928.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Sigma = + (\Sigma 1)$$

$$(\Sigma 1)$$

$$\begin{array}{rl} + & 0{,}3415893. \\ + & 10{,}0077928. \\ \hline + & 10{,}3493821 \ldots \text{log. } 223554. \end{array}$$

$$\Sigma = + 223554.$$

$dY = + 2{,}236 \times d$ (demi-diam. du ☉) $- 2{,}236\, d$ (inflexion) $+ 2{,}236\, d$ (demi-diam. de la ☾);

On voit par ce calcul que les demi-diamètres de la Lune & du Soleil, & la quantité de l'inflexion des rayons solaires, influent d'une manière sensible sur le résultat. On voit aussi par la forme des valeurs de dY, dy du §. 119, la démonstration de ce que j'ai avancé dans l'exposition de ce Mémoire, que si l'on ne considère que les contacts des limbes, il n'est pas indispensablement nécessaire d'admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. En effet, dans toutes les suppositions du §. 119, les quantités d (inflexion) & d (demi-diam. de la Lune)

ont un ſigne contraire avec le même coëfficient numérique; on donneroit donc également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans le demi-diamètre de la Lune.

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équation complète aux Longitudes.

(122.) J'ai épuiſé, ce me ſemble, toutes les façons poſſibles de faire varier les équations du §. 65; je puis donc déterminer maintenant l'équation complète aux Longitudes, en lui donnant la forme la plus générale dont elle ſoit ſuſceptible.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu *Z'* à l'inſtant de la conjonction. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a obſervé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu *Z'*.

z l'angle horaire du lieu *z'* à l'inſtant de l'obſervation. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées, depuis l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques juſqu'à l'inſtant de l'obſervation, ou calculé par la formule du §. 69.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{ps\varpi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{b'^2\gamma\pi}{3600''^2 r}.$$

$$L = \frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\vartheta} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial} + \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$L = \frac{\lambda r E}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'une diſtance quelconque des centres.

N =

$$N = \frac{\psi q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g \rho p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h \rho}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi}\right).$$

$$M = \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g \rho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h \rho}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right).$$

$$C = \frac{c g p \rho \omega}{r^4} + \frac{c h \rho \varphi}{r^3}.$$

$$D = \frac{c g p \rho \varphi}{r^4} - \frac{c h \rho \omega}{r^3}.$$

$$G = \frac{q \omega c}{r^2} - \frac{\rho \varphi g s}{r^3} + \frac{p \rho \omega h s}{r^4}.$$

$$H = \frac{q \varphi c}{r^2} + \frac{\rho \omega g s}{r^3} + \frac{p \rho \varphi h s}{r^4}.$$

$$P = \frac{q \omega c^2 s}{r^3 \rho} - \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \left(\frac{c g \varphi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4}\right).$$

$$Q = \frac{q \varphi c^2 s}{r^3 \rho} + \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi}{r^4}\right).$$

Soit de plus

Variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

Variat. hor. (décl. ☉) la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (déclin. ☉) l'erreur ſur la déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant de la conjonction, évaluée en ſecondes de degré.

d (inſtant de l'obſervation) l'erreur ſur l'inſtant précis de l'obſervation, évaluée en ſecondes horaires.

d (latitude de l'obſervatoire) l'erreur ſur la latitude du lieu, évaluée en ſecondes de degré.

d une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terreſtre) l'erreur ſur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terreſtre ſeroit repréſenté par 100000.

d (inclinaiſon de l'orbite corrigée) l'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, évaluée en ſecondes de degré.

d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) l'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (parallaxe horiz. pol. de la Lune) l'erreur ſur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

d (parallaxe horizontale du Soleil) l'erreur ſur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (latitude de la Lune) l'erreur ſur la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, évaluée en ſecondes de degré.

d (demi-diamètre du Soleil) l'erreur ſur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (inflexion) l'erreur ſur l'inflexion des rayons ſolaires, évaluée en ſecondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur ſur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

d (diſtance des centres) l'erreur ſur la diſtance obſervée des centres, évaluée en ſecondes de degré.

Soit enfin

Lorſqu'à l'inſtant de la phaſe obſervée, le centre de la Lune a été vu dans l'hémiſphère précédent *du diſque du Soleil.*

$$\epsilon = + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AM}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C + \frac{54000''\zeta}{206265''n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\beta = - \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AH}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\mu = + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Xi = - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times F - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times (F - \frac{\theta l}{\zeta}) + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi} - \frac{3600''\psi r^2}{206265''n\pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = \frac{3600''r^2}{206265''n\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Upsilon = z - L + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F + \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$dY = \begin{cases} -\dfrac{\nu\zeta}{206265'' n\pi} \times \dfrac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ + \dfrac{\nu}{3600''} \times \dfrac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \dfrac{\epsilon}{r}\, d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \dfrac{\Delta}{r}\, d \text{ (instant de l'observ.)} + \dfrac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude de l'Observatoire)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \dfrac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \dfrac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \dfrac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \dfrac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \dfrac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \\ \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉} + \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion)} - \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\ \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉)} - \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion)} + \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\ \textit{Distance quelconque des centres.} \\ + \dfrac{\Sigma}{r}\, d \text{ (distance des centres).} \end{cases}$$

*Lorsqu'à l'instant de la phase observée, le centre de la Lune a été vu dans l'*hémisphère suivant *du disque du Soleil.*

$$\epsilon = \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times N - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AM}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265'' n} \times C - \frac{54000''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\beta = -\frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times G - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AH}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P + \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\mu = + \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times A - \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{A F}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Xi = - \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times F + \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right) - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$\Theta = \frac{3600'' \theta r^2}{206265'' n \pi} + \frac{3600'' \psi r^2}{206265'' n \pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = - \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} \times \frac{L E}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times F - \frac{3600'' \zeta}{n r} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$dy =$

$+ \frac{b' \zeta}{206265'' n \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)

$+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r}$ var. hor. (déclin. du Soleil) $+ \frac{\epsilon}{r}$ d (déclin. du Soleil)

$+ \frac{\Delta}{r}$ d (inftant de l'obferv.) $+ \frac{\beta}{r}$ d (latitude de l'Obfervatoire)

$+ \varpi$ d (demi-grand axe terreftre) $+ \frac{\mu}{r}$ d (inclin. de l'orbite corr.)

$+ \frac{\Xi}{r}$ d (mouv. hor. de la ☾ au ☉) $+ \frac{\Gamma}{r}$ d (parall. horiz. pol. de la ☾)

$- \frac{\Gamma}{r}$ d (parall. horiz. du Soleil) $+ \frac{\Theta}{r}$ d (latitude de la Lune.)

Contacts intérieurs des limbes.

$+ \frac{\Sigma}{r}$ d (demi-diam. du ☉) $+ \frac{\Sigma}{r}$ d (inflexion) $- \frac{\Sigma}{r}$ d (demi-diam. de la ☾).

Contacts extérieurs des limbes.

$+ \frac{\Sigma}{r}$ d (demi-diam. du ☉) $- \frac{\Sigma}{r}$ d (inflexion) $+ \frac{\Sigma}{r}$ d (demi-diam. de la ☾).

Diftance quelconque des centres.

$+ \frac{\Sigma}{r}$ d (diftance des centres).

On aura

Longitude du lieu z' — longitude du lieu Z' $\begin{cases} = Y + dY. \\ = y + dy. \end{cases}$

(123.) Au lieu de déterminer la différence en longitude des lieux z' & Z', ſi l'on veut uniquement connoître l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'inſtant de la conjonction, on aura

$$\text{Heure que l'on compte dans le lieu } z' \text{ à l'inſtant de la conjonction} \begin{cases} = Y + Z + dY \\ = y + Z + dy \end{cases}$$

(124.) Lors de l'obſervation, ſi le centre de la Lune s'étoit trouvé dans la perpendiculaire à l'orbite relative, c'eſt-à-dire, dans le point de paſſage de l'*hémiſphère précédent* à l'*hémiſphère ſuivant;* comme alors $L^2 - A^2 = 0$, il eſt évident que ſi l'on ſuppoſe

$$\iota = \frac{3600''\zeta}{206265''n} N, \quad \Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} C, \quad \beta = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} G,$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} P, \quad \mu = \frac{3600''\zeta}{206265''n} A, \quad \Xi = -\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \sqrt{\pi}} F,$$

$$\Gamma = \frac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi} \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right), \quad \Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265'' n \pi};$$

on aura

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{n r} \times F.$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{\nu}{3600''} \times \frac{\iota}{r} \text{ var. hor. (déclin. du} \odot) + \frac{\iota}{r}\, d \text{ (déclin. du} \odot) \\ + \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (inſtant de l'obſerv.)} + \frac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude de l'obſervatoire)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} + \frac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au} \odot) + \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \end{cases}$$

(125.) Indépendamment de ces valeurs, la ſuppoſition de $L^2 - A^2 = 0$, donne encore une autre équation. Comme ce cas particulier, qui d'ailleurs eſt infiniment rare, me paroît plus particulièrement lié à une queſtion que je traiterai dans la ſuite, je ne m'étendrai pas davantage quant-à-préſent ſur ce Problème.

(126.) Si l'on applique dans toute ſa généralité mon analyſe à l'obſervation du commencement de l'Éclipſe faite à Londres

à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin, & que l'on cherche l'expression générale de la différence en longitude entre l'observatoire de M. Short & le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction, on aura

$$Y = +21^h 4' 33'' - 22^h 21' 28'' + 11' 42'' + 1^h 5' 15'' = +2''.$$

$$dY = \begin{cases} -0'',816 - 1'',344 + 0,018\, d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ +0,834 d \text{ (inst. du comm. de l'Éclipse)} - 0,030\, d \text{ (latit. de Londres)} \\ +0'',056 d \text{ (demi-grand axe terr.)} - 0,005\, d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} \\ -2,830\, d \text{ (mouv. hor. ☾ au ☉)} - 0,380\, d \text{ (parall. horiz. pol. ☾)} \\ +0,380\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + 0,727 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ +2,236\, d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 2,236\, d \text{ (inflexion)} \\ +2,236\, d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

Longitude de l'observatoire de M. Short moins longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ à l'instant de la conjonction =

$$Y + dY = \begin{cases} -0^h\ 0'\ 0'',160 + 0,018\, d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ +0,834 d \text{ (inst. du comm. de l'Éclipse)} - 0,030 d \text{ (latit. de Londres)} \\ +0'',056 d \text{ (demi-grand axe terr.)} - 0,005 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} \\ -2,830 d \text{ (mouv. hor. ☾ au ☉)} - 0,380\, d \text{ (parall. horiz. pol. ☾)} \\ +0,380\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + 0,727\, d \text{ (latit. de la Lune)} \\ +2,236\, d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 2,236\, d \text{ (inflexion)} \\ +2,236\, d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

(127.) Il est aisé de voir que les équations du §. 122, représentent tous les résultats possibles dans toutes les hypothèses d'élémens de l'Éclipse, ainsi que je l'ai annoncé dans l'exposition de ce Mémoire. On doit sentir combien cette forme d'équation est générale, & combien il seroit avantageux à la Géographie que les longueurs de calculs qu'elle entraîne ne rebutassent point les Astronomes. Quel avantage en effet l'Astronomie ne pourroit-elle pas se promettre d'un grand nombre de bonnes observations calculées d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs possibles, & sans que le résultat soit lié à aucun système d'élémens!

Un pareil calcul eſt, j'oſe le dire, un calcul de tous les temps; il ne ſeroit pas moins utile, quand même le Calculateur ſeroit parti d'une hypothèſe dont par la ſuite on viendroit à découvrir l'inexactitude. Au reſte, il n'eſt pas toujours néceſſaire d'employer l'équation dans toute ſa généralité. Chaque Aſtronome peut affectionner de certains élémens dont il croit être ſûr; d'autres élémens peuvent lui paroître devoir donner une correction inappréciable. Rien de plus ſimple que de négliger dans tous ces cas, les termes affectés de ces corrections.

(128.) Je ne puis diſſimuler une ſeconde réflexion que les équations du *ſ. 122* préſentent naturellement. On peut ſans doute ſe flatter d'atteindre dans les réſultats à une très-grande préciſion. Les ſecours de toute eſpèce, ſoit de théorie, ſoit de pratique, que fournit l'Aſtronomie moderne, ſont aſſez multipliés pour que l'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité. Mais eſt-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois parce qu'on ſe flatte d'y être parvenu? N'eſt-il pas évident au contraire que cette extrême préciſion dépend de la combinaiſon de tant d'élémens dont aucun n'eſt encore rigoureuſement connu, & qui peuvent conduire au même réſultat de tant de façons différentes, qu'il doit toujours reſter quelqu'incertitude? Ne ſeroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile pour l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des réſultats qui ſe plient à toutes les hypothèſes, ſans en ſuppoſer privativement aucune, ainſi que je le propoſe; ou du moins de ne pas préſenter comme abſolument certaines, des concluſions qui ne ſont que probables?

(129.) On ne ſera peut-être pas fâché d'avoir ſous les yeux le procédé que l'on doit ſuivre pour conclure des calculs du *ſ. 126*, le réſultat que l'on auroit eu dans une autre hypothèſe. Je prends pour exemple l'obſervation de Londres, & j'y applique les données dont M. Pingré a fait uſage dans ſon Mémoire ſur les Longitudes. Je ne parlerai que des élémens dans leſquels nous différons; les autres ſont communs entre nous. *Mém. Acad. année 1766.*

ÉLÉMENS DE L'ÉCLIPSE.	Suivant M. PINGRÉ.	Suivant moi.
Demi-grand axe terrestre..........	100438.	100565.
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.	$0^d\ 27'\ 13'',1$	$0^d\ 27'\ 11'',3$
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0. 2. 44,8	0. 2. 44.
Inclinaison de l'orbite corrigée.......	5. 45. 45.	5. 44. 26.
Latitude de la Lune............	0. 39. 29.	0. 39. 32.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune.	0. 53. 55.	0. 54. 1,5.
Demi-diamètre du Soleil..........	0. 16. 2,	0. 15. 56.
Demi-diamètre horizontal de la Lune, diminué à raison des causes physiques; cette correction renferme l'inflexion...	0. 14. 42,3	0. 14. 42,1

Donc

d (déclinaison du Soleil)...................... $=$ 0.
d (instant du commencement de l'Éclipse)........ $=$ 0.
d (latitude de Londres)...................... $=$ 0.
d (demi-grand axe terrestre).................. $= -$ 127.
d (inclinaison de l'orbite corrigée)............ $= + 79'',000.$
d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)...... $= +$ 1,800.
d (parallaxe horizontale polaire de la Lune)...... $= -$ 6,500.
d (parallaxe horizontale du Soleil).............. $=$ 0.
d (latitude de la Lune)...................... $= -$ 3,000.
d (demi-diamètre du Soleil).................. $= +$ 6,200.
d (demi-diamètre de la Lune) $-$ d (inflexion)..... $= +$ 0,200.

Donc

d (demi-grand axe terrestre) $\times$ 0'',056........... $= -$ (127,000 $\times$ 0'',056) $= -$ 7'',112
$-$ 0,005 d (inclinaison de l'orbite corrigée)....... $= -$ (0,005 $\times$ 79,000) $= -$ 0,395
$-$ 2,830 d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)... $= -$ (2,830 $\times$ 1,800) $= -$ 5,094
$-$ 0,380 d (parallaxe horizontale polaire de la Lune)... $= +$ (0,380 $\times$ 6,500) $= +$ 2,470
$+$ 0,727 d (latitude de la Lune)............... $= -$ (0,727 $\times$ 3,000) $= -$ 2,181
$+$ 2,236 d (demi-diamètre du Soleil)........... $= +$ (2,236 $\times$ 6,200) $= +$ 13,863
$+$ 2,236 [d (demi-diam. de la Lune) $-$ d (inflexion)] $= +$ (2,236 $\times$ 0,200) $= +$ 0,447

$$Y + dY = \left\{ \begin{array}{l} -\ 0'',160 - 7'',112 - 0'',395 - 5'',094 \\ +\ 2'',470 - 2'',181 + 13'',863 + 0'',447 \end{array} \right\} = +\ 1'',838.$$

On

On voit donc que relativement à l'obſervation de Londres, les élémens de M. Pingré donnent à 2 ſecondes près le même réſultat que mes élémens hypothétiques; mais cette ſimilitude n'eſt pas abſolue; elle n'a lieu qu'à cauſe des compenſations.

*SECONDE MÉTHODE pour avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de l'*ellipſe primitive.

(130.) Je terminerai cet article en remarquant que les recherches de la ſection dixième, peuvent fournir un nouveau moyen pour avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de ce que j'ai appelé (§. 95) l'*ellipſe primitive.* Par l'Obſervateur *M*, je fais paſſer une ellipſe que j'appelle, comme dans le §. 95, *l'ellipſe hypothétique*, mais que je ſuppoſe ſemblable à *l'ellipſe primitive*, & je mène le demi-diamètre *CNM* commun à ces ellipſes. Puiſque ces deux ellipſes ſont ſemblables, & que, relativement au globe que nous habitons, l'angle du demi-diamètre avec la normale à chaque point de l'ellipſe ne ſurpaſſe pas 19′ 22″ dans les cas extrêmes, la différence *NM* des demi-diamètres à *l'ellipſe primitive* & à *l'ellipſe hypothétique*, ſera, ſans erreur ſenſible, égale à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de *l'ellipſe primitive*. Fig. 52

Soit

R le demi-diamètre de *l'ellipſe primitive* paſſant par l'Obſervateur.

$R + dR$ le demi-diamètre correſpondant de *l'ellipſe hypothétique*.

r le demi-petit axe de *l'ellipſe primitive*.

$r + dr$ le demi-petit axe de *l'ellipſe hypothétique*.

Et conſervons toutes les autres définitions de ce Mémoire.

A cauſe de la ſimilitude des ellipſes, on a

$R : dR :: r : dr$; donc $\frac{dr}{r} = \frac{dR}{R} = \frac{dR}{r} \times \frac{r}{R}$; de plus $\pi : d\pi :: r : dr$; donc $d\pi = \frac{\pi\, dr}{r} = \frac{dR}{r} \times \frac{\pi r}{R}$.

Soit

$\mathfrak{a}$ le coëfficient numérique de l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de *l'ellipſe primitive* exprimée en toiſes.

Fig. 5. Puisque le demi-petit axe de la Terre contient environ 3267824 toises, on aura $\frac{dR}{r} = \frac{d}{3267824}$; donc $d\pi = \frac{d}{3267824} \times \frac{\pi r}{R}$; donc (à cause de $206265'' d\pi - r \times d$ (parall. horiz. pol. c) $= 0$)

d (parall. horiz. polaire de la Lune) $= 206265'' \times \frac{d}{3267824} \times \frac{r}{R}$;

c'est l'expression de l'excès de la parallaxe horizontale polaire de la Lune dans le *sphéroïde hypothétique* sur la même parallaxe dans le *sphéroïde primitif.* On aura donc la correction qu'il faudra faire au résultat du §. *68,* eu égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'*ellipse primitive*, en substituant dans les équations du §. *111,* la valeur de d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) tirée de l'équation précédente.

(131.) Appliquons ces principes à l'observation de Londres dans laquelle nous supposerons l'Observateur élevé de 1000 toises au-dessus de *l'ellipse primitive.*

Puisque $a' = 1000$, on aura

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) $= 0'',990$;

Donc (§. *113*)

$$dY = -0,380 \times 0'',990 = -0'',376.$$

Si l'on avoit employé les méthodes des §. *96 & 97*, on auroit eu d (demi-grand axe terrestre) $= 78$, d (latitude de l'Observateur) $= 158''$;

donc (§. *87 & 93*)

$$dy = +0'',056 \times 78 - 0,030 \times 158'' = 4'',368 - 4'',740 = -0'',372.$$

On voit par-là que les deux méthodes conduisent aux mêmes résultats. J'ai donné dans mon *II.e Mémoire*, §. *20*, les valeurs de R pour toutes les latitudes. Année 1764.

(132.) On ne sera peut-être pas fâché de voir plus en détail comment on parvient à l'équation du §. *97*; en voici l'analyse.

On peut conclure des constructions des §. *95, 96 & 97*, que dans le cas dont il s'agit

d (latitude corrigée) $= 206265'' \times \frac{d}{3267824} \times \frac{s}{\epsilon}$;

de plus on a généralement

$$\text{Tangente (latitude vraie)} = \frac{\rho}{r} \times \text{tangente (latitude corrigée)},$$

donc

$$d\,[\text{tang. (latit. vraie)}] = \frac{d\rho}{r} \times \text{tang. (latit. corr.)} + \frac{\rho}{r}\, d\,\text{tang. (latit. corr.)}$$

Si l'on suppose $\frac{\rho}{r} = 1$, & cosin. (latit. vraie) = cosin. (latit. corr.) dans les termes où ces suppositions ne peuvent évidemment influer sur l'exactitude des résultats, on parviendra par des substitutions faciles à imaginer, au résultat suivant,

$$d.\text{(latitude vraie)} = 206265'' \times \frac{c^2 d\rho}{r^3} \times \frac{s}{c} + d\ \text{(latit. corr.)}$$

Mais si l'on nomme X une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'ellipse primitive, on peut conclure du §. 96, que $d\rho = \frac{r^2 X}{c^2}$; de plus $\frac{X}{r} = \frac{a'}{3267824}$; donc $206265'' \times \frac{c^2 d\rho}{r^3} \times \frac{s}{c} = 206265'' \times \frac{a'}{3267824} \times \frac{s}{c}$; donc

$$d\ \text{(latitude de l'Observateur)} = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

ARTICLE III.

Des Équations de condition, & de leur usage pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

(133.) Les recherches auxquelles nous venons de nous livrer dans l'article précédent, conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition;* je m'explique. Je suppose que dans un lieu quelconque on ait fait, par exemple, deux observations différentes; il est sensible que si elles sont exactes & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même longitude; si donc l'on compare ces observations,

& que l'on égale les expressions de la longitude, on aura une relation entre les élémens qui satisfont à ces observations; c'est cette relation que j'appelle *équation de condition.* Il est aisé de sentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'observations deux à deux.

(134.) Il n'est pas absolument nécessaire, pour avoir des *équations de condition,* que les observations aient été faites dans le même lieu; on peut combiner également des observations faites dans des lieux différens, pourvu toutefois que l'on connoisse rigoureusement la différence en longitude des deux observatoires. Cette dernière condition est quelquefois difficile à remplir, mais elle n'est pas impossible; je vais donc résoudre le Problème dans cette généralité, bien entendu que les *équations de condition* résultantes d'observations faites dans un même lieu, doivent en général être préférées.

(135.) Les réflexions précédentes démontrent évidemment que si l'on étoit bien sûr de l'heure précise de la conjonction, l'équation du *§. 123* qui détermine cet instant, seroit une véritable *équation de condition;* mais elles font sentir en même temps avec quelles restrictions ces dernières équations doivent être employées.

(136.) Dans la présente recherche, je ferai usage des équations du *§. 122.* On emploiera Y & dY, lorsqu'à l'instant de l'observation le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil. On emploiera y & dy, lorsque le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémisphère suivant* du disque de cet astre.

(137.) Il peut arriver que l'on ait à comparer des observations, faites toutes deux lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* ou dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil. Pour ne pas les confondre; dans le premier cas, Y & dY désigneront l'une de ces observations, Y' & dY' appartiendront à l'autre observation; dans le second cas, y & dy désigneront l'une de ces observations, y' & dy' appartiendront à l'autre observation. On doit entendre la même chose des quantités ϵ, ϵ'; ϵ, ϵ'; Δ, Δ'; Δ, Δ', &c.

(138.) Si l'on cherche la différence en longitude entre un lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'instant de la conjonction, & un autre lieu z' où l'on a observé une distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque d'ailleurs le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil; on a vu (§. *122*) que

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = Y + dY.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la différence en longitude entre le même lieu Z', & un autre lieu z'' où l'on a observé une autre distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil, on a

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Soit donc

Longitude z'' — longitude z' la différence en longitude du lieu z'' & du lieu z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z'' plus oriental.

On aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y - Y + dy - dY.$$

(139.) Au lieu de comparer, comme dans le paragraphe précédent, des observations dont l'une a eu lieu lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, & dont l'autre a été faite lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant* du disque de cet astre, on peut avoir à comparer des observations faites toutes deux lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental. Dans ce cas, conformément à la remarque du §. *137*, Y & dY appartiendront au lieu z', Y' & dY' appartiendront au lieu z'', & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = Y' - Y + dY' - dY.$$

(140.) Par des raisons semblables, si l'on compare deux observations faites dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental; y & dy appartiendront au lieu z'; y' & dy' appartiendront au

lieu z'', & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y' - y + dy' - dy.$$

(141.) J'ai supposé le lieu z'' plus oriental que le lieu z'. Dans cette hypothèse, la quantité longitude z'' — longitude z' est positive; si l'on étoit dans des suppositions contraires, la quantité longitude z'' — longitude z' seroit négative.

(142.) Il est sensible que les équations précédentes sont de la plus grande généralité. En les ordonnant par rapport à la quantité longitude z'' — longitude z', elles servent à faire connoître la différence en longitude de deux observatoires où l'on aura observé deux phases quelconques; si l'on connoît longitude z'' — longitude z', elles sont *équations de condition;* cette dernière hypothèse renferme celle de longitude z'' — longitude $z' = 0$, c'est-à-dire le cas particulier d'observations faites dans le même observatoire.

Nous remarquerons ici pour la plus grande simplicité de ces équations, que dY, dY', dy, dy' renferment des termes qui ont les mêmes multiplicateurs. Par exemple, dY, dY', dy, dy', ont chacun un terme multiplié par d (latit. de la ☾), d (déclin. du ☉), d (parallaxe horizontale du Soleil), & ainsi des autres. Lors de la formation des équations de condition, il est superflu d'avertir que l'on ne doit former qu'un seul résultat des deux termes qui ont le même multiplicateur. Nous remarquerons aussi que comme l'angle Z qui entre dans les expressions de Y, Y', y, y', se détruit par la soustraction de ces quantités, on peut d'avance supposer $Z = 0$.

EXEMPLE.

(143.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Vienne en Autriche le commencement de l'Éclipse à 10h 22′ 5″ du matin, dans l'*hémisphère précédent *du disque du Soleil; & la fin de l'Éclipse à 1h 22′ 54″ du soir, dans l'*hémisphère suivant*;

* Cette observation dont on peut voir le détail dans les Éphémérides du P. Hell de l'année 1765, a été faite par ce célèbre Astronome dans l'Observatoire Impérial de Vienne, & par M. Sambach dans sa maison située faubourg Notre-Dame. Leurs pendules étoient parfaitement réglées;

*que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à Londres à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin, dans l'*hémisphère précédent *du disque du Soleil. On demande l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, & la différence en longitude de Vienne & de Londres dans toutes les hypothèses d'élemens de l'Éclipse.*

Solution. Pour déterminer l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, je me servirai de l'équation du *§. 138,* attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, & que l'autre observation a eu lieu dans l'*hémisphère suivant.* Puisque d'ailleurs les deux observations ont été faites dans le même observatoire, je supposerai, conformément à la remarque du *§. 142,* longitude z'' — longitude $z' = 0$; Y & dY appartiendront au commencement de l'Éclipse, y & dy appartiendront à la fin. Je remarquerai de plus que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

Pour déterminer la différence en longitude de Vienne & de Londres, j'emploierai les observations de la fin de l'Éclipse à Vienne, & du commencement de l'Éclipse à Londres. Vienne sera le lieu désigné par z'', & Londres sera désigné par z'. Je me servirai de l'équation du *§. 138,* attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil & que l'autre observation a eu lieu dans l'*hémisphère suivant;* Y & dY appartiendront à l'observation du commencement de l'Éclipse à Londres, y & dy appartiendront à l'observation de la fin de l'Éclipse à Vienne. Je remarquerai de plus, que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

*Type du Calcul, pour déterminer l'*équation de condition *entre le commencement & la fin de l'Éclipse à Vienne, & la différence en Longitude entre Vienne & Londres.*

Commencement de l'Éclipse à Vienne .... $10^h\ 22'\ 5''$ *du matin.*

$A = -\ 836.$	$F = -\ 1400.$	$E = +\ 98930.$
$L = +\ 56565.$	$N = +\ 46978.$	$M = -\ 57195.$

ils ont employé à cette observation des lunettes qui grossissoient 54 fois; leurs observations s'accordent à la seconde.

$C = + 52522.$ $D = - 31471.$ $G = + 61951.$
$H = + 48513.$ $P = + 57370.$ $Q = + 15139.$
$\epsilon = + 1645.$ $\Delta = + 73139.$ $\beta = - 2156.$
$\varpi = + 0'',041.$ $\mu = - 30.$ $\Xi = - 239911.$
$\Gamma = - 21526.$ $\Theta = + 25193.$ $\Sigma = + 217250.$

$Y = + 22^h 22' 5'' - 22^h 21' 28'' - 1' 39'' + 1^h 6' 53'' = + 1^h 5' 51''.$

$$dY = \begin{cases} - 0'',673 - 1'',037 + 0,016\, d\,(\text{déclinaison du Soleil}) \\ + 0,731\, d\,(\text{instant du commencement de l'Éclipse à Vienne})\ldots \\ - 0,022\, d\,(\text{latit. de Vienne}) + 0'',041\, d\,(\text{demi-grand axe terrestre}) \\ - 0,000\, d\,(\text{inclin. de l'orbite}) - 2,399\, d\,(\text{mouv. hor. de la ☾ au ☉}) \\ - 0,215\, d\,(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})\ldots\ldots \\ + 0,215\, d\,(\text{parall. horiz. du ☉}) + 0,252\, d\,(\text{latit. de la Lune}) \\ + 2,173\, d\,(\text{demi-diamètre du Soleil}) - 2,173\, d\,(\text{inflexion}) \\ + 2,173\, d\,(\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$$

Fin de l'Éclipse à Vienne . . . . $1^h 22' 54''$ *du soir.*

$A = + 24124.$ $F = - 46617.$ $E = + 98898.$
$L = + 56556.$ $N = + 42836.$ $M = - 49704.$
$C = + 56091.$ $D = - 28484.$ $G = + 11649.$
$H = + 76281.$ $P = - 12460.$ $Q = + 53688.$
$\epsilon = + 2280.$ $\Delta = + 77989.$ $\beta = - 1639.$
$\varpi = + 0'',009.$ $\mu = + 1586.$ $\Xi = + 425250.$
$\Gamma = - 168600.$ $\Theta = + 125003.$ $\Sigma = - 240100.$

$$y = \begin{cases} + 1^h 22' 54'' - 22^h 21' 28'' \\ - 0.\ 55.\ 8 - 1.\ 0.\ 30 \end{cases} = - 22^h 54' 12'' = (S.\ 63) + 1^h 5' 48''.$$

$$dy = \begin{cases} - 1'',319 + 2'',549 + 0,023\, d\,(\text{déclinaison du Soleil}) \\ + 0,780\, d\,(\text{instant de la fin de l'Éclipse à Vienne})\ldots\ldots\ldots \\ - 0,016\, d\,(\text{latit. de Vienne}) + 0'',009\, d\,(\text{demi-grand axe terrest.}) \\ + 0,016\, d\,(\text{inclin. de l'orbite}) + 4,252\, d\,(\text{mouv. hor ☾ au ☉}) \\ - 1,686\, d\,(\text{parall. horiz. pol. de la ☾}) + 1,686\, d\,(\text{parall. horiz. du ☉}) \\ + 1,250\, d\,(\text{latitude de la Lune}) - 2,401\, d\,(\text{demi-diamètre du ☉}) \\ + 2,401\, d\,(\text{inflexion}), - 2,401\, d\,(\text{demi-diamètre de la Lune}) \end{cases}$$

Équation

Équation de condition entre le commencement & la fin de l'Éclipse observés à Vienne.

$-0'',060 + 0,007\,d$ (déclinaison du Soleil)..........
$+ 0,780\,d$ (instant de la fin de l'Éclipse à Vienne)..........
$- 0,731\,d$ (instant du commencement de l'Éclipse à Vienne)....
$+ 0,006\,d$ (latitude de Vienne) $- 0'',032\,d$ (demi-grand axe terrest.)
$+ 0,016\,d$ (inclin. de l'orb. corr.) $+ 6,651\,d$ (mouv. hor. ☾ au ☉)
$- 1,471\,d$ (parall. horiz. pol. de la ☾) $+ 1,471\,d$ (parall. horiz. du ☉)
$+ 0,998\,d$ (latit. de la Lune) $- 4,574\,d$ (demi-diam. du Soleil)
$+ 4,574\,d$ (inflexion) $- 4,574\,d$ (demi-diamètre de la Lune)...
$= 0.$

Équation à la différence en Longitude entre Vienne & Londres.

Longitude de Vienne — Longitude de Londres

$= + 1^h\, 5'\, 49'',390 + 0,005\,d$ (déclinaison du Soleil)......
$+ 0,780\,d$ (fin de l'Éclipse à Vienne)..................
$- 0,834\,d$ (commencement de l'Éclipse à Londres)..........
$- 0,016\,d$ (latitude de Vienne) $+ 0,030\,d$ (latitude de Londres)
$- 0'',047\,d$ (demi-grand axe terr.) $+ 0,021\,d$ (inclin. de l'orb. corr.)
$+ 7,082\,d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil)........
$- 1,306\,d$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune).........
$+ 1,306\,d$ (parall. horiz. du ☉) $+ 0,523\,d$ (latitude de la Lune)
$- 4,637\,d$ (demi-diamètre du Soleil) $+ 4,637\,d$ (inflexion)
$- 4,637\,d$ (demi-diamètre de la Lune).

(144.) On voit maintenant d'une manière claire & distincte la forme des *équations de conditions* & des *équations complettes aux longitudes;* je donnerai dans la suite une application de cette théorie aux observations faites en Europe le 1.er Avril 1764. Au reste, il n'est pas toujours nécessaire de calculer les observations dans toute cette généralité. Si l'on ne pouvoit, par exemple, élever aucun doute raisonnable sur de certains élémens, ce seroit un travail superflu de calculer les termes qui supposent une erreur dans

ces élémens, puiſque le multiplicateur de la quantité que l'on ſe ſeroit donné la peine de calculer ſeroit nul.

(145.) On obſervera relativement aux *équations de condition* que l'on peut avoir autant de ces réſultats que l'on peut combiner d'obſervations deux à deux; on peut ſuivant les uſages auxquels on ſe propoſe de les employer, & le degré de confiance que l'on a dans les Obſervateurs, les laiſſer ſous cette forme diſtincte & ſéparée, ou par l'élimination des variables, les réduire à une ſeule équation qui ſera alors la *réſultante* des différentes obſervations que l'on veut comparer. Je remarquerai cependant qu'il eſt important de n'employer que des obſervations préciſes lorſque l'on veut éliminer les variables les unes par les autres; autrement on pourroit être induit en erreur. En effet, il eſt aiſé de voir, ainſi que je l'ai expliqué précédemment, que l'eſprit de la méthode conſiſte à déterminer les véritables élémens de l'Éclipſe, par les différences qui réſultent des obſervations entre ces véritables élémens, & les élémens hypothétiques. Ces différences ne peuvent être fort grandes; elles ont donc néceſſairement un rapport aſſez conſidérable avec les erreurs des obſervations, quelque légères que l'on ſuppoſe ces erreurs.

(146.) Pour faire ſentir comment on peut employer les équations de condition à la détermination des véritables élémens de l'Éclipſe, reprenons l'équation entre le commencement & la fin de l'Éclipſe obſervés à Vienne, & l'équation à la différence en longitude entre Vienne & Londres. Suppoſons que l'on regarde comme bien déterminés les élémens de l'Éclipſe, à l'exception toutefois de la latitude de la Lune & du demi-diamètre du Soleil; ſuppoſons de plus que la longitude de Vienne relativement à Londres ſoit de $1^h\ 5'\ 52''$ orientale. Dans cette ſuppoſition on aura évidemment

$$-0'',060 + 0,998\, d\,(\text{latitude } ☾) - 4,574\, d\,(\text{demi-diam. } ☉) = 0,$$

$$-2'',610 + 0,523\, d\,(\text{latitude de la } ☾) - 4,637\, d\,(\text{demi-diamètre du } ☉) = 0,$$

donc

$$d\,(\text{latit. de la Lune}) = \frac{4574}{998}\, d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{60''}{998}$$

$$\left(4637 - 523 \times \frac{4574}{998}\right) d\,(\text{demi-diam. } ☉) = \frac{523 \times 60''}{998} - 2610''$$

$$d\,(\text{demi-diamètre du} \odot) = -\frac{1}{2240} \times 2579'' = -1'',151,$$

$$d\,(\text{latitude de la Lune}) = -5'',216.$$

On satisferoit donc aux conditions proposées en supposant un demi-diamètre du Soleil plus petit de 1″,151, & une latitude de la Lune plus petite de 5″,216, que le demi-diamètre & la latitude hypothétiques.

On voit par cet exemple comment on peut, dans tous les cas, se servir des équations de condition pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

ARTICLE IV.

Application sommaire des équations démontrées dans les différentes sections de l'article II du présent Mémoire, au calcul d'une distance quelconque des centres.

(147.) S'il n'est pas toujours indispensable, il est au moins curieux de déterminer combien une variation quelconque dans les élémens de l'Éclipse, peut produire de variation dans une distance calculée des centres. Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Je conserverai dans cette recherche les définitions des quantités b, A, F, E, N, M, C, D, G, H, P, Q déjà employées dans ce Mémoire, & dont on peut voir la récapitulation *(§. 122)*.

Soit

λ la tangente de la distance calculée d'après des élémens hypothétiques.

d (distance des centres) l'erreur de la distance des centres relative à l'erreur des élémens. Je suppose cette erreur évaluée en secondes de degré.

J'ai fait voir dans le cours de cet Ouvrage, que

$$\lambda = \frac{\pi\zeta\sqrt{\left[A^2 + \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)^2\right]}}{Er}.$$

Si l'on différencie cette équation en regardant toutes les quantités

qui la composent comme variables, à l'exception toutefois de E; que l'on peut regarder comme donné rigoureusement par les Tables, conformément à la remarque des §. 51 & 52, on aura

$$d\lambda = \begin{cases} (\zeta d\pi + \pi d\zeta) \times \dfrac{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2]}}{Er} \\ + \dfrac{\pi\zeta}{Er} \times \dfrac{[AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})]}{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2]}}, \end{cases}$$

$$d\lambda = \lambda\left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta}\right) + \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^2 \lambda} \times \left[AdA + d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)\right].$$

Donc si l'on suppose cosinus (distance des centres) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul, on aura

$$d\ (\text{distance des centres}) = 206265'' \frac{\lambda}{r}\left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta}\right)$$
$$+ 206265'' \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^3 \lambda}\left[AdA + d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)\right].$$

Il ne s'agit plus dans chaque supposition particulière, que de substituer à $d\pi$, $d\zeta$, dA, $d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)$ les valeurs tirées des différentes sections de l'*article II* de ce Mémoire.

(148.) Si l'on veut, par exemple, avoir égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule; rien de plus simple que le procédé. J'ai fait voir (§. 72) que l'on a dans ce cas

$$d\pi = \frac{b}{3600''} r \times \frac{\text{var. hor. (parall. horiz. polaire de la Lune)}}{206265''}.$$

donc

$$d\ (\text{distance des centres}) = 206265'' \frac{\lambda}{r} \times \frac{d\pi}{\pi} = \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \times \text{var. hor. (parall. horiz. pol. ☾)};$$

(149.) Pour avoir égard à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule, on se rappellera que l'on a dans ce cas (§. 76)

$$d\left(F+\frac{b\pi r}{3600''}\right)=\frac{b}{3600''}\times N\,\frac{\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{206265''};\quad dA=-\frac{b}{3600''}\times M\,\frac{\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{206265''};$$

donc

$$d\,(\text{diſtance des centres})=\frac{b}{3600''}\times\frac{\pi^2\zeta^2}{E^2r^2\lambda}\left[-\frac{AM}{r}+\frac{N\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r}\right]\text{ var. hor. (déclin. ☉)};$$

(150.) Je ne ſuivrai point cette analyſe dans tous ſes détails. Il ne peut ſe rencontrer aucune difficulté dans la détermination de l'erreur de la diſtance calculée des centres, en ſuppoſant ſucceſſivement une erreur dans les différens élémens de l'Éclipſe. Les calculs ſe réduiſent à ſubſtituer ſucceſſivement dans l'équation du *§. 147,* les valeurs de dA & $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)$ tirées des différentes ſections de l'*article II* de ce Mémoire. La valeur de dA ſe trouve toute calculée; & relativement à un très-grand nombre de queſtions, $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)=dF,$ quantité qui ſe trouve pareillement calculée.

Quant aux queſtions où $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)$ n'eſt point égale à $dF,$ parce que b ou n ou ζ étant variables, F & $F+\frac{bnr}{3600''\zeta}$ n'ont pas la même différencielle; elles ne ſont guère plus difficiles à réſoudre que celles dont je viens de parler. Pour éviter tout embarras, je vais les parcourir ſommairement.

(151.) Rien de plus ſimple que d'avoir égard à une erreur dans le mouvement horaire de la Lune au Soleil. Dans ce cas, $d\pi$, $d\zeta$, dA ſont évidemment nuls; & $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)=\frac{br}{3600''\zeta}\,dn;$ mais *(§. 103)* $dn=\frac{r^3}{206265''+\pi}\,d$ (mouv. hor. de la ☾ au ☉); donc *(§. 147)*

$$d\,(\text{diſtance des centres})=\frac{b}{3600''}\times\frac{\pi\zeta r}{E^2+\lambda}\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)d\,(\text{mouv. hor. ☾ au ☉}).$$

(152.) Si l'on ſuppoſe une erreur dans la diſtance à la

conjonction; soit

d (distance à la conjonction) cette erreur exprimée en secondes horaires, on aura, comme ci-dessus, $d\pi$, $d\zeta$, $dA = 0$; & $d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) = \frac{nr}{3600'' \zeta} db$; mais $db = d$ (dist. à la conjonct.) donc

$$d \text{ (dist. des centres)} = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r^2 \lambda} (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) \, d \text{ (dist. à la conjonction)}.$$

Dans l'usage de ces formules,

d (distance à la conjonction) est positif, lorsque la véritable distance à la conjonction est plus grande, si elle est positive, ou plus petite, si elle est négative, que celle d'après laquelle on avoit calculé d'abord.

d (distance à la conjonction) est négatif dans le cas contraire.

(153.) La distance à la conjonction peut varier de deux façons; la première, parce que l'heure pour laquelle on calcule étant la même, le véritable instant physique de la conjonction est un peu différent de celui que l'on avoit supposé d'abord; la seconde, parce que le véritable instant physique de la conjonction étant le même, on calcule pour une heure différente. On ne peut être embarrassé dans aucun de ces cas, dont il a fallu cependant faire sentir la différence.

(154.) Si l'on suppose quelqu'erreur dans la parallaxe horizontale du Soleil, ou dans la parallaxe horizontale de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, les variables seront dans le premier cas, π', ζ, A, $F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}$; & dans le second, π, l, n, A, $F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}$. J'observe, conformément au §. 53, que dans ce dernier cas ζ doit être regardé comme constant, quoiqu'il renferme la parallaxe de la Lune. On aura donc (§. 147)

Premier Cas dans lequel on suppose une erreur dans la parallaxe du Soleil.

$$d \text{ (dist. des centres)} = 206265'' \left[\frac{\lambda d\zeta}{r\zeta} + \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^2 \lambda} \times \left[AdA + (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) \, d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) \right] \right].$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\zeta}{\zeta};\ d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) = -\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \frac{d\zeta}{\zeta}.$$

De plus, conformément à la remarque du §. 111,

$$d\zeta = -\frac{r\zeta}{206265''\pi}\,d\ (\text{parallaxe horizontale du Soleil}).$$

Deuxième Cas dans lequel on suppose une erreur dans la parallaxe de la Lune.

$$d\,(\text{dist. des centres}) = 206265''\left[\frac{\lambda d\pi}{r\pi} + \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^3 \lambda}\left[AdA + \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)\right]\right].$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};\ d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) = -\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \frac{d\pi}{\pi};$$

$$d\pi = \frac{r\,d\ (\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})}{206265''}.$$

Donc si l'on suppose

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi\zeta^2}{E^2\lambda}\left[\frac{\psi l A}{\zeta r} + \frac{\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r}\right],$$

on aura, en réunissant les deux calculs,

$$d\,(\text{distance des centres}) = \frac{\Gamma}{r}\,d\,(\text{parall. horiz. pol. } ☾) - \frac{\Gamma}{r}\,d\,(\text{parall. horiz. } ☉).$$

(155.) Soit

Distance hypothétique, l'angle qui a pour expression de sa tangente, la valeur de λ du §. 147.

Si l'on conserve les définitions de A, F, N, M, C, D, P, Q, du §. 122, & que l'on suppose de plus

$$\varepsilon = \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{N \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} - \frac{AM}{r}\right].$$

$$\Delta = -\frac{15\,\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{C \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} + \frac{AD}{r}\right].$$

$$\beta = -\frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{G \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} + \frac{AH}{r}\right].$$

$$\varpi = 206265'' \times \frac{\pi^2 \zeta^2 a}{E^2 r^2 \lambda} \left[\frac{P \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta})}{r} + \frac{AQ}{r} \right].$$

$$\mu = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta}{E^2 \lambda} \times \frac{A n}{r}.$$

$$\Xi = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi \zeta r^2}{E^2 \psi \lambda} (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}).$$

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi \zeta^2}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi l A}{\zeta r} + \frac{(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{b n r}{3600'' \zeta}) \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta})}{r} \right].$$

$$\Theta = \frac{\pi \zeta r}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi A}{r} + \frac{\theta}{r} \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}) \right].$$

$$\Phi = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r \lambda} (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}).$$

On aura pour l'expreſſion générale de la diſtance des centres;

Diſtance vraie des centres.

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Diſt. hypothétique} + \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ + \frac{b}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\epsilon}{r}\, d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (heure de la phaſe)} + \frac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude du lieu)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} + \frac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite)} \\ + \frac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune)} \\ + \frac{\Phi}{r}\, d \text{ (diſtance à la conjonction).} \end{array} \right.$$

ARTICLE V.

D'une queſtion analogue aux recherches précédentes, relative aux contacts des limbes conſidérés comme plus grandes phaſes.

(156.) Parmi les obſervations de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764; on a

on a pu en remarquer deux d'une eſpèce aſſez rare; ce ſont celles de Chatam & de Nolon *. Ces villes ſe ſont trouvées ſituées vers les limites des contacts intérieurs des limbes. Une circonſtance ſemblable aura lieu, relativement à nos provinces ſeptentrionales, lors de l'Éclipſe du 26 Octobre 1772. La trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune traverſera le nord de la France. Il eſt ſenſible que ſi l'on ſuppoſe de certains élémens préférablement à d'autres, la courbe paſſera par des points aſſez différens de notre globe; il eſt donc important d'avoir une méthode qui repréſente d'une manière générale la trace des contacts dans une hypothèſe quelconque d'élémens. Pour réſoudre ce nouveau Problème, je ſuivrai une route entièrement analogue à celle tracée dans les queſtions précédentes. Je calculerai avec des élémens hypothétiques la trace des contacts *(V.e Mémoire, article III)*; & je donnerai des formules pour corriger ce réſultat hypothétique, en regardant comme variables les différens élémens de l'Éclipſe; la réunion de ces différens termes ſera ce que j'appellerai l'*équation générale aux contacts*. *Mém. Acad. année 1767.*

(157.) Il eſt facile de ſentir comment on peut repréſenter d'une manière générale, la longitude du point d'un parallèle quelconque où un contact des limbes ceſſe d'être viſible, & l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, en ſuppoſant variables les élémens de l'Éclipſe; il ne s'agit que de déterminer la variation que les différens élémens introduiſent dans l'heure que l'on compte dans le point du parallèle qui obſerve le contact aſſigné comme plus grande phaſe, & de corriger d'une manière également générale le réſultat du *terme hypothétique* de la longitude. Le développement du calcul rendra ces raiſonnemens ſenſibles.

(158.) Soit

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3};$$

$$D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3};$$

* On peut voir le détail de ces obſervations dans les Mémoires de l'Académie & dans les Tranſactions philoſophiques, *année 1764*.

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho' \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4};$$

$$E = \xi + \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c \rho q h \pi}{r^4} - \frac{b'^2 \gamma \pi}{3600''^2 r}.$$

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \delta} - \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \delta} + \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A\,(\frac{n r^2}{\zeta \psi} - C)}{AD}.$$

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on observe la phase assignée comme plus grande phase, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

Année 1767. Dans mon *Ve Mémoire, article III,* j'ai donné des formules pour déterminer 1.° le parallèle terrestre où l'on observe une phase assignée comme plus grande phase, lorsque l'angle B a une certaine valeur déterminée; 2.° l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène. Le sinus de l'angle horaire est une des racines de l'équation suivante,

$$L - \frac{A r}{\text{sin.}\, B} = 0.$$

Soit enfin

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{n r} \times F - \frac{3600''\zeta}{n r} \times \frac{A r}{\text{tang.}\, B}.$$

J'ai démontré que

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y.$$

Voyons ce que l'on peut tirer de ces formules pour avoir l'expression la plus générale de la différence en longitude des lieux z' & Z', & de l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant du phénomène; je commence par ce qui regarde la longitude.

(159.) L'équation à la longitude du *paragraphe précédent* n'est exacte qu'autant que les élémens dont on est parti dans le

calcul sont rigoureux. Cette réflexion démontre que cette dernière équation n'a pas le caractère de ce que j'appelle une *équation générale*. Si l'on veut avoir l'expression la plus générale qu'il est possible, de la différence en longitude des lieux z & Z', on parviendra à une équation de cette forme,

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Dans cette dernière formule, y exprime ce que j'appelle le *terme hypothétique;* dy exprime ce qui est dû à l'indétermination des élémens.

(160.) Puisque (§. 158)

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang.}\,B};$$

& que d'ailleurs Z est une quantité connue; car quels que soient les élémens de l'Éclipse, on peut toujours concevoir un lieu Z', relativement auquel la conjonction arrive, lorsque l'on compte dans ce lieu une certaine heure donnée Z; on a

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang.}\,B}\right).$$

Je ferai voir, à la fin de cet article, que si l'on ne suppose qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipse, l'angle B varie d'une manière si peu sensible, qu'on peut le regarder comme constant, relativement à la question proposée; on aura donc

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right).$$

Cette dernière remarque s'applique également à l'équation

$$L - \frac{Ar}{\text{sin.}\,B} = 0.$$

Pour avoir l'expression complette de dy, il s'agit donc d'abord, d'avoir l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right);$$

nous chercherons ensuite l'expression la plus générale de dz.

(161.) Je remarque qu'une des manières de différencier les quantités $\frac{3600''\zeta}{nr} \times F$ & $\frac{3600''\zeta}{nr} \times A$, introduit dans le

résultat un terme affecté de dz. Si l'on cherche en effet quelle variation introduit dans le calcul l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du contact assigné des limbes, sous le parallèle donné; il sera aisé de voir, d'après ce qui a été démontré dans la *section V.^e de l'article II du présent Mémoire*, que si l'on suppose comme dans les §. 82 & 158,

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{chp\varphi}{r^3}, \quad D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{chp\omega}{r^3},$$

on aura

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{15\,dz}{206265''}\,C;$$

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right) = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{15\,dz}{206265''}\,D.$$

Donc, dans l'expression complette de dy, la somme des termes affectés de dz, peut être représentée par

$$dz - \left(\frac{3600''\zeta}{206265''nr}\,C - \frac{3600''\zeta}{206265''nr} \times \frac{Dr}{\text{tang.}\,B}\right) \times 15\,dz.$$

ou par $\frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz$; en supposant

$$\Delta' = \frac{r}{15} - \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times C + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{Dr}{\text{tang.}\,B}.$$

Le Problème proposé se réduit donc à éliminer dans l'équation

$$dy = \frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right);$$

la valeur $15\,dz$ au moyen de son expression la plus générale; & à chercher d'ailleurs l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right);$$

en ne considérant plus l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase; puisque le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz$ corrige cette incertitude.

(162.) Je ne m'étendrai pas beaucoup sur l'analyse par laquelle on parvient à l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right).$$

Il eſt aiſé de conclure, en rapprochant ce qui a été démontré dans les différentes ſections de l'*article II* de ce Mémoire, que ſi l'on conſerve les définitions des quantités A, F, C, D, tangente B, ſinus B, N, M, G, H, P, Q, b', Δ', variation hor. (déclin. du ⊙), d (déclin. du Soleil), d (latit. du parallèle), a, d (demi-grand axe terreſtre), d (inclinaiſon de l'orbite), d (mouvement horaire de la Lune au Soleil), d (parallaxe horizontale pol. de la Lune), d (parallaxe horizontale du Soleil), d (latitude de la Lune), des *§. 122, 158 & 161*, & que l'on ſuppoſe d'ailleurs

$$\varepsilon' = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{Mr}{\text{tangente } B}.$$

$$\beta' = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{Hr}{\text{tangente } B}.$$

$$\varpi' = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{Qr}{\text{tangente } B}.$$

$$\mu' = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{Fr}{\text{tangente } B}.$$

$$\Xi' = -\frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times F + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \frac{Ar}{\text{tangente } B}.$$

$$\Gamma' = \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right) - \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \left(A - \frac{\psi l}{\zeta}\right) \times \frac{r}{\text{tang. } B}.$$

$$\Theta' = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi} - \frac{3600''\psi r^2}{206265''n\pi} \times \frac{r}{\text{tangente } B},$$

On aura

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tangente } B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right)$$

$$= \begin{cases} + \dfrac{\nu}{3600''} \times \dfrac{\varepsilon'}{r} \text{ var. horaire (déclin. ⊙)} + \dfrac{\varepsilon'}{r}\, d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \dfrac{\beta'}{r}\, d \text{ (latitude du parallèle)} + \varpi'\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} \\ + \dfrac{\mu'}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} + \dfrac{\Xi'}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ⊙)} \\ + \dfrac{\Gamma'}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} - \dfrac{\Gamma'}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du ⊙)} \\ + \dfrac{\Theta'}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \end{cases}$$

Donc

$$dy = \begin{cases} \frac{\Delta'}{r}\ 15\, dz + \frac{\nu'}{3600''} \times \frac{\varepsilon'}{r}\ \text{var. hor. (déclin. du} \odot) \\ + \frac{\varepsilon'}{r}\, d\,(\text{déclin.} \odot) + \frac{\beta'}{r}\, d\,(\text{latit. du parallèle}) + \&c. \end{cases}$$

(163.) Il reste maintenant à substituer dans l'expression de dy du *paragraphe précédent*, l'expression la plus générale de $15\, dz$. Pour y parvenir, je différencierai de toutes les façons possibles l'équation $L - \frac{A r}{\text{sinus } B} = 0$; dans cette différenciation, je regarderai les quantités E & $\frac{r}{\text{sinus } B}$ comme connues, conformément aux remarques des *§. 51, 52 & 160.* Je supposerai pareillement ξ, cosinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil); cosinus (parall. horiz. de la Lune), ∂, ∂', τ, τ', &c. $= r$, attendu l'erreur inappréciable que ces suppositions introduisent dans le résultat. Comme ce ne sont pas des suppositions nouvelles, on peut voir ce que j'ai dit à ce sujet dans les différens paragraphes de ce Mémoire.

(164.) Si l'on conserve toutes les définitions précédentes, & que l'on suppose de plus

$$\varepsilon'' = -\frac{Mr}{D}, \quad \beta'' = -\frac{Hr}{D};$$

$$\varpi'' = 206265'' \times \frac{Qa}{Dr}, \quad \mu'' = -\frac{Fr}{D};$$

$$\Gamma'' = -\frac{r^2}{\pi}\left(\frac{\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{L \times \text{sinus } B}{r}}{D}\right), \quad \Theta'' = \frac{\psi r^2}{\zeta \pi D};$$

$$\Sigma'' = -\frac{r^2 E \times \text{sin. } B}{\zeta \pi D}.$$

Il sera aisé de conclure en rapprochant ce qui a été démontré précédemment, que si l'on différencie l'équation

$$L \times \frac{\text{sin. } B}{r} - A = 0,$$

pour en tirer la valeur la plus générale de dz; le résultat aura la forme suivante

$$15\,dz = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{V}{3600''} \times \frac{L \times \text{finus } B}{\pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horizontale pol. de la Lune)} \\ + \frac{V}{3600''} \times \frac{\varepsilon''}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) + \frac{\varepsilon''}{r}\, d \text{ (déclin. du } \odot) \\ + \frac{\beta''}{r}\, d \text{ (latitude du parallèle) } + \varpi''\, d \text{ (demi-grand axe terreftre)} \\ + \frac{\mu''}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite) } + \frac{\Gamma''}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ - \frac{\Gamma''}{r}\, d \text{ (parallaxe horiz. du Soleil) } + \frac{\Theta''}{r}\, d \text{ (latit. de la Lune).} \\ \qquad\qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(inflexion) } - \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(demi-diam. de la } ☾) \\ \qquad\qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(demi-diam. du } \odot) - \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(inflexion) } + \frac{\Sigma''}{r}\, d \text{(demi-diam. de la } ☾) \end{array} \right.$$

Il eft fuperflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation, doivent être évaluées relativement au parallèle qui a obfervé le contact des limbes comme plus grande phafe; on fubftituera donc dans ces grandeurs l'angle horaire déterminé par les méthodes de l'*article III du V.ᵉ Mémoire*, c'eft-à-dire, l'angle horaire hypothétique. *Année 1767.*

(165.) Dans l'ufage des équations des *§. 162 & 164*, on doit faire grande attention au figne des quantités tang. B, fin. B; la règle eft fort fimple. L'angle B eft déterminé par l'équation

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A\left(\frac{\pi r^2}{\zeta v} - C\right)}{AD}.$$

Si le numérateur & le dénominateur de la fraction font tous deux pofitifs; l'angle eft entre 0^d & 90^d; fa tangente, fon finus & fon cofinus font pofitifs.

Si le numérateur eſt poſitif & le dénominateur négatif; l'angle eſt entre 90^d & 180^d; ſa tangente eſt négative, ſon ſinus poſitif, & ſon coſinus négatif.

Si le numérateur & le dénominateur ſont tous deux négatifs; l'angle eſt entre 180^d & 270^d; ſa tangente eſt poſitive, ſon ſinus & ſon coſinus ſont négatifs.

Si le numérateur eſt négatif & le dénominateur poſitif; l'angle eſt entre 270^d & 360^d; ſa tangente & ſon ſinus ſont négatifs, ſon coſinus eſt poſitif.

(166.) Il paroîtra peut-être ſingulier que j'aie laiſſé l'expreſſion de la tangente de l'angle B ſous la forme ſuivante

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A\left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)}{A D},$$

tandis que cette expreſſion peut ſe réduire à la forme plus ſimple

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{n r^2}{\zeta v} - C}{D};$$

mais on ne doit point regarder la première expreſſion comme ſuperflue. Suppoſons en effet A ſucceſſivement poſitif & négatif; ſuppoſons de plus que dans ces deux cas $\frac{n r^2}{\zeta v} - C$ & D ſoient poſitifs. Comme dans la ſeconde équation A eſt diſparu, on aura dans les deux cas une fraction dont le numérateur & le dénominateur ſeront tous deux poſitifs; d'où l'on conclura (*§. 165*) un angle compris entre 0^d & 90^d. Par la première formule au contraire on aura dans le ſecond cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur ſeront tous deux négatifs; d'où l'on conclura (*§. 165*) un angle compris entre 180^d & 270^d ainſi qu'il doit être employé dans le calcul.

(167.) On peut maintenant ſubſtituer la valeur $15\,d\zeta$ dans l'équation

$$dy = \begin{cases} \frac{\Delta'}{r}\ 15\,d\zeta + \frac{b'}{3600''} \times \frac{c'}{r} \text{ var. hor. (déclin. du ☉)} \\ + \frac{c'}{r}\ d\text{ (déclinaiſon du Soleil)} + \text{\&c.} \end{cases}$$

du

du §. 162. On voit par-là que si l'on conserve les définitions des quantités $z, Z, b', A, C, D, F, E, L, N, M, G, H, P, Q$, tangente B, sinus B, Δ', ϵ', β', ϖ', μ', Ξ', Γ', Θ'; ϵ'', β'', ϖ'', μ'', Γ'', Θ'', Σ'', des §. 122, 158, 161, 162 & 164, & que l'on suppose de plus

$$\epsilon = \epsilon' + \frac{\Delta'\epsilon''}{r};\quad \beta = \beta' + \frac{\Delta'\beta''}{r};\quad \varpi = \varpi' + \frac{\Delta'\varpi''}{r};$$

$$\mu = \mu' + \frac{\Delta'\mu''}{r};\quad \Xi = \Xi';\quad \Gamma = \Gamma' + \frac{\Delta'\Gamma''}{r};$$

$$\Theta = \Theta' + \frac{\Delta'\Theta''}{r};\quad \Sigma = \frac{\Delta'\Sigma'}{r}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}$$

$$dy = \left\{\begin{array}{l}
+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\Delta' L \times \text{finus } B}{r\pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horiz. pol. de la Lune)} \\
+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ variation horaire (déclinaison du Soleil)} \\
+ \frac{\epsilon}{r}\, d \text{ (déclinaison du Soleil)} + \frac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude du parallèle)} \\
+ \frac{\varpi}{r}\, d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \frac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\
+ \frac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\
- \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \\
\qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\
+ \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉)} + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion)} - \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾);} \\
\qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\
+ \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉)} - \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion)} + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾),}
\end{array}\right.$$

On aura

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

(168.) J'ai dit (§. 158) que l'heure z, c'est-à-dire l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase, est

Année 1767. déterminée par les formules de l'*article III.e de mon V.e Mémoire*; mais cette détermination eſt hypothétique, puiſqu'elle eſt un corollaire des élémens hypothétiques employés dans le calcul. Rien de plus ſimple que d'avoir l'expreſſion générale de l'heure, en ſuppoſant variables les élémens de l'Éclipſe.

Soit

z l'heure donnée par le calcul hypothétique de l'*article III de mon V.e Mémoire.*

$$dz = \left\{ \begin{array}{l}
+ \dfrac{b'}{3600''} \times \dfrac{L \times \text{finus } B}{15\,\pi D} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\
+ \dfrac{b'}{3600''} \times \dfrac{\varepsilon''}{15\,r} \text{ variation horaire (déclinaiſon du Soleil)} \\
+ \dfrac{\varepsilon''}{15\,r}\, d \text{ (déclinaiſon du Soleil)} + \dfrac{\beta''}{15\,r}\, d \text{ (latitude du parallèle)} \\
+ \dfrac{\varpi''}{15}\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} + \dfrac{\mu''}{15 r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\
+ \dfrac{\Gamma''}{15 r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} - \dfrac{\Gamma''}{15 r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} \\
+ \dfrac{\Theta''}{15\,r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \\
\qquad\qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\
+ \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉)} + \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (inflexion)} - \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\
\qquad\qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\
+ \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉)} - \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (inflexion)} + \dfrac{\Sigma''}{15 r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾).}
\end{array} \right.$$

On aura

Heure que l'on compte dans le point du parallèle à l'inſtant que l'on y obſerve la phaſe aſſignée comme plus grande phaſe $= z + dz$.

Il eſt ſuperflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation ſont en grande partie connues par les calculs des *paragraphes précédens.*

(169.) Au lieu de déterminer la différence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'inſtant de la conjonction, on peut chercher la diffé-

rence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu z'' où l'on aura observé une phase quelconque; rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit y * & dy * les valeurs relatives au lieu z'', on aura

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } z'' = y - y^* + dy - dy^*.$$

(170.) Dans l'équation précédente, j'ai nommé y * & dy * les valeurs relatives au lieu z''. Ces valeurs se déterminent par les équations du §. *122*, en ayant toutefois égard aux remarques détaillées dans ce Mémoire relativement au choix de ces valeurs.

EXEMPLE.

(171.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres le commencement de l'Éclipse à 9h 4' 33" du matin; que de plus sous le parallèle boréal de 51d 22' 6", on ait observé un contact intérieur du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase. On demande, 1.° l'expression la plus générale de la différence en longitude de Londres & du point du parallèle qui a observé cette phase; 2.° l'expression la plus générale de l'heure que l'on comptoit dans le lieu à l'instant du phénomène (a).*

(a) Ce n'est point le hasard qui m'a fait appliquer la théorie précédente au parallèle boréal de 51d 22' 6", Cette latitude est celle de Rochester. Voici ce qu'on lit relativement à cette ville, dans les Transactions philosophiques, *page 171*, année 1764.

Extrait d'une lettre du Docteur Bévis à la Société Royale.

Je puis satisfaire votre curiosité, relativement à la limite de l'Éclipse annulaire. Voici ce que me mande de Chatam M. Murray, mon ami, bon Mathématicien & auteur d'un Ouvrage estimé sur la construction des vaisseaux. « Je vous suis obligé » de l'envoi que vous m'avez fait » d'une excellente lunette achroma- » tique, elle m'a paru faire l'effet d'une lunette ordinaire de douze « pieds. Je m'en suis servi pour ob- « server l'Éclipse de Soleil. J'avois « réglé ma pendule sur un cadran ver- « tical tracé sur le mur de ma mai- « son. . . . Vers 10 heures & demie « l'Éclipse étoit annulaire. L'anneau « dans sa partie la plus déliée n'avoit « d'épaisseur qu'autant qu'il en falloit « pour être aperçu. Il paroissoit dans « la lunette, beaucoup plus mince « qu'un cheveu. On doit conclure « avec certitude de cette observation, « que Chatam n'étoit pas éloigné d'un « mille (& peut-être moins) de la limite « occidentale de l'Éclipse annulaire. « J'ai tout lieu de croire que cette « limite passoit sur le pont de Ro- « chester ou fort près de ce pont. »

Année 1767. SOLUTION. Les formules de l'*article III de mon V.e Mémoire*, donnent dans le système d'élémens hypothétiques du §. 5.

Heure que l'on comptoit à l'instant du phénomène dans le point du parallèle de Rochester qui a observé le contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase, c'est-à-dire, la limite occidentale de l'Éclipse annulaire... $22^h\ 33'\ 16''$.

Distance à la conjonction.................... $= 542''$.

Il s'agit donc, 1.° conformément à ce qui est prescrit dans ce Mémoire, d'évaluer pour l'angle horaire correspondant à $10^h\ 33'\ 16''$ du matin & pour une latitude boréale de $51^d\ 22'\ 6''$, les quantités y & dy, en ayant grande attention de donner à chacune des grandeurs qui composent ces quantités le signe qui leur convient.

Il s'agit en second lieu, d'évaluer relativement à l'observation de Londres, les quantités y^* & dy^*. On en peut voir les valeurs §. *126*.

Quant à la partie du calcul relative au parallèle, on a $z = 22^h\ 33'\ 16''$, $Z = 22^h\ 21'\ 28$, $b' = +\ 542''$, $A = -\ 1953$, $C = +\ 50390$, $D = -\ 29863$, $F = -\ 7236$, $E = +\ 98973$, $L = +\ 1985$, $N = +\ 46076$, $M = -\ 53991$, $G = +\ 58350$, $H = +\ 46167$, $P = +\ 60975$, $Q = +\ 15570$, $\frac{nr^2}{\zeta v} - C = +\ 143411$, tang. $B =$ tang. $281^d\ 45'\ 47''$... nég. sinus $B =$ sinus $281^d\ 45'\ 47''$... négatif, $\Delta' = +\ 5147$, $\epsilon' = +\ 1972$, $\beta' = -\ 2338$, $\varpi' = +\ 0'',045$, $\mu' = -\ 15$, $\Xi' = +\ 33243$, $\Gamma' = -\ 66093$, $\Theta' = +\ 67457$, $\epsilon'' = -\ 180790$, $\beta'' = +\ 154590$, $\varpi'' = -\ 1'',075$, $\mu'' = -\ 24230$, $\Gamma'' = +\ 15977000$, $\Theta'' = -\ 21268000$, $\Sigma'' = -\ 20711000$, $\epsilon = -\ 7334$, $\beta = +\ 5619$, $\varpi = -\ 0'',010$, $\mu = -\ 1262$, $\Xi = +\ 33243$, $\Gamma = +\ 756247$, $\Theta = -\ 1027143$, $\Sigma = -\ 1066000$.

Donc

$$y = +\ 22^h\ 33'\ 16'' - 22^h\ 21'\ 28'' - 8'\ 33'' - 29'' = +\ 2'\ 46''.$$

dy = { — 0,073 *d* (déclinaiſon du Soleil) + 0,056 *d* (latit. du parallèle)
— 0",010 *d* (demi-grand axe terr.) — 0,013 *d* (inclin. de l'orb. corr.)
+ 0,332 *d* (mouv. hor. ☾ au ⊙) + 7,562 *d* (parall. horiz. pol. ☾)
— 7,562 *d* (parall. horiz. du Soleil) — 10,271 *d* (latit. de la Lune)
— 10,660 *d* (demi-diamètre du Soleil) — 10,660 *d* (inflexion)
+ 10,660 *d* (demi-diamètre de la Lune).

Donc

Différence en longitude entre le point du parallèle de Rocheſter où l'on a ceſſé de pouvoir obſerver l'Éclipſe annulaire, & l'obſervatoire de M. Short à Londres

= { + 2' 46",160 — 0,091 *d* (déclinaiſon du Soleil).....
— 0,834 *d* (comm. de l'Écl. à Londres) + 0,056 *d* (latit. du parall.)
+ 0,030 *d* (latitude de Londres) — 0",066 *d* (demi-grand axe terr.)
— 0,008 *d* (inclin. de l'orb. corr.) + 3,162 *d* (mouv. hor. ☾ au ⊙)
+ 7,942 *d* (parall. horiz. pol. ☾) — 7,942 *d* (parall. horiz. du ⊙)
— 10,998 *d* (latit. de la Lune) — 12,896 *d* (demi-diam. du ⊙)
— 8,424 *d* (inflexion) + 8,424 *d* (demi-diam. de la ☾) *(a)*.

(172.) Quant à l'expreſſion de l'heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'inſtant du contact des limbes obſervé comme plus grande phaſe, on aura

Heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'inſtant que l'on y a obſervé la phaſe aſſignée comme plus grande phaſe

= { 22^h 33' 16" — 0,121 *d* (déclinaiſon du Soleil).....
+ 0,103 *d* (latitude du parallèle) — 0",071 *d* (demi-grand axe terr.)
— 0,016 *d* (inclin. de l'orb. corr.) + 10,651 *d* (parall. horiz. pol. ☾)
— 10,651 *d* (parall. horiz. du Soleil) — 14,179 *d* (latit. de la Lune)
— 13,807 *d* (demi-diamètre du Soleil) — 13,807 *d* (inflexion)
+ 13,807 *d* (demi-diamètre de la Lune).

(a) Suivant les Cartes angloiſes, le pont de Rocheſter eſt ſitué entre 2' 40" & 2' 50" à l'orient de Londres. Ce dernier point me paroît important à conſtater, ainſi que la latitude du pont de Rocheſter. L'Académie a lieu

(173.) Qu'il me ſoit permis de faire une remarque importante. L'équation du *§. 169*, pour être déterminée, exige que l'on parte d'une obſervation de phaſe faite dans un lieu z', autrement il eſt impoſſible de connoître la partie de l'équation relative au lieu z''. Lorſqu'il eſt queſtion d'une Éclipſe future, le lieu z' eſt inconnu. On peut, il eſt vrai, ſubſtituer à ce lieu, le lieu particulier qui comptera, par exemple, midi ou minuit, ou telle autre heure à l'inſtant de la conjonction; & alors on aura l'expreſſion la plus générale de la différence en longitude entre ce lieu & le point du parallèle qui obſervera le contact aſſigné comme plus grande phaſe. Mais quel ſera le lieu particulier qui comptera midi ou minuit, ou telle autre heure à l'inſtant de la conjonction? c'eſt ce qu'on ne peut déterminer qu'hypothétiquement. Il eſt donc de l'eſſence du Problème relativement à une Éclipſe future, qu'il reſte toujours l'incertitude de l'inſtant phyſique de la conjonction. Je dis plus; quand même on connoîtroit cet inſtant phyſique, & par conſéquent la longitude du lieu particulier qui compte telle ou telle heure à l'inſtant de la conjonction, il reſteroit encore un très-grand nombre d'indéterminées. Cette remarque doit faire ſentir combien on ſe feroit illuſion ſi l'on ſe flattoit de connoître en particulier tel ou tel élément de la Lune par une obſervation même exacte de la limite de l'Éclipſe. Il n'y a certainement qu'un grand nombre d'obſervations faites dans des lieux éloignés, qui puiſſent donner une conviction raiſonnable; autrement on ſeroit dans le cas d'attribuer à l'erreur ſur tel ou tel élément, ce qui dans la réalité peut être auſſi probablement attribué à l'erreur ſur un autre élément. Ces réflexions démontrent de plus en plus la vérité de ce que j'ai avancé ſur l'importance de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, & ſur la rareté d'un phénomène où toutes les circonſtances ont concouru à circonſcrire les conſéquences poſſibles dans les limites les plus étroites.

d'attendre du zèle de la Société royale, qu'elle donnera les éclairciſſemens les plus précis ſur ces objets. J'ajouterai que les élémens hypothétiques du *paragraphe 5*, paroiſſent cadrer auſſi exactement avec l'obſervation de Nolon qui donne la limite orientale de l'Éclipſe annulaire. Je réſerve ces détails pour un autre Mémoire.

Détermination de la Zone annulaire.

(174.) J'ai remarqué *(V.e Mémoire, §. 93)* que dans nos climats d'Europe l'inflexion des rayons solaires supposée de 4",5, avoit augmenté d'environ un quinzième la largeur de la bande annulaire; c'est-à-dire, la largeur de la zone où l'on a pu observer l'Éclipse annulaire: je n'avois alors appliqué le calcul qu'à l'inflexion. Il est aisé de sentir que la théorie est beaucoup plus générale, & que le Problème doit se résoudre également en faisant varier un élément quelconque de l'Éclipse. Je me propose de traiter aujourd'hui la question dans la plus grande généralité. Je vais donner l'expression rigoureuse de la largeur de cette zone & de la variation de sa largeur, en supposant variable un élément quelconque. Rien de plus simple que l'analyse du Problème. *Année 1767.*

Soit

z' le lieu où l'on a observé un contact assigné des limbes comme plus grande phase, sous un parallèle donné.

y & dy des quantités évaluées relativement au lieu z', par les formules du §. 167.

z'' le lieu où l'on a observé sous le même parallèle le contact corelatif des limbes, comme plus grande phase.

y' & dy' des quantités évaluées relativement au lieu z'', par les formules du §. 167.

Il est évident que l'on aura

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu $z' = y' - y + dy' - dy$.

Mais

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu z' est l'expression de la largeur de la zone annulaire que nous nous proposions de trouver.

Donc

Largeur de la zone sous chaque parallèle $= y' - y + dy' - dy$.

(175.) Je ne m'étendrai pas davantage sur la question proposée qui, ainsi qu'il est aisé de le voir, est résolue dans toute sa généralité. La quantité $y' - y$ est la largeur hypothétique de la zone; $dy' - dy$ exprime la variation de cette largeur, en supposant variable un élément quelconque.

(176.) Il est aisé de remarquer que dans toutes les équations

de ce Mémoire, *d* (parallaxe du Soleil) a le même coëfficient que *d* (parallaxe de la Lune), mais avec un ſigne contraire. Cette remarque doit faire conclure que les Éclipſes de Soleil ſont peu propres à donner des lumières ſur la diſtance de ce dernier aſtre à la Terre. En effet, la théorie des forces centrales ne donne aucune relation entre la diſtance de la Terre au Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre, puiſque les centres des mouvemens de ces aſtres étant différens, on ne peut rien conclure du rapport des temps des révolutions. Il n'eſt donc pas poſſible d'éliminer l'une de ces diſtances par l'autre, au moyen d'aucune équation tirée de la théorie. L'incertitude de la parallaxe du Soleil eſt à peine de deux ſecondes; elle eſt beaucoup au-deſſous de l'incertitude que l'on peut avoir ſur la parallaxe de la Lune. Les réſultats ſont abſolument les mêmes, ſoit que l'on faſſe varier la parallaxe du Soleil, ſoit que l'on faſſe varier de la même quantité, mais en ſens contraire, la parallaxe de la Lune. Il eſt donc impoſſible de démêler dans les phénomènes, ſi telle ou telle erreur en particulier doit être attribuée à la parallaxe du Soleil, ou à la parallaxe de la Lune. Il n'en eſt pas de même des paſſages de Vénus ſur le diſque du Soleil. Ces phénomènes, par des raiſons contraires à celles que je viens d'expoſer pour les Éclipſes de Soleil, ſont très-propres à fixer, autant qu'il eſt poſſible, notre incertitude ſur la diſtance du Soleil à la Terre.

Démonſtration d'une Propoſition énoncée dans le §. 160.

(177.) J'ai dit *(§. 160)* que ſi l'on ne ſuppoſe qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipſe, l'angle *B* varie d'une manière ſi peu ſenſible, qu'on peut le regarder comme rigoureuſement déterminé relativement aux différentes queſtions propoſées dans l'*article V* du préſent Mémoire; je vais donner ſommairement la démonſtration de cette propoſition.

(178.) Soit

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3}, \quad D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3}.$$

On a vu que

Tangente

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D};$$

& que par conséquent

$$\text{Sinus } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{\sqrt{[D^2 + (\frac{nr^2}{\zeta v} - C)^2]}}:$$

Si l'on cherche la différencielle de tang. B & de finus B, on aura

$$d(\text{tang.} B) = \frac{\text{tang.} B}{\frac{nr^2}{\zeta v} - C} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang.} B}{r} \times dD];$$

$$d(\text{finus} B) = \frac{\text{finus}^3 B}{(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) \times \text{tang.}^2 B} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang.} B}{r} \times dD];$$

Je défignerai par (A) & (B) les deux équations précédentes.

(179.) Si l'on conferve les définitions de $A, F, L, Z, z, y, \Delta'$ des *§. 158 & 161;* j'ai fait voir que l'on a les deux équations fuivantes,

$$L \times \frac{\text{finus} B}{r} - A = 0;$$

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang.} B}.$$

J'ai donné *(§. 162)* la valeur de la différencielle de y, en ne fuppofant de conftant que l'angle B, & dans cette dernière équation j'ai fait voir comment on éliminoit dz au moyen de l'équation $L \times \frac{\text{finus} B}{r} - A = 0$, différenciée pareillement dans la fuppofition de l'angle B conftant. Il eft donc fenfible que les termes négligés dans la valeur de dy, & qui empêchent que fon expreffion ne foit la plus générale qu'il eft poffible, font 1.° ceux qui dans la différenciation de l'expreffion de y feroient venus du développement du terme $-\frac{3600'' \zeta A}{nr} \times d(\frac{r}{\text{tang.} B});$ 2.° ceux qui, lors de l'élimination de dz dans le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15 dz$ du *§. 162*, ont été omis par le défaut de

généralité absolue de la valeur de dz. Examinons ce que nous auroient donné ces développemens.

(180.) Pour nous fixer, je remarque que les termes omis dans la valeur la plus générale de dz, ont la forme suivante,

$$15\,dz + 206265'' \times \frac{L \times \text{tang.}\,B}{r^2\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)} \times (d\ \text{finus}\ B) = 0.$$

Il est donc sensible que les termes négligés dans la valeur de dy, & qui empêchent que son expression ne soit la plus générale qu'il est possible, peuvent être représentés par

$$dy = -\,206265'' \times \frac{L\Delta' \times \text{tang.}\,B}{r^3\cdot\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)} \times d\,(\text{fin.}\,B) + 3600'' \times \frac{\zeta A}{n \times \text{tang.}^2 B} \times d\,(\text{tang.}\,B).$$

Je désignerai par (C) & (D) ces deux dernières équations. Comme ces équations renferment d (finus B), d (tang. B), & que ces quantités (§. 178) renferment elles-mêmes dD & $d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)$, il s'agit, avant tout, d'avoir l'expression la plus générale de dD & de $d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)$.

(181.) Si l'on conserve les définitions précédentes de b', variation horaire (déclinaison du Soleil), d (déclinaison du Soleil), d (latitude du parallèle), a, d (demi-grand axe terrestre), d (inclin. de l'orbite corrigée), d (mouv. horaire de la Lune au Soleil), d (parallaxe horiz. du Soleil), d (parallaxe horiz. polaire de la Lune); on aura par des calculs entièrement semblables aux autres calculs de ce Mémoire,

$$dD = \begin{cases} +\left[\frac{chp\rho\varphi\Omega}{qr^3\chi} + \frac{cg\rho}{r^3}\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)\right] \times \left(\frac{b'}{3600''} \times \frac{\text{var. hor. (décl. ☉)}}{206265''} + \frac{d\,(\text{décl. ☉})}{206265''}\right) \\ +\left(\frac{\rho\omega hs}{r^3} - \frac{p\rho\varphi gs}{r^4}\right)\frac{d\ (\text{latitude du parallèle})}{206265''} \\ +\left(\frac{cgp\varphi}{r^3} - \frac{ch\omega}{r^2}\right) \times \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \frac{a}{r^2}\ d\,(\text{demi-grand axe terr.}) \\ -\left(\frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3}\right)\frac{d\ (\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \\ +\left(\frac{chp\rho\varphi}{r^4} \pm \frac{cg\rho\omega}{r^3}\right) \times \frac{15\,dz}{206265''}. \end{cases}$$

$$d\left(\frac{nr^2}{\zeta v}-C\right)=\left\{\begin{aligned}
&-\left[\frac{chp\rho\omega\Omega}{qr^3\chi}+\frac{cg\rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q}-\frac{p^2\psi}{r\chi}\right)\right]\times\left(\frac{b'}{3600''}\times\frac{\text{var. hor. (décl.} \odot)}{206265''}+\frac{d\,(\text{décl.} \odot)}{206265''}\right)\\
&\pm\left(\frac{\rho\varphi hs}{r^5}+\frac{p\rho\omega gs}{r^4}\right)\frac{d\,(\text{latitude du parallèle})}{206265''}\\
&-\left(\frac{cgp\omega}{r^3}+\frac{ch\varphi}{r^2}\right)\times\left(r+\frac{s^2}{r}\right)\times\frac{a}{r^2}\,d\,(\text{demi-grand axe terr.})\\
&-\left(\frac{cgp\rho\varphi}{r^4}-\frac{ch\rho\omega}{r^3}\right)\frac{d\,(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''}\\
&+\frac{r^5}{\zeta v\psi\pi}\times\frac{d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})}{206265''}\\
&-\frac{nr^3}{\zeta v\pi}\times\frac{d\,(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})}{206265''}\\
&+\frac{nr^3}{\zeta v\pi}\times\frac{d\,(\text{parallaxe horizontale du Soleil})}{206265''}\\
&-\left(\frac{chp\rho\omega}{r^4}-\frac{cg\rho\varphi}{r^3}\right)\times\frac{15\,dz}{206265''}.
\end{aligned}\right.$$

(182.) Pour ſavoir maintenant à quoi s'en tenir ſur la valeur des quantités négligées; dans l'équation *(B)* du *ſ. 178,* je ſubſtitue les valeurs de dD & de $d\left(\frac{nr^2}{\zeta v}-C\right)$ du *ſ. 181,* & j'en conclus l'expreſſion générale de d (ſinus B); je ſubſtitue cette expreſſion dans l'équation *(C)* du *ſ. 180,* & j'en tire une équation *(E)* qui me donne la valeur de dz, c'eſt-à-dire l'erreur ſur l'inſtant précis de la plus grande phaſe, dûe à la variation de l'angle B. Je cherche pareillement l'expreſſion générale de d (tang. B); dans l'équation *(D)* du *ſ. 180,* je ſubſtitue à d (ſinus B) & à d (tang. B), leur expreſſion générale. J'élimine dz par le moyen de l'équation *(E)*, & j'ai l'expreſſion de l'erreur de la longitude, dûe à la variation de l'angle *(B)*. Il ne s'agit plus que d'appliquer le calcul aux circonſtances les plus défavorables à la méthode.

(183.) La forme des équations précédentes fait voir qu'une des circonſtances les plus défavorables eſt celle où A & L ayant leurs plus grandes valeurs, $\frac{nr^2}{\zeta v}-C$ & tang. B ont en même temps les plus petites valeurs poſſibles. J'ai fait voir dans le cours

de cet Ouvrage, que si l'Éclipse du 1.er Avril 1764 étoit arrivée à l'instant de l'équinoxe, avec une latitude de la Lune, de 27' 46" boréale, toutes les autres données de l'Éclipse étant d'ailleurs les mêmes, on se seroit trouvé dans ces circonstances, relativement au lieu qui sous l'Équateur auroit observé un contact extérieur des limbes à midi; il s'agit donc d'appliquer le calcul à cette hypothèse. Si l'on exécute ce travail, on trouvera un résultat presque nul, même pour la circonstance singulière que je viens d'indiquer. Dans le cas des calculs du §. 171, l'erreur eut été absolument nulle. On voit maintenant avec quelle restriction la proposition du §. 160 doit être énoncée. Au reste, si l'on croyoit devoir pousser l'exactitude au point de ne pas négliger les termes dûs à la variation de l'angle *B*, on pourroit y avoir égard au moyen des équations que je viens de développer.

Méthode pour déterminer la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant vrai de la conjonction, & l'erreur des Tables astronomiques, soit en longitude, soit en latitude.

(184.) Je terminerai ce Mémoire par la détermination de la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; & par la détermination de l'erreur des Tables astronomiques en longitude & en latitude. Rien de plus simple que la solution de ces questions.

Soit

Longitude des Tables du Soleil, la longitude du Soleil donnée par les Tables. Cette longitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

d (longitude du Soleil), l'erreur de la longitude des Tables du Soleil exprimée en secondes de degré. Cette erreur doit se déterminer immédiatement par observation, en comparant, par exemple, le Soleil à une Étoile, & en voyant combien le lieu observé diffère du lieu calculé.

Mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, donné par les Tables, & exprimé en secondes de degré.

Latitude des Tables de la Lune, la latitude de la Lune donnée par

les Tables. Cette latitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

Mouvement horaire de la Lune en longitude, le mouvement horaire de la Lune en longitude exprimé en secondes de degré.

Mouvement horaire de la Lune en latitude, le mouvement horaire de la Lune en latitude exprimé en secondes de degré.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables, jusqu'à l'instant vrai de la conjonction.

db' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant vrai de la conjonction, jusqu'à celui que l'on conclut des observations.

Latitude hypothétique de la Lune, la latitude de la Lune que l'on conclut des observations, & qui répond à l'instant de la conjonction déduit des observations.

d (latitude de la Lune), la différence entre la latitude vraie de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction déduit des observations, & la latitude hypothétique que l'on conclut de ces mêmes observations.

Il est évident, d'après ces définitions, que l'on aura

Longitude du Soleil & de la Lune à l'instant vrai de la conjonction

$$= \text{longit. des Tables du} \odot + d(\text{longit. du} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du} \odot.$$

Longitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations

$$= \begin{cases} \text{longit. des Tables du} \odot + d(\text{longit. du} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du} \odot \\ + \frac{db'}{3600''} \text{ mouvement horaire de la Lune en longitude.} \end{cases}$$

Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations

$$= \text{latitude hypothétique de la Lune} - d \text{ (latitude de la Lune).}$$

Erreur des Tables lunaires en longitude

$$= - d(\text{longit} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor.} ☾ \text{ en longit.} - \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor.} \odot.$$

Erreur des Tables lunaires en latitude

$$= \begin{cases} \text{latitude des Tables de la} ☾ + \left(\frac{b' + db'}{3600''}\right) \text{ mouv. hor.} ☾ \text{ en latit.} \\ - \text{latitude hypothétique de la Lune} + d \text{ (latitude de la Lune).} \end{cases}$$

(185.) Dans l'usage de ces formules

La longitude des Tables du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire de la Lune en longitude, sont toujours positifs.

d (longitude du Soleil) eſt poſitif ſi le Soleil eſt plus avancé dans ſon orbite que ne le ſuppoſent les Tables aſtronomiques.

d (longitude du Soleil) eſt négatif dans le cas contraire.

La latitude des Tables de la Lune eſt poſitive ſi la latitude de la Lune eſt boréale; elle eſt négative ſi la latitude de la Lune eſt auſtrale. Il en eſt de même de la latitude vraie, & de la latitude hypothétique de la Lune.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude eſt poſitif lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant; il eſt négatif dans le cas contraire.

d (latitude de la Lune) eſt poſitif ſi la latitude que l'on conclut des obſervations, eſt plus boréale ou moins auſtrale que la latitude vraie de la Lune.

d (latitude de la Lune) eſt négatif dans le cas contraire.

b' eſt poſitif lorſque l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques, précède le véritable inſtant de la conjonction.

b' eſt négatif dans le cas contraire.

db' eſt poſitif lorſque le véritable inſtant de la conjonction précède celui que l'on conclut des obſervations.

db' eſt négatif dans le cas contraire.

L'erreur des Tables en longitude eſt poſitive lorſque les Tables donnent à la Lune une longitude plus grande qu'elle n'a réellement; l'erreur eſt négative dans le cas contraire.

L'erreur des Tables en latitude eſt poſitive lorſque les Tables donnent à la Lune une trop grande latitude boréale ou une trop petite latitude auſtrale; l'erreur eſt négative dans le cas contraire.

(186.) Lorſque l'on calcule, il eſt rare que l'on ait égard à la quantité *d* (longitude du Soleil); on ſuppoſe de plus *d* (latitude de la Lune) $= 0$; $db' = 0$; car on croit toujours employer la véritable latitude de la Lune & le véritable inſtant de la conjonction; j'ai cependant préféré de laiſſer ces quantités dans les équations précédentes, afin que l'on ſoit averti du genre d'incertitude qu'il eſt impoſſible d'éviter entièrement. Au reſte, ces incertitudes ſont d'autant plus légères, que l'on eſt plus aſſuré du réſultat des obſervations.

(187.) Appliquons ces principes à la détermination de l'erreur, ſoit en longitude, ſoit en latitude, des nouvelles Tables de M.rs Mayer & Clairaut, pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764.

Si les élémens hypothétiques du §. 5 sont exacts, ainsi que j'ai lieu de le croire; on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short à Londres...	22h 21′ 28″
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction..	0. 39. 32,0 boréale.

Suivant les nouvelles Tables de M. Mayer, on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short............	22h 19′ 7″,5
Longitude des Tables du Soleil............	0s 12d. 9. 53,5
Latitude des Tables de la Lune..................	39. 36,0
Mouvement horaire du Soleil....................	2. 27,6
Mouvement horaire de la Lune en longitude..........	29. 40,2
Mouvement horaire de la Lune en latitude...........	2. 43,5

Donc $b' = 140'',5$; donc, si l'on suppose d'ailleurs d (longitude du Soleil) $= 0$, d(latitude de la Lune) $= 0$, $db' = 0$; on aura

Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Mayer.	$= + 63'',7$
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Mayer..	$= + 10,4$

(188.) Si l'on avoit appliqué le calcul aux nouvelles Tables de M. Clairaut, on auroit eu

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short...........	22h 22′ 17″,3
Longitude des Tables du Soleil.............	0s 12d 10. 1,3
Latitude des Tables de la Lune............	39. 44,2
Mouvement horaire du Soleil..............	2. 27,7
Mouvement horaire de la Lune en longitude... (*)	29. 38,7
Mouvement horaire de la Lune en latitude....(*)	2. 43,6
Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Clairaut	$= - 22,3$
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Clairaut	$= + 10,0$

Au reste l'exactitude de ces résultats est subordonnée à l'exactitude des élémens hypothétiques & aux remarques du §. *186*.

(189.) On voit par-là, que pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les nouvelles Tables de M.rs Mayer & Clairaut donnent

(*) Ces résultats sont plus conformes aux Tables de M. Clairaut, que ceux du *paragraphe 106*.

à la Lune la même latitude; mais qu'elles donnent à cet astre une longitude qui diffère de 86″. Je crois pouvoir répondre de ces calculs; si cependant l'on étoit curieux de les vérifier, voici des résultats dont il faudroit s'assurer.

31 Mars 1764,

$22^h\ 21'\ 56''$ temps vrai } à Greenwich.
22. 25. 40 temps moyen }

	Longitude du ⊙.	Longitude de la ☾.	Latit. de la ☾.
Tables de MAYER...	$0^s\ 12^d\ 9'\ 59'',3$....	$0^s\ 12^d\ 11'\ 3''$....	$39'\ 42'',4$

$22^h\ 31'\ 12''$ temps vrai } à Paris.
22. 34. 56 temps moyen }

Tables de CLAIRAUT	....	$0^s\ 12^d\ 9'\ 37''$...	$39'\ 42'',0$

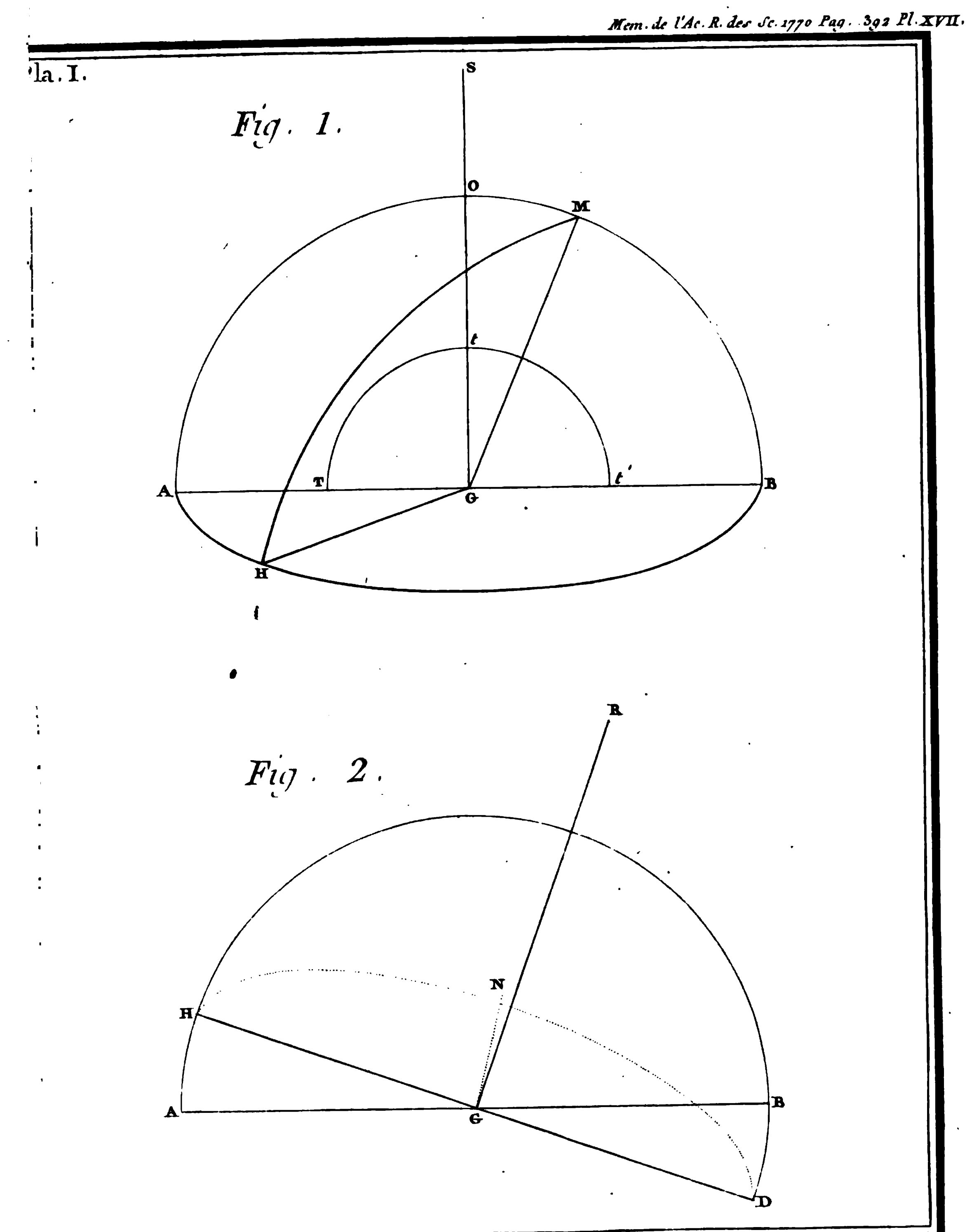
(190.) Sans vouloir prononcer sur le mérite des différentes Tables Astronomiques; je dois à la mémoire de M. Clairaut, de dire ici que dans le petit nombre de circonstances où j'ai eu occasion de vérifier ses nouvelles Tables, j'ai trouvé l'accord le plus satisfaisant entre leurs résultats & les observations *.

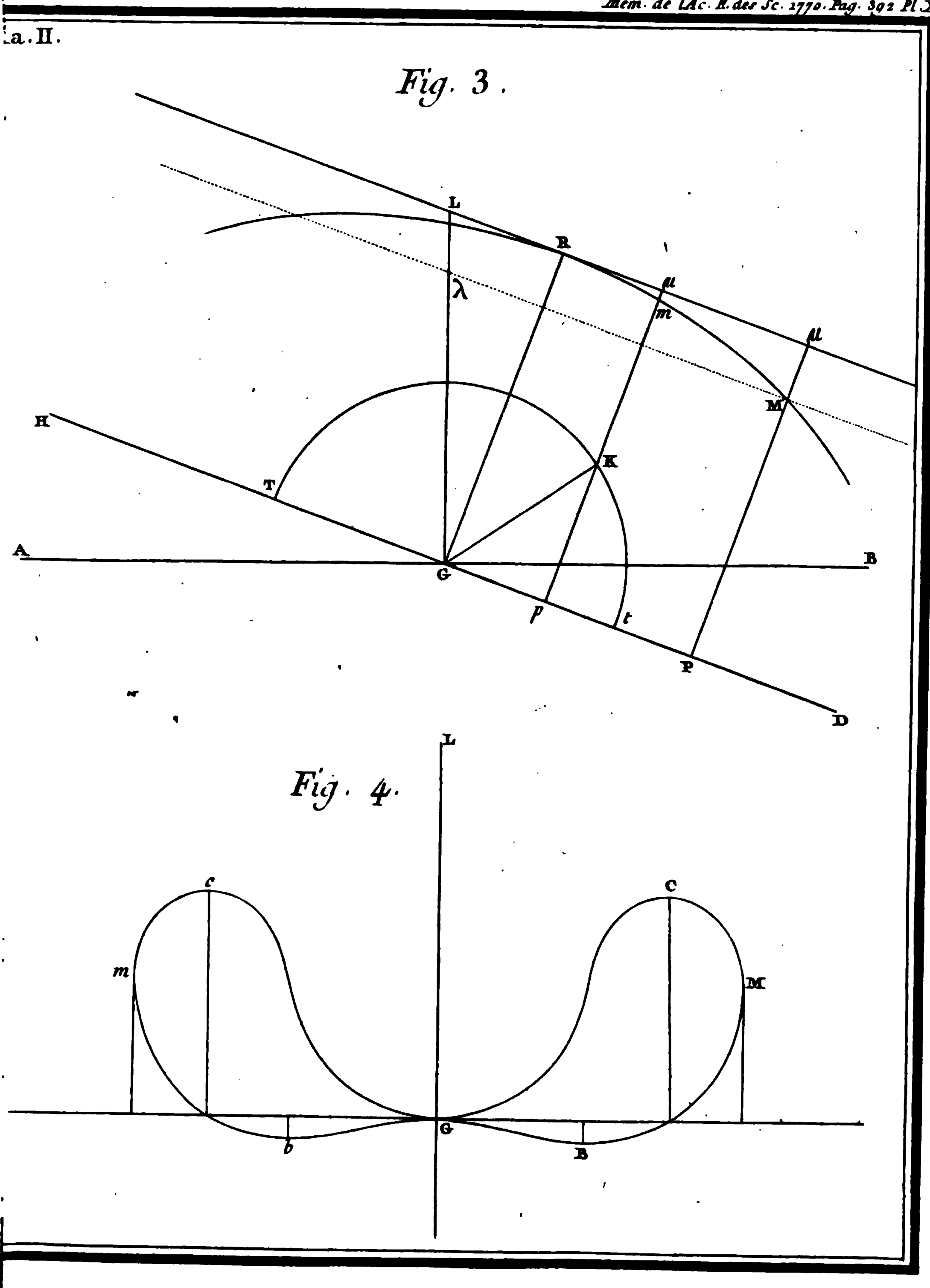
(191.) Je me proposois de donner ici l'application des formules précédentes aux observations faites en Europe le 1.er Avril 1764; la longueur de ce Mémoire m'oblige de remettre à une autre année la publication de cette partie de mon travail, qui pourra mériter quelqu'attention par la généralité des calculs. J'observe en finissant que si, dans l'équation de condition entre le commencement & la fin de l'Eclipse observés à Vienne, du §. 143, on supposoit, conformément à la remarque du §. 34, d (demi-diamètre du Soleil) $= 5''$, & que l'on cherchât la valeur de d (instant de la fin de l'Éclipse), d (instant du comm. de l'Éclipse), toutes les autres données étant d'ailleurs supposées exactes, on auroit, par un résultat moyen, une durée de l'Eclipse plus grande d'environ 30″ que la durée observée.

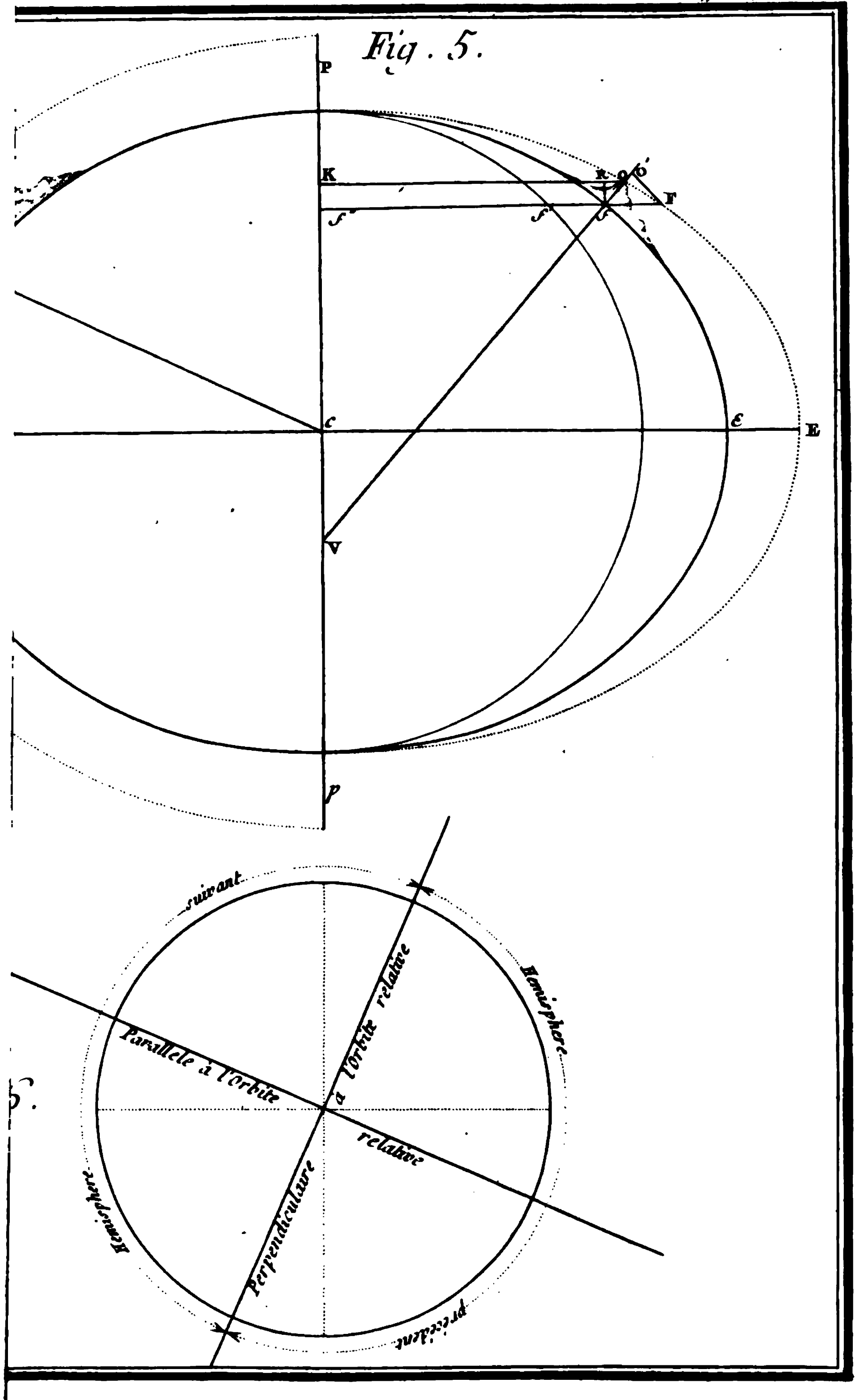
* Éclipses de Soleil des 26 Octobre 1753, 1.er Avril 1764, 16 Août 1765, 5 Août 1766, 4 Juin 1769.

REMARQUES

Pla. I.




a. II.
Fig. 3.
L
R
λ
μ
m
μ
M
H
K
T
A
G
B
p
t
P
D
L
Fig. 4.
c
C
m
M
G
b
B


Fig . 5.
P
K
R
O
O'
F
f'
f
φ
c
ε
E
V
p
suivant
Hemisphere
Parallele à l'orbite
a l'orbite relative
relative
Hemisphere
Perpendiculaire
précédent
6.

REMARQUES
SUR LA
STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE
ET SUR CELLE
DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

Par M. PORTAL.

LES anciens Anatomiſtes n'ont eu aucune connoiſſance du canal thorachique. Euſtache eſt le premier qui l'ait entrevu, encore n'eſt-ce que dans le cheval. Pecquet plutôt conduit par ſon génie que par ſes lectures, a ajouté aux travaux de ce grand homme. Bartholin profita des recherches de Pecquet & a excité la curioſité de Van Horne ſon condiſciple & ſon ami, qui a donné une plus ample deſcription du canal thorachique & du réſervoir du chyle. Duverney a été plus loin; ſes travaux ſont précieux, nous en rendrons compte.

Ces hommes célèbres ont eu le même objet, & l'ont diverſement rempli; la Nature ne ſe montre pas d'une manière uniforme à tous ceux qui l'étudient. Euſtache ne vit dans le cheval qu'une veine blanche qui s'ouvroit d'une part dans la veine ſous-clavière gauche & de l'autre dans le bas-ventre; il n'a pu acquérir ni donner des notions plus poſitives.

Pecquet a été plus loin, il a connu l'aboutiſſant des vaiſſeaux lactés au canal thorachique; il a cité Azellius, mais n'a point fait mention du célèbre Euſtache. Pecquet, cet illuſtre Anatomiſte, Membre diſtingué de cette Compagnie, a admis dans le point de réunion de ces vaiſſeaux, une véſicule qu'il a nommée le réſervoir du chyle, *receptaculum chyli;* il s'eſt oppoſé aux ſentimens de ceux qui penſoient qu'il y avoit des vaiſſeaux lactés deſtinés à porter le chyle au foie ou à la veine-cave; il a avancé que le canal thorachique ſe terminoit par deux rameaux aux veines

jugulaires, ainſi chaque veine jugulaire étoit pourvue d'une branche particulière du canal thorachique.

Peu ſatisfait des travaux d'Euſtache & de Pecquet, Van Horne a fait de nouvelles recherches & nous les a tranſmiſes; ſon objet principal, c'eſt que le canal thorachique ſe termine ſimplement à la veine ſous-clavière gauche & non à la droite, ou à toutes les deux. Rudbeck a fait uſage de cette réflexion.

Conduit par un génie obſervateur & orné d'une érudition profonde, Thomas Bartholin vit les vaiſſeaux lactés ſe terminer & s'ouvrir dans le canal thorachique, lequel à ſon tour, aboutiſſoit dans la veine ſous-clavière gauche.

Ces Anatomiſtes ont eu différens ſectateurs, & par-là les ſentimens ont été diviſés. Si un Anatomiſte judicieux a ajouté quelques remarques à celles de ces grands hommes, il a adopté leurs préjugés ou leurs obſervations infidèles, & a rendu ſes deſcriptions informes. L'autorité d'un grand nom nous induit ſouvent en erreur.

Rempli de doutes & pénétré des contradictions apparentes que je venois de lire dans les auteurs cités, je crus ne devoir m'en rapporter qu'à moi-même. Je conſultai la Nature, & mes travaux ne m'ont point paru inutiles: en voici le réſultat.

Le réſervoir du chyle, tel que Pecquet & ſes ſectateurs l'ont admis, eſt un être de raiſon dans l'homme, au moins dans le plus grand nombre; le chyle porté par les vaiſſeaux lactés, au canal thorachique, ne s'épanche pas dans une véſicule, les vaiſſeaux lactés s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique dont le diamètre eſt à ce point de réunion un peu plus large qu'ailleurs; j'ai compté juſqu'à neuf rameaux lactés, qui perçoient le canal thorachique; ils s'y inſinuent à quelques lignes de diſtance les uns des autres.

Les vaiſſeaux lactés qui ſerpentent entre les lames du méſentère, s'inſinuent vers la colonne vertébrale, & s'abouchent à la partie inférieure du canal thorachique, j'en ai compté juſqu'à cinq, qui venoient du milieu du méſentère; les canaux collatéraux montent un peu plus haut dans la poitrine; & à proportion qu'ils ſont éloignés de l'axe du corps vers le bas-ventre, ils s'élèvent davantage; dans la poitrine, les rameaux latéraux s'ouvrent quelquefois tout

autour du canal thorachique, en sorte qu'il en résulte une espèce d'anneau vasculaire.

Cet appareil de vaisseaux est recouvert par une lame de tissu cellulaire qui forme une espèce de sac membraneux; on aperçoit sur sa surface différentes élévations & dépressions; sa figure a quelque ressemblance à une vésicule séminale gonflée d'air, la base de ce tissu cellulaire répond aux vaisseaux chylifères & en recouvre les extrémités, sa pointe embrasse le canal thorachique, plusieurs filets de tissu cellulaire s'inclinent vers les vaisseaux lactés & forment différentes cloisons en produisant des gaines particulières à chaque vaisseau.

Un observateur un peu judicieux, découvrira sans peine cette structure dans la plupart des sujets. Si l'on souffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tube vers les canaux laiteux, on les voit se gonfler & s'élever en tiraillant le tissu cellulaire qui les revêt; l'air ne sort pas de ces canaux si l'on incise latéralement le tissu cellulaire, ce qui prouve que les vaisseaux s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique & qu'il n'y a point de réservoir dans lequel le chyle s'épanche.

On peut même, sans toutes ces précautions, séparer dans certains sujets, les canaux du tissu cellulaire qui les recouvre; cette séparation étoit très-facile dans un jeune homme mort d'atrophie, que j'eus occasion de disséquer l'année dernière, au Collége royal de France. Les vaisseaux chylifères & le canal thorachique remplis d'une lymphe épaisse, formoient des cordes solides qu'on dégageoit sans peine du tissu cellulaire; la masse cellulaire qui en a imposé aux Anatomistes, qui l'ont prise pour le réservoir du chyle, se remplit de sérosités dans quelques anasarques, sans que les vaisseaux lactés en soient abreuvés, le souffle pénètre ceux-ci sans s'insinuer dans les vides du tissu cellulaire, à moins qu'on ne pousse l'air avec trop de force & qu'on ne déchire ces vaisseaux. Si la Nature varie à cet égard, cela est très-rare; je n'ai jamais trouvé dans l'homme de réservoir pareil à celui dont Pecquet nous a donné la description, & que les Anatomistes ont en général adopté; cependant je puis assurer avoir examiné distinctement, dans plus de trente sujets, le confluent des vaisseaux lactés dans le canal thorachique.

Dans le rat & dans le lapin, ces parties sont si délicates, qu'on ne peut distinguer si ces animaux ont un réservoir ou si les vaisseaux lactés vont immédiatement aboutir au canal thorachique: les objets sont plus faciles à distinguer dans le chien, il est pourvu d'un résorvoir, & comme c'est sur lui que Pecquet a fait ses recherches, il a cru être en droit d'appliquer à l'homme ce qu'il n'avoit vu que sur cet animal: méthode pernicieuse, qui a si souvent induit en erreur les Anatomistes les plus versés dans leur art.

Le paquet de tissu cellulaire qui lie les extrémités thorachiques des vaisseaux lactés, est chez les enfans extrêmement mollasse; mais les feuillets s'appliquant les uns contre les autres avec l'âge, il en résulte une espèce de membrane, structure qui a trompé les Anatomistes.

Le chat n'a point de résorvoir particulier, mais les vaisseaux lactés se terminent dans le bas-ventre à un ou deux canaux qui passent derrière les piliers du diaphragme & qui vont aboutir aux veines sous-clavières.

Dans l'homme, la réunion des vaisseaux lactés au canal thorachique se fait vers la deuxième vertèbre lombaire, entre les piliers du diaphragme & non par-dessous comme plusieurs l'ont avancé; ces vaisseaux en sont même assez éloignés pour être toujours à l'abri de la compression. L'écureuil & le singe ont, suivant M. Ferrein, plusieurs résorvoirs apparens, & très-aisés à apercevoir; ils ont aussi autant de canaux thorachiques: j'ai ouvert, à ce dessein, quelques poissons qui avoient plusieurs canaux thorachiques, la baudroie (*rana piscatrix*, Bellon) en a deux, & le dauphin, suivant M. Ferrein, en a jusqu'à sept.

Dans l'homme on trouve quelquefois le canal thorachique divisé en plusieurs rameaux qui se rejoignent avant que de parvenir à la veine sous-clavière. M. Duverney, dont le souvenir sera toujours cher aux Anatomistes françois, a entrevu plusieurs particularités relatives à la description que j'ai donnée du confluent des vaisseaux lactés dans le canal thorachique; il nous a averti que trois filets laiteux aboutissoient immédiatement au canal thorachique: cependant leur nombre est beaucoup plus grand, comme je l'ai déjà avancé. Ce grand homme n'a pas non plus parlé du tissu cellulaire

qui revêt cet appareil vasculeux; mais Ruysch s'est contenté de dire que dans l'homme il n'y avoit point de réservoir du chyle*, & il paroît que Loescher a profité de cette remarque; cet Anatomiste a encore avancé que le réservoir de Pecquet n'existoit pas dans l'homme.

* Voyez l'histoire de l'Anat. t. III, p. 287; t. IV, p. 591.

On doit faire attention quand on se livre à de pareilles recherches sur le cadavre humain, de ne pas prendre pour des vaisseaux laiteux des ramifications d'artères ou de veines sanguines, mais vides de sang, qui serpentent sur & entre les lames du tissu cellulaire du faux réservoir: j'ai vu dans un cadavre d'enfant injecté, un petit tronc artériel qui sortant de la partie postérieure & latérale droite de l'aorte, fournissoit plusieurs ramifications, dont le plus grand nombre pénétroit le tissu cellulaire, d'autres entouroient le canal & fournissoient de nouvelles branches.

On trouve aussi plusieurs vaisseaux lymphatiques, dont les uns rampent sur le faux réservoir sans le pénétrer: d'autres s'enfoncent entre les lames du tissu cellulaire & s'abouchent avec quelques-uns des vaisseaux laiteux. Il est aussi des sujets dans lesquels on trouve quelques-uns des vaisseaux lactés dilatés, variqueux, pour ainsi dire; or alors, on pourroit très-bien les prendre pour le vrai réservoir; ils en diffèrent cependant, car à côté d'eux on trouve toujours d'autres vaisseaux du même genre, mais d'un moindre diamètre, lesquels aboutissent immédiatement dans le canal thorachique; quelquefois l'un de ces canaux est obstrué & oblitéré par une espèce de matière gypseuse, c'est ce que j'ai vu dans un cadavre dont les glandes mésentériques étoient fort gonflées par obstruction. Le sujet étoit assez gras, c'est ce qui me détermina à rechercher, plus scrupuleusement, comment le chyle avoit pu parvenir au canal thorachique; or, je découvris à côté du vaisseau obstrué d'autres vaisseaux libres, & qui s'inséroient dans le canal thorachique, au-dessus de l'obstruction.

Par-dessus tout cet appareil, on aperçoit dans l'homme un canal qui se plonge derrière la plèvre, plus ou moins éloigné de l'aorte, il est placé un peu sur le côté droit de la colonne épinière, sa marche change vers la quatrième vertèbre dorsale, & s'insinue vers le côté gauche, passe obliquement sur les corps

de la quatrième & troisième vertèbre du dos; il grossit ici sensiblement & forme une courbe dont la convexité est dirigée vers le côté gauche & la concavité vers le côté droit; le canal thorachique fait encore un autre contour, mais qui n'est pas si exprimé vers la septième, huitième & neuvième vertèbre dorsale; il s'incline vers les côtes droites, & il est dans cet espace plus éloigné de l'aorte, qu'il n'est depuis la quatrième vertèbre du dos jusqu'à la première vertèbre lombaire, dans cet intervalle l'œsophage couvre le canal thorachique.

Le canal thorachique se glisse derrière l'aorte, vers la quatrième vertèbre dorsale, passe derrière la bronche gauche & se termine à la sous-clavière gauche, proche la jugulaire; au-dessous d'elle & plus en dehors, il serpente entre les tuniques de la veine & parcourt l'espace de quatre à cinq lignes; l'ouverture est ovalaire & il n'y a aucune valvule particulière dans le canal thorachique, les valvules qu'on observe appartiennent à la veine sous-clavière; car le canal thorachique s'ouvre ordinairement au-devant d'elles vers le cœur.

Le canal thorachique se termine ordinairement du côté gauche *(a)*, rarement trouve-t-on deux rameaux, dont l'un s'ouvre dans la sous-clavière, & l'autre dans la jugulaire *(b)*. Van Horne a eu raison d'avertir que le canal thorachique se terminoit à la sous-clavière gauche & non à la droite, & Pecquet a appliqué sans raison au cadavre humain les découvertes faites dans le chien. Pour m'assurer du fait, j'ai ouvert plusieurs chiens, j'ai vu qu'ils avoient ordinairement deux canaux thorachiques, qui communiquoient entr'eux par quatre ou cinq rameaux obliques; ces deux canaux pénètrent les sous-clavières qui leur correspondent.

Cette remarque est de la plus grande conséquence, il ne faut pas indistinctement appliquer à l'homme les découvertes faites sur les animaux. Thomas Bartholin qui vivoit du temps de Pecquet, osa le contredire sur ce point, mais plusieurs Anatomistes qui

(a) Bohemer a vu ce canal s'ouvrir dans la veine sous-clavière droite. *Obs. Anat. fasciculus, in-folio.*

(b) Et Cowper dit qu'on a vu ce canal s'insérer dans la jugulaire & non dans la sous-clavière gauche. *Anat. corp.*

lui ont ſuccédé, ont admis l'erreur ſans s'en douter; ils euſſent tenu un langage plus conforme à la vérité, s'ils euſſent fait une application au corps humain de la deſcription qu'Euſtache a donné du canal thorachique du cheval; ſuivant cet Anatomiſte, ce conduit ſe termine à la veine ſous-clavière gauche.

Le canal thorachique n'eſt pas conique comme Van Horne l'a avancé, & comme pluſieurs Anatomiſtes l'ont écrit après lui, il eſt ordinairement rétréci vers la cinquième & ſixième vertèbre du dos; il ſe dilate vers le haut, & cette dilatation eſt ſi ſenſible dans quelques ſujets, qu'il eſt plus gros en haut & vers la ſous-clavière gauche, qu'il ne l'eſt vers les dernières vertèbres dorſales. En examinant ce ſurcroît de capacité dans le haut du canal, je préſumai qu'il y avoit des vaiſſeaux de communication; je fis de nouvelles recherches, & elles ne furent point inutiles; j'aperçus immédiatement au-deſſous de la bronche gauche, un vaiſſeau blanchâtre qui s'y abouchoit, ce vaiſſeau ſe déchira dans le temps que je travaillois à découvrir ſa ſituation & ſa ſtructure.

Je fus plus heureux dans une autre circonſtance, j'introduiſis de l'air dans les vaiſſeaux lymphatiques de Willis qui ſerpentent ſur la ſurface extérieure des poumons, & qui ſont logés dans les interſtices des lobes de ce viſcère, l'air pénétra dans le canal thorachique, j'en cherchai la voie de communication, & je vis qu'au deſſous des deux lobes ſupérieurs du poumon droit & gauche, il y avoit deux petits tuyaux lymphatiques qui ſe rendoient dans le canal thorachique: à l'embouchure de chacun d'eux, il y a une valvule dont le bord ſupérieur eſt flottant & l'inférieur eſt adhérent au canal thorachique; l'on obſerve dans ce point de jonction une ligne ſaillante produite vraiſemblablement par l'entrelaſſement des fibres du canal thorachique & de celles de la valvule. Il paroît que Bils, dont le témoignage n'eſt pas, à la vérité, d'un grand poids en Anatomie, avoit cependant obſervé la dilatation du canal thorachique dans ſon extrémité ſupérieure; lorſqu'il dit avoir découvert un nouveau réſervoir proche des ſous-clavières, auquel vont aboutir un grand nombre de vaiſſeaux qu'il nomme *roriſères*.

Pluſieurs autres vaiſſeaux lymphatiques provenans de la poitrine,

ſe rendent au canal thorachique; Thomas Bartholin en a indiqué quelques-uns, Albinus a dans la ſuite parlé de pluſieurs autres; j'en ai communément compté vingt-deux qui répondoient à autant de vaiſſeaux ſanguins & nerfs intercoſtaux, ils n'ont pas tous un égal diamètre, les ſupérieurs & les inférieurs paroiſſent d'une capacité à peu près égale; les moyens, c'eſt-à-dire ceux qui ſerpentent entre la quatrième, cinquième, ſixième & ſeptième côtes, ſont les plus petits; chacun de ces vaiſſeaux lymphatiques fournit de nouvelles branches, j'en ai vu pluſieurs qui pénétroient les muſcles intercoſtaux.

Ces vingt-deux troncs vaſculeux ſe rendent aux parties latérales du canal thorachique dans lequel ils s'ouvrent; il en eſt d'autres qui naiſſent de la partie antérieure & qui ont échappé à la connoiſſance des Anatomiſtes; j'en ai compté l'année dernière, juſqu'à ſix ſur le cadavre d'un enfant de quatre à cinq ans, je les ai décrits & démontrés aux Étudians qui ſuivoient mon cours d'Anatomie; il y a apparence que les conduits antérieurs ſont plus nombreux, & qu'on en déchire quelques-uns en écartant les lames de la plèvre, & en élevant l'œſophage; les vaiſſeaux lymphatiques antérieurs ſe diſperſent ſur la partie poſtérieure de l'œſophage, on en voit qui ſe ſous-diviſent & forment des demi-rameaux qui ſerpentent ſur ſa ſurface, j'ai vu pluſieurs ramifications lymphatiques ſe perdre dans la graiſſe du médiaſtin.

Mais je n'ai pu découvrir aucun vaiſſeau lymphatique, qui, du canal thorachique, ſe propageât juſqu'aux mamelles; auſſi me paroît-il que Nuck a eu raiſon de nier que le canal thorachique fournît aucune ramification aux mamelles*, & encore plus que des vaiſſeaux lactés parvinſſent juſqu'à ces organes: or, cette opinion, qui paroît d'abord fondée ſur l'obſervation, eſt contraire à celles que Lanzoni & quelques autres, ont adoptées après pluſieurs Anciens, ſéduits par la reſſemblance du lait & du chyle; ils avoient admis, ſans aucune preuve, une voie immédiate de communication entre les mamelles & le canal thorachique.

* *Adenographia curioſa, p. 20.*

On voit d'autres rameaux lymphatiques antérieurs qui s'inclinent vers le côté gauche, qui s'inſinuent ſous l'aorte, ou qui paſſent par-deſſus

par-dessus elle, leur marche est assez irrégulière, ils se contournent en différens sens; souvent on voit les branches rétrograder vers les troncs.

D'autres vaisseaux lymphatiques se rendent au canal thorachique; plusieurs Auteurs respectables, nous ont appris qu'il y en avoit qui du thymus & du foie alloient aboutir à ce canal, & que d'autres serpentoient & pénétroient la substance de plusieurs viscères; ils nous ont enseigné que les extrémités du corps, étoient pourvues des vaisseaux lymphatiques, qui se terminoient au canal thorachique; on pourra voir sur cet objet intéressant, ce qu'ont écrit M.rs Meckel & Monro.

On découvre facilement les vaisseaux que j'ai décrits, si l'on souffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tuyau à vent de haut en bas; les valvules du canal thorachique ou celles de ses branches, ne s'opposent pas à l'entrée de l'air, quoiqu'elles soient nombreuses & très-fortes, elles ne s'appliquent pas assez intimement pour empêcher l'air de pénétrer dans le canal, elles donnent aussi entrée à quelques liquides qu'on injecte.

Il est difficile de développer la structure de ces valvules, quoique très-foibles en apparence, elles résistent à leur extension jusqu'à un certain point, & bornent l'extension latérale du canal auquel elles appartiennent; quand on distend ces canaux par le souffle, ou par quelqu'autre liqueur, on voit les parois s'écarter dans les endroits où ces valvules manquent, tandis qu'elles paroissent rétrécies comme par un lien circulaire dans les endroits où elles se trouvent. Hamberger croyoit même que ces valvules servoient plutôt à borner l'extension du canal, qu'à favoriser l'ascension du chyle.

Les valvules sont extrêmement nombreuses, l'on en voit quelquefois jusqu'à trois tout autour du tuyau, & dans le même plan; tantôt elles sont placées alternativement & dans des plans inégaux; tantôt on voit deux valvules qui se touchent par leurs bords; quelquefois enfin, elles sont diamétralement opposées: tous ces détails sans doute, méritent d'être examinés; c'est pourquoi je n'ai pas craint d'y entrer, & si quelques-uns des faits rapportés dans ce Mémoire, ont été connus des Anatomistes, il en est d'autres qui n'avoient point fixé leur attention.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *Figure première* repréſente le dehors du *réſervoir du chyle* gonflé d'air, les vaiſſeaux cachés ſous le tiſſu cellulaire, ſont ſaillans.

La *Figure deuxième* repréſente le *réſervoir du chyle* ouvert, & le canal thorachique en ſituation, & gonflé d'air.

A, racines du canal thorachique.

a a a a, tiſſu cellulaire qui revêt les racines du canal thorachique.

B, diviſion du canal thorachique en deux branches; elle ſe trouve fréquemment. Van Horne eſt le premier qui l'ait obſervée.

C, extrémité ſupérieure du canal thorachique ordinairement auſſi ample que l'extrémité inférieure, & ſouvent plus évaſée.

b, vaiſſeaux lymphatiques du poumon.

D, communication du canal thorachique avec la veine ſous-clavière gauche.

d, portion de l'artère-aorte, on y voit différens vaiſſeaux lymphatiques qui l'entourent.

E, portion de la veine-cave inférieure, on obſerve par-deſſus pluſieurs rameaux lymphatiques.

F F F F, rameaux lymphatiques latéraux; ordinairement au nombre de vingt-deux, dont onze de chaque côté; ils ſe diſperſent ſur la ſurface poſtérieure des poumons, des muſcles intercoſtaux; les ſupérieurs communiquent ſenſiblement avec les vaiſſeaux lymphatiques du bras, & les inférieurs rampent ſur le diaphragme.

p, branche de communication du canal thorachique avec les vaiſſeaux lymphatiques du thymus.

q, avec ceux du bras.

ggg, vaiſſeaux antérieurs lymphatiques qui ſe diſtribuent principalement à l'œſophage ou qui ſe perdent dans le médiaſtin.

A, Figure troiſième, racines des vaiſſeaux lactés.

B, canal thorachique ſans aucune diviſion, il eſt gonflé d'air.



MÉMOIRE
SUR LE
DIAMÈTRE DU SOLEIL
Qu'il faut employer dans le calcul des passages de VÉNUS.

Par M. DE LA LANDE.

LES Astronomes soupçonnent depuis quelques années que le diamètre du Soleil paroît d'autant plus petit, qu'on l'observe avec de plus longues lunettes, & qu'il se forme autour de son disque une couronne d'aberration qui en augmente la largeur; il semble que dans les passages de Vénus & de Mercure sur le Soleil, cette irradiation ne doit pas avoir le même effet que le véritable disque du Soleil; & si cela est, la durée des passages ne sera pas aussi grande qu'elle le paroîtroit par un calcul fait avec le diamètre du Soleil, tel qu'on l'observe dans nos lunettes. 10 Janvier 1770.

M. de l'Isle, dans un Mémoire que j'ai terminé & fait imprimer moi-même, discute les observations faites à Pékin en 1756, du passage de Mercure presque au centre du Soleil; il observe que le diamètre du Soleil, qui résulte de la durée du passage, est de près d'un tiers de minute plus petit que celui que les Astronomes avoient employé dans leurs calculs; il avoit déjà fait, quinze ou seize ans auparavant, la même remarque, en comparant les durées des divers passages de Mercure; il ne pouvoit les accorder ensemble, de manière à donner un mouvement uniforme du nœud, sans diminuer considérablement les diamètres du Soleil *(Mém. Acad. 1758, page 137)*. Les observations du P. Gaubil donnoient, pour le diamètre du Soleil, 32′ 0″; celles du P. Amiot, 32′ 7″: les observations que j'ai faites avec le plus grand soin, du diamètre du Soleil, donnent pour ce jour-là 32′ 21″; ainsi il y avoit au moins 14 secondes de diminution pour le diamètre déduit de la durée du passage.

Je desirois beaucoup de constater cette diminution par le moyen

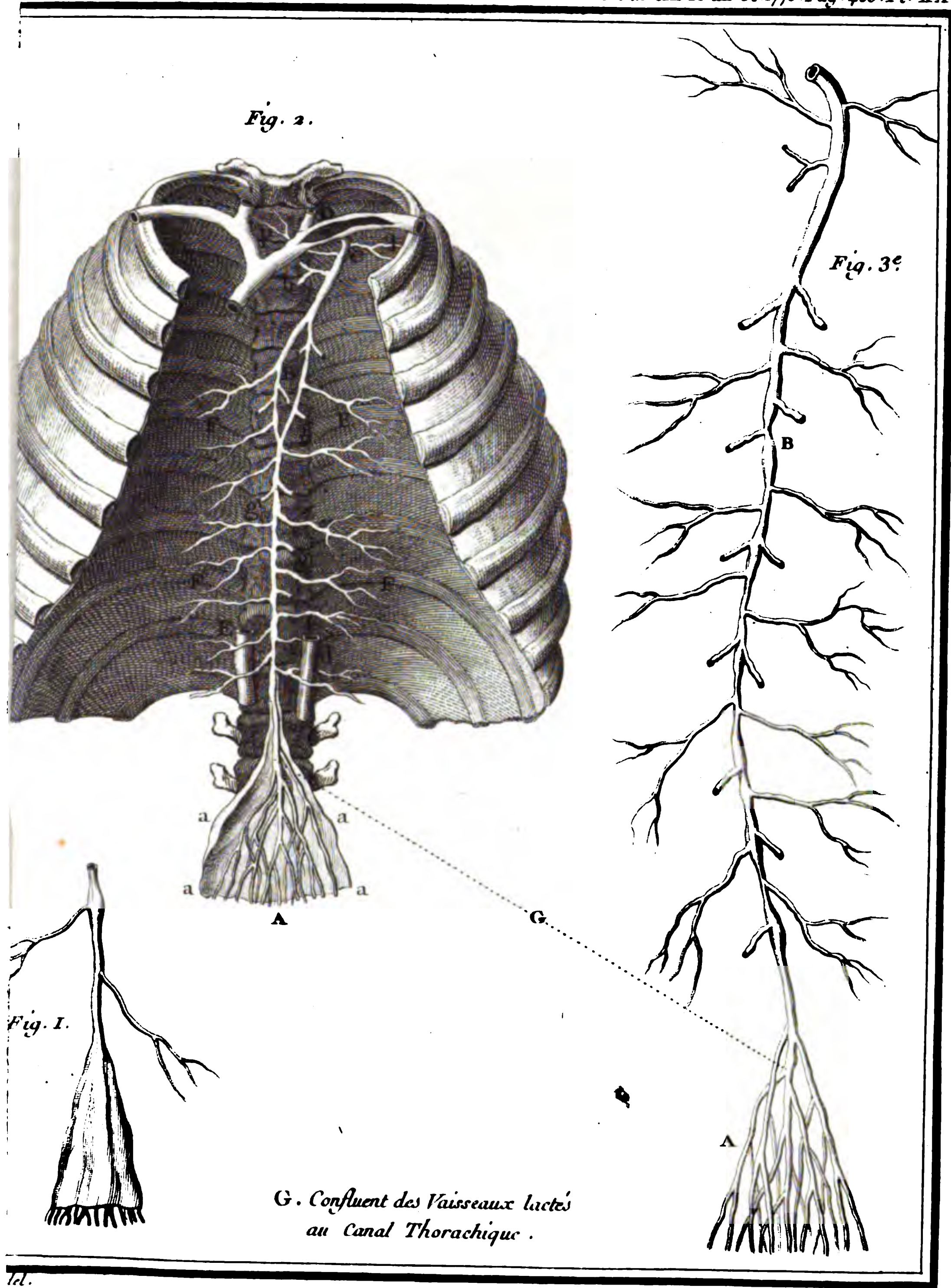
des passages de Vénus observés en 1761 & en 1769, Vénus ayant passé dans l'un à 9′ 31″ au midi du centre du Soleil, & dans l'autre à 10′ 8″ au nord; la plus courte distance de Vénus au centre & sa distance au nœud, déduites de la durée du passage, devoient paroître sensiblement trop grandes en calculant dans l'hypothèse ordinaire des diamètres solaires; & j'ai trouvé cette quantité de 6 à 7 secondes.

La durée du passage de 1761 entre les deux contacts intérieurs, a été observée à Stockolm & à Tobolsk; je les ai réduites au centre de la Terre, en supposant la parallaxe moyenne de $8''\frac{1}{2}$. Le premier contact intérieur à Stockolm $3^h\ 39'\ 29'' - 5'\ 19'',8 = 3^h\ 34'\ 9'',2$; le second contact intérieur $9^h\ 30'\ 10'' + 2'\ 19'',9 = 9^h\ 32'\ 29'',9$; ainsi la durée étoit de $5^h\ 58'\ 20'',7$. Les contacts observés à Tobolsk $7^h\ 0'\ 28'' - 5'\ 23'',0 = 6^h\ 55'\ 5''$, & $0^h\ 49'\ 20'',5 + 3'\ 46'',6 = 0^h\ 53'\ 7'',3$, ce qui donne pour la durée $5^h\ 58'\ 2'',3$; en prenant un milieu, je la supposerai $5^h\ 58'\ 11'',5$; ce qui donne, pour la demi-corde parcourue, $714'',8$. Supposant le diamètre du Soleil, comme dans mes Tables, $31'\ 33'',8$; & celui de Vénus, $57'',2$; je trouve la perpendiculaire sur l'orbite relative, ou la plus courte distance des centres, $9'\ 36'',5$; la distance au nœud $1^d\ 4'\ 40''$, & le lieu du nœud $2^s\ 14^d\ 31'\ 30''$.

Dans le passage de 1769, la durée conclue d'un grand nombre d'observations a été de $5^h\ 41'\ 50'',6$, & la demi-corde $684'',0$; supposant le diamètre du Soleil $31'\ 34'',4$, & celui de Vénus $57'',2$, je trouve la perpendiculaire $10'\ 13'',1$; la distance au nœud $1^d\ 9'\ 24''$, & le lieu du nœud $2^s\ 14^d\ 36'\ 45''$, plus avancé de $5'\ 15''$ qu'en 1769.

Ce mouvement du nœud calculé, soit par la théorie, soit par la comparaison des passages de 1631 & de 1761, est certainement de $4'\ 8''$; il faut donc s'assujettir à ce mouvement, & réduire les longitudes du nœud à $2^s\ 14^d\ 32'\ 3''\frac{1}{2}$ & $2^s\ 14^d\ 36'\ 11''\frac{1}{2}$; les distances au nœud doivent donc être réduites à $1^d\ 4'\ 6''\frac{1}{2}$, & $1^d\ 8'\ 50''\frac{1}{2}$; ce qui donne pour les perpendiculaires $9'\ 31'',5$ en 1761, & $10'\ 8'',2$ en 1769.

Ces perpendiculaires combinées avec les demi-cordes respectives,



G. Confluent des Vaisseaux lactés au Canal Thorachique.

del. Y. le G. Sc.

donnent pour différence des demi-diamètres 915",1 & 915",3; moindres de 3" $\frac{1}{4}$ que celles que j'avois supposées; ainsi le diamètre du Soleil doit être diminué de 6" $\frac{1}{2}$ pour représenter exactement les deux passages de 1761 & de 1769.

Il me paroît donc, quant-à-présent, que pour calculer les durées des passages de Vénus & de Mercure, il faudra diminuer de 6 à 7 secondes le diamètre du Soleil, que j'avois fixé à 31' 31" dans l'apogée, *(Mémoires de 1754, page 176)* & qui est dans mes Tables astronomiques; par ce moyen on aura les durées des passages plus conformes à l'observation, & le mouvement des nœuds plus uniforme. Cette quantité est moindre que celle qu'avoit trouvée M. de l'Isle, mais elle me paroît devoir être préférée, en attendant qu'on ait occasion de mieux déterminer cet élément.

M. du Séjour, dans le grand nombre d'observations qu'il a calculées de l'Éclipse de 1764, a trouvé de même, que pour les mieux concilier, il falloit diminuer de quelques secondes le diamètre du Soleil, indépendamment de l'inflexion de 4" $\frac{1}{2}$, dont il faut diminuer la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune: on en verra la preuve dans la suite du grand travail qu'il a entrepris sur la méthode analytique de calculer les Éclipses.



EXPLICATION
DU PROLONGEMENT OBSCUR DU DISQUE DE VÉNUS,
Qu'on aperçoit dans ses passages sur le SOLEIL.

Par M. DE LA LANDE.

31 Janvier 1770.

PLUSIEURS Astronomes habiles ont remarqué, en 1761 & en 1769, que dans le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, il se forme entre les deux bords, une espèce de ligament alongé qui dure pendant plusieurs secondes, & qui semble être comme une protubérance, une excroissance, un appendice du disque de Vénus. Quand cette Planète approche du disque du Soleil, avant que de commencer à sortir, & avant même qu'elle paroisse prête à toucher le bord du Soleil; on voit comme un point noir s'élancer du bord de Vénus & se réunir au bord intérieur du Soleil, plusieurs secondes avant que la circonférence de Vénus coincide avec celle du Soleil; c'est ainsi que je l'observai le 6 Juin 1761, sans être prévenu de ce phénomène ou de la manière dont je devois apercevoir ce contact *(Mém. de l'Acad. 1761, page 84)*. M. Jeaurat, M. de Joly qui observoient à Paris, M. Pingré à l'île Rodrigue & M. Short, célèbre Opticien de Londres, m'ont assuré l'avoir observé de la même manière que moi; M. Hirst l'observa de même aux Indes *(Philos. Trans. 1769, page 229)*.

Observations.

En 1769, nous n'avons observé en Europe que l'entrée de Vénus, mais elle s'est faite avec des circonstances semblables. M. Wargentin m'écrit de Stockolm, qu'à $8^h\ 41'\ 2''$ Vénus parut à M. Wilcke toute entière sur le disque du Soleil, mais qu'elle n'étoit pas encore détachée du bord du Soleil, auquel elle paroissoit comme liée par une bande obscure qui se rompit enfin à $8^h\ 41'\ 45''$, Vénus se détachant entièrement du bord du Soleil.

M. Wargentin à 8^h 41′ 31″ commençoit à douter si Vénus étoit entièrement entrée, mais ce ne fut qu'à 8^h 41′ 47″ qu'il aperçut un rayon de lumière ondoyante qui fermoit l'ouverture qu'avoit faite Vénus sur le bord du Soleil & la laissoit tout-à-fait libre au fond du disque solaire.

M. Ferner à 8^h 41′ 48″ vit aussi la Planète environnée de toutes parts de la lumière du Soleil; mais c'étoit après avoir jugé, plusieurs secondes auparavant, par la coïncidence des bords, que Vénus étoit déjà toute entière sur le Soleil.

M. Melander à Upsal, avec une lunette de 20 pieds, commença de juger Vénus sur le Soleil, à 8^h 39′ 57″, & ce ne fut qu'à 8^h 40′ 12″ que Vénus se détacha totalement du bord du Soleil; il assure même que pendant qu'elle étoit encore adhérente au bord du Soleil, elle parut alongée du haut en bas, quoiqu'auparavant elle fut alongée de droite à gauche par l'effet des réfractions.

M. Prosperin à Upsal, avec une lunette de 16 pieds, commença dès 8^h 38′ 0″ à juger que Vénus étoit entrée, mais attachée au bord du Soleil, par une bande obscure qui se rétrécit & s'éclaircit de plus en plus jusqu'à 8^h 40′ 12″, moment auquel cette bande, devenue déjà fort mince, se rompit, laissant la Planète libre & déjà un peu avancée sur le disque du Soleil.

M. Salenius, avec une lunette de 12 pieds, vit, à 8^h 39′ 46″, Vénus toute entière sur le Soleil, il crut même un instant qu'elle en étoit détachée, mais elle parut s'y coller encore & ne s'en sépara totalement qu'à 8^h 40′ 15″.

M. le docteur Bevis à Kew, vit la Planète entièrement sur le Soleil à 7^h 28′ 8″, mais le filet de lumière n'étoit point encore formé; ce ne fut qu'à 7^h 28′ 17″ qu'il vit rompre le ligament qui unissoit Vénus au Soleil.

M. Samuel Dunn à Gréenwich, observa le disque noir de Vénus entièrement sur le Soleil, à 7^h 29′ 25″, & à 7^h 29′ 48″, il vit rompre en entier les ligamens obscurs qui unissoient encore les deux limbes, depuis 23 secondes de temps. *Philos. Transf. 1770, pages 70 & 72.*

Dans l'observatoire de M. Pigott à Caen, on vit les mêmes

apparences à 7^h 25′ 13″ & à 7^h 27′ 43″. *(Philoſ. Tranſact. 1770, page 264).*

M. du Val-le-Roy, en me racontant les circonſtances de l'obſervation qu'il avoit faite à Breſt avec M. Blondeau, par un très-beau temps, s'exprime ainſi : « Une circonſtance que nous n'avions » pas prévue, prolongea le temps fort au-delà de ce que nous nous » étions imaginé. Lorſque nous nous croyions près du moment où » devoit ſe faire l'entrée totale, chacun de nous vit la petite partie » du diſque de la Planète, qui paroiſſoit tenir encore au bord du » Soleil, s'alonger à meſure que la Planète faiſoit du progrès; cet » alongement formoit comme une eſpèce de queue par laquelle le » corps de la Planète tenoit au bord du Soleil; il parut reculer con- » ſidérablement l'inſtant que nous attendions . . . . La partie » du diſque de la Planète qui s'étoit ainſi alongée étant devenue » très-aigue à l'endroit où elle touchoit le bord du Soleil ; nous » ſaiſimes le moment où cette pointe devint nulle, par la réunion » des deux eſpèces de petites cornes que formoit le bord de cet » aſtre. M. Blondeau qui obſervoit avec une lunette de 14 pieds, » annonça l'inſtant une ſeconde avant moi; comme Vénus ne paroiſſoit » pas auſſi parfaitement terminée dans ſa lunette que dans la mienne, » & que les bords paroiſſoient tant ſoit peu colorés en haut & en bas, il retrancha 2 ſecondes de l'inſtant qu'il avoit déterminé ».

Au fort du Prince de Galles, ſur la baie d'Hudſon, M. Wales, dans le ſecond contact intérieur, compta 24 ſecondes après le moment où le filet de lumière avoit été interrompu, juſqu'au temps où les bords parurent ſe toucher effectivement. *(Philoſ. Tranſ. 1769, page 482).*

M. Charles Maſon à Cavan, près de Strabane & de Londonderry en Irlande, aperçut le contact intérieur à 6^h 58′ 47″, mais ce ne fut que 38 ſecondes plus tard, ou à 6^h 59′ 25″ que le trait de lumière ſe forma, & que les deux circonférences parurent ſe détacher *(Philoſ. Tranſ. 1770, page 488).*

M. Hornſby à Oxford, avec une lunette de 12 pieds qui groſſiſſoit ſoixante-huit fois, vit la Planète toute entière ſur le Soleil, à 7^h 23′ 16″, mais le ligament noir ne ſe rompit, & le filet de lumière ne fut complet qu'à 7^h 24′ 13″, la différence eſt de 57 ſecondes.

Après

Après tant de témoignages, je ne ſaurois regarder, avec M. Pingré, ce phénomène comme dépendant des vapeurs de l'atmoſphère, de la qualité de l'inſtrument, ou de la diſpoſition de l'œil; il me paroît être un phénomène conſtant, que tous les Obſervateurs bien préparés ont remarqué, & dont je crois apercevoir diſtinctement l'explication.

Dans un Mémoire que j'ai lû, il y a peu de temps, ſur le diamètre du Soleil qu'on doit employer dans le calcul de ces phénomènes, j'ai remarqué que pour concilier les obſervations de 1761 avec celles de 1769, il falloit diminuer de $6''\frac{1}{2}$ le diamètre du Soleil, que j'ai déterminé, par des obſervations exactes faites avec un héliomètre de 18 pieds; & que M. de l'Iſle avoit porté cette diminution encore plus loin, par la durée du paſſage de Mercure, obſervé en 1756. *(Voy. ci-devant page 403.)*

Ces deux ſortes de phénomènes, le ligament & la diminution du diamètre ſolaire, me paroiſſent avoir une cauſe commune; il me ſemble qu'elle n'a pas été bien conçue juſqu'à préſent, & je me propoſe de faire voir qu'on doit la chercher dans l'irradiation, ou la couronne d'aberration qui environne le Soleil.

Cette aberration de lumière eſt une choſe fort naturelle à concevoir, autour d'un globe de feu & de lumière; elle eſt d'autant moindre que les lunettes ſont plus fortes, qu'elles ſont plus parfaites & tranchent mieux les objets; voilà pourquoi l'on a toujours trouvé les diamètres du Soleil plus petits, à meſure qu'on les a obſervés avec de plus grandes lunettes ou de meilleurs téleſcopes, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire ſur le diamètre du Soleil. *(Mém. Acad. 1760, page 46.)*

Cette aberration, quelle qu'en ſoit la cauſe ou la meſure, ne doit point avoir lieu dans la durée des paſſages de Vénus & de Mercure ſur le Soleil. Soit *BCD* la circonférence du globe réel du Soleil & *AFG* la circonférence apparente, formée par l'anneau lumineux des rayons éparpillés qui bordent & environnent le Soleil; au moment que Vénus, arrivée au point *B*, touche réellement le bord effectif du globe qui conſtitue le Soleil, elle intercepte

Explication.

pour nous les rayons qui viennent de ce bord; ainsi tous les rayons de cette même partie du Soleil, qui par leur dispersion formoient la partie *BA* de la couronne lumineuse, doivent être interceptés également, puisqu'ils sont une émanation & un effet de la partie du disque d'où les rayons ne viennent plus jusqu'à nous; ainsi toute cette partie *BA* doit paroître noire comme Vénus, & ce ligament ou cette protubérance noire doit s'étendre jusqu'à la circonférence lumineuse & extérieure *A;* elle doit être d'autant plus mince que le segment du Soleil, caché par Vénus, devient plus petit, & aussitôt qu'un seul point du disque réel *BC* commence à être découvert en *B*, l'aberration doit reparoître toute entière, & le bord de Vénus semblera éloigné de celui du Soleil de toute la quantité *AB.*

Cette quantité *AB* est d'environ 3 secondes, à en juger par la diminution que j'ai été obligé de faire au diamètre de Vénus pour accorder les durées des passages en 1761 & 1769; or Vénus employoit une minute de temps à se rapprocher du bord de la valeur de 3 secondes; ainsi je ne suis pas étonné qu'il y ait des Observateurs qui aient jugé la durée du ligament d'une minute comme M. Hornsby; les uns plus, comme M. Prosperin, les autres beaucoup moins, suivant qu'ils auront attendu plus tard pour estimer que Vénus étoit toute sur le Soleil; mais le moment de la rupture du ligament a paru, presque à tout le monde, un phénomène instantané, & c'est celui que j'ai toujours cru devoir être regardé seul comme le véritable moment du contact.

Confirmation. Depuis la lecture du Mémoire que j'ai donné, le 10 Janvier, sur la diminution du diamètre solaire dans les passages de Vénus; M. du Séjour, qui a fait sur l'Éclipse de 1764, des recherches si vastes & si intéressantes, m'a dit avoir reconnu qu'en diminuant de 6 secondes les diamètres du Soleil, que j'ai établis par mes observations, on accordoit beaucoup mieux les phases observées, & sur-tout les durées de l'Éclipse annulaire; & cela indépendamment de l'inflexion de $4'' \frac{1}{2}$, qu'il trouve dans les rayons qui passent près du bord de la Lune; cela me paroît une nouvelle confirmation

de ce que j'ai établi, que les diamètres du Soleil, estimés par les durées des passages de Vénus, sont plus petits de 5 à 6 secondes que ceux qui s'observent dans nos lunettes ordinaires; il y a probablement dans ceux-ci une aberration très-sensible, pour les rayons de lumière qui nous peignent les bords du Soleil, & c'est la cause du phénomène que j'entreprends d'expliquer dans ce Mémoire.

Si l'effet du ligament noir, dont je viens de donner l'explication, n'a pas été remarqué dans l'éclipse annulaire de 1764, c'est probablement parce qu'il dure trop peu de temps, que la Lune touche sensiblement le Soleil en un trop grand nombre de points, & que l'on a trop de peine à bien faire une observation dont le moment est si tôt passé; mais on en remarque l'effet par la comparaison des diverses observations; & quand on aura observé plusieurs fois des Éclipses totales ou annulaires dans des stations un peu éloignées les unes des autres, ce phénomène pourra être mieux constaté.

Je ne parle point ici de l'anneau ou de l'espèce d'atmosphère que quelques Astronomes assurent avoir observé autour de Vénus, parce que ni moi, ni beaucoup d'autres Astronomes, ne l'avons point remarqué; cependant on peut voir ce qu'en a dit M. l'Abbé Chappe *(Mém. de l'Acad. 1761, page 364)*, & M.rs Dunn, Mason & Pingré *(Philos. Trans. 1770, pag. 65, 463 & 498)*. M. Chappe, dans l'endroit que je viens de citer, rapporte plusieurs observations de cet anneau, par M.rs de Fouchy, le Monnier, Wargentin & les Astronomes d'Upsal. M. Maskeline l'a vu en 1769, de même que M. Wilcke à Stockolm, M.rs Dymond & Wales en Amérique *(Philos. Trans. page 482)*. Mais si cet anneau n'est point une illusion d'optique, ou un défaut des lunettes, il faut en chercher la cause dans l'atmosphère propre de Vénus.

M. Daniel Melander, habile Observateur d'Upsal, m'a écrit que M. Eric Prosperin avoit aperçu deux contacts intérieurs des bords de Vénus & du Soleil; dans le premier il vit, pendant un très-petit instant, Vénus séparée du Soleil; & le bord du Soleil parut libre; mais aussi-tôt Vénus parut liée au même bord du Soleil, par ce ligament noir que je viens de décrire, & qui dura jusqu'à ce que Vénus parut de nouveau se séparer totalement du

bord du Soleil. M. Melander explique ce double phénomène par le moyen de l'atmoſphère de Vénus; cette atmoſphère étant ſuppoſée plus denſe à meſure qu'on approche de la ſurface de Vénus, lorſque le ſecond bord de Vénus entre ſur le Soleil, les rayons qui traverſent les parties les plus élevées & les plus rares de l'atmoſphère parviennent à notre œil par la réfraction de cette atmoſphère de Vénus, & nous font voir le bord du Soleil que Vénus nous couvriroit encore s'il n'y avoit point de réfraction; Vénus continue d'avancer ſur le Soleil, & lorſque ſon atmoſphère toute entière eſt entrée ſur le diſque, toute réfraction ceſſe, & Vénus nous paroît éloignée du bord du Soleil de toute la quantité de ſon atmoſphère: comme je n'ai point obſervé ce phénomène, je n'examinerai point le mérite de cette explication; mais je crois que l'irradiation explique très-bien le ligament noir ou le prolongement obſcur que tant d'Obſervateurs ont vu dans les paſſages de 1761 & de 1769.



OBSERVATIONS
SUR LA
STRUCTURE DE QUELQUES PARTIES
DU VEAU MARIN.

Par M. PORTAL.

M. DU HAMEL m'ayant fait part de certaines parties du Veau marin, qui lui ont été envoyées par M. Mauduit, Docteur en Médecine, telles que les poumons, le cœur, les reins & la vessie avec ses uretères; j'ai cru devoir les comparer à la description que M. Perrault en a donnée *, & j'ai aperçu plusieurs objets remarquables qui lui ont échappés, ou qu'il n'a pas indiqués. 28 Février 1770.

1.° Le ventricule droit, ou celui auquel aboutit l'artère pulmonaire, est beaucoup plus petit que le gauche & ses parois sont beaucoup plus épaisses, ce qui est contraire à ce que l'on observe dans le cœur de l'homme adulte; les colonnes de ce même ventricule sont extrêmement multipliées & fort grosses, l'ouverture artérielle est pourvue de cinq valvules, & l'on sait qu'il n'y en a que trois dans l'homme; derrière elles se trouvent cinq sinus très-apparens, que Valsalva a découverts dans l'homme, & dont le nombre est proportionné à celui des valvules. On distingue au milieu de ces cinq valvules du veau marin, les tubercules que Vidus Vidius a découverts dans l'homme, & connus de M. Morgagni, sous le nom de *tubercules d'Arantius*; on découvre de chaque côté des valvules une petite ouverture qui répond assez à celle que M. Senac a fait dépeindre dans son Traité du Cœur, & qu'il regarde comme une variété.

Les valvules auriculaires droites, sont au nombre de trois comme dans l'homme, mais elles m'ont paru plus intimement

* Mémoires de l'Académie des Sciences, *années 1666 jusqu'à 1699.*

réunies entr'elles, & le nom d'*anneau valvuleux*, que M. Lieutaud a donné aux valvules auriculaires de l'homme, leur conviendroit beaucoup mieux que dans l'homme lui-même.

2.° L'oreillette gauche du veau marin est pourvue de trois valvules, au lieu que celle de l'homme n'en a que deux; l'ouverture qui conduit du ventricule droit dans l'aorte n'est munie que de trois valvules, & les ouvertures des artères coronaires, qui ne sont comme dans l'homme qu'au nombre de deux, sont placées au-dessus des valvules.

Toutes ces valvules sont pourvues d'un grand nombre de fibres musculeuses, dont on aperçoit mieux que dans l'homme la marche & la distribution.

3.° La capacité de l'artère-aorte & de l'artère pulmonaire, étoit à peu près égale à leur sortie du cœur, mais l'aorte peu après se trouve prodigieusement dilatée, & c'est ici qu'est très-apparent le grand sinus que Valsalva a découvert dans la crosse de l'aorte humaine.

4.° Les artères sous-clavières naissent de la crosse de l'aorte par des troncs distingués des carotides; mais ne sont pas aussi éloignées que M. Perrault les a fait dépeindre, & par l'obliquité des insertions de ces quatre artères à l'aorte, il en résulte quatre sinus beaucoup plus grands que dans l'homme.

5.° Le trou ovale étoit ouvert & muni d'une grande valvule; mais le canal artériel étoit oblitéré; ce qui est très-singulier: en général dans l'homme, le canal artériel & le trou ovale s'oblitèrent à la fois; au lieu que dans le veau marin j'ai trouvé le trou ovale aussi dilaté qu'il paroisse l'avoir jamais été, & le canal artériel aussi bouché qu'il puisse jamais l'être.

6.° Les veines pulmonaires du veau marin, sont plus nombreuses & plus amples que les artères.

7.° La trachée-artère de cet animal, est formée d'un grand nombre d'anneaux cartilagineux complets, au lieu que dans l'homme ils sont tronqués à la partie postérieure.

8.° Les poumons n'ont que deux lobes, comme M. Perrault l'a observé, & non cinq, comme Severinus l'a écrit; ils sont divisés, mais la séparation n'est pas complète.

9.° Les reins du veau marin m'ont paru semblables à ceux du veau terrestre.

10.° La vessie formoit, dans le veau marin que j'ai disséqué, un sac extrêmement alongé, assez ample pour contenir deux bons verres de liqueur.



OBSERVATIONS DE M. L'ABBÉ CHAPPE, FAITES EN CALIFORNIE POUR LE PASSAGE DE VÉNUS,

Avec les conséquences qui en résultent.

Par M. DE LA LANDE.

12 Décem. 1770.

LES Obſervations de Californie, que nous attendions depuis long-temps, furent remiſes vendredi dernier à M. Caſſini de Thury, par M. Pauli, Ingénieur-Géographe du Roi, qui avoit accompagné M. l'Abbé Chappe en Californie, & qui n'a voulu s'en rapporter à perſonne du ſoin de tranſporter en France, le dépôt précieux que ſon ami lui avoit confié en mourant. Prêt à mourir lui-même, il avoit pris toutes les meſures qui étoient en ſon pouvoir pour s'aſſurer que ces obſervations parviendroient à l'Académie, & qu'on ne perdroit pas le fruit d'un voyage qui avoit coûté la vie à tant de monde. M. Caſſini a bien voulu me communiquer ces obſervations le même jour, & je m'empreſſe d'annoncer à l'Académie l'uſage que j'en ai fait.

Les regiſtres de M. Chappe, contiennent un détail très-circonſtancié & très-complet d'obſervations faites pendant près de deux mois, pour régler la pendule, vérifier le quart-de-cercle, obſerver la latitude & la longitude du lieu; on voit avec une douleur mêlée d'admiration, que malgré la maladie contagieuſe dont il fut attaqué dès le 11 Juin 1769, huit jours après l'obſervation, malgré une fièvre ardente & l'abattement univerſel qui lui annonçoit ſa fin, il forçoit la Nature pour profiter des moindres circonſtances, & ſe conſoloit de la mort en préparant les fruits que nous retirons de ſon voyage.

Les deux contacts intérieurs de Vénus au Soleil, à l'entrée & à la ſortie, ont été obſervés de la manière la plus ſatisfaiſante; il n'y a

n'y a sur le journal aucune note d'incertitude, M. Chappe vit la séparation du point noir, qui, s'alongeant peu à peu & se rompant subitement, annonce le moment exact de l'entrée, & le tubercule qui s'élance du bord de Vénus & décide le commencement de la sortie, comme je l'ai exposé assez en détail dans un autre Mémoire. Cette observation fut faite avec une lunette achromatique de dix pieds, l'une des meilleures qui soit sortie des mains de Dollond; enfin elle porte avec elle tous les caractères de précision qui peuvent assurer la certitude des résultats.

Les réductions n'ayant point été faites par l'Auteur, j'ai commencé par examiner la marche de l'horloge. Le 3 Juin, par un grand nombre de hauteurs correspondantes prises le matin & le soir, & qui s'accordent parfaitement entr'elles, on trouve $11^h\ 58'\ 15'',4$, l'équation des hauteurs, pour la latitude de 23 degrés, & un intervalle de 4 heures étoit ce jour-là, — $0'',3$; ainsi le midi vrai étoit à $11^h\ 58'\ 15'',1$: on voit par les observations de la veille & des jours suivans, que l'horloge avançoit uniformément de $15''$ par jour sur le temps vrai.

Le premier contact intérieur fut observé à $0^h\ 15'\ 42''$ après midi, & le second à $5^h\ 53'\ 9''$; ce qui fait pour le temps vrai ou apparent $0^h\ 17'\ 26'',9$ & $5^h\ 34'\ 50'',3$. Le premier instant surpasse de $1'',9$, & le second de $5'',8$, ceux que M. Doz, Officier Espagnol, avoit envoyés à l'Académie, & qui ont été publiés dans une gazette du mois dernier. Il est nécessaire de déterminer la latitude du hameau de Saint-Joseph (à 18 lieues du cap Saint-Lucas), où M. l'Abbé Chappe voulut aborder, malgré tous les dangers & toutes les incommodités du lieu, & où il fit son observation; pour cela, je me suis servi des hauteurs du Soleil & d'Arcturus, prises dans les deux positions du quart-de-cercle, le limbe étant à l'orient & à l'occident. Les 11, 13 & 14 de Juillet, Arcturus parut à $92^d\ 30' + 267$; le diamètre du Soleil, observé le 9 Juin, occupoit 746 parties du micromètre, ainsi cette hauteur fait $92^d\ 41'\ 17''$. Les 15 & 17 Juin, on avoit trouvé $87^d\ 21'\ 30''$, dans une autre situation de l'instrument; d'où il suit que l'erreur du quart-de-cercle étoit — $1'\ 24''$; la déclinaison d'Arcturus, déduite des observations que je faisois à

Paris dans le même temps, avec un ſextant de ſix pieds, étoit de 20d 23′ 29″; il s'enſuit que la latitude eſt de 23d 3′ 36″.

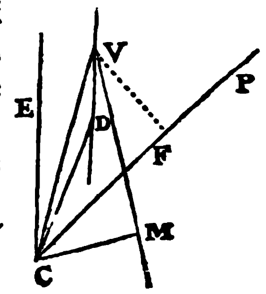
Le 13 Juillet, la hauteur du bord ſupérieur du Soleil étoit de 90d 55′ + 221, & le 17 elle étoit de 88d 30′ — 250; ayant égard aux déclinaiſons reſpectives du Soleil, je trouve l'erreur du quart-de-cercle — 1′ 20″, & la latitude 23d 3′ 38″: par un milieu, cette latitude eſt 23d 3′ 37″, plus petite de 1′ 38″ que celle de M. Doz.

J'aurois pu calculer un plus grand nombre d'Obſervations, & mettre plus de ſcrupule dans les élémens du calcul; mais ces deux réſultats s'accordent aſſez bien pour qu'on puiſſe ſe diſpenſer d'en chercher d'autres; d'ailleurs la latitude influe peu dans les recherches de la parallaxe du Soleil, qui eſt le principal objet de ce Mémoire.

Pour déduire de cette obſervation la parallaxe du Soleil, je l'ai comparée avec celles de M. Planman à Cajanebourg, & du P. Hell à Wardhus, dont voici les principaux élémens.

A Cajanebourg, latitude.......	64d 13′ 30″,	1.er contact intérieur	9h 20′ 45″,5.
		2.d contact extérieur	15. 32. 27,0.
A Wardhus, latitude.........	70. 22. 35,	1.er contact intérieur	9. 34. 10,6.
		2.d contact intérieur	15. 27. 24,6.
A S.t-Joseph en Californie, latitude	23. 3. 37,	1.er contact intérieur	0. 17. 26,9.
		2.d contact intérieur	5. 54. 50,3.

Ayant calculé ces obſervations de Californie, par la méthode dont j'ai parlé à l'occaſion de celles de la baie d'Hudſon, je les ai comparées d'abord avec celles du P. Hell de la manière ſuivante.



Soit *C* le centre du Soleil, *V* le lieu vrai de Vénus ſur le diſque du Soleil, *D* le lieu apparent affecté par la parallaxe, *MV* l'orbite relative de Vénus, *CM* la plus courte diſtance, *VD* le vertical de Vénus; en ſuivant la méthode que j'ai donnée dans mon Aſtronomie & dans mon grand Mémoire ſur ce paſſage *(imprimé en 1772)*, on trouvera les élémens ſuivans.

COMPARAISON de l'obſervation de Californie avec celle de Wardhus, en ſuppoſant la parallaxe moyenne de 8",5.

LÉMENS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE. Latitude 23ᵈ 3′ 37″.		WARDHUS. Latitude 70ᵈ 22′ 35″.	
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
emps vrai des obſervations.....	0. 17. 26,9.	5. 54. 50,3.	9. 34. 10,6.	15. 27. 24,6.
ifférences des Méridiens, par rapport à Paris..................	7. 28. 2.	7. 28. 2.	1. 55. 6.	1. 55. 6.
'emps réduits à Paris.........	7. 45. 29.	13. 22. 52.	7. 39. 4,6.	13. 32. 18,6.
iſtance au milieu du paſſage....	2. 51. 11.	2. 46. 12.	2. 57. 30,4.	2. 55. 43,6.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
ngle *MCV*..................	48. 24. 38.	47. 34. 8.	49. 26. 24.	49. 9. 16.
nclinaiſon de l'orbite ſur l'Équateur ou *MCF*................	15. 30. 50.	15. 34. 35.	15. 30. 46.	15. 35. 2.
ngle *VCF*.................	32. 53. 48.	63. 8. 43.	33. 55. 38.	64. 44. 18.
iſtance vraie *CV* à peu près....	0. 15. 16.	0. 15. 1.	0. 15. 35.	0. 15. 30.
ifférence de déclinaiſon *CF*....	0. 12. 49.	0. 6. 47.	0. 12. 56.	0. 6. 37.
éclinaiſon du Soleil...........	22. 25. 48.	22. 27. 27.	22. 25. 41.	22. 27. 25.
éclinaiſon de Vénus.........	22. 38. 37.	22. 34. 14.	22. 38. 37.	22. 34. 2.
ifférence d'aſcenſion droite *VF* meſurée ſur l'Équateur.........	0. 8. 59.	0. 14. 31.	0. 9. 25.	0. 15. 10.
ngle horaire du Soleil	4. 21. 44.	88. 42. 35.	143. 32. 39.	128. 8. 51.
ngle horaire de Vénus........	4. 12. 45.	88. 57. 6.	143. 23. 14.	127. 53. 41.
auteur vraie de Vénus........	86. 8. 14.	9. 32. 55.	6. 32. 12.	9. 50. 45.
auteur apparente de Vénus.....	86. 8. 12.	9. 32. 26.	6. 31. 43.	9. 50. 16.
ifférence des parallaxes de hauteur *DV*....................	1",418	20",761	20",91	20",74
ngle *PCE* du vertical & du cercle de déclinaiſon pour Vénus.....	83. 4. 46.	68. 53. 8.	11. 37. 51.	15. 36. 14.
ngle *ECV* ou *CVD*.........	50. 10. 58.	132. 1. 51.	22. 17. 47.	49. 8. 4.
iſtance apparente *CD*........	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11
ngle *DCV*..................	0. 4. 5,5.	0. 57. 56.	0. 29. 48,63	0. 58. 55,37
ngle *CDV* du vertical & de la diſtance apparente ou ſon ſupplém.ᵗ	50. 15. 3,5.	47. 0. 13.	22. 47. 35,63	50. 6. 59,37

ÉLÉMENS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE Latitude 23d 3′ 37″.		WARDHUS Latitude 70d 22′ 35″.	
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Diſtance vraie de Vénus au Soleil CV	0. 15. 16,1.	0. 15. 1,08.	0. 15. 34.427	0. 15. 28,[illegible]
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Diſtance correſpondante au point M en temps	2. 51. 12,1.	2. 46. 10,9.	2. 57. 18,5.	2. 55. 22,1.
Diſtance ſans parallaxe	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.
Effet de la parallaxe moyenne de 8″,5 en temps	+ 0. 18,1.	+ 4. 43,1.	+ 6. 24,5.	− 4. 28,1
Obſervations réduites au centre de la Terre	0. 17. 45,0.	5. 59. 33,4.	9. 40. 35,1.	15. 22. 56,7.
Durées qui devroient être égales	....	5. 41. 48,4.	....	5. 42. 21,6.

Ainſi la parallaxe moyenne de 8″,5 fait trouver une durée plus grande de 33″,2 pour Wardhus que pour Saint-Joſeph. L'effet de la parallaxe pour la durée eſt plus grand de 15′ 17″,6 à Wardhus; il ſuffira donc de dire 15′ 18″ : 8″,5 :: 33″,2 : 0″,31, qui, ajoutées à 8″,5, donnent 8″,81 pour la parallaxe moyenne qui réſulte de ces deux obſervations.

Cette même obſervation de Californie, comparée avec celle de Cajanebourg, ne donne que 8″,47; comparée avec celle de la baie d'Hudſon, 8″,54; comparée avec celle de la mer du Sud 8″,53. Cette parallaxe moyenne eſt de 8″,37 par Cajanebourg & le fort du Prince; enfin elle va juſqu'à 9″,8 quand on choiſit Wardhus & le fort du Prince: c'eſt celle que j'avois employée dans mon Aſtronomie; mais conſidérant que l'obſervation de Wardhus donne des réſultats moins cohérens entr'eux, quand on la compare avec les obſervations d'Amérique priſes ſéparément, je ſerois tenté d'adopter par préférence celle de Cajanebourg. Si l'on prenoit alors un milieu entre Saint-Joſeph & le Fort, on auroit pour la parallaxe moyenne 8″,42; mais l'obſervation de Californie étant faite à une plus grande diſtance, on doit préférer ſon réſultat qui donne 8″,47.

L'Obſervation de Californie & celle de la baie d'Hudſon qui

sont toutes les deux complètes, donnent 8",54; & l'effet de la parallaxe est de 7' 58" entre ces deux stations. La différence des méridiens qui résulte des calculs, est pour Saint-Joseph, 7^h 28'; & pour la baie d'Hudson, 6^h 26' 10" par rapport à Paris; cette parallaxe approche beaucoup de celle que M. Short trouva en 1761 (*Mémoires de l'Académie, année 1765, page 3*); en prenant un milieu entre les deux derniers résultats que je viens de citer, on a 8"$\frac{1}{2}$.

Si l'on emploie par préférence l'observation de Wardhus & celle de Californie, c'est-à-dire la parallaxe 8",8, on aura pour le jour du passage de Vénus 8",67; on en conclura la demi-durée vue du centre de la Terre, 2^h 50' 58"$\frac{1}{2}$; la différence des méridiens entre ces deux stations 9^h 23' 4".

La plus courte distance des centres est de 10' 7",1, en supposant la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, 15' 14",8; la latitude en conjonction 10' 13",8; la distance de la conjonction au milieu du passage, 0^h 22' 22"; la conjonction à 10^h 14' 32" de temps vrai, & 10^h 12' 19" de temps moyen, avec 2^s 13^d 27' 22" de longitude, la distance de Wardhus au méridien de Paris, 1^h 54' 54"; celle de Saint-Joseph 7^h 28' 10", celle de Cajanebourg 1^h 41' 44", en employant seulement les contacts intérieurs, & supposant celui de Paris 7^h 38' 45".

Au milieu de ces petites incertitudes, on ne laisse pas d'apercevoir que la parallaxe moyenne du Soleil se trouve de 8"$\frac{1}{2}$ ou 8"$\frac{3}{4}$ tout au plus; mais attendons, pour tirer une conclusion définitive, les observations qui ont dû être faites dans la mer du Sud, & que nous recevrons peut-être avant la fin de cette année. Si l'on adoptoit cette parallaxe de 8"$\frac{1}{2}$, on auroit le milieu du passage à Paris à 10^h 36' 39", la conjonction à 10^h 14' 14" de temps vrai, ou 10^h 11' 59" de temps moyen, dans 2^s 13^d 27' 21", & le lieu du nœud 2^s 14^d 36' 17", la plus courte distance des centres étant supposée de 10' 8", pour les raisons que j'ai expliquées dans un autre Mémoire; mais en attendant je vais rapporter ici la Table de tous les élémens que j'ai calculés, en supposant cette parallaxe de 8"$\frac{1}{2}$, pour suppléer à la Table qui se trouve dans mon Astronomie, & dans laquelle j'ai supposé la parallaxe de 9 secondes.

*TABLE des élémens des Planètes qui dépendent de la parallaxe du Soleil, calculée d'après le dernier résultat de toutes les Observations du passage de Vénus**.

NOMS des PLANÈTES.	DIAMETRÈS à la distance moyenne du SOLEIL.	DIAMÈTRES en lieues de 2283 toif.	DIAMÈTRES par rapport à la Terre.	GROSSEUR par rapport à la TERRE.	DENSITÉS par rapport à la Terre.	MASSES par rapport à la Terre.	VÎTESSES des graves à la surface.	DISTANCES MOYENNES en lieues.
Le Soleil.	31′ 57″,50	323155	112,79	1435025	0,25463	365412	433 pieds,80	34761680
La Terre..	0. 17,0	2865	1	1	1	1	15,1038	
La Lune..	0. 4,95	782	0,3141	0,2036	0,68706	0,01399	2,83	84515
Mercure...	0. 7,0	1180	0,41176	0,06981	2,0377	0,14226	12,673	13456204
Vénus...	0. 16,52	2785	0,97196	0,91822	1,2750	1,1707	18,717	25144250
Mars....	0. 11,4	1921	0,67059	0,30155	0,72917	0,21988	7,3853	52966122
Jupiter.....	3. 13,7	32644	11,394	1479,3	0,22984	340,00	39,55	180794791
Saturne...	2. 51,7	28936	10,100	1030,3	0,10450	106,90	15,829	331604504
Anneau...	6. 40,6	67518	23,567	....	Néglig. le volume de l'anneau.	....	....	*Idem.*

* Cette Table a été ajoutée à ce Mémoire dans le temps de l'impression, au mois de Juin 1772, la seconde édition de mon Astronomie, ayant paru depuis un an, & mon dernier Mémoire sur le passage de Vénus depuis quelques mois, à Paris, chez *Lattré*, Graveur, *rue Saint-Jacques*.



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES
SUR LA
SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

LES progrès que la Chimie a faits en Europe depuis environ un siècle, auroient dû naturellement influer plus qu'ils ne l'ont fait sur ceux de la Métallurgie; puisque celle-ci tire toutes ses connoissances de cette première, & qu'un Métallurgiste ne peut faire un pas sans y avoir recours. La Chimie qui enseigne à analiser parfaitement toutes les substances des trois règnes, à en connoître les rapports, les affinités, à en faire toute sorte de combinaisons & à démêler celles faites par la Nature, a donné naissance à la Docimasie, partie essentielle de la Métallurgie, & qui a fait elle-même de grands progrès, puisqu'on trouve aujourd'hui nombre de gens, très-versés dans les opérations Docismatiques, & de très-bons ouvrages sur cette Science. Elles s'occupent toutes deux des substances du règne minéral; la première tend à séparer les métaux, les uns des autres, & à les délivrer des matières hétérogènes par les voies les plus exactes & les plus promptes, sans trop s'arrêter aux frais & dépenses des opérations. La Métallurgie a bien pour but d'arriver aux mêmes fins, mais toujours avec le plus d'économie possible; la Docimasie, ou plutôt la Chimie, sert d'autant plus de guide au Métallurgiste, qu'elle lui fait connoître avec exactitude, la valeur des matières qu'il se propose de traiter, en lui fournissant les principes qui doivent être la base de ses opérations.

3 Mars 1770.

Ces deux Sciences n'en sont proprement qu'une, cependant il est à propos d'observer qu'il est bien des objets que l'on ne peut se dispenser de négliger dans les travaux en grand; mais qu'il en est beaucoup d'autres auxquels il faut s'attacher avec le plus grand scrupule, quoiqu'ils ne paroissent pas être de conséquence

en petit. Il faut calculer tout avec le plus d'exactitude possible, la Métallurgie est quelquefois obligée de s'écarter des principes que lui fournit la Chimie, ou plutôt elle ne peut pas toujours employer les moyens les plus certains qui lui sont indiqués par elle; par exemple, il est à propos de négliger une demi-once d'argent, pour économiser vingt-cinq livres de plomb; d'abandonner une quantité plus ou moins grande de ces métaux, pour ménager une corde de bois, & ainsi dans d'autres circonstances, suivant la valeur des matières du pays où l'on doit opérer.

Bien convaincu de ces vérités, je me suis attaché dans les voyages que j'ai faits dans la plus grande partie de l'Europe; non-seulement à m'instruire par la pratique, & en opérant moi-même, à connoître avec le plus grand détail, tous les procédés en usage suivant le genre des minéraux qu'on avoit à traiter; mais encore à m'assurer si les principes de Chimie, pouvoient s'appliquer à toutes les opérations où j'assistois. Quoique j'en aie trouvé l'application dans bien des cas, j'avouerai néanmoins que j'ai reconnu que l'on en pourroit perfectionner un très-grand nombre, soit du côté du produit des métaux, soit en économisant des matières combustibles par un changement dans la manière de procéder, dans les fourneaux & autres appareils.

La méthode de raffiner le cuivre en plus grand volume & à moins de frais qu'on ne l'a fait jusqu'à présent ailleurs, & que j'introduisis il y a environ treize ans aux mines de Cheissey en Lyonnois; méthode qui a mérité l'approbation de l'Académie, lorsque je lui présentai les dessins du fourneau de mon invention & les détails de l'opération, dont on n'a pas cessé depuis de faire usage avec le même succès, prouve que je me suis occupé déjà, depuis bien des années, à perfectionner les travaux de Métallurgie; les différens voyages que j'ai faits aux mines de Saint-Bel en Lyonnois, m'ont mis à portée de faire nombre d'expériences qui trouveront leur place dans d'autres Mémoires: je ne rapporterai ici que celles qui ont rapport à l'objet dont il est question, & dans la crainte que ce Mémoire ne parut trop long, je l'ai divisé en trois parties.

La première contiendra les expériences qui m'ont conduit aux procédés

procédés que je décris & m'ont fait apercevoir les principes chimiques sur lesquels ils sont fondés, avec la manière de traiter les matières de billon ou de bas aloi.

Je donnerai dans la deuxième, la méthode la plus avantageuse de traiter en grand les minéraux contenant argent & cuivre, procédé nouveau, fondé sur les mêmes principes, & qui n'est pratiqué dans aucune des mines que j'ai visitées, ni décrit par aucun Auteur.

Dans la troisième, ces mêmes principes nous conduiront à rendre raison de l'opération du départ, par la voie sèche, des matières d'argent & de cuivre tenant or, & à proposer une nouvelle manière d'opérer.

PREMIÈRE PARTIE.

L'USAGE d'un laboratoire que j'avois aux mines de Saint-Bel, m'engagea à faire passer par tous les procédés Docimastiques connus, les différentes matières du produit desdites mines, ce qui me conduisit plus d'une fois à entreprendre, conjointement avec mes frères, des opérations plus en grand qui nous déterminèrent à proposer des réformes qui furent acceptées, & eurent le succès auquel nous nous attendions; mais ce qui fixa beaucoup mon attention dans ces expériences, fut le produit très-varié en argent, que je retirois du cuivre de nos mines, suivant le nombre d'opérations par lesquelles il avoit passé; pour me rendre plus intelligible, je dois dire que les minéraux des mines de Saint-Bel & de Chessey, sont des pyrites cuivreuses auxquelles on donne deux, trois & jusqu'à quatre feux de grillage avant que de les fondre dans un fourneau à manche, où elles produisent des mattes qui doivent être grillées neuf à dix fois à la quantité de trois cents à trois cents cinquante quintaux avant que de donner par la fonte leur cuivre noir. On sait que dans les fourneaux de grillage, on trouve assez souvent des morceaux de matte dont le feu développe des grains de cuivre; j'en essayai plusieurs pris indifféremment, & ayant reçu les uns plus, les autres moins de feu, c'est-là où je trouvai que leur produit en argent, varioit

beaucoup; mais ſur-tout, qu'ils en contenoient toujours plus que le cuivre noir, produit du total d'un grillage, lorſque les mattes avoient été rôties ſuffiſamment pour être fondues. M'étant aſſuré par les eſſais que j'avois faits de tous les minéraux & des mattes de la première fonte, que cette différence ne provenoit point de leur inégalité du côté de la *teneur* en argent; je réfléchis que les conſéquences qu'on en pouvoit tirer, étoient fondées uniquement ſur les rapports & les affinités des ſubſtances dont la matte eſt compoſée; la matte dont il eſt ici queſtion, eſt une maſſe réguline, contenant du cuivre, du fer, du zinc, une très-petite quantité d'argent & des parties terreuſes, le tout réuni enſemble par une grande abondance de ſoufre.

Le grand nombre de rôtiſſages que l'on donne à ces mattes, à l'effet d'en obtenir le cuivre noir par une dernière fonte, a pour but de faire brûler & volatiliſer le ſoufre pour déſunir les parties terreſtres d'avec les métalliques: on fait enſuite ſtratifier le tout à travers les charbons dans un fourneau à manche, à l'effet de ſcorifier ces premières, & communiquer aux dernières du phlogiſtique qui eſt doublement néceſſaire dans cette fonte; car il y a toute apparence qu'il ſert d'une part à la deſtruction ou plutôt à la volatiliſation de l'acide vitriolique qui, par la combuſtion ou rôtiſſage, peut reſter uni aux métaux, en compoſant ſans doute avec lui un nouveau ſoufre, & que de l'autre il revivifie les particules de cuivre, leſquelles par la fonte, ſe réuniſſent entre elles, & vont par leur peſanteur ſpécifique, occuper la partie inférieure du baſſin deſtiné à les recevoir.

Mais lorſqu'on ne donne que très-peu de rôtiſſage à ces mattes, il arrive que les métaux qui ont moins d'affinité avec le ſoufre qu'il n'en a lui-même avec les autres qui compoſent la maſſe réguline, ſe précipitent les premiers; on peut donc conclure, dans ce cas-ci, que le zinc & l'argent doivent d'abord ſe précipiter (nous ne compterons pas ce premier, car il ſe volatiliſe en grande partie), enſuite vient le cuivre; quant au fer, il a une ſi grande affinité avec le ſoufre qu'il lui reſte très-intimement uni. L'argent eſt en trop petite quantité dans les mattes que j'ai éprouvées, pour ſe précipiter ſeul; d'ailleurs, on ſait qu'il eſt impoſſible de ſaiſir

dans les travaux en grand (puisqu'il seroit de la plus grande difficulté de le faire en petit) le point précis de rôtissage pour rendre cette séparation exacte. Tout Chimiste sait que par la voie humide, & encore plutôt par la voie sèche, il ne se fait aucune précipitation, sans que le corps précipité n'entraîne avec lui du précipitant, & de ceux auxquels il étoit uni; c'est donc lorsqu'une suffisante quantité de soufre est dégagée de la masse réguline, & que le feu & le contact des charbons ont développé quelques grains de cuivre qui se réunissent ensemble pour couler & prendre la forme de stalactites dans l'intérieur des grillages, que la plus grande partie de l'argent qui y étoit contenue, s'est concentrée.

Quoique les minéraux de Saint-Bel ne fussent point d'une *teneur* en argent à mériter d'en faire la séparation, puisque cela rouloit seulement depuis demi, jusqu'à deux & trois onces par quintal de cuivre après la concentration dont je viens de rendre compte, je tirois les meilleurs augures de mes expériences, par l'application que je pouvois en faire pour substituer une nouvelle méthode à celle que l'on nomme *liquation*, usitée pour séparer l'argent du cuivre & pour économiser beaucoup de plomb dans le traitement des minéraux contenant ces métaux réunis. Cette découverte me flattoit d'autant plus que je la fis en 1761, au retour de mon premier voyage de Saxe, Bohème, Hongrie, Autriche & Tyrol, & que je n'y avois vu aucune opération qui fût fondée sur ce principe; je me proposois de continuer mes expériences, lorsque je fus obligé de faire un voyage par ordre du Conseil: je revins en 1763 aux mêmes mines, & appliqué de nouveau à faire des expériences toujours relatives aux travaux de Métallurgie, je fus sollicité par les Fermiers des affinages de Lyon, de les aider de mes conseils pour tirer le meilleur parti possible des monnoies à bas titre, ou matières de billon d'Allemagne qui leur étoient fournies en abondance par les différens Négocians de la ville: depuis plusieurs mois, ils étoient occupés à travailler; ils procédoient, ainsi qu'ils l'ont continué depuis, par mettre sur leurs coupelles une certaine quantité de matières de billon, auxquelles ils ajoutoient à mesure, autant de plomb qu'il en falloit pour que la litharge entraînât avec elle tout le cuivre & laissât

l'argent parfaitement pur; on sait qu'en général il faut seize parties de plomb pour une de cuivre, & qu'il en faut encore davantage, proportionnellement au cuivre, lorsque celui-ci est allié avec beaucoup d'argent; on doit bien penser qu'en procédant ainsi sur les monnoies à haut & bas titre, ils avoient accumulé un tas énorme de litharge qui contenoit encore beaucoup d'argent & encore plus de cuivre; d'ailleurs il leur falloit chaque jour de nouveaux approvisionnemens de plomb, tandis qu'ils en avoient beaucoup d'ensévelis dans la litharge, qui pouvoit leur être d'une double utilité, puisqu'en même temps qu'ils en extrairoient l'argent, il leur serviroit d'addition pour en séparer le cuivre. Ce fut pour remplir le double objet de revivifier le plomb & d'en séparer les métaux contenus dans la litharge, qu'ils eurent recours à moi & me prièrent de leur indiquer les moyens d'y parvenir; ma première idée, & celle que je crois encore la plus avantageuse, fut de faire bâtir un fourneau de réverbère à l'angloise, mais on ne put trouver dans l'attelier aucun emplacement pour cette construction; je me proposois de faire étendre sur le sol de ce fourneau, une quantité de litharge proportionnée à la capacité que je lui aurois donnée, seulement de trois à quatre pouces d'épaisseur, & de répandre sur sa surface du poussier de charbon, toutefois après avoir échauffé le fourneau à l'aide du feu que l'on auroit fait dans la chauffe, soit avec du bois de corde, soit avec du charbon de terre, j'aurois d'abord donné une chaleur douce; lorsque la matière auroit commencé à rougir, je l'aurois fait retourner à l'aide de grandes spatules de fer semblables à celles dont on fait usage pour la fonte des minéraux de plomb dans le même fourneau, de façon que la partie inférieure se seroit trouvée par-dessus exposée à l'action de la flamme, & la supérieure par-dessous alternativement; j'aurois fait de nouveau répandre du poussier de charbon & procéder de la même manière, je dois dire que le sol de mon fourneau auroit été disposé de façon à former un plan incliné circulaire, pour que toute la matière fluide pût se rassembler dans un bassin ménagé dans l'intérieur, au bas dudit plan; & à mesure que l'opération auroit avancé, on auroit

augmenté le degré de chaleur. Par ce ſeul procédé qui n'eſt en uſage dans aucun pays, & dont aucun Auteur n'a fait mention, j'aurois fait en même temps trois opérations différentes; 1.° celle de la fonte que les Allemands nomment *friſchen,* rafraîchir; 2.° celle de la liquation, & 3.° celle du reſſuage; car à l'aide du pouſſier de charbon, j'aurois fourni un phlogiſtique en état de revivifier la litharge & mettre le plomb en fuſion: la chaleur douce auroit eu deux objets; celui de la liquation, qui conſiſte à ne donner qu'une chaleur capable de faire fondre le plomb, ſans mettre le cuivre en fuſion, c'eſt alors que ce premier par ſa grande affinité avec l'argent, l'auroit entraîné en grande partie avec lui, & lui auroit ſervi d'intermède pour le ſéparer du cuivre; je dois obſerver en deuxième lieu, après l'avoir éprouvé en faiſant reſſuſciter moi-même de la litharge pure dans un ſemblable fourneau, que pour peu que l'on donne une chaleur trop forte, la litharge ſe fond, vient couler dans le baſſin, le pouſſier de charbon nâge par-deſſus; & comme elle n'a le contact du phlogiſtique que par un bien plus petit nombre de côtés, l'opération en devient beaucoup plus longue, & tout cela ne ſe fait qu'aux dépens du plomb dont partie ſe vitrifie.

On auroit augmenté le degré de chaleur ſur la fin de l'opération, parce que le cuivre étant alors plus en état de le ſupporter, auroit achevé d'abandonner ſon plomb, c'eſt ce que l'on peut nommer *reſſuage.*

Mais faute d'emplacement, je fus obligé de me ſervir de deux petits fourneaux à manche dont on faiſoit uſage dans l'attelier pour la revivification de la litharge, j'en changeai toutes les proportions, & les reconſtruiſis dans la forme la plus avantageuſe; je fis bâtir deux fourneaux de liquation, d'après les deſſins que j'avois rapportés de Saxe, où ce travail eſt très-conſidérable, & j'en ſuivis les procédés: on en peut prendre une idée aſſez juſte dans le Traité des fonderies de Schlutter, publié par feu M. Hellot; cependant comme les conſtructions des fourneaux & les procédés ont été beaucoup perfectionnés depuis cet Auteur, je me réſerve d'en donner la deſcription & les deſſins dans un grand Ouvrage auquel je ſuis occupé.

Les litharges ſortoient trop riches en argent des fourneaux de coupelle, ſoit par la négligence des Ouvriers-affineurs, ſoit par la richeſſe deſdits affinages, pour eſpérer d'en extraire tout le fin dans une ſeule liquation, il fallut donc en faire ſubir une ſeconde à ce cuivre pour achever d'en extraire l'argent, ou du moins à demi-once près par quintal, qui eſt la ſéparation la plus exacte que l'on puiſſe faire avec avantage dans le travail en grand; mais je ne fis cette dernière opération que ſur une quantité de ſix milliers ou ſoixante quintaux; les Fermiers deſirant ſeulement alors que j'inſtruiſiſſe leurs ouvriers de cette méthode, & de la façon d'opérer avant mon départ de Lyon pour l'Angleterre. Comme ils n'avoient point de fourneaux de raffinage pour mettre ce cuivre à ſa perfection, ils le vendirent à la compagnie des Mines de Saint-Bel; je profitai de cette occaſion pour répéter mon expérience pour concentrer l'argent par le moyen du ſoufre, j'avois double eſpérance de réuſſite avec cette matière, comme on va bientôt le voir.

Je pris dix quintaux de ce cuivre, & les fis fondre partie par partie avec le minéral de cuivre rôti à quatre feux; enfin je ne changeai rien à la fonte ordinaire par laquelle on obtient des mattes. Je voulois par-là minéraliſer la plus grande partie de ce cuivre en enrichiſſant les mattes, & n'obtenir que des petits culots de ce métal, où j'eſpérois concentrer l'argent; j'y réuſſis au point que ce cuivre, qui ne tenoit que demi-once d'argent par quintal, me produiſit des culots qui en contenoient juſqu'à quatre onces: celui qui étoit renfermé dans le minéral y entroit certainement pour quelque choſe, mais ce réſultat n'annonce pas moins qu'il y eut une concentration.

Comme ce cuivre avoit conſervé encore un peu de plomb avec de l'argent; il arriva que le ſoufre du minéral, s'empara de la plus grande quantité du cuivre auquel il put s'unir, comme ayant avec lui plus d'affinité qu'avec l'argent & le plomb, leſquels ſe précipitèrent en culot avec le cuivre qui n'avoit pas rencontré aſſez de ſoufre pour ſe minéraliſer.

Satisfait d'avoir réuſſi dans cette expérience qui confirmoit mes précédentes, j'étois ſur le point de propoſer à la Compagnie des

Mines de Saint-Bel, d'acquérir des Affineurs, le cuivre encore chargé d'argent après la première liquation, en payant ce dernier métal suivant l'essai; mais ayant fait réflexion sur l'inégalité de richesse que j'avois trouvée aux litharges & aux cuivres qui en provenoient; je vis qu'il étoit impossible d'apprécier la quantité d'argent qu'ils pouvoient contenir, & qu'il falloit abandonner ce projet: mon dessein étoit d'en concentrer l'argent par l'opération ci-dessus; je fus fâché qu'il n'eût pas lieu, regardant ce procédé comme un des plus importans de la Métallurgie, & je ne cherchois que l'occasion de pouvoir le mettre en pratique. Peu de temps après parut la traduction des Mémoires de l'Académie des Sciences de Suède, où je vis avec plaisir que M. Scheffer propose dans son Histoire du départ ou de la séparation des métaux, de préférer la méthode de la minéralisation du cuivre pour en séparer l'argent, à celle de la liquation; mais on verra bientôt que M. Cramer avoit eu aussi les mêmes idées, & que depuis & pendant que j'étois en Angleterre, ce savant Métallurgiste étoit occupé à monter un travail fondé sur les mêmes principes; mais avant que de décrire son procédé, je dois faire part d'une observation très-intéressante & que j'eus occasion de faire pendant que je dirigeois & instruisois les Ouvriers des affinages.

Les Fermiers des affinages reçoivent journellement en abondance des monnoies à bas titre & en espèces qu'il falloit fondre ensemble pour déterminer par l'essai le titre commun; il leur falloit une quantité prodigieuse de creusets, il s'en cassoit beaucoup, ce qui leur occasionnoit une main-d'œuvre considérable avec une grande consommation de charbon; ils me témoignèrent leur embarras, je leur proposai d'abréger cette opération & me chargeai de cette fonte.

Je fis ouvrir un des fourneaux à manche, je construisis dans son intérieur un bassin au niveau de la tuyère, & en pratiquai un second en dehors, qui communiquoit au premier; je fermai d'un pied de hauteur le fourneau, à quelques pouces au-dessus dudit bassin, je fis chauffer le tout, je mis du charbon jusqu'au haut de la tuyère, fis agir les soufflets, charger les monnoies par-dessus les charbons & continuer de la même manière à mesure

que les matières fondoient; mes deux bassins furent bientôt pleins, j'arrêtai le vent des soufflets pour puiser le métal avec une cuiller & le verser dans des lingotières; je recommençai ensuite à procéder de la même manière, ce qui accéléroit prodigieusement le travail sur celui des creusets.

Je remarquai par des expériences, que pour rendre les lingots de billon d'une teneur plus égale dans toutes les parties, il falloit que les lingotières fussent aussi chaudes qu'il étoit possible, & que moins elles l'étoient, plus il y avoit d'inégalité, cela me donna lieu à faire beaucoup d'essais particuliers, & je reconnus, soit par les expériences faites juridiquement aux affinages, soit par les miennes propres, que dans le cas où la différence étoit la plus sensible, c'étoit le centre du lingot qui étoit le moins riche en argent, & toutes les parties extérieures les plus riches, sur-tout celles qui avoient touché les parois de la lingotière; M. Cramer fait mention de cette inégalité dans sa Docimasie, mais il n'avoit peut-être pas pensé qu'elle fût aussi sensible pour l'argent & le cuivre sans mélange d'aucun autre métal. Quelques personnes ont cru que lorsque des métaux étoient alliés ensemble & tenus en fusion, il y avoit une plus grande quantité des plus pesans dans la partie inférieure que dans la supérieure du creuset, mais il y a grande apparence que cela n'a pas lieu puisque la dissolution est parfaite toutes les fois que le degré de chaleur est assez fort pour tenir les deux métaux en fusion, car il en est autrement à mesure qu'ils refroidissent, comme on le verra pour le plomb & le cuivre fondus ensemble, d'où on pourroit expliquer l'inégalité dont je parle par le refroidissement plus prompt de l'un ou de l'autre des métaux alliés; cependant je pense que dans l'exemple que je rapporte on doit plutôt l'attribuer au degré plus ou moins grand de sensibilité de ces métaux à l'approche d'un corps froid: tous les Chimistes & les Métallurgistes savent que les métaux en fusion sont très-susceptibles de sauter en l'air avec fracas dès qu'ils sont touchés par des corps humides, le plomb l'est moins que l'argent & celui-ci encore moins que le cuivre; d'où je conclus qu'en versant un alliage d'argent & de cuivre dans une lingotière, dès que la masse en touche les parois, elle cherche à s'en éloigner,

rencontrant un corps moins chaud qu'elle-même, le cuivre reçoit une impulsion plus forte par sa plus grande sensibilité & tend de tous les côtés à se rapprocher du centre; d'où il résulte que dans les lingots de billon, les extrémités seront d'autant plus riches, eu égard à l'intérieur, que les lingotières ou les moules en sable auront été moins échauffés avant que d'y verser la matière: cette observation me paroît d'autant plus importante que nos Essayeurs prennent toujours leurs essais sur les lingots, & ont rarement l'attention d'en prendre dessus & dessous, ce qui rendroit pourtant l'essai plus juste, & que fort innocemment (quoiqu'ayant bien opéré) ils pourroient faire tort à des particuliers & les engager dans des procès, la méthode la plus sûre pour ces sortes de matières, seroit sans contredit de faire comme en Allemagne, & de prendre les essais de la manière suivante; lorsque ces métaux sont bien en fusion, on en puise avec un petit creuset rougi au feu, & on le verse dans un baquet plein d'eau agitée avec un petit ballai pour les réduire en petites grenailles qui sont recueillies pour faire les essais sur lesquels on détermine le titre.

Il y a environ dix-huit mois qu'étant à voyager avec mon frère dans le pays d'Hanovre & le duché de Brunswic, nous nous rendimes à Blankenbourg auprès de M. Cramer, pour y passer quelques jours & profiter des lumières de ce savant Chimiste, il étoit occupé depuis quelque temps à traiter par la précipitation, les monnoies de billon du pays; il est le premier en Europe qui ait séparé l'argent du cuivre dans un travail en grand par cette méthode: je vais rapporter ses procédés qui sont très-curieux & servent de confirmation à mes expériences faites plusieurs années auparavant.

Fonte des Monnoies à bas titre; séparation de l'Argent d'avec le Cuivre.

La fonderie destinée pour cette séparation, a été construite à un quart de lieue de la ville de Blankenbourg; elle renferme deux fourneaux de réverbère, un grand & un petit, qui diffèrent peu de ceux que l'on nomme *cupols* en Angleterre, un fourneau

de coupelle, deux fourneaux à manche & un petit foyer de rafinage pour le cuivre.

Lorſqu'on a des cuivres qui tiennent moitié argent & au-deſſus, on les met tout de ſuite à la coupelle avec une ſuffiſante quantité de plomb pour entraîner tout le cuivre, comme cela ſe fait par-tout ailleurs; mais ceux qui ſont moins riches ſont mis dans le grand fourneau de réverbère mentionné ci-deſſus, c'eſt-à-dire, 800 marcs à la fois; lorſqu'ils ſont d'un rouge blanc, on y ajoute 12 quintaux de plomb, on fait fondre le tout enſemble; dès que la matière eſt en bain, on perce & l'on fait couler dans un baſſin de réception; on laiſſe refroidir & l'on écume à meſure en retirant avec un rable tout ce qui s'éleve en grumeaux à la ſurface, c'eſt le cuivre qui ſe refroidiſſant plutôt que le plomb, s'en ſépare & vient par ſa légèreté, eu égard à la peſanteur de ce dernier, nâger dans la partie ſupérieure du plomb en fuſion; lorſque l'on a écumé tout ce qu'il paroiſſoit y avoir de cuivre, on enlève le plomb avec une cuiller, & on le verſe dans des moules, ce métal par ſa très-grande affinité avec l'argent, l'empêche de ſe ſéparer par le refroidiſſement, ainſi que le fait le cuivre, & en conſerve avec lui la plus grande partie, d'où il s'eſt par-là fort enrichi; dans cet état on l'affine & on le paſſe à la coupelle à l'ordinaire, on continue le même procédé dans le fourneau de réverbère tant qu'on a de ces cuivres ou monnoies de billon; l'écume dont il vient d'être parlé ci-deſſus, eſt un mélange de beaucoup de cuivre, d'argent & du plomb; lorſqu'on en a une certaine quantité, on la met dans le même fourneau de réverbère, mais ſans aucune addition, & on la fait deſſécher ou reſſuer, c'eſt-à-dire, qu'on lui donne une chaleur capable de faire fondre le plomb & non le cuivre; ce premier coule & entraîne avec lui une grande partie d'argent, on le paſſe ainſi à la coupelle; quant au cuivre qui a reſté dans le fourneau, il tient encore beaucoup d'argent, c'eſt pourquoi on le fond dans cet état dans un fourneau à manche avec un mélange de pyrites martiales, pour le minéraliſer & le réduire en mattes, leſquelles ſont enſuite fondues ſans être grillées, c'eſt-à-dire, crûes avec des ſcories d'une précédente fonte des

matières tenant plomb, comme litharge, cendres de coupelle imbibées & de la grenaille de fer; il arrive dans cette fonte une précipitation par l'intermède du fer, le plomb a plus d'affinité avec le soufre que n'en a l'argent; mais le fer en a encore plus que ces deux métaux, de sorte que le soufre s'unit avec ce dernier, & les deux premiers se précipitent, ils se rassemblent sous la matte, on les retire avec une cuiller pour être passés à la coupelle; s'ils ont entraîné du cuivre avec eux, ce qui est aisé à connoître, on écume & on retire une matière telle que nous l'avons dit précédemment & que l'on porte au fourneau anglois pour l'y faire ressuer. Les mattes retiennent pourtant encore une partie d'argent; pour l'en séparer, on les rôtit à l'ordinaire entre deux murs, & on leur donne trois, quatre & jusqu'à cinq feux, enfin jusqu'à ce qu'on aperçoive des grains de cuivre dans cette matte rôtie. M. Cramer prétend que ces grains sont presque tout argent; on fond alors cette matte dans un fourneau à manche, & l'on obtient à chaque percée que l'on fait, un culot de cuivre plombifère, dans lequel tout l'argent, ou du moins la plus grande partie doit être précipitée; on n'a rôti ces mattes que jusqu'à un certain point, dans l'intention de ne faire évaporer que le soufre surabondant qui tenoit encore avec lui de l'argent; & comme ce dernier a moins d'affinité avec le soufre que n'en a le cuivre, lequel en a moins que le fer contenu dans la pyrite, joint à celui que l'on a ajouté dans la précédente fonte, il résulte que l'argent doit se précipiter en culot avec un peu de cuivre, d'où l'on doit sentir de quelle conséquence il est de ne point trop rôtir ces mattes, sans quoi on courroit risque de mettre trop de cuivre à nu & d'étendre ainsi l'argent dans un trop grand volume de ce métal; si au contraire on ne les rôtit pas assez, on est exposé à ne pas obtenir de culots ou à les avoir trop petits.

Si ces culots sont assez riches, on les traite dans le fourneau à l'angloise, comme nous avons dit, qu'on le faisoit de la monnoie de billon; mais s'ils sont trop pauvres, on les fond avec des pyrites: quant aux mattes qui sont provenues de cette dernière fonte, & qui ne tiennent qu'une quantité d'argent qui

ne vaut pas le départ, on les rôtit jufqu'au cuivre noir & on les traite à l'ordinaire pour en obtenir le cuivre rafiné. M. Cramer fait conduire, avec beaucoup de précaution, la feconde fonte, dans laquelle nous avons dit que l'on ajoutoit des matières tenant plomb; fon fourneau à manche a cinq pieds de hauteur au-deffus de la tuyère, mais afin que la chaux de plomb, qui forme une fumée épaiffe toutes les fois que l'on fond du plomb, ne foit pas enlevée, ou du moins pour en diminuer la perte, il fait à chaque charge toujours recouvrir fon fourneau avec de petit charbon mouillé, la chaux de plomb s'y arrête, fe revivifie peu à peu & retombe en gouttes dans le fourneau.



SECOND MÉMOIRE SUR LA FILATURE DES SOIES.

Par M. DE VAUCANSON.

EN 1748, je donnai un premier Mémoire concernant la construction d'un nouveau Tour à tirer la Soie, dans lequel je tâchai de réunir les moyens les plus ſimples, les plus commodes & les plus aſſurés de filer la Soie avec toute la perfection requiſe. Je ſoumis ce nouvel inſtrument à l'expérience, pendant pluſieurs années, dans la Manufacture royale d'Aubenas en Vivarais. L'uſage m'y fit découvrir un inconvénient que je n'avois pas prévu, ce qui m'obligea d'y faire une correction dont je vais rendre compte, après quelques obſervations préliminaires.

La ſoie n'eſt point filée par la main des hommes, comme la laine, le coton ou le lin; c'eſt le ver qui file lui-même ſa ſoie dans laquelle il s'enveloppe, comme pluſieurs autres chenilles. Cette enveloppe, qu'on nomme *coque* ou *cocon*, n'eſt à proprement parler qu'un peloton qui eſt à devider; c'eſt par la réunion des brins de quelques-uns de ces pelotons, qu'on forme le fil de ſoie; les fils les plus fins ſont composés de trois à quatre brins, c'eſt-à dire de trois à quatre cocons; on augmente leur groſſeur en augmentant le nombre de ces brins: ainſi on tire de la ſoie de quatre à cinq cocons, de cinq à ſix, de ſix à ſept, de ſept à huit & de huit à dix, ſuivant la qualité de ſoie que l'on veut faire. On preſcrit toujours deux nombres de cocons pour chaque fil de ſoie, parce que le brin diminuant de groſſeur à meſure que le cocon approche de ſa fin, il faut alors en ajouter un & quelquefois deux, pour entretenir le fil de ſoie dans la même égalité de groſſeur; c'eſt la principale attention que doit avoir la fileuſe, parce que c'eſt de ſa vigilance & de ſon adreſſe, que dépend uniquement l'égalité du fil.

La netteté du fil de ſoie dépend auſſi preſqu'entièrement de ſon exactitude à bien purger les cocons: je n'entrerai point dans

le détail de ces procédés, que j'ai décrits fort au long dans mon premier Mémoire; je me bornerai dans celui-ci, à montrer toutes les perfections que la soie peut recevoir de la construction du tour qui sert à cette opération.

C'est l'exacte jonction & la parfaite adhésion des différens brins de cocons entr'eux, qui donnent au fil de soie sa principale force: il y a deux moyens pour faire cette union; le premier & le plus ancien, est d'entrelasser le fil au sortir de la filière, sur deux petits cylindres de bois, avant qu'il parvienne sur le devidoir. Comme ces petits cylindres ressemblent à une bobine, on nomma cette manière de filer la soie, *tirer à la bobine;* c'est la méthode qui est en usage en Espagne, dans le Levant, à la Chine & dans quelques endroits du royaume; mais comme la jonction des brins ne se fait que très-imparfaitement par cette méthode, & que le fil de soie n'y est jamais ni arrondi, ni uni, ni suffisamment purgé de son humidité; il en résulte une soie qui est toujours défectueuse & qui ne peut se devider sans occasionner beaucoup de déchet.

Les Piémontois qui ont le plus contribué à la perfection de cet art, imaginèrent un autre moyen de faire cette jonction: ils filèrent deux fils à la fois, & au lieu de les entrelasser chacun au sortir des filières, sur des cylindres, ils les croisèrent l'un sur l'autre un certain nombre de fois; après la croisure, chaque fil séparé fut passé dans l'œil des guides, pour être distribués sur le devidoir & former chacun un écheveau; on nomma cette nouvelle manière de filer, *tirer à la croisade*, non-seulement elle fut adoptée comme la meilleure, par tous les Fabricateurs piémontois, mais elle fut ordonnée par un règlement du Prince.

En effet, les deux fils de soie étant obligés de glisser entre toutes les hélices que forment leur croisure, les différens brins de cocons dont ils sont composés, se serrent & s'unissent d'autant plus les uns contre les autres, que le nombre des hélices est plus grand & que leur inclinaison est plus considérable: un second avantage de la croisure est de s'opposer au passage de quantités de côtes & de flocons de soie qui échappent toujours à la fileuse quand elle purge ses cocons, ou qui ne se

montrent qu'à mesure que le cocon se développe: le troisième avantage que procure la croisure, est d'exprimer beaucoup de parties aqueuses dont les brins de cocons sont imprégnés par leur séjour dans l'eau de la bassine, ce qui empêche que les fils de soie ne parviennent trop humides sur le devidoir: voilà donc trois qualités essentielles que la croisure procure au fil de soie; elle lui donne de la force en réunissant exactement les différens brins dont il est composé; elle contribue à sa netteté en servant d'obstacle au passage des impuretés accidentelles; elle l'empêche de se coller dans la confection de l'écheveau en lui enlevant une bonne partie de son humidité.

Mais pour que la croisure produisît toujours ces bons effets, il faudroit qu'elle fût toujours proportionnée aux différentes qualités de soie que l'on tire, & qu'elle fût toujours égale pour une même qualité; il faut moins croiser pour les soies fines & croiser davantage pour les plus grosses; la manière dont on fait ordinairement cette croisure ne permet aucune régularité: après avoir passé dans les filières qui sont au-dessus de la bassine les deux faisceaux de brins de cocons qui doivent former les deux fils de soie, la tireuse prend ces deux fils & les croise l'un sur l'autre, en les roulant entre le doigt index & le pouce, mais le nombre de révolutions qu'elle leur fait faire est toujours très-incertain & fort inégal; l'obligation où elle est d'avoir toujours ses doigts dans l'eau presque bouillante, lui ôte tout sentiment dans le tact, & il arrive presque toujours que les deux fils sont trop croisés ou qu'ils ne le sont pas assez; si la croisure est trop considérable, la fileuse ne s'en aperçoit que lorsque les fils attachés sur le devidoir qu'on met en mouvement, ne peuvent pas glisser assez facilement l'un sur l'autre dans l'endroit de la croisure; elle est forcée alors de rompre ses deux fils & de recommencer sa croisure à laquelle elle ne réussit souvent pas mieux que la première fois; si la croisure est trop foible, elle ne produit plus tout son effet, & la fileuse qui devroit pareillement rompre ses fils pour en refaire une autre, ne s'en donne jamais la peine; elle croise toujours beaucoup moins qu'il ne faut, afin de n'être pas obligée de recommencer: voilà pourquoi

la plupart des ſoies tirées à la croiſade n'ont pas le plus ſouvent une meilleure qualité que celles qui ſont tirées à la bobine.

J'ai remédié à cet inconvénient dans mon tour, en fourniſſant à la tireuſe un moyen ſûr & facile de faire exactement le nombre de croiſures qui lui eſt preſcrit; entre les filières qui ſont immédiatement au-deſſus de la baſſine & celles des guides qui conduiſent les fils ſur le devidoir, j'ai placé un cercle de cuivre de 6 pouces de diamètre, qui porte dans ſon intérieur un œil de verre en forme de crochet, placé de chaque côté à 5 pouces & demi de diſtance l'un de l'autre; à l'extérieur de ce cercle eſt une gorge qu'enveloppe une corde ſans fin, qui ſe plie auſſi ſur une poulie de bois de même diamètre, montée ſur un arbre de fer, au bout duquel eſt une petite manivelle à portée de la main de la tireuſe; après qu'elle a paſſé chaque fil dans la première filière, la tourneuſe les prend pour les paſſer chacun dans l'œil de verre du cercle & dans celui des guides; la tireuſe met alors la main ſur la petite manivelle, qu'elle tourne autant de fois qu'elle doit faire de croiſures, & les deux fils de ſoie ſe trouvent croiſés en deux endroits, autant de fois que la manivelle a fait de tours: ſi pour les ſoies les plus fines on fait ſix tours de manivelle, la ſoie ſe trouve croiſée ſix fois devant & ſix fois derrière la lunette; ſi c'eſt douze tours pour les plus groſſes ſoies, il y aura douze tours à chaque croiſure; cette croiſure qui ſe trouve ici partagée, permet aux fils de ſoie de gliſſer plus aiſément entre un plus grand nombre d'hélices; l'uſage démontre que ces fils ne gliſſeroient pas dans une ſeule croiſure compoſée de trente hélices, & qu'ils gliſſent facilement dans deux de quinze hélices chacune & de même inclinaiſon: or plus le nombre des hélices eſt grand, plus la preſſion des brins eſt continuée & plus le fil de ſoie acquiert de force & d'uniformité.

Le ſecond avantage de la double croiſure eſt d'exprimer beaucoup plus d'humidité que ne peut faire une croiſure ſeule, c'eſt principalement à l'entrée & à la ſortie de la croiſure que l'on voit les particules d'eau s'échapper des fils de ſoie; cette double circonſtance ſe trouvant répétée dans la ſeconde croiſure, il eſt aiſé

aiſé de concevoir que les fils de ſoie doivent arriver beaucoup moins humides ſur le devidoir.

Par cette nouvelle manière de croiſer, on a encore l'avantage d'augmenter ou de diminuer les croiſures, ſans être obligé de rompre les fils de ſoie; il ſe trouve ſouvent dans le cours de l'opération, des cocons foibles dont le brin ne peut pas ſupporter une forte croiſure; deux ou trois tours de manivelle à contre-ſens, ſuppriment deux ou trois hélices à chaque croiſure, comme un pareil nombre de tours en ſens contraire, les y ajoutent; on n'a pas même beſoin pour cela d'arrêter le mouvement du devidoir.

La ſeconde perfection que l'on doit trouver dans le tour à ſoie, eſt de diſtribuer les fils ſur la largeur de l'écheveau, de manière qu'ils ne puiſſent jamais ſe coller les uns ſur les autres, car malgré les croiſures ils arrivent toujours un peu mouillés ſur le devidoir; lorſque la ſoie ſe trouve collée dans l'écheveau, elle devient très-difficile à devider, elle ſort toute écorchée de cette opération, & occaſionne un déchet qui va quelquefois à plus de 10 à 12 pour cent.

C'eſt par le mouvement des guides que chaque fil de ſoie eſt diſtribué ſur l'écheveau; il faut que ce mouvement correſponde avec celui du devidoir, de manière qu'à chaque révolution du devidoir, le fil change de poſition en s'écartant le plus qu'il eſt poſſible de celui qui a été couché ſur l'écheveau le tour d'auparavant, & qu'il ne revienne à ſa première poſition qu'après un grand nombre de révolutions du devidoir.

Les Piémontois ont employé un engrénage de quatre roues pour établir la communication de ce mouvement entre le devidoir & les guides. La proportion qui y eſt obſervée opère un arrangement des fils très-régulier & très-avantageux pour la confection de l'écheveau; le règlement de Piémont oblige tous les fileurs d'en faire uſage, & ordonne que chaque tour ſera muni d'une double garniture de toutes les pièces qui compoſent ce mouvement, parce qu'il eſt rare qu'elles ſe conſervent en bon état pendant tout le temps d'un tirage.

Nos fileurs françois qui ne ſont aſſujettis à aucun règlement, n'ont jamais voulu faire uſage de cette mécanique; ils l'ont trouvé

trop incommode, trop peu ſolide & trop diſpendieuſe; ils ont réglé le mouvement des guides par le moyen de deux poulies de bois dont les diamètres diffèrent comme de $22\frac{1}{2}$ à 35, la plus petite tient à l'arbre du devidoir, & la grande à la traverſe des guides qui eſt ſur le devant du tour: une corde ſans fin embraſſe la gorge des deux poulies, de manière qu'en tournant le devidoir, la poulie qui y eſt attachée fait tourner celle des guides. Ce moyen eſt ſans contredit beaucoup plus ſimple & beaucoup plus commode que celui des Piémontois; mais il s'en faut bien qu'il ſoit auſſi ſûr & auſſi régulier: la corde ſans fin n'eſt tendue que par un petit coin de bois qu'on met contre la traverſe des guides; après quelque temps de travail, la corde s'alonge, gliſſe par intervalle dans la gorge des poulies, & dérange toute l'harmonie de leur mouvement; d'un autre côté la poulie des guides placée ſur le devant du tour, & par conſéquent expoſée à la vapeur de l'eau bouillante s'enfle pendant le travail du jour & ſe sèche pendant le repos de la nuit; le rapport de ſon diamètre avec celui de l'autre poulie ſe trouvant changé, les fils de ſoie ne s'arrangent plus avec régularité ſur l'écheveau, & font un pliage vicieux qu'on nomme *vitrage*, parce que le fil revenant trop ſouvent dans le même endroit, fait paroître ſur la ſurface de l'écheveau des lozanges terminés par des cordons, qui reſſemblent à des carreaux de vitre.

Dans la conſtruction de mon nouveau tour, je crus avoir remédié à ces deux inconvéniens, en donnant à la corde ſans fin une tenſion toujours égale, par le moyen d'un poids qui faiſoit un effort conſtant ſur la poulie des guides, & en ajoutant deux canelures de plus ſur la petite poulie du devidoir, dont l'une avoit dans ſon diamètre une fraction en plus, & l'autre une fraction en moins que dans celui de la première canelure, afin de pouvoir compenſer par-là les variations qui pourroient arriver au diamètre de la grande poulie; en effet, lorſque la tourneuſe s'apercevoit de la moindre altération dans le pliage, elle n'avoit qu'à changer la corde de canelure, & dans l'inſtant le pliage ſe réformoit.

Ce moyen de correction parut avoir le plus grand ſuccès dans les premiers eſſais qui furent faits de mon nouveau tour: chacun y trouva beaucoup de ſimplicité & beaucoup de commodité; on

m'engagea de le rendre public, afin que dans toutes les filatures on pût promptement profiter d'une découverte aussi utile; mais l'usage me fit bientôt apercevoir de mon imprudence, & m'apprit qu'il ne faut jamais donner pour règle à suivre, aucun moyen nouveau, sans l'avoir fait passer auparavant par les épreuves les plus scrupuleuses, les plus longues & les plus répétées.

M'étant transporté à Aubenas en 1763, pour y établir la première Manufacture de soie, composée de mes nouveaux tours & de mes nouveaux moulins à organciner; je remarquai en voyant tirer la soie avec mes tours qui y étoient en usage depuis deux ans, que la bonté du pliage des écheveaux dépendant de l'attention de la tourneuse à changer à propos la corde de canelure, il arrivoit qu'elle ne remédioit jamais au mal assez tôt, & qu'elle ne s'en apercevoit même que lorsqu'il subsistoit depuis long-temps; de sorte que la soie se trouvant mal pliée dans plusieurs endroits de l'écheveau, elle ne se devidoit pas assez aisément, & occasionnoit encore trop de déchet.

Je compris alors que pour arriver à la perfection, il falloit absolument rendre le pliage des écheveaux indépendant du plus ou du moins de vigilance dans la tourneuse; qu'il devoit nécessairement être réglé comme celui des Piémontois, par une correspondance invariable entre les révolutions du devidoir & le jeu des guides, ce qui ne pouvoit se faire que par un engrénage quelconque; mais il falloit éviter les inconvéniens de celui de Piémont; il falloit le rendre plus commode & plus solide. J'y suis parvenu en y employant quatre petites roues placées sur une même ligne & attachées à un des pieds de derrière du tour; la première de ces roues qui a 23 dents est fixée au bout de l'arbre du devidoir; elle engrène avec une roue de 25, sur laquelle est attachée une roue de 22, qui a un centre commun avec elle, & qui tourne sur le même boulon: cette roue de 22 mène une roue de 35 dents qui fait agir les guides par un mouvement de *va & vient*, au moyen d'un fil de fer d'un pied environ de longueur, terminé à ses extrémités par une boucle en forme d'anneau, dont l'une tient à la roue & l'autre à la tige qui porte les guides; j'ai donné à cette tige une forme différente, & une position plus

avantageuſe. Ces quatre roues ſont en bois de plane ou de noyer, coupées perpendiculairement au fil du bois, elles n'ont que huit à neuf lignes d'épaiſſeur, n'occupent que très-peu de place & ſe trouvent fort éloignées de la baſſine, ce qui les met à l'abri de la vapeur de l'eau.

La proportion que j'ai établie par-là, entre le mouvement du devidoir & celui des guides, eſt telle que le devidoir fait huit cents ſoixante-quinze révolutions avant que le fil de ſoie ne revienne au même point d'où il eſt parti, c'eſt-à-dire que le fil change de poſition pendant huit cents ſoixante-quinze tours de l'écheveau avant de retomber ſur la première; ce pliage très-régulier dans ſa variété, nous a paru le plus avantageux pour le devidage des écheveaux; lorſque la ſoie eſt d'ailleurs bien tirée, le déchet qu'elle ſouffre dans cette ſeconde opération, n'eſt preſque pas ſenſible, puiſqu'il ne va pas à une once ſur cent livres.

C'eſt d'après cette dernière réforme, que je fis conſtruire les cent tours à la double croiſade, qui compoſent la filature d'Aubenas; j'ai non-ſeulement attendu qu'un long uſage en eût conſtaté la bonté, mais comme une découverte en occaſionne preſque toujours pluſieurs autres ſur le même objet, j'ai été bien aiſe de voir ſi quelqu'un ne trouveroit pas quelque choſe de mieux, ſi perſonne n'y découvriroit quelque défaut, ou n'y ajouteroit quelque perfection; j'ai eu ſoin de faire éprouver par l'Entrepreneur de la manufacture d'Aubenas, toutes les nouveautés qui ont été préſentées depuis, je veux dire, celles qui ont paru mériter quelque conſidération, ſoit par le témoignage dont elles étoient appuyées, ſoit par la réputation de leur auteur: le compte qui m'en a été rendu par cet Entrepreneur éclairé, ſa perſévérance à trouver plus d'avantage dans les miens, & la préférence qu'il vient de leur donner en dernier lieu, dans l'établiſſement d'une nouvelle fabrique, me déterminent enfin de préſenter aujourd'hui ce tour au Public, non comme le plus parfait qu'on puiſſe imaginer, mais comme le meilleur de tous ceux qui exiſtent, en déclarant en même temps, que l'uſage en deviendra inutile pour tous ceux qui ne voudront pas changer de méthode dans les autres procédés de cette opération.

La conſtruction du tour peut bien donner à la ſoie toutes les qualités que je viens de lui aſſigner; mais la netteté & l'égalité dans le fil, dépendront toujours de trois manutentions antécédentes; la première eſt de tirer chaque qualité de cocon ſéparément; la ſeconde de les purger exactement & en petite quantité à chaque battue; la troiſième de ne jamais jeter qu'un ſeul brin à la fois, pour entretenir l'égalité de groſſeur dans le fil de ſoie.

Dans tous les tirages particuliers, on ſe contente de mettre à part les cocons doubles qui ne peuvent pas ſe devider, & quelquefois les cocons chiques, crainte de tacher la ſoie; les fins, les demi-fins, les veloutés, les ſatinés ſont tirés tous enſemble; c'eſt à ce pernicieux mélange que l'on doit principalement attribuer l'infériorité de nos ſoies vis-à-vis celles des Piémontois: d'un autre côté, nos tireuſes ſont dans la mauvaiſe habitude de jeter un trop grand nombre de cocons dans la baſſine pour chaque battue; après en avoir recueilli tous les brins au moyen d'un petit balai, elles enlèvent toute la mauvaiſe ſoie, juſqu'à ce que chaque brin paroiſſe bien purgé; mais comme les uns le ſont plutôt que les autres, elles enlèvent une bonne partie de la bonne ſoie avec la mauvaiſe, lorſqu'elles attendent qu'ils le ſoient tous également; cette perte eſt d'autant plus conſidérable, qu'on veut purger plus de cocons à la fois, & comme elles craignent toujours de faire trop de déchet, elles ne purgent jamais à fond chaque poignée, ce qui empêche la netteté du fil, lors même que les cocons ont été choiſis le plus exactement, parce qu'il ne faut que deux ou trois cocons de mal purgés, pour ôter à un écheveau de ſoie, toute ſa beauté & une partie de ſon prix.

Au lieu de ne jeter qu'un ſeul brin de cocon pour entretenir l'égalité du fil, nos tireuſes ont encore la mauvaiſe habitude d'en jeter toujours pluſieurs enſemble dont elles ſont obligées de ſupprimer la plus grande partie lorſqu'elles voient que leur nombre excède celui qui leur a été preſcrit, & comme elles ne peuvent s'en apercevoir que par le compte qu'elles font des cocons lorſqu'ils ſont parvenus ſous la filière, il arrive toujours que le devidoir a enlevé pendant ce temps, vingt, trente & quelquefois quarante aunes de fil ayant qu'elles aient pu retrancher

les cocons ſurnuméraires; cette longueur de ſoie montée ſur le devidoir, ſe trouve ſouvent d'un tiers & quelquefois de moitié plus groſſe qu'elle ne doit être: ce défaut répété à chaque fois qu'on fournit de nouveaux brins, occaſionne néceſſairement une variété alternative de groſſeur dans la ſoie, qui eſt un des plus grands vices qu'elle puiſſe avoir: il eſt aiſé de comprendre que le tour le plus parfait ne ſauroit jamais remédier aux inconvéniens d'une méthode auſſi mauvaiſe, & que tant qu'elle ſubſiſtera, on ne parviendra point à faire des ſoies qui puiſſent être converties en organcin capable de remplacer celui de Piémont.

On imaginera peut-être qu'il eſt aiſé de changer de méthode, & qu'on pourra facilement engager tous ceux qui veulent tirer la ſoie de leurs cocons, d'en faire un triage exact & de tirer chaque quantité ſéparément; de preſcrire aux tireuſes de n'en purger qu'un petit nombre à chaque battue & de les aſſujettir à ne jamais fournir qu'un ſeul brin à la fois, ſur-tout dans les ſoies fines; mais ceux qui pourroient regarder cette réforme comme facile, ne connoîtroient certainement pas quel eſt l'empire du préjugé, & combien eſt puiſſante la force de l'habitude; l'intérêt ſeul peut vaincre de tels obſtacles, & malheureuſement aucun de ces gens-là ne ſauroit l'y trouver ni même l'entrevoir, par la manière dont ſe fait le commerce de cette ſoie.

Il y a peut-être vingt mille particuliers en France qui font éclore des vers tous les ans pour avoir des cocons; c'eſt ordinairement la femme ou la fille de la maiſon qui en tire la ſoie, ou bien l'on prend des fileuſes de profeſſion que l'on paye à tant par livre: les unes font trois ou quatre livres de ſoie, les autres plus, & d'autres moins; toutes ces petites parties de ſoie ſont vendues à des Marchands Commiſſionnaires qui viennent les ramaſſer dans tous les villages & dans tous les hameaux; le prix qui en eſt toujours règlé d'avance, relativement à l'abondance ou à la diſette générale des cocons, eſt commun pour tous les acheteurs, c'eſt-à-dire que la ſoie de l'un n'eſt pas plus payée que celle de l'autre, quel que ſoit le ſoin qu'il ait pris de la mieux travailler; j'ai entendu les plaintes de quantité de perſonnes qui ayant bien voulu ſe prêter aux inſtructions données par M.rs les

Intendans pour le tirage des ſoies, ont toujours été dupes des peines qu'elles avoient priſes & des frais qu'elles avoient faits pour s'y conformer, parce qu'elles n'ont jamais pu vendre leur ſoie un ſou de plus que ceux qui avoient ſuivi la routine ordinaire; les Acheteurs diſent pour leurs raiſons que quelques livres de ſoie trouvées çà & là un peu mieux tirées, mais preſque toujours d'un brin différent, ne ſauroient former des lots à part; qu'ils ſont obligés de les confondre avec toutes les autres parties qui varient auſſi en qualité, pour les vendre en maſſe dans les foires de Beaucaire & d'Alais où les Marchands de Lyon & d'autres lieux viennent les acheter en gros pour en faire des trames ou pour la fabrique des bas: on voit par-là que les fileurs particuliers, bien loin d'être portés à la réforme, trouvent au-contraire leur avantage à mêler le plus de mauvaiſe ſoie qu'ils peuvent avec la bonne, pour faire poids; il ont ſeulement l'attention d'employer les meilleurs cocons à couvrir l'extérieur de leurs écheveaux, afin de leur donner plus de montre & plus d'apparence.

Dans les villes ou dans les bourgs qui abondent en cocons, il ſe trouve des ſpéculateurs qui entreprennent de tirer pour leur compte ou pour celui d'autrui; ils achettent la récolte des uns & des autres, ils ſe muniſſent à peu de frais de quelques tours mal conſtruits, qu'ils placent dans une cour ou ſous un hangar, & prennent des tireuſes à gage qu'ils payent à tant par livre; comme ces Entrepreneurs qui ſont de toute autre profeſſion, n'entendent point l'art de tirer la ſoie, ils ſont toujours maîtriſés par les tireuſes qui n'ont elles-mêmes d'autre intérêt que celui d'avancer la beſogne, afin de gagner une plus forte journée; le ſeul avantage qui puiſſe réſulter de ces petits tirages, eſt de produire un certaine quantité de ſoie du même brin, mais cette ſoie ne ſauroit jamais être employée que pour trame d'une qualité plus ou moins bonne, ſuivant que le tirage a été plus ou moins bien conduit; ceux qui ont eſſayé de faire monter cette ſoie en organcin, en ont toujours été rebutés par le déchet énorme qu'elle ſouffroit dans cette opération, & par l'infériorité où elle reſtoit auprès de celle des Piémontois; il n'y a que quelques fabriques qui l'emploient pour chaîne dans les étoffes de baſſe qualité.

On a favorisé pendant long-temps ces filatures particulières, en accordant à quelques Entrepreneurs une gratification sur chaque livre de soie filée, mais ces encouragemens n'ont pas contribué à rendre la soie meilleure, parce que ceux qui les obtenoient ne la travailloient pas différemment de ceux à qui on ne donnoit rien ; ces gratifications au contraire, ont nui le plus souvent à sa perfection, parce que les Entrepreneurs gratifiés tiroient avantage de leur situation pour sur-hausser le prix des cocons, & que le plus grand nombre se voyant forcé de les acheter plus cher, a cherché du dédommagement dans un travail précipité & très-souvent frauduleux.

On s'est dissimulé ce pernicieux effet, parce qu'on a cru que le prix du cocon sur-haussé, quel qu'en fût le principe, favorisoit la culture des mûriers, mais on auroit dû faire attention que ce haussement de prix, dépendant uniquement des gratifications, ne pouvoit produire qu'une augmentation apparente, proportionnée tout au plus à la valeur & à la durée de ces encouragemens, au lieu qu'une meilleure préparation augmentant réellement & d'une manière constante le prix de la soie, toutes les productions qui y sont relatives, auroient acquis par-là, une valeur bien plus assurée & bien plus solide.

On doit être bien convaincu aujourd'hui que nos filatures ne se perfectionneront que lorsqu'elles seront entreprises aux dépens & conduites par les soins de ceux qui doivent donner à la soie les préparations secondaires pour la convertir en organcin ; eux seuls sont intéressés à la faire filer avec toutes les précautions requises, parce qu'eux seuls ont à souffrir des négligences & des fautes commises dans cette première préparation ; ils ont intérêt de faire un triage exact de chaque nature de cocon, pour n'employer que les plus fins à la confection de leur organcin, dont la valeur est toujours proportionnée à la bonté de cette première matière ; ils ont intérêt d'empêcher que leurs tireuses ne fassent de trop grosses battues, afin de pouvoir purger les cocons plus à fond & perdre le moins qu'il est possible de la bonne soie ; comme c'est de cette manutention que dépend principalement la netteté & la beauté de leur organcin, ils ont grand soin

soin de veiller leurs tireuses sur cet article; ils n'ont pas moins d'intérêt de les assujettir à ne jamais fournir qu'un seul brin à la fois dans les soies fines, soit pour rendre cette addition moins sensible dans le point de la jonction, soit pour maintenir le fil dans l'égalité la plus exacte, parce que c'est de cette perfection que dépend encore le principal mérite de leur organcin; ils ont intérêt de se servir des tours les plus parfaits, parce qu'ils auroient à supporter dans le devidage & dans le moulinage des déchets qui résultent toujours de la mauvaise construction des tours ordinaires.

Enfin il paroît démontré par tous les efforts & par toutes les tentatives infructueuses qu'on a faits jusqu'ici, qu'on ne doit plus espérer la perfection de nos filatures de soie que des mains de ceux qui doivent la travailler en organcin & la vendre dans cet état; on l'a éprouvé dans le Piémont: avant que les Fabriques d'organcin y fussent établies, on avoit tenté de perfectionner les filatures par les plus beaux & les plus amples règlemens, mais ce fut toujours en vain; les soies n'y ont acquis le degré de supériorité qu'on leur connoît, que depuis qu'elles sont tirées aux frais & par les soins de ceux qui doivent les organciner; la raison en est bien simple, il est impossible de connoître les qualités & les défauts de la soie greze, à la seule inspection, on ne la connoît bonne ou mauvaise que dans l'opération du devidage & du moulinage; ainsi tant qu'une fabrique n'embrassera pas toutes les parties de ce travail, il restera une porte continuellement ouverte à la négligence & aux fraudes du simple tireur de soie; il pourra presque toujours la vendre défectueuse.

Il ne faut pas attendre des hommes au-delà de ce que comporte leur intérêt présent; il n'y a aucun lieu d'espérer que celui qui fait tirer la soie pour la vendre dans ce premier état, y apporte les mêmes soins & les mêmes précautions que celui qui la fera tirer pour la monter en organcin; les soies de toutes les filatures particulières ne seront donc jamais regardées que comme des soies d'achat sur lesquelles il faudra toujours s'attendre à trouver plus ou moins de déchet à l'opération des moulins; elles resteront dans un état d'imperfection d'où on ne les retirera certainement

pas, tant que la première main-d'œuvre du tirage ne sera pas conduite par ceux qui ont à souffrir de son imperfection dans les dernières opérations du moulinage.

Lorsqu'il n'y avoit en France qu'une petite quantité de mûriers & de vers à soie, le Gouvernement ne pouvoit rien faire de mieux que d'en favoriser la culture par des encouragemens: mais à mesure que les récoltes de soie deviennent plus abondantes, l'objet qu'on doit avoir en vue ne seroit point rempli, si la qualité de ces soies restoit assez inférieure, pour que les fabriques du royaume fussent toujours dans la nécessité de tirer du Piémont celle qui sert de chaîne dans les étoffes, & qu'on nomme *Organcin*.

Dans la vue d'éviter cet inconvénient, le Ministère se détermina, il y a une vingtaine d'années, à faire les frais nécessaires pour perfectionner les tours & les moulins propres à organciner les soies: les découvertes que j'ai faites pour cet objet, ont été mises en usage dans une fabrique érigée exprès à Aubenas, le succès a pleinement justifié l'entreprise, on y fabrique depuis quinze ans des organcins supérieurs, & préférés à ceux du Piémont, puisqu'on les achette à un plus haut prix: cette expérience confirmée & soutenue pendant un temps assez considérable, prouve tout-à-la-fois, & que la fabrication perfectionnée est le meilleur moyen de rendre le commerce des soies avantageux, & que la nouvelle méthode & les nouveaux instrumens employés à cette fabrication, ont toutes les qualités requises pour la rendre parfaite: avant ce temps on avoit donné des gratifications pendant un grand nombre d'années, sans pouvoir se procurer des organcins comme ceux de Piémont: aujourd'hui avec les tours & les moulins d'Aubenas, on en fabrique tous les ans sept à huit milliers de livres qui lui est supérieur; les raisons de prudence & d'économie se réunissent donc pour déterminer le Gouvernement à favoriser des établissemens semblables.

Je n'ignore pas que nos Économistes modernes se déclarent ouvertement dans leurs écrits contre ces sortes d'établissemens; les sentimens d'humanité dont ils paroissent pénétrés, leur font

regarder le travail de ces grandes filatures reuni ſous la conduite d'un ſeul chef, comme un larcin fait aux occupations des gens de la campagne, qui ſelon eux, pourroient filer leur ſoie chacun en particulier avec bien plus de bénéfice pour eux-mêmes & d'avantage pour l'État; ils trouvent par leur calcul qu'il y a au moins Vingt pour cent d'excédant de dépenſe pour la filature en grand, & plus de Dix pour cent de perte pour l'État, ſur la matière première; je n'aperçois pas les objets de dépenſe ſur leſquels ils établiſſent leur calcul, mais je vois avec tout le monde qu'un ballot d'organcin de cent livres peſant, ſoit de France ſoit de Piémont, compoſé de ſoie d'achat, c'eſt-à-dire de pluſieurs petits tirages, eſt toujours vendu à Lyon deux cents francs de moins qu'un ballot d'organcin de même poids & de même brin, lorſqu'il provient d'un tirage règlé; je vois que cette diminution de prix eſt ſouvent de deux cents cinquante & quelquefois de trois cents livres par ballot, ſuivant que ce ballot eſt plus ou moins mêlé de petites parties de ſoie de différens tirages, ce qui me montre une différence bien évidente de Huit à Dix pour cent de la filature en grand, ſur les petites filatures.

Je vois auſſi que les ſoies d'achat qu'on veut organciner, font toujours un déchet de Six, de Huit, de Dix & quelquefois de Quinze pour cent, tandis que les ſoies filées dans les tirages règlés, ne font tout au plus qu'un & demi pour cent de déchet dans la même ouvraiſon, ce qui me montre encore une perte bien réelle de Six à Dix pour cent que l'État & le particulier eſſuient ſur la ſoie des petites filatures, indépendamment de celles qu'on fait ſur la vente.

Or comment avec des pertes ſi connues, M.rs les Économiſtes ont-ils oſé avancer que les petites filatures donnoient plus de bénéfice que les grandes? ils peuvent conſulter les Mouliniers qui fabriquent l'organcin & les Fabriquans qui l'emploient, ils apprendront que c'eſt au contraire avec des petites filatures que l'État perd environ Dix-huit pour cent ſur la matière première, & qu'une bonne partie de cette perte lui tourneroit en bénéfice avec des filatures en grand; je n'entends pas par filature en grand, celles où il y a un très-grand nombre de baſſines, mais celles où l'on

peut faire un ou plusieurs ballots d'organcin de même brin, avec de bons instrumens & une bonne méthode, & que l'on nomme *tirage* ou *filature règlée.*

Pour donner quelque vraisemblance à leur calcul, nos Économistes auroient dû faire voir que la main-d'œuvre, dans les grandes filatures, excède celle des petites de plus de Vingt pour cent, ce qui n'est pas; mais quoiqu'elle soit effectivement un peu plus considérable l'une que l'autre, est-il plus avantageux au Gouvernement de payer à l'Étranger cet excédant de main-d'œuvre que de se le procurer? Si, comme on le croit communément, la récolte annuelle de nos soies est aujourd'hui d'environ seize millions, ce sont trois millions que nous perdons chaque année, ou que nous manquons de gagner par la mauvaise manière dont nous travaillons ces soies; ce sont trois millions de main-d'œuvre que nous payons tous les ans aux Piémontois, parce qu'ils savent donner à la leur, uniquement par leur travail, une valeur plus grande que nous ne pourrons jamais donner à la nôtre, tant qu'elle sera filée par la multitude, sans règle, sans soins, sans instrumens & par une méthode vicieuse que personne ne veut quitter, parce que, comme je l'ai dit plus haut, aucun de ceux qui filent leur soie pour la vendre dans cet état, ne trouve son intérêt à en changer.

C'est par des filatures en grand, que les Piémontois ont trouvé le secret de porter leur organcin à ce haut degré de perfection que nous leur connoissons; c'est à une filature semblable que la manufacture d'Aubenas doit son principal succès: comment des exemples aussi frappans, n'ont-ils pas ouvert les yeux de nos économistes? comment ont-ils pu blâmer le seul moyen que nous ayons, de tirer un meilleur parti de cette matière première, & de parvenir à nous passer de l'Étranger dans une branche de commerce aussi essentielle? comment osent-ils avancer que ce n'est qu'au préjudice du cultivateur, & de son industrie, & à celui de l'État, que le Gouvernement favorise de tels établissemens, & que les encouragemens seroient bien mieux employés à répandre dans le peuple toutes les connoissances de l'art des filatures, & à leur procurer des bonnes machines d'exécution; que ce n'est qu'en

ſubdiviſant beaucoup cette branche d'induſtrie, qu'elle arrivera & ſe maintiendra à ſon plus haut degré de perfection?

Le zèle patriotique eſt aſſurément bien louable dans ceux qui s'en montrent affectés, mais il devroit les mieux éclairer ſur les moyens de procurer le bien public. Peut-on propoſer de pouvoir inſtruire vingt mille perſonnes iſolées, dans la pratique d'un art difficile, pour lequel il faut un apprentiſſage aſſez long, & beaucoup d'exemples qui parlent aux yeux? quelle dépenſe ne faudroit-il pas faire pour leur fournir les meilleurs inſtrumens, & pour leur apprendre à s'en ſervir? quelle ſûreté auroit-on enſuite de leur fidélité à ſuivre les préceptes qui leur auroient été donnés? faudra-t-il plutôt compter ſur leur probité que ſur leur cupidité? l'acheteur en ſera-t-il moins à l'abri de la fraude? hélas! ils ſont trop bien inſtruits qu'elle ne peut être aperçue que dans l'emploi de la ſoie, lorſqu'elle eſt hors de leurs mains, & après qu'elle a paſſé dans celle de pluſieurs: on doit donc s'attendre que la fraude aura toujours lieu, parce qu'elle pourra toujours ſe faire impunément.

Si les écrivains politiques, avoient bien voulu prendre la peine de ſe mettre un peu mieux au fait du commerce de la ſoie-greze, & de la fabrication des organcins, ils auroient ſû que de petites parties de ſoie recueillies de côté & d'autre, qui ne ſont preſque jamais filées d'un même brin, ni de cocons d'un même ſol, ne peuvent pas être aſſez bien aſſorties, pour en faire un organcin ſuivi de même denier & de même qualité; ils euſſent alors, par ce même motif d'humanité & du bien public, éclairé les cultivateurs ſur leurs véritables intérêts; ils leur auroient dit, plantez des mûriers, faites beaucoup de cocons; mais au lieu d'en vouloir filer la ſoie vous-mêmes, vous trouverez un bénéfice bien plus ſûr & bien plus prochain, à vendre vos cocons à ceux qui en ſauront tirer un meilleur parti que vous, parce qu'ils ont pour cette opération des connoiſſances, des inſtrumens & des commodités que vous n'avez pas, & que vous ne pouvez avoir; plus la ſoie acquerra de valeur dans leurs mains, plus la matière qui fait l'objet de vos productions en recevra elle-même; voilà le

vrai moyen d'accroître les profits de votre culture & de les rendre certains.

J'étendrois trop ce Mémoire, si je voulois donner ici toutes les raisons qui se présentent à mon esprit, pour combattre l'opinion des économistes. L'exemple des Piémontois nos voisins, le succès de la fabrique d'Aubenas, les tentatives infructueuses qui ont été faites auparavant, sont, à ce que je crois, les raisonnemens les plus convaincans, pour déterminer le Gouvernement à favoriser les filatures réglées, qui peuvent seules contribuer à la perfection des organcins, & nous mettre en état de nous passer de l'Étranger dans cette branche de commerce.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

CETTE Figure représente un tour à soie, à double guindre, vu en perspective. Je l'ai préféré au tour simple qui n'a qu'un seul guindre; le double est plus solidement assis, moins dispendieux que deux tours simples, & beaucoup plus économique, parce qu'il ne faut guère plus de bois ou de charbon pour chauffer l'eau dans une longue bassine que dans une bassine de moitié plus courte, la largeur étant la même. C'est par la disposition intérieure du fourneau qu'on trouve cet avantage; on a encore la facilité dans le tour double, de mettre une tireuse exercée à côté d'une tireuse qui l'est moins, ce qui rend l'instruction plus aisée.

PLANCHE II.

La *Figure 1* est le plan géométral du tour. *A, A,* sont les montans ou pieds de devant. *B, B, C,* sont les trois montans de derrière qui portent les guindres *a, a, a, a. D, D* sont les deux traverses supérieures de côté qui forment la longueur du bâti. *F, G* sont les deux traverses qui portent le chassis à lunettes dont il sera fait mention ci-après, ainsi que les poulies *h, h,* & les filières *i, i. H* est la traverse supérieure qui porte le collet des *va & vient. I* est la traverse inférieure qui en porte le pivot. *K* est l'entretoise supérieure qui lie le montant *C* avec la traverse *H. c* est la flèche du *va & vient. d* le petit croisillon qui porte les deux yeux de verre. *b* est la coupe de la tige verticale du *va & vient. e* le petit levier placé en équerre sur la tige *b,* au bout duquel est une boucle qui reçoit l'œil du tirant *f,* dont l'autre extrémité

eſt attachée par une vis à un point excentrique de la roue de trente-cinq dents dont il ſera parlé ci-après.

La *Figure 2* repréſente la liaiſon de ces différentes pièces qui compoſent ce qu'on nomme le *va & vient*.

La *Figure 3* repréſente une des filières *i*, placées ſur le devant du tour & au-deſſus de la baſſine; l'extrémité des fourches forme une douille dans laquelle entre une filière de verre, percée d'un petit trou.

La *Figure 4* repréſente le fourneau *Q*, *Q*, & la baſſine *R* vus en plan. *V*, *V* eſt le tuyau de trois pouces en quarré par où s'échappe la fumée, & qui eſt continué dans l'épaiſſeur du mur *Z*, *Z*, en forme de cheminée.

PLANCHE III.

La *Figure 1* repréſente le tour vu de profil dans ſa longueur, où l'on voit un des montans de devant *A*, & un de ceux de derrière *B*, une traverſe ſupérieure *D*, inclinée; une traverſe inférieure horizontale *E*; le bout ponctué de la traverſe *H*, qui porte le collet de la tige verticale du *va & vient*, & le bout ponctué de la traverſe inférieure *I*, ſur laquelle eſt appuyé le pivot de cette tige. *G* eſt la ſeconde traverſe de devant, qui porte avec la traverſe *F* le bâti des lunettes de cuivre *S*, *S*, ainſi que les poulies *h*, & les filières *i*. *P* eſt une eſpèce d'auge qu'on met ſur le devant du tour, dans laquelle on jette les pelletes, & ſur laquelle on repoſe pendant la battue, les cocons qui ſont en filage. *Voyez la planche première*, où cette auge eſt repréſentée d'une manière plus ſenſible. *x*, *x*, *x* ſont les brins de cocons qui de la baſſine montent ſimples juſqu'au trou de la filière *i*, & qui après la filière ſe trouvent réunis pour ne former qu'un ſeul fil. Comme il y a deux trous à chaque filière, on file deux fils à la fois: chaque fil au ſortir des filières eſt paſſé dans l'œil de la lunette *l*, & dans celui du *va & vient d*, d'où il arrive ſur le guindre. La fileuſe en tournant la petite manivelle de la poulie *h*, fait faire autant de tours à la lunette de cuivre *l*; ce qui fait croiſer autant de fois les deux fils de ſoie l'un ſur l'autre, aux deux endroits *x* 1 & *x* 2, ce qu'on peut voir plus ſenſiblement dans la *planche I.re* *K* eſt l'entretoiſe qui lie le montant *C* qui n'eſt pas viſible ici avec la traverſe *H*. *L* eſt une entretoiſe inférieure qui lie le même montant avec la traverſe *I*. *b*, *b* eſt la tige verticale du *va & vient*; *c* la flèche qui y eſt attachée & qui porte le petit croiſillon *d*, où ſont deux yeux de verre qu'on nomme les *guides*, parce qu'ils conduiſent les fils de ſoie ſur le guindre. *e* eſt le petit levier qui eſt ici derrière la tige *b*, & qui communique avec le tirant *f* qui eſt attaché à la roue de trente-cinq dents, à un point hors du centre; c'eſt par l'éloignement

ou le rapprochement de ce point au centre de la roue, qu'on fait parcourir plus ou moins de chemin au *va & vient*, & qu'on règle la largeur de l'écheveau.

La *Figure 2* repréſente le fourneau *Q, Q* vu de profil. *V* eſt l'ouverture par où l'on met le bois ou le charbon; cette ouverture ſe ferme avec une porte de tôle comme celle d'un poêle. *X* eſt l'ouverture du cendrier. *R* ponctuée eſt la baſſine.

La *Figure 3* repréſente la forme & la largeur de la baſſine.

La *Figure 4* en marque la longueur; ces baſſines ſe font de cuivre, mais elles valent mieux en fonte de fer, elles coûtent moins & durent plus long-temps.

PLANCHE IV.

La *Figure 1* repréſente les trois montans qui portent les guindres, vus par derrière. C'eſt au montant *C* du milieu, que ſont placées les quatre roues plates dentées qui règlent le mouvement du *va & vient;* la première roue *r* eſt de vingt-deux dents, elle eſt attachée ferme au bout de l'arbre du guindre; elle mène la roue *S*, placée au-deſſous, qui eſt de vingt-cinq dents, & ſur laquelle eſt attachée la roue *t* de vingt-trois ou de vingt-deux dents, qui mène la grande roue inférieure *u* de trente-cinq dents. Il y a le même nombre de roues pour chaque guindre; elles ſont placées ſur chaque côté du montant *C*. Les roues *s* & *t* tournent ſur le même boulon qui traverſe le montant, & auquel il eſt goupillé pour l'empêcher de tourner. Les deux roues *u* tournent ſur un boulon ſemblable; comme chaque guindre a ſa tourneuſe, on conçoit que les quatre roues d'un guindre peuvent tourner ſans que les roues de l'autre guindre remuent.

La *Figure 2* repréſente le montant *C* vu de côté; il eſt compoſé de deux pièces fortement retenues enſemble par deux vis qui les traverſent, & dont les écrous ſont noyés dans les entretoiſes *K* & *L*. Les deux entailles qu'on y aperçoit ſont pour recevoir les traverſes *O* & *N;* à la grande roue *u*, eſt un point *x* hors du centre, où eſt attaché le tirant *f*. Le nombre des dents de ces quatre roues eſt tel que la roue *r* fait huit cents ſoixante-quinze révolutions avant que les mêmes dents rentrent les unes dans les autres, au même point d'où elles étoient parties; ce qui fait que le guindre fait huit cents ſoixante-quinze tours ou révolutions, avant que le fil de ſoie reprenne ſa même poſition ſur l'écheveau.

La *Figure 3* fait voir comment les croiſillons du guindre ſont emmanchés ſur l'arbre; deux croiſillons ſont mobiles dans une des lames, de manière qu'ils peuvent s'ouvrir & s'enfoncer d'un demi-pouce dans la mortaiſe

mortaise faite à l'arbre; c'est la coupe inclinée faite à leur extrémité qui facilite cet enfoncement qui est nécessaire pour enlever les écheveaux de dessus le guindre. En ôtant les deux clavettes *q, q*, la tension de la soie pousse les deux croisillons mobiles dont les extrémités glissent sur le talus contre lequel elles étoient appuyées par la pression des clavettes. Les pivots de fer des manivelles attachées aux guindres, ainsi que ceux sur lesquels sont les roues *r, r*, sont retenus dans la fente faite aux montans, par les clavettes *i, i, i, i*.

PLANCHE V.

La *Figure 1* est une coupe du tour dans le milieu de sa largeur, pour voir la position du *va & vient* sur les traverses *H* & *I*, dont on n'aperçoit ici que la coupe; & pour voir l'emmanchement des entretoises *K* & *L* avec le montant *C*, & les traverses *H* & *I*.

La *Figure 2* est une coupe dans le milieu de la longueur, qui fait voir la position des mêmes pièces dans un sens différent, c'est-à-dire en face, vues par le devant du tour.

PLANCHE VI.

La *Figure 1* est le devant du tour vu en face. On y voit le chassis *S, S*, porté sur les deux traverses *F* & *G*, dont il n'y a que *F* de visible; ce chassis est serré entre ces deux traverses par les vis à écrou *x, x;* les deux lunettes de cuivre y sont placées chacune entre trois poulies, dont les rebords empêchent la lunette de se porter en avant ni en arrière, & lui permettent de tourner librement. Chaque lunette a une canelure extérieure qui reçoit une petite corde sans fin, laquelle vient embrasser la poulie *h*, de même diamètre que la lunette de cuivre, & qui a une même canelure extérieure. Cette poulie *h* porte un arbre de quinze pouces de longueur, au bout duquel est une petite manivelle à la portée de la main de la tireuse. On fait passer la petite corde sans fin dans la chape *1* où est une poulie; cette chape est retenue par une petite corde qui vient passer sur la poulie *2*, au haut du chassis *S*, & de-là sur la poulie *3*, à l'autre extrémité, d'où elle descend jusqu'à la poulie *4* qui tient à une chape à laquelle est suspendu un poids de cinq à six livres. La corde remonte de la poulie *4* sur la poulie *5* au haut du chassis, & vient sur la poulie *6*, d'où elle descend s'attacher à la chape *7*, dont la poulie reçoit la seconde corde sans fin. Il est aisé de concevoir que le poids *p* tirant la corde qui le soutient, tend à relever les deux chapes *1* & *7*, & que l'effort de ces deux chapes, égal à la pesanteur du poids *p*, tient dans une tension constante les deux cordes sans fin; d'où il suit que le diamètre des poulies *h*, étant égal au diamètre des lunettes de cuivre *l, l*, ces dernières feront autant de révolutions qu'on en fera faire à la manivelle

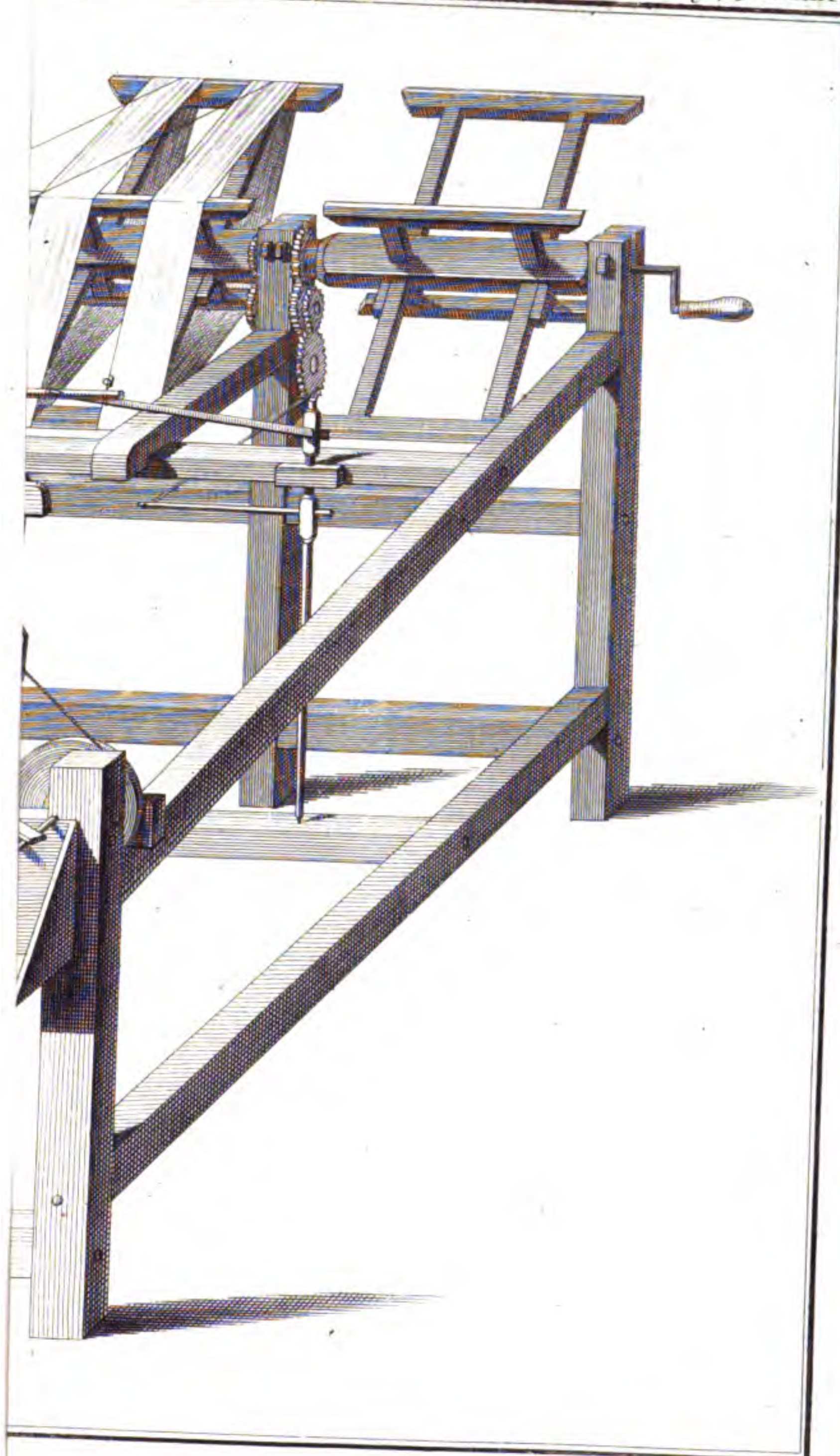
des poulies *h;* c'eſt en tournant cette manivelle, qu'on fait les croiſures des deux fils de ſoie. *T, T* ſont deux mentonnets de bois, tenus entre les deux traverſes *F* & *G;* les deux filières *i, i,* y paſſent dans une petite mortaiſe & y ſont retenues au moyen d'une clayette.

La *Figure 2* eſt la lunette de cuivre en grand, en dedans de laquelle eſt une appendice pour recevoir les deux barbins de verre *m, m;* on les fait tenir dans un trou fait à l'appendice, avec de la cire à cacheter.

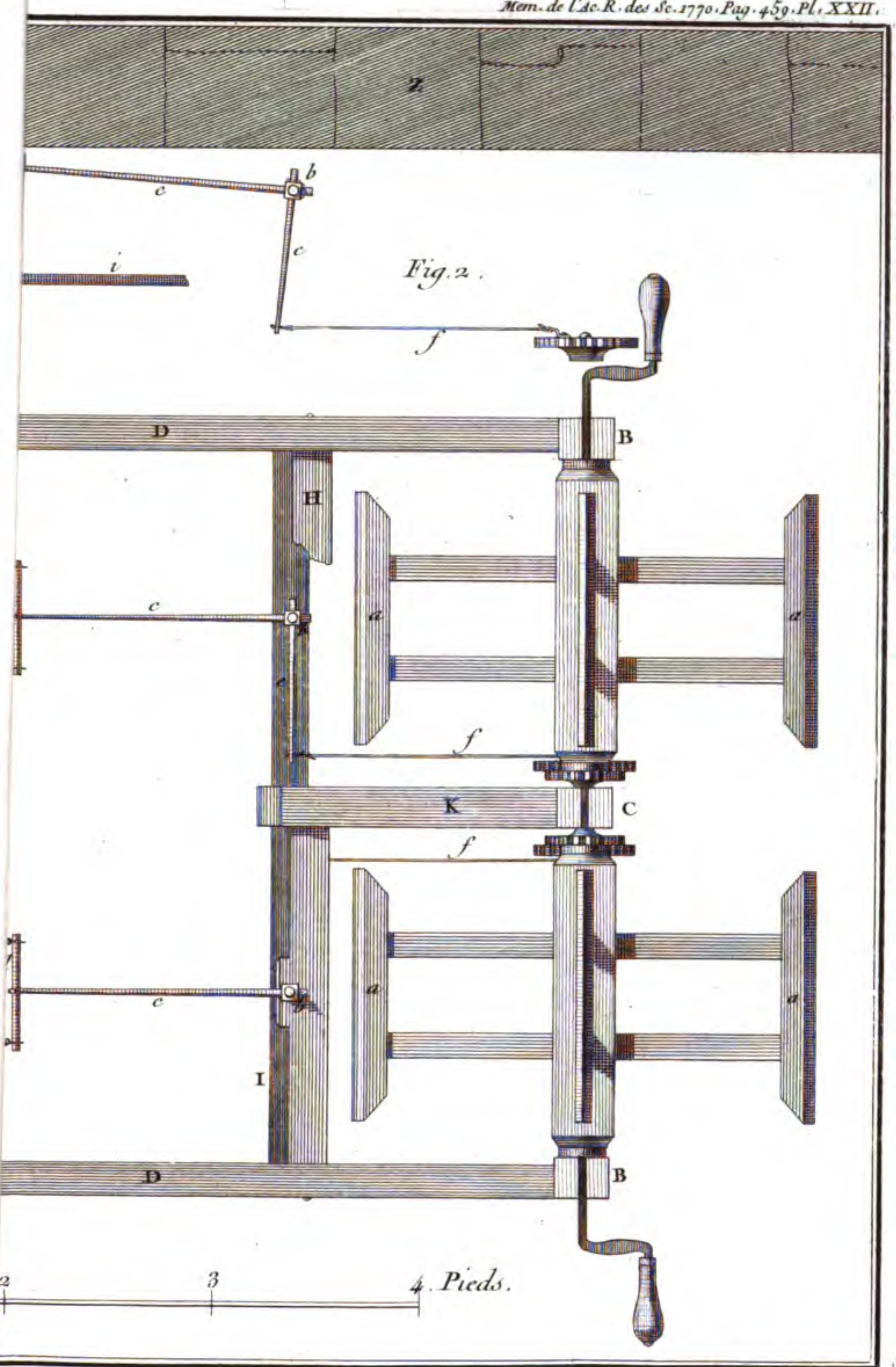
La *Figure 3* eſt la poulie *h*, vue de face & de profil, montée ſur ſon arbre avec la manivelle.

Le tour doit être fait de bois de chêne ferme & monté avec des vis de fer, dont les écrous ſeront noyés dans les traverſes; il coûtera quelque choſe de plus à conſtruire, mais il durera le double. Les lames des guindres ſur leſquelles appuie la ſoie, doivent être en bois dur, de poirier, de cormier ou de noyer; & les roues dentées, de plane rouge qui eſt le plus dur.

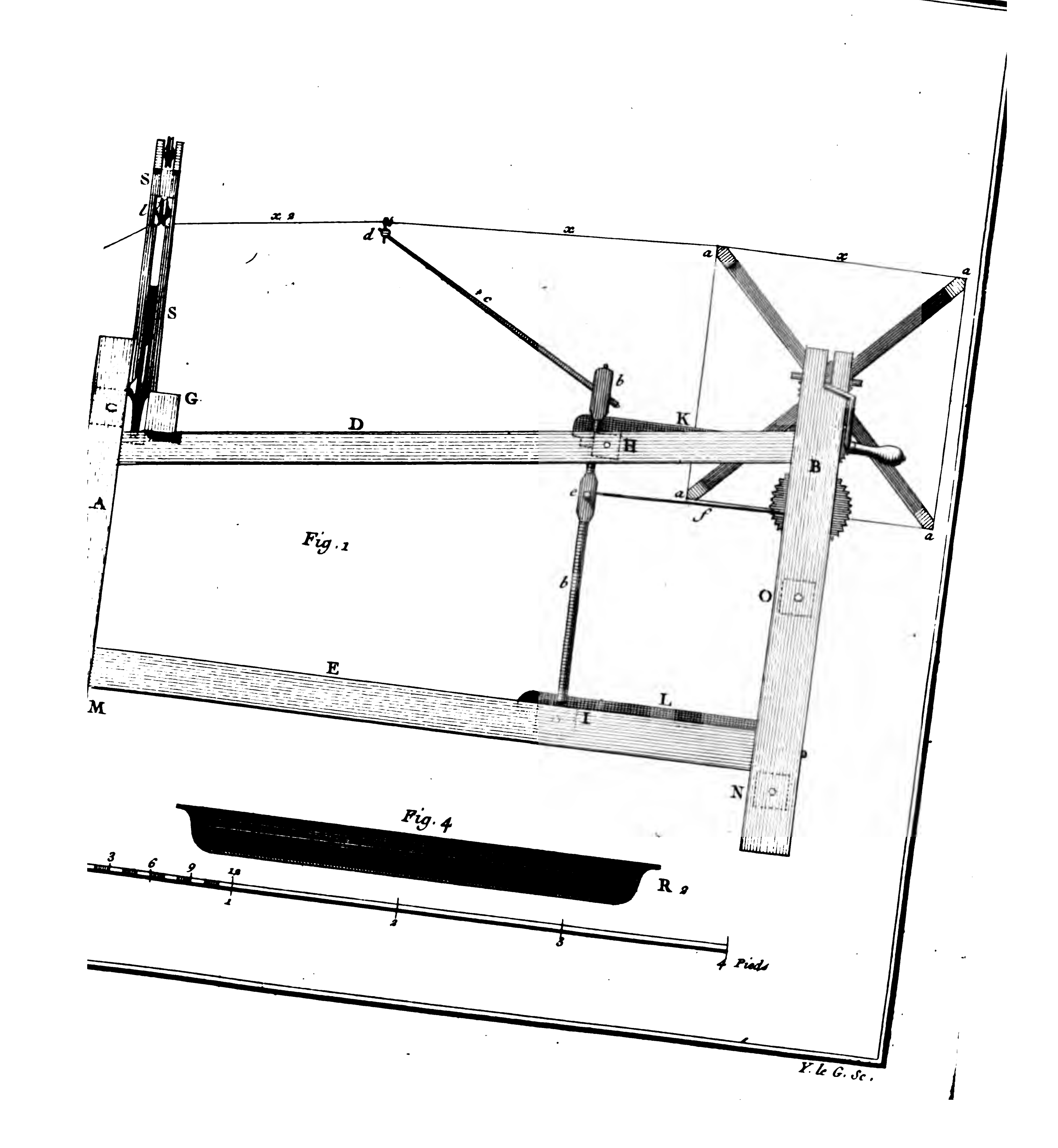




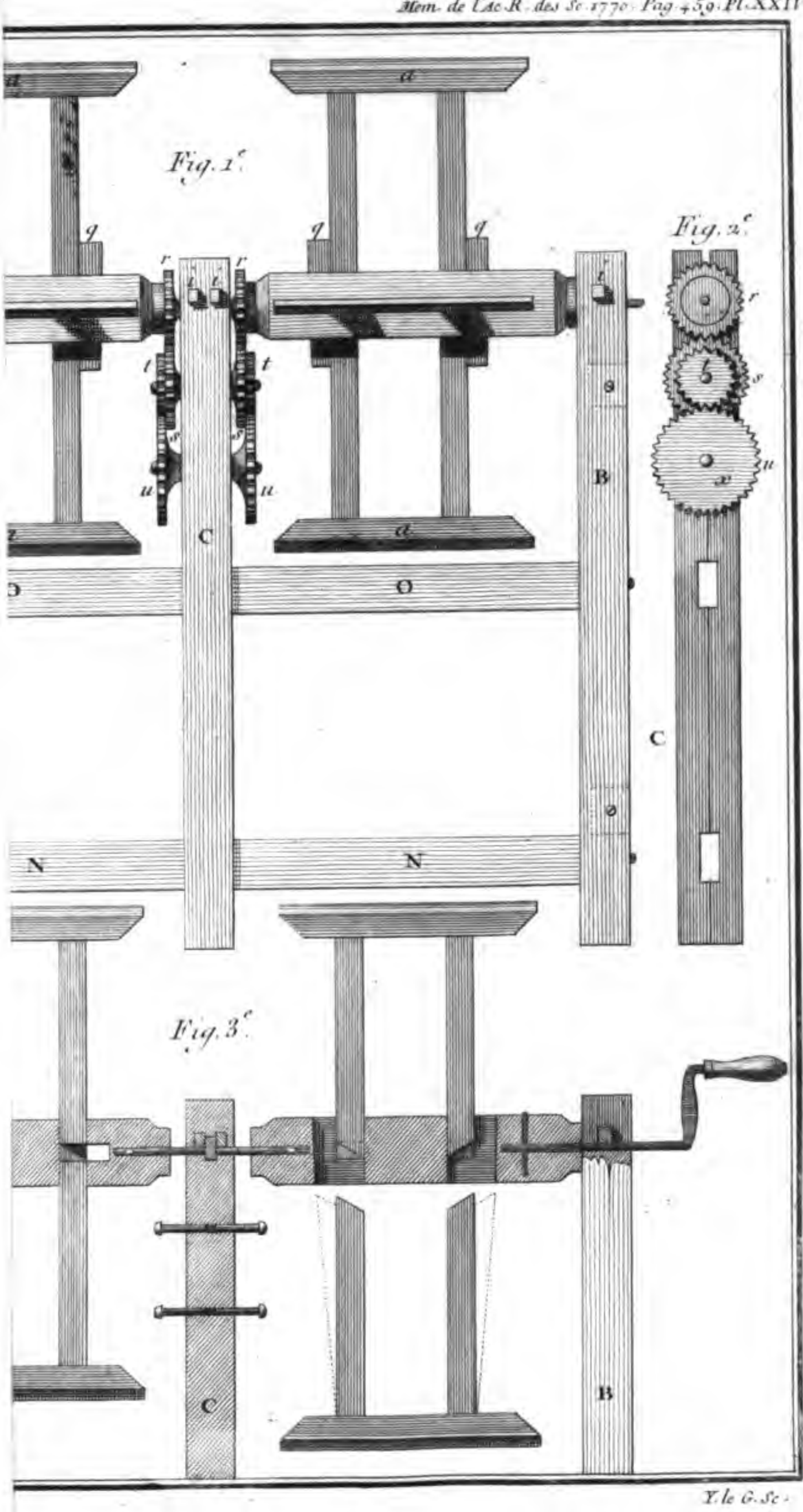
Y. le G. Sc.

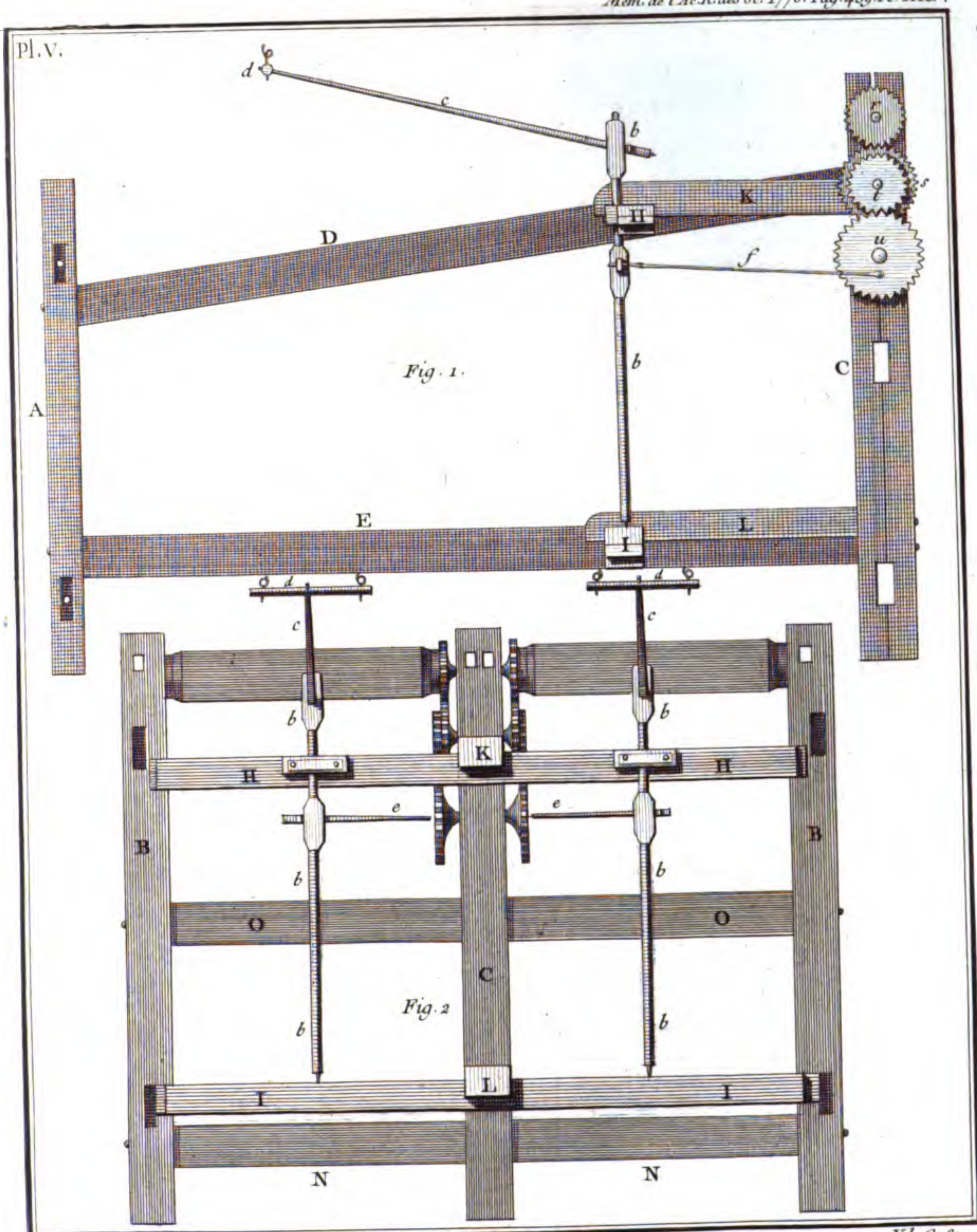


Y. le G. Sc.


S
l
x 2
d
x
a
x
a
c
S
b
G
C
D
K
H
B
A
e
a
f
a
Fig. 1
b
O
E
M
L
I
N
Fig. 4
3
6
9
12
1
R 2
2
3
4 Pieds

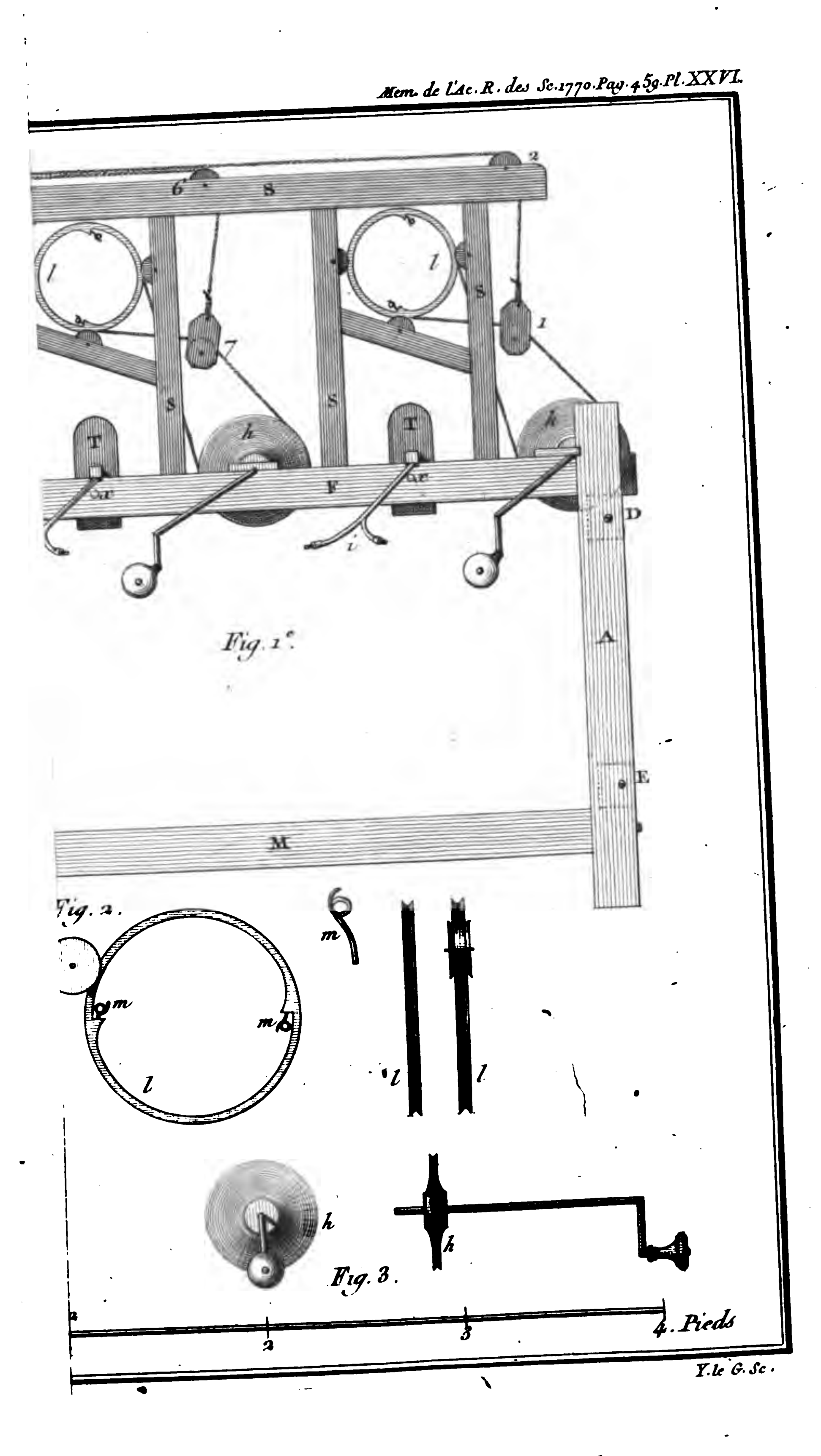
Y. le G. Sc.


Fig. 1.e
Fig. 2.e
Fig. 3.e
a
q
r
t
s
u
x
b
o
B
C
O
N
Y. le G. Sc.



Fossier del.

Y. le G. Sc.


S
6
2
l
l
s
S
7
1
S
S
T
T
h
h
x
x
F
i
D
A
E
M
Fig. 1.e
Fig. 2.
m
m
m
l
l
l
h
h
Fig. 3.
2
3
4. Pieds
Y. le G. Sc.

VARIATIONS DE L'AIMANT À PARIS.

Par M. LE MONNIER.

7 Août 1771.

ANNÉES 1541.....7d au nord-eft, felon le cadran de *Bellarmatus*.
1600..7 à 8. } felon *Varenius* & la Connoiffance des Temps de 1682.
1640.....3.
1666.....0.
1684 en 18 ans 4d 10' } au nord-oueft.
1702........ 8. 50.

Une preuve que le mouvement n'eft pas uniforme; c'eft 1.° que l'aiguille a paru ftationnaire depuis la fin du règne de François I.er, vers 1541, jufqu'à la fin du règne d'Henri IV, au commencement du XVII.e fiècle.

2.° Qu'en 1666, felon le livre de la Mefure de la Terre de M. Picard, elle faifoit alors par an un tiers de degré tout au plus vers le nord-oueft, & qu'ainfi elle accéléroit pour lors fon mouvement de variation au nord-oueft.

3.° Qu'en dix-huit ans, depuis 1666 jufqu'en 1684, elle ne faifoit qu'environ 14 minutes par année, à raifon de $7^d \frac{2}{3}$ pendant le tiers d'un fiècle; ce qui eft affez conforme à ce qui s'obfervoit déjà en 1666.

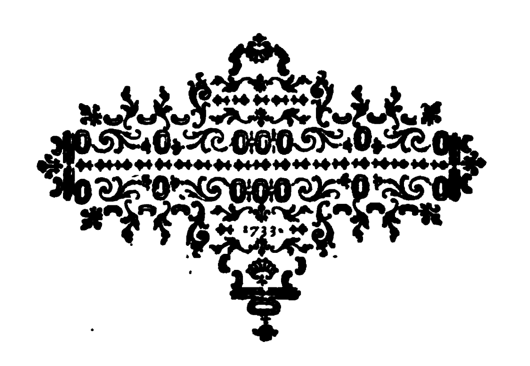
4.° Que depuis 1666 jufqu'en 1702, en trente-deux ans, elle a varié affez pour que l'on en puiffe conclure $8^d\ 6'$ pendant le tiers d'un fiècle, à raifon de $15'\frac{1}{2}$ par an, vers le nord-oueft.

On ne trouve plus que 12 minutes par an, vers le nord-oueft, fi l'on prend la durée entière depuis 1666 jufqu'en 1769; la variation ayant augmenté de 20 degrés pendant ce long intervalle de temps.

5.° Depuis 1736 & 1737, lorfque nous allames en Lapponie, jufqu'en 1769, je trouve que la variation s'eft accrûe depuis 15 degrés, jufqu'à près de 20 degrés, c'eft-à-dire de près de 5 degrés

dans le tiers d'un siècle; on n'auroit donc plus que 9 minutes par an, ce qui annonceroit que son mouvement s'est ralenti, puisqu'on a trouvé au commencement de ce siècle, jusqu'à 15 ou 16 minutes.

6.° Enfin depuis 1758 jusqu'en 1769, l'aiguille n'a pas varié tout-à-fait de deux degrés, à raison de 10' ½ par an; mais comme il peut y avoir un peu d'erreur qu'il n'est pas facile de répartir pendant une aussi petite durée que onze années, nous ne pourrions, par cela seul, prononcer si le mouvement s'est ralenti: on peut conjecturer néanmoins, d'après un examen plus réfléchi, que l'aiguille ne tardera pas à devenir stationnaire, puisqu'au 6 Août de cette année 1771, la variation ne m'a paru à l'Observatoire que de $19^d \frac{3}{4}$, à raison de 8 minutes par an depuis 1758.



DÉTERMINATION

De la réfraction & de la dispersion des rayons dans le Crown-glass & le Verre de Venise, & dans le Flint-glass ou Cristal blanc d'Angleterre, avec les dimensions des Objectifs achromatiques, composés de deux, de trois, de quatre & de cinq lentilles, calculées depuis deux pouces de foyer jusqu'à vingt pieds.

Par M. JEAURAT.

L'IMPOSSIBILITÉ de donner aux verres de Lunettes d'autre courbure que celle du cercle, fait que cette courbe est la seule qu'on doive admettre dans leur construction; aussi les avantages des fameuses ovales, imaginées par Descartes pour corriger l'aberration de sphéricité, doivent-ils être regardés comme purement théoriques, ces ovales étant inexécutables. Une autre aberration, beaucoup plus contraire à la perfection des Lunettes ou des Télescopes dioptriques, c'est l'aberration de réfrangibilité; mais l'heureuse découverte qu'a faite M. Dollond d'une dispersion particulière au *flint-glass* blanc, & différente de celle du *crown-glass*, fait qu'on diminue cet effet, au point que le pouvoir amplifiant de l'oculaire, ne produit pas sur la rétine un angle sensible; aussi M. Dollond est-il le premier qui ait pu construire des lunettes sans iris. Jusque-là, le projet de M. Euler étoit resté sans exécution, & les tentatives de M. de Maupertuis & du même M. Dollond, pour faire des objectifs composés de verre & d'eau, qui remplissent le même objet, avoient été sans succès; M. Dollond ayant trouvé que la combinaison du *crown-glass* d'Angleterre, auquel je substitue ici le verre de Venise avec le *flint-glass* blanc, que j'appellerai *cristal d'Angleterre*, étoit propre à détruire l'aberration de réfrangibilité; il a cherché, par le secours de l'analyse,

4 Juillet 1770.

les moyens de détruire en même temps les aberrations de ſphéricité & de réfrangibilité. D'autres Géomètres ſe ſont occupés de ce même objet, & M. d'Alembert n'a rien laiſſé à deſirer à cet égard; auſſi me ſuis-je reſtreint ici à ce qui convient aux Artiſtes, à qui j'ai fait en ſorte de ne laiſſer d'autres ſoins que celui de l'exécution, en leur donnant des meſures exactes de verres achromatiques pour les différentes longueurs de lunettes dont ils ont beſoin.

Dès que la queſtion eſt du reſſort de la Trigonométrie, l'uſage des Tables des ſinus eſt indiſpenſable, & en les employant comme je l'ai fait, on peut tenir un compte exact de l'épaiſſeur du verre, ſans pour cela preſque alonger les calculs; cet avantage n'eſt pas à négliger, car il facilite le moyen d'atteindre dans la pratique à toute la préciſion qu'on peut deſirer.

Les rayons plus ou moins grands des ſurfaces des lentilles, & dont il réſulte les plus longs ou les moindres foyers, ne peuvent avoir entr'eux un rapport conſtant; auſſi les rapports des courbures propres aux petites lunettes ne peuvent convenir aux grandes, & réciproquement.

D'un autre côté, l'épaiſſeur des meilleurs verres eſt à peu près limitée à deux lignes, ainſi cette épaiſſeur des verres doit être regardée comme conſtante par le fait; d'où il reſulte, que, proportion gardée, les longues lunettes ne peuvent avoir autant d'ouverture que les petites.

Cela poſé, on voit qu'ayant adopté un arrangement ou un ſyſtème de lentilles, & que voulant tenir un compte exact de l'épaiſſeur du verre, ſans cependant avoir recours à l'analyſe, il faut fixer, & au moins pour deux différentes longueurs de lunettes, le rapport des courbures de l'objectif propres à chacune de ces longueurs particulières, puis, par des parties proportionnelles, aſſigner ce qui convient à toutes les autres longueurs de lunettes.

Dans l'exécution de ce travail, je me ſuis ſervi uniquement des Tables des ſinus, ce qui eſt tout-à-la-fois exact & expéditif, & qui m'a procuré, à ce que je crois, le moyen de tracer aux Artiſtes, exercés dans le calcul trigonométrique, une route telle que s'ils emploient des matières différentes de celle du verre de

Venise & du *flint-glass*, ils pourront eux-mêmes construire facilement & promptement des Tables qui répondront exactement au degré de réfringence de ces différentes matières. Or, une recherche aussi délicate qu'importante, & qui doit précéder toutes les autres, c'est celle de la réfraction & celle de la dispersion des rayons dans les matières qu'on veut employer: Voici comment je m'y suis pris pour le verre de Venise & pour le *flint-glass* d'Angleterre, dont on peut se servir avec succès, & pour lesquels sont calculées les huit Tables qu'on trouve dans ce Mémoire.

Détermination de la réfraction & de la dispersion des rayons dans le verre de Venise & dans le flint-glass *d'Angleterre.*

Le moyen qui m'a paru le plus propre pour l'objet que je me proposois, est celui qu'a employé avec tant de succès M. l'Abbé de Rochon, pour découvrir la réfraction moyenne dans le *flint-glass*, & qui consiste à mesurer le foyer de lentilles formées de deux demi-lentilles de différens verres; car ce moyen est encore très-propre pour déterminer la dispersion des rayons, comme on le verra dans ce Mémoire; je le crois même préférable à celui des prismes qu'a employé Newton, & à son imitation M.rs Clairaut & Dollond.

D'après M. l'Abbé de Rochon, & comme l'a pratiqué depuis M. le Duc de Chaulnes, j'ai donc travaillé, précisément ensemble, dans un même bassin concave, & avec tout le soin possible, un morceau *V* de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & un autre *C* de *flint-glass* ou cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube. Ces deux morceaux différemment réfringens, ajoutés & collés contigument l'un contre l'autre, formoient un objectif mi-parti, ayant 29 lignes de diamètre & 2 lignes d'épaisseur.

Cet objectif mi-parti ayant été ainsi travaillé dans un même bassin, a été présenté au Soleil dans une chambre noire qu'a fait construire à Paris, rue des Postes, M. l'Abbé Bourriot, & cachant alternativement la partie *V* ou la partie *C*, nous avons mesuré,

M. l'Abbé Bourriot & moi, & à beaucoup de reprises différentes; le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens & celui des rayons violets du verre de Venise & du cristal d'Angleterre.

Pour la mesure du foyer des rayons moyens, nous avons reçu sur un verre douci, l'image du Soleil.

Pour la mesure du foyer des rayons extrêmes rouges & violets, nous avons interposé, entre l'objectif & l'image du Soleil sur le verre douci, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet; & quoique ces verres fussent plans, néanmoins nous les avons placés très-près de l'image, afin qu'on n'eût pas à craindre que le foyer de l'objectif fût changé par l'interposition de ces verres colorés, qui peut-être n'étoient pas exactement plans.

Voici les mesures exactes qui ont été prises pour le verre de Venise & pour le cristal d'Angleterre.

Dans le verre de Venise pesant 950 grains le pouce cube,

	pieds.	pouces.	lignes.		lignes.
Foyer des rayons rouges	6.	5.	6,	ou	930.
Foyer des rayons moyens	6.	4.	11,	ou	923.
Foyer des rayons violets	6.	3.	0,	ou	900.

Dans le cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube,

	pieds.	pouces.	lignes.		lignes.
Foyer des rayons rouges	5.	8.	10,	ou	826.
Foyer des rayons moyens......	5.	8.	0,	ou	816.
Foyer des rayons violets	5.	5.	5,	ou	785.

De plus, le rayon du bassin ou de la courbure des verres, est de 6 pieds 9 pouces 6 lignes, ou 978 lignes; ainsi faisant constamment $r = 978$, & faisant successivement $f = 930$; $f = 923$; $f = 900$; $f = 826$; $f = 816$; $f = 785$; si l'on désigne la réfraction par p, la formule générale $p = \frac{r}{2f} + 1$, donnera

Pour

Pour le verre de Venise dont le pouce cube pèse 950 grains.

Réfraction des rayons rouges	1,5258.
Réfraction des rayons moyens	1,5298.
Réfraction des rayons violets	1,5433.
Dispersion des rayons	0,0175.

Pour le cristal d'Angleterre dont le pouce cube pèse 1215 grains,

Réfraction des rayons rouges.......	1,5920.
Réfraction des rayons moyens	1,5973.
Réfraction des rayons violets	1,6229.
Dispersion des rayons............	0,0309.

Comparant maintenant mes résultats avec ceux qui sont connus, on voit,

1.° Que la réfraction moyenne dans le cristal d'Angleterre, est

Selon M. l'abbé de Rochon, de.........	1,6200.
Selon feu M. Clairaut, de	1,6000.
Selon moi, de.........................	1,5973.
Selon M. Dollond, de..................	1,5830.

2.° Que la réfraction moyenne du verre de Venise, est à la réfraction moyenne du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond.........	comme 1000 à 1021.
Selon feu M. Clairaut.......	comme 1000 à 1032.
Selon M. l'abbé de Rochon...	comme 1000 à 1045.
Selon moi................	comme 1000 à 1045.

3.° Que la dispersion des rayons dans le verre de Venise, est à celle du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond..............	comme 200 à 300.
Selon M. l'abbé de Rochon.......	comme 200 à 320.
Selon M. Martin, Opticien à Londres,	comme 200 à 334.
Selon moi....................	comme 200 à 353.

Par où l'on voit avec satisfaction, qu'ayant employé uniformément l'expédient des foyers des lentilles travaillées dans un même bassin, j'ai trouvé à très-peu de chose près le même résultat

que M. Clairaut pour la réfraction moyenne du cristal d'Angleterre, & de plus que je me suis rencontré exactement avec M. l'abbé de Rochon quant au rapport de 1000 à 1045 qu'il a établi pour celui de la réfraction moyenne du verre de Venise à la réfraction moyenne du cristal d'Angleterre; au reste si les quantités que j'ai établies pour la réfraction & pour la dispersion des rayons, n'ont pas la plus grande précision, au moins les rapports que j'en ai déduits pour les différentes quantités qui composent mes huit Tables, sont-ils constans, car ils ont tous été déterminés d'après une même courbure de bassin, & précisément avec les mêmes verres colorés; j'ajoute encore, que mes déterminations ont été de nouveau justifiées par l'expérience, puisqu'ayant pris pour base de mes calculs les réfractions telles que je les viens de déterminer, j'en ai déduit des dimensions d'objectifs achromatiques à deux, à trois & à quatre lentilles, qui ont réussi au-delà de mes espérances.

Avant que de passer à mes déterminations d'objectifs achromatiques, voici les logistiques constans qui m'ont servi de base, & qui ne sont autre chose que les résultats mêmes que je viens de donner.

1.° Pour le verre de Venise dont le pouce cube pèse 950 grains.

R, 0,1834976 logistique des rayons rouges.

M, 0,1846347 logistique des rayons moyens.

V, 0,1884504 logistique des rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans au dehors du verre de Venise.

— Lorsqu'on passe du dehors au dedans du verre de Venise.

2.° Pour le cristal d'Angleterre dont le pouce cube pèse 1215 grains.

r, 0,2019431 logistique des rayons rouges.

m, 0,2033865 logistique des rayons moyens.

u, 0,2102918 logistique des rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans au dehors du cristal.

— Lorsqu'on passe du dehors au dedans du cristal.

3.° Pour passer d'une matière dans l'autre, lorsque les courbures contigües des lentilles sont les mêmes.

ρ, 0,0184455 logistique pour les rayons rouges.

μ, 0,0187518 logistique pour les rayons moyens.

r, 0,0218414 logistique pour les rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans du cristal au dedans du verre de Venise.

— Lorsqu'on passe du dedans du verre de Venise au dedans du cristal d'Angleterre.

Voyons maintenant comment se calculent les dimensions des objectifs composés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

Détermination des dimensions d'objectifs achromatiques, composés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

Pour que les objectifs achromatiques eussent réellement les dimensions qu'ils devroient avoir, il faudroit qu'ils pussent détruire entièrement & tout-à-la-fois l'aberration de sphéricité & celle de réfrangibilité, & pour les objets placés dans l'axe & pour ceux qui en seroient éloignés; mais cela est impossible, comme l'a démontré M. d'Alembert. En effet, pour y parvenir il faudroit employer d'autres courbes que le cercle, & la pratique ne le permet pas; l'effort des Géomètres doit donc se borner à établir, entre les rayons des différentes surfaces sphériques, la relation la plus propre à corriger autant qu'il est possible les aberrations de sphéricité & de réfrangibilité.

Or le premier examen de cette question conduit à trois équations principales, dont la première désigne la distance focale d'un systême de lentilles, la seconde exprime l'aberration de sphéricité, & la troisième renferme la relation nécessaire entre les foyers particuliers des lentilles pour dissiper les iris; ainsi excepté trois des rayons des différentes surfaces qu'on a, relativement au nombre des lentilles qu'on adopte, on peut faire tous les autres rayons égaux à l'un de ces trois; ce qui offre la facilité de choisir les solutions qui peuvent, dans l'exécution, être les

plus avantageuſes à l'artiſte, pour lequel il faut autant qu'il eſt poſſible diminuer le nombre des variables.

Comme on ne peut faire diſparoître tout-à-la-fois l'aberration de ſphéricité & l'aberration de réfrangibilité; il convient de détruire, s'il eſt poſſible, celle qui eſt la plus nuiſible, & en même temps de diminuer, autant qu'on le peut, l'autre moins contraire à la perfection des Lunettes : or l'expérience ſemble nous apprendre que l'aberration de réfrangibilité eſt la plus nuiſible, ce qui vient vraiſemblablement de ce qu'étant naturellement de beaucoup plus conſidérable que celle de ſphéricité, elle ne peut manquer de ſe faire apercevoir d'une manière plus ſenſible.

L'aberration de réfrangibilité, étant la plus forte, & par cette ſeule raiſon la plus à craindre, ne peut ſe détruire ou au moins ſe diminuer que par l'alternative des lentilles, qui, étant de différentes matières, ont en même temps des foyers de directions contraires: or de ces directions diamétralement oppoſées des foyers particuliers de chaque lentille, il réſulte néceſſairement un foyer commun, qui ne peut avoir, quant à l'aberration de ſphéricité, d'autre aberration que la différence des aberrations particulières, d'où il ſuit aſſez heureuſement, qu'on ne peut tendre à la deſtruction totale de l'aberration de réfrangibilité, qu'on ne diminue en même temps celle de ſphéricité.

De plus, la progreſſion des aberrations de réfrangibilité & celle des aberrations de ſphéricité, ſont toutes deux compriſes entre deux limites, dont les bornes ſont communes; car l'aberration de ſphéricité eſt d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'ouverture eſt plus grande ou plus petite, & l'aberration de réfrangibilité eſt à peu près dans le même cas, par la raiſon que plus les angles d'incidence ſont grands, plus la décompoſition des rayons eſt ſenſible. Je crois donc pouvoir conclure hardiment que, pour obtenir toute la perfection que peut permettre l'exécution, il faut s'occuper uniquement de l'aberration de réfrangibilité pour les objets placés dans l'axe; car on ne peut détruire cette aberration qui eſt certainement la plus forte, qu'on ne diminue en même temps l'autre, qui eſt d'une moindre valeur.

Mais si on rend nulle l'aberration de réfrangibilité, dit M. d'Alembert, on a des courbures qui sont si considérables, qu'alors le peu d'épaisseur des verres ne permet pas de donner aux objectifs achromatiques de grandes ouvertures, & dans ce cas il est certain qu'on perd l'avantage essentiel de ces sortes d'objectifs, qui est d'augmenter considérablement les ouvertures. A cet égard, j'observerai cependant que, si, au lieu des réfractions que M. d'Alembert a employées dans ses formules, il avoit pu employer celles que je donne ici, & que je crois exactes, il auroit trouvé que l'entière destruction de l'aberration de réfrangibilité, n'exige point des courbures aussi considérables.

Quant à moi, ayant admis mes résultats fondamentaux de réfraction, j'ai non-seulement trouvé des courbures propres à donner des ouvertures suffisamment grandes aux objectifs; mais en outre j'ai rencontré dans mon V.e systême, *page 481*, précisément les mêmes mesures d'un objectif achromatique que celles d'un excellent objectif que M. l'Abbé Bourriot a fait lui-même d'après des dimensions que lui a données M. Antheaume: or ces dimensions sont originairement celles de feu M. Clairaut, rectifiées depuis par M. de l'Étang, qui après avoir courbé plus ou moins les surfaces extérieures, a trouvé directement par expérience les courbures qui réussissoient le mieux. Je conclus donc de nouveau, que mes résultats de réfraction sont bons, & que d'ailleurs il convenoit que je tournasse toute mon attention du côté de l'aberration de réfrangibilité.

De-là les calculs se trouvent considérablement simplifiés & quel que soit le nombre des lentilles, on peut, comme je l'ai fait dans mon VI.e systême, *page 481*, faire que toutes les courbures soient égales, excepté seulement la dernière; mais ce que j'ai suivi uniformément dans mes quatre premiers systêmes, c'est que toutes les courbures intérieures soient égales, & que les deux courbures extérieures le soient respectivement aussi; alors quel que soit le nombre des lentilles qui composent l'objectif total, les courbures extérieures sont les mêmes à foyer égal, & plus le nombre des lentilles est considérable, moins les courbures intérieures sont grandes.

On observera aussi que quel que soit le nombre des lentilles

qui doivent composer l'objectif total, il faut que d'une en une elles soient non-seulement alternativement de matière différente, mais encore qu'elles soient alternativement concaves & convexes, ou alternativement convexes & concaves; parce que l'alternative des lentilles de différentes matières détruit l'aberration de réfrangibilité, & que celle des foyers de directions opposées diminue immanquablement l'aberration de sphéricité. Cela posé, voyons comment les Tables de sinus seules suffisent pour fixer les rayons des courbures cherchées pour les différentes distances focales demandées.

Pour fixer les courbures extérieures & intérieures des lentilles, quel que soit le nombre de celles qui doivent composer l'objectif total.

1.° On supposera, comme de fait, que les rayons extrêmes rouges & violets entrent dans la première lentille Eb, suivant une seule & même direction PEH, parallèle à l'axe Rf.

2.° Ayant adopté à volonté pour la première courbure extérieure b, l'arc qu'on aura jugé à propos; ayant aussi, & autant qu'on aura pu en juger par estime, fait les arcs intérieurs a, de la valeur convenable; on calculera trigonométriquement les directions Hr, Hu, des rayons rouges Hr, & des rayons violets Hu, dans l'intérieur de la dernière lentille $H\beta$; puis avec la dispersion trouvée rHu, on trouvera dans la Table ci-après, l'angle SHR, tel que la position du rayon HR du dernier arc β, soit celle qui convienne pour que les rayons sortent de la dernière lentille, suivant une direction SHf, entièrement exempte de toute aberration de réfrangibilité. Alors si le dernier arc β, ainsi déterminé, est exactement le même que le premier b donné, on aura pleinement satisfait aux conditions prescrites; que si cela n'est pas, on augmentera ou l'on diminuera selon qu'il conviendra les arcs a, a, a, a, qui n'avoient été évalués qu'arbitrairement relativement à l'autre b, qui avoit aussi été pris à volonté; & quelle que soit la méprise qu'on ait pu faire dans ces suppositions, on sera toujours assuré de parvenir à la troisième fois au vrai résultat cherché.

Figure 2.

Voici la Table dont il vient d'être parlé:

TABLE pour la réunion HS *des rayons au dehors du cristal d'Angleterre ou du verre de Venise, la dispersion des rayons rouges & violets* Hr, Hu, *étant donnée au-dedans de l'une ou de l'autre de ces matières.*

HR, rayon de l'arc *β*.
Hr, rayon rouge } au dedans de la matière.
Hu, rayon violet }
HS, réunion des rayons au dehors.

Figure 3.

Pour le CRISTAL d'ANGLETERRE, pesant 1215 grains, le pouce cube.			Pour le VERRE de VENISE, pesant 950 grains, le pouce cube.		
u H r	Differ.	*S H R*	*u H r*	Differ.	*S H R*
0′ 0″	0′ 14″	0ᵈ 0′ 0″	0′ 0″	0′ 9″	0ᵈ 0′ 0″
0. 14	0. 15	0. 20. 0	0. 9	0. 8	0. 20. 0
0. 29	0. 14	0. 40. 0	0. 17	0. 9	0. 40. 0
0. 43	0. 43	1. 0. 0	0. 26	0. 27	1. 0. 0
1. 26	0. 43	2. 0. 0	0. 53	0. 27	2. 0. 0
2. 9	0. 43	3. 0. 0	1. 20	0. 27	3. 0. 0
2. 52	0. 43	4. 0. 0	1. 47	0. 27	4. 0. 0
3. 35	0. 44	5. 0. 0	2. 14	0. 27	5. 0. 0
4. 19	2. 52	6. 0. 0	2. 41	1. 47	6. 0. 0
7. 11	3. 36	10. 0. 0	4. 28	2. 15	10. 0. 0
10. 47	3. 36	15. 0. 0	6. 43	2. 15	15. 0. 0
14. 23	3. 37	20. 0. 0	8. 58	2. 15	20. 0. 0
18. 00		25. 0. 0	11. 13		25. 0. 0

Cette Table fixe l'angle *SHR*, ce qui procure tout naturellement le moyen de calculer l'angle *rHR*, ou l'angle *uHR*; ainsi *Hu*, *Hr*, étant donnés de position, on trouve celle de *RH*, rayon de l'arc *β*, & celle de *SHf*, sortie des rayons entièrement exempte d'aberration de réfrangibilité. Voyons présentement l'application de ce qui vient d'être dit, pour le calcul des dimensions des objectifs achromatiques.

CALCUL des Objectifs achromatiques composés de cinq, de quatre, de trois, & de deux lentilles.

1.° Pour le I.er système, *page 479*, dans lequel l'objectif total est composé de cinq lentilles alternativement convexes & concaves, les unes de verre de Venise, les autres de cristal d'Angleterre.

Donnant au premier arc b, la valeur qu'on jugera à propos, je le ferai dans cet exemple de $1^d\ 0'\ 0''$, établissant aussi & à peu près entre a & b, le rapport qui convient pour que la dernière courbure β, soit égale à la première b; je suppose $a = 0^d\ 38'\ 22''$, cela posé, je calcule ainsi la route du rayon rouge dans les cinq lentilles.

Figure 4. $b = 1^d\ 0'\ 0''$ donne logarithme sinus + 8,2418553
Page 466, on a, logistique R, ... − 0,1834976
Ce qui donne dans la lentille C de Venise 8,0583577 = $0^d\ 39'\ 19''$ −
$a + b$ est de .... 1. 38. 22 +
Ainsi dans la lentille C de Venise + 8,2349247 = 0. 59. 3
Page 467, pour passer du Venise C dans le cristal D, logarithme S ... − 0,0184455
Ce qui donne dans le cristal D .... 8,2164792 = 0. 56. 35 −
$2a$ est de .... 1. 16. 44 +
Ainsi dans le cristal D .... + 7,7679987 = 0. 20. 9
Page 467, pour passer du cristal D dans le Venise E, logistique S.. + 0,0184455
Ce qui donne dans la lentille de Venise E 7,7864442 = 0. 21. 1 −
$2a$ est de .... 1. 16. 44 +
Ainsi dans la lentille de Venise E + 8,2096922 = 0. 55. 43
Page 467, pour passer du Venise E au cristal G, logistique S...... − 0,0184455
Ce qui donne dans la lentille de cristal G 8,1912467 = 0. 53. 24 −
$2a$ est de .... 1. 16. 44 +
Ainsi donc la lentille de cristal G ... + 7,8316996 = 0. 23. 20
Page 467, pour passer du cristal G dans le Venise H, logistique S + 0,0184455

Ce qui

Ce qui donne dans le Venise *H*...	7,8501451 =	0. 24. 21 —
a, est de..........................		0. 38. 22 +
Ainsi dans la lentille de Venise *H*, on a	*PHr* =	0. 14. 1 +
Calculant de même pour le rayon violet, on a	*PHu* =	0. 13. 12 —
Ce qui donne..................	*uHr* =	0. 0. 49.

Puis, selon la Table calculée à cet effet, *page 471*, l'angle *uHr* de 0′ 49″, donne, quant au verre de Venise *SHR* = 1ᵈ 51′ 7″. Figure 3.

Poursuivant le calcul pour le rayon rouge,

L'angle *SHR* de 1ᵈ 51′ 7″ donne...........		+ 8,5094296
Page 466, on a, logistique *R*.............		— 0,1834976
Ainsi..............	+ *RHr* = 1ᵈ 12′ 49″ =	8,3259320
De plus, on a déjà....	— *PHr* = 0. 14. 1.	
Donc *HRf*, ou	*PHR* = 0. 58. 48	courbure β cherchée.

Ainsi *b* étant de 1ᵈ 0′ 0″, & *a*, de 0ᵈ 38′ 22″; on trouve β = 0ᵈ 58′ 48″.

De même, continuant de faire *b* = 1ᵈ 0′ 0″; mais faisant *a* = 0ᵈ 39′ 22″, on trouve β = 1ᵈ 3′ 20″.

D'où l'on voit facilement que le cas de *b* = β = 1ᵈ 0′ 0″, est celui où *a* = 0ᵈ 38′ 38″.

Alors l'angle *RfH*, qui est la demi-ouverture de l'objectif au foyer *f*, est de 0ᵈ 52′ 53″; ainsi d'après ces déterminations, qui sont des plus exactes, j'établis pour mon I.ᵉʳ système, le rapport que voici :

Foyer de l'objectif....................	1,0000.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	1,3688.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0,8814.
Diamètre de l'ouverture	0,0308.
Épaisseur du verre	0,0002.

Pareillement, faisant *b* = 6ᵈ 50′ 0″, on trouvera que le cas proposé de ce premier système exige que *a* = 4ᵈ 28′ 41″; d'où il suit que la demi-ouverture *RfH* = 6ᵈ 4′ 6″: or ces

déterminations procurent pour un des nouveaux fondemens de mon I.er systême le rapport que voici:

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	1,3540.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8885.
Diamètre de l'ouverture	0,2114.
Épaisseur des verres	0,0105.

De plus, faisant attention que l'épaisseur du verre est assez uniformément limitée à deux lignes, on réduira le tout, relativement à cette épaisseur, constante par le fait: or la circonstance de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, & de $a = 0^d\ 38'\ 38''$, est tout naturellement le cas d'une lunette de 10000 lignes, ou de 69 pieds 5 pouces 4 lignes; ainsi pour cette longueur de lunette 69 pieds 5 pouces 4 lignes, on a

Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	de 13688 lig.	ou de	95pi 0po 8l.
Rayons extérieurs *b, b,*	de 8814	ou de	61. 2. 6.
Diamètre de l'ouverture	de 308	ou de	2. 1. 8.

Quant au cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, & de $a = 4^d\ 28'\ 41''$, savoir; celui où l'épaisseur du verre est de 105, on voit qu'étant réduit, comme il convient, à l'épaisseur ordinaire des verres, il est celui d'une lunette de 144 lignes ou de 1 pied 0 pouce 0 ligne; ainsi dans ce cas on a pour une lunette de 1 pied 0 pouce 0 ligne,

Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	de 194 lig.	ou de	1pi 4po 2l
Rayons extérieurs *b, b,*	de 128	ou de	10. 8.
Diamètre de l'ouverture......	de 30	ou de	2. 6.

C'est donc d'après ces deux résultats fondamentaux que j'ai dressé ma Table I, *page 479*, dans laquelle on trouve les dimensions d'objectifs achromatiques calculées depuis 2 pouces de foyer jusqu'à 20 pieds.

Quant aux autres systêmes, ayant constamment fait $b = 1^d\ 0'\ 0''$, j'ai trouvé

Pour le II.e systême $a = 1^d\ 14'\ 0''$ & $RfH = 0^d\ 52'\ 40''$.
Pour le III.e systême $a = 2.\ 18.\ 22$ & $RfH = 0.\ 52.\ 44$.
Pour le V.e systême $a = 3.\ 36.\ 10$ & $RfH = 0.\ 52.\ 46$.

D'une autre part, ayant constamment fait $b = 6^d\ 50'\ 0''$, j'ai trouvé

Pour le II.e systême $a = 8^d\ 12'\ 0''$, & $RfH = 6^d\ 4'\ 10''$.
Pour le III.e systême $a = 15.\ 25.\ 0$, & $RfH = 6.\ 4.\ 44$.
Pour le V.e systême $a = 23.\ 40.\ 35$, & $RfH = 6.\ 4.\ 2$.

Alors le cas de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, donne

Pour le II.e systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs $a, a, a, a,$	0,7117.
Rayons extérieurs $b, b,$	0,8777.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0003.

Pour le III.e systême,

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs $a, a, a, a,$	0,3812.
Rayons extérieurs $b, b,$	0,8789.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0006.

Pour le IV.e systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs $a, a, a, a,$	0,2443.
Rayons extérieurs $b, b,$	0,8795.
Diamètre de l'ouverture	0,0307.
Épaisseur du verre	0,0008.

De plus, le cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, donne

Pour le II.e systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs	0,7411.
Rayons extérieurs	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2115.
Épaisseur du verre	0,0154.

Pour le III.ᵉ systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0,3983.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8900.
Diamètre de l'ouverture	0,2118.
Épaisseur du verre	0,0286.

Pour le V.ᵉ systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0,2632.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2114.
Épaisseur du verre	0,0284.

Réduisant le tout, relativement à l'épaisseur des verres, qui ordinairement est de 2 lignes, je trouve

1.° Que le cas de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, fait que

Dans le II.ᵉ systême on a pour une lunette de	$43^{pi.}$	$0^{po.}$	$0^{li.}$
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	30.	7.	4.
Rayons extérieurs *b, b,*	37.	9.	0.
Diamètre de l'ouverture	1.	3.	10.
Dans le III.ᵉ systême on a pour une lunette de	20.	0.	0.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	7.	7.	6.
Rayons extérieurs *b, b,*	17.	7.	0.
Diamètre de l'ouverture		7.	6.
Dans le V.ᵉ systême, on a pour une lunette de	17.	0.	0.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	4.	1.	10.
Rayons extérieurs *b, b,*	14.	11.	4.
Diamètre de l'ouverture	0.	6.	2.

2.° Que le cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, fait que

Dans le II.ᵉ systême, on a pour une lunette de	$0^{pi.}$	$10^{po.}$	$0^{li.}$
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0.	7.	4.
Rayons extérieurs *b, b,*	0.	8.	10.
Diamètre de l'ouverture	0.	2.	2.

Dans le III.e système, on a pour une lunette de	0pi.	6po.	0lign.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	0.	2.	4.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture................	0.	1.	2.
Dans le V.e système, on a pour une lunette de	0.	6.	0.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	0.	1.	6.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture................	0.	1.	2.

C'est donc d'après ces résultats que j'ai dressé, comme pour le I.er système, les II.e, III.e & V.e Tables, où l'on trouve les dimensions d'objectifs achromatiques, calculées depuis 2 pouces de foyer jusqu'à 20 pieds; enfin c'est en cette manière que le tout a été calculé; un plus ample détail seroit superflu, j'ajouterai seulement,

Que si les matières qu'on emploie n'ont pas précisément le même degré de réfringence que celui que je leur ai supposé, on y remédiera en augmentant ou en diminuant les courbes extérieures *b*, *b*.

N. B. *Comme je ne sache pas que jusqu'ici on ait construit d'objectif achromatique à quatre & à cinq lentilles, & qu'il est naturel de craindre que le nombre des verres ne diminue trop la lumière; j'ai fait moi-même l'essai en petit de mon II.e système, dans lequel l'objectif est composé de quatre lentilles. Et quoique cet essai ne puisse pas être regardé comme décisif, puisque la lunette que j'ai construite n'a que 4 pouces 10 lignes de foyer; néanmoins il m'a paru que le peu de lumière que cela fait effectivement perdre à l'objectif, est plus que compensé par la diminution des courbures & par l'augmentation d'ouverture que cela procure; en effet, les meilleures lunettes angloises de 6 pouces ne portent que 15 lignes d'ouverture, & la mienne, qui n'a que 5 pouces 10 lignes de foyer, porte une ouverture de 18 lignes, & la diminution dans les courbures est d'autant plus importante qu'il n'y a pas, à ce que je crois, d'autre moyen pour faire disparoître, s'il est possible, l'aberration de sphéricité, celle de réfrangibilité étant détruite; j'ose regarder aussi comme certain, que les objectifs achromatiques exécutés*

d'après mes différens ſyſtèmes, diſſiperont également & en entier les iris, & que, quand à l'aberration de ſphéricité, elle ſera d'autant plus diminuée, qu'on prendra dans ces ſyſtèmes ceux qui contiendront un plus grand nombre de lentilles.

Voici les huit Tables que j'ai calculées en faveur des Opticiens zélés pour le progrès de leur Art; les ſix premières ſont pour les objectifs composés de verre de Veniſe, peſant 950 grains le pouce cube, & de criſtal d'Angleterre peſant 1215 grains le pouce cube; la ſeptième Table eſt pour les objectifs composés de criſtal d'Angleterre, peſant 1215 grains le pouce cube, & d'eau diſtillée, peſant 373 grains le pouce cube; la huitième & dernière Table eſt pour les objectifs composés de verre de Veniſe, de criſtal d'Angleterre & d'eau diſtillée, de la peſanteur qui vient d'être dite.

M. l'abbé Bourriot, que j'ai déjà cité dans ce Mémoire; comme lui ayant en grande partie l'obligation des déterminations de réfraction dont j'ai fait uſage dans mes cinq premières Tables, m'a de plus communiqué ſes réſultats particuliers pour la réfraction de l'eau diſtillée, qui ſont un des principaux fondemens de mes ſeptième & huitième Tables: voici donc les réſultats de M. l'abbé Bourriot, pour l'eau diſtillée, peſant 373 grains le pouce cube.

Réfraction des rayons rouges..........	1,3293.
Réfraction des rayons moyens........	1,3320.
Réfraction des rayons violets.........	1,3406.
Diſperſion des rayons................	0,0113.

Enfin ſi mes huit ſyſtèmes de lunettes achromatiques ne réuſſiſſent pas toujours entre les mains des Artiſtes, au moins ſuis-je aſſuré qu'ils diminueront conſidérablement les tâtonnemens qu'ils pourroient faire pour avoir un ſuccès complet; on ſéparera auſſi les lentilles des différens ſyſtèmes, de l'épaiſſeur ſeulement d'une feuille de papier très-mince, afin que les lentilles, qui doivent être très-proche les unes des autres, ne ſe touchent cependant pas.

I.er SYSTÈME (Figure 5) *composé de cinq lentilles, dont trois sont de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux concaves isocèles, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a, a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes*	*pieds. pouces. lignes*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 6	0. 1. 10	1. 2
0. 4	0. 5. 3	0. 3. 7	1. 5
0. 6	0. 8. 0	0. 5. 4	1. 8
0. 8	0. 10. 8	0. 7. 1	2. 0
0. 10	1. 1. 5	0. 8. 10	2. 3
1. 0	1. 4. 2	0. 10. 7	2. 6
2. 0	2. 8. 7	1. 9. 2	2. 10
3. 0	4. 1. 0	2. 7. 8	3. 2
4. 0	5. 5. 5	3. 6. 3	3. 6
5. 0	6. 9. 10	4. 4. 9	3. 10
6. 0	8. 2. 4	5. 3. 4	4. 2
7. 0	9. 6. 9	6. 1. 10	4. 6
8. 0	10. 11. 2	7. 0. 5	4. 10
9. 0	12. 3. 7	7. 11. 0	5. 2
10. 0	13. 8. 0	8. 9. 6	5. 6
11. 0	15. 0. 5	9. 8. 1	5. 10
12. 0	16. 4. 10	10. 6. 7	6. 2
13. 0	17. 9. 3	11. 5. 2	6. 6
14. 0	19. 1. 9	12. 3. 8	6. 10
15. 0	20. 6. 2	13. 2. 3	7. 2
16. 0	21. 10. 7	14. 0. 9	7. 6
17. 0	23. 3. 0	14. 11. 4	7. 10
18. 0	24. 7. 5	15. 9. 10	8. 2
19. 0	25. 11. 10	16. 8. 5	8. 6
20. 0	27. 4. 3	17. 7. 0	8. 10

II.e SYSTÈME (Figure 6) *composé de quatre lentilles, dont deux de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 1. 8	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 1	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 6	0. 5. 4	1. 6
0. 8	0. 5. 11	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 10	0. 10. 7	2. 3
2. 0	1. 5. 4	1. 9. 2	2. 7
3. 0	2. 1. 10	2. 7. 8	2. 11
4. 0	2. 4. 5	3. 6. 3	3. 3
5. 0	3. 6. 11	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 3. 6	5. 3. 4	3. 11
7. 0	5. 0. 0	6. 1. 10	4. 2
8. 0	5, 8. 7	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 5. 1	7. 11. 0	4. 10
10. 0	7. 1. 7	8. 9. 6	5. 2
11. 0	7. 10. 2	9. 8. 1	5. 6
12. 0	8. 6. 8	10. 6. 7	5. 10
13. 0	9. 3. 3	11. 5. 2	6. 2
14. 0	9. 11. 9	12. 3. 8	6. 5
15. 0	10. 8. 4	13. 2. 3	6. 9
16. 0	11. 4. 10	14. 0. 9	7. 1
17. 0	12. 1. 4	14. 11. 4	7. 5
18. 0	12. 9. 11	15. 9. 10	7. 9
19. 0	13. 6. 5	16. 8. 5	8. 1
20. 0	14. 3. 0	17. 7. 0	8. 5

III.[e] SYSTÈME (Figure 7) *composé de trois lentilles, dont deux convexes, de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & une concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc	*pieds. pouces lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 0	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 4	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 8	0. 5. 4	1. 7
0. 8	0. 6. 0	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 8	0. 10. 7	2. 6
2. 0	1. 4. 8	1. 9. 2	2. 9
3. 0	2. 0. 8	2. 7. 8	3. 1
4. 0	2. 8. 8	3. 6. 3	3. 4
5. 0	3. 4. 8	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 0. 8	5. 3. 4	4. 0
7. 0	4. 8. 8	6. 1. 10	4. 3
8. 0	5. 4. 9	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 0. 9	7. 11. 0	4. 9
10. 0	6. 8. 9	8. 9. 6	5. 1
11. 0	7. 4. 9	9. 8. 1	5. 4
12. 0	8. 0. 10	10. 6. 7	5. 8
13. 0	8. 8. 10	11. 5. 2	6. 0
14. 0	9. 4. 10	12. 3. 8	6. 3
15. 0	10. 0. 11	13. 2. 3	6. 6
16. 0	10. 8. 11	14. 0. 9	6. 10
17. 0	11. 4. 11	14. 11. 4	7. 1
18. 0	12. 1. 0	15. 9. 10	7. 5
19. 0	12. 9. 0	16. 8. 5	7. 8
20. 0	13. 5. 0	17. 7. 0	8. 0

IV.[e] SYSTÈME (Figure 8) *composé de trois lentilles, dont deux menisques sont de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS. *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 10	0. 1. 10	0. 8
0. 4	0. 1. 7	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 2. 4	0. 5. 4	1. 2
0. 8	0. 3. 1	0. 7. 1	1. 3
0. 10	0. 3. 10	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 4. 7	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 9. 2	1. 9. 2	1. 8
3. 0	1. 1. 9	2. 7. 8	2. 0
4. 0	1. 6. 4	3. 6. 3	2. 4
5. 0	1. 10. 11	4. 4. 9	2. 7
6. 0	2. 3. 6	5. 3. 4	2. 11
7. 0	2. 8. 1	6. 1. 10	3. 3
8. 0	3. 0. 7	7. 0. 5	3. 7
9. 0	3. 5. 2	7. 11. 0	3. 11
10. 0	3. 9. 9	8. 9. 6	4. 3
11. 0	4. 2. 4	9. 8. 1	4. 7
12. 0	4. 6. 11	10. 6. 7	4. 11
13. 0	4. 11. 6	11. 5. 2	5. 3
14. 0	5. 4. 1	12. 3. 8	5. 7
15. 0	5. 8. 8	13. 2. 3	5. 10
16. 0	6. 1. 2	14. 0. 9	6. 2
17. 0	6. 5. 9	14. 11. 4	6. 6
18. 0	6. 10. 4	15. 9. 10	6. 10
19. 0	7. 2. 11	16. 8. 5	7. 2
20. 0	7. 7. 6	17. 7. 0	7. 6

Ve SYSTÈME (Figure 9) *composé de deux lentilles, l'une menisque de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 6	0. 1. 10	0. 7
0. 4	0. 1. 0	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 1. 6	0. 5. 4	1. 1
0. 8	0. 2. 0	0. 7. 1	1. 2
0. 10	0. 2. 6	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 3. 0	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 5. 11	1. 9. 2	1. 7
3. 0	0. 8. 10	2. 7. 8	1. 11
4. 0	0. 11. 9	3. 6. 3	2. 3
5. 0	1. 2. 8	4. 4. 9	2. 6
6. 0	1. 5. 7	5. 3. 4	2. 10
7. 0	1. 8. 6	6. 1. 10	3. 2
8. 0	1. 11. 6	7. 0. 5	3. 5
9. 0	2. 2. 5	7. 11. 0	3. 9
10. 0	2. 5. 4	8. 9. 6	4. 0
11. 0	2. 8. 3	9. 8. 1	4. 4
12. 0	2. 11. 2	10. 6. 7	4. 8
23. 0	3. 2. 1	11. 5. 2	4. 11
14. 0	3. 5. 0	12. 3. 8	5. 3
15. 0	3. 8. 0	13. 2. 3	5. 7
16. 0	3. 10. 11	14. 0. 9	5. 10
17. 0	4. 1. 10	14. 11. 4	6. 2
18. 0	4. 4. 9	15. 9. 10	6. 6
19. 0	4. 7. 8	16. 8. 5	6. 9
20. 0	4. 10. 7	17. 7. 0	7. 1

VIe SYSTÈME (Figure 10) *composé de deux lentilles, l'une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, l'autre concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS *a, a.*	RAYONS *b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 10	0. 8. 2	0. 7
0. 4	0. 1. 7	1. 2. 1	0. 11
0. 6	0. 2. 4	1. 8. 0	1. 1
0. 8	0. 3. 2	2. 1. 10	1. 2
0. 10	0. 3. 11	2. 7. 9	1. 3
1. 0	0. 4. 8	3. 1. 8	1. 4
2. 0	0. 9. 3	6. 1. 10	1. 7
3. 0	1. 1. 10	9. 0. 5	1. 11
4. 1	1. 6. 6	11. 11. 9	2. 3
5. 0	2. 11. 1	14. 11. 2	2. 6
6. 0	2. 3. 8	17. 10. 6	2. 10
7. 0	2. 8. 3	20. 9. 10	3. 2
8. 0	3. 0. 10	23. 9. 3	3. 5
9. 0	3. 5. 6	26. 8. 7	3. 9
10. 0	3. 10. 1	29. 8. 0	4. 0
11. 0	4. 2. 8	32. 7. 4	4. 4
12. 0	4. 7. 3	35. 6. 8	4. 8
13. 0	4. 11. 10	38. 6. 1	4. 11
14. 0	5. 4. 6	41. 5. 5	5. 3
15. 0	5. 9. 1	44. 4. 10	5. 7
16. 0	6. 1. 8	47. 4. 2	5. 10
17. 0	6. 6. 3	50. 3. 6	6. 2
18. 0	6. 10. 10	53. 2. 10	6. 6
19. 0	7. 3. 6	56. 2. 3	6. 9
20. 0	7. 8. 1	59. 1. 8	7. 1

Pour rectifier un objectif qui ne seroit pas exactement achromatique & dont on ne voudroit cependant pas changer les courbures intérieures a, a ; *on diminuera les rayons des surfaces extérieures* b, b, *si le foyer des rayons violets est plus long que le foyer des rayons rouges : au contraire, on les augmentera si c'est le foyer des rayons rouges qui est plus long que le foyer des rayons violets ; & pour l'un ou pour l'autre cas, la Table que voici contient la correction desirée, laquelle dépend de la longueur du foyer de l'objectif & aussi de l'excès ou de la différence du foyer des rayons violets au foyer des rayons rouges.*

TABLE de la quantité qu'il faut retrancher des rayons *b, b* de l'objectif, ou qu'il faut ajouter à ces rayons.

Longueur de l'objectif.	DIFFÉRENCE du foyer des rayons violets & du foyer des rayons rouges.											
	1 ligne.		2 lignes.		3 lignes.		6 lignes.		9 lignes.		12 lignes.	
pieds.	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*
1	0.	7	1.	2	1.	10	3.	7	5.	5	7.	3
2	0.	8	1.	5	2.	1	4.	2	6.	3	8.	4
3	0.	9	1.	7	2.	4	4.	9	7.	1	9.	6
4	0.	11	1.	9	2.	8	5.	4	8.	0	10.	8
5	1.	0	1.	11	2.	11	5.	11	8.	10	11.	10
6	1.	1	2.	2	3.	3	6.	5	9.	8	12.	11
7	1.	2	2.	4	3.	6	7.	0	10.	6	14.	1
8	1.	3	2.	6	3.	9	7.	7	11.	4	15.	1
9	1.	4	2.	8	4.	1	8.	2	12.	3	16.	4
10	1.	5	2.	11	4.	4	8.	8	13.	1	17.	6
11	1.	6	3.	1	4.	7	9.	3	13.	11	18.	7
12	1.	8	3.	3	4.	11	9.	10	14.	9	19.	9
13	1.	9	3.	5	5.	2	10.	5	15.	7	20.	10
14	1.	10	3.	8	5.	6	11.	0	16.	6	22.	0
15	1.	11	3.	10	5.	9	11.	6	17.	4	23.	1
16	2.	0	4.	0	6.	0	12.	1	18.	2	24.	3
17	2.	1	4.	2	6.	4	12.	8	19.	0	25.	5
18	2.	2	4.	6	6.	7	13.	3	19.	10	26.	6
19	2.	3	4.	7	6.	10	13.	9	20.	8	27.	8
20	2.	5	4.	9	7.	2	14.	4	21.	7	28.	9

N. B. Le changement de ce qu'on fera aux rayons des surfaces *b, b*, en produira aussi un dans la longueur du foyer de l'objectif, & le rapport de ses deux changemens sera à peu près de 5 à 6.

VIIe SYSTÈME (Figure 11) *composé de deux lentilles menisques de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & d'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 2	0. 3. 5	1. 9
0. 4	0. 2. 7	0. 4. 1	1. 11
0. 6	0. 3. 0	0. 4. 9	2. 2
0. 8	0. 3. 6	0. 5. 5	2. 5
0. 10	0. 3. 11	0. 6. 2	2. 8
1. 0	0. 4. 4	0. 6. 10	2. 11
2. 0	0. 6. 11	0. 10. 11	3. 3
3. 0	0. 9. 6	1. 3. 0	3. 6
4. 0	1. 0. 1	1. 7. 1	3. 9
5. 0	1. 2. 8	1. 11. 2	4. 1
6. 0	1. 5. 3	2. 3. 3	4. 4
7. 0	1. 7. 10	2. 7. 4	4. 8
8. 0	1. 10. 6	2. 11. 5	4. 11
9. 0	2. 1. 1	2. 3. 6	5. 2
10. 0	2. 3. 8	3. 7. 7	5. 6
11. 0	2. 6. 3	3. 11. 8	5. 9
12. 0	2. 8. 10	4. 3. 9	6. 1
13. 0	2. 11. 5	4. 7. 10	6. 4
14. 0	3. 2. 0	4. 11. 11	6. 8
15. 0	3. 4. 8	5. 4. 0	6. 11
16. 0	3. 7. 3	5. 8. 1	7. 3
17. 0	3. 9. 10	6. 0. 2	7. 6
18. 0	4. 0. 5	6. 4. 3	7. 9
19. 0	4. 3. 0	6. 8. 4	8. 1
20. 0	4. 5. 7	7. 0. 5	9. 4

VIIIe SYSTÈME (Figure 12) *composé de deux lentilles, l'une de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & entre les deux lentilles menisques, de l'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube. Les lentilles doivent se toucher.*

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 3	0. 0. 5	0. 4
0. 4	0. 0. 5	0. 0. 10	0. 7
0. 6	0. 0. 7	0. 1. 3	0. 10
0. 8	0. 0. 10	0. 1. 9	1. 2
0. 10	0. 1. 2	0. 2. 4	1. 5
1. 0	0. 1. 5	0. 2. 10	1. 8
2. 0	0. 3. 1	0. 6. 0	2. 0
3. 0	0. 4. 9	0. 9. 1	2. 4
4. 0	0. 6. 6	1. 0. 3	2. 8
5. 0	0. 8. 2	1. 3. 4	3. 1
6. 0	0. 9. 10	1. 6. 6	3. 6
7. 0	0. 11. 6	1. 9. 8	3. 10
8. 0	1. 1. 2	2. 0. 9	4. 2
9. 0	1. 2. 11	2. 3. 11	4. 6
10. 0	1. 4. 7	2. 7. 0	4. 10
11. 0	1. 6. 3	2. 10. 2	5. 3
12. 0	1. 7. 11	3. 1. 4	5. 7
13. 0	1. 9. 7	3. 4. 5	5. 11
14. 0	1. 11. 4	3. 7. 7	6. 4
15. 0	2. 1. 0	3. 10. 9	6. 8
16. 0	2. 2. 8	4. 1. 10	7. 0
17. 0	2. 4. 4	4. 5. 0	7. 5
18. 0	2. 6. 0	4. 8. 1	7. 9
19. 0	2. 7. 9	4. 11. 3	8. 1
20. 0	2. 9. 5	5. 2. 5	8. 5

NOTE pour le Mémoire précédent.

APRÈS avoir donné les dimenſions reſpectives des différens verres qu'on peut combiner enſemble pour former avec ſuccès des Objectifs achromatiques, je crois qu'on ne ſera pas fâché de trouver ici un précis des meilleurs moyens de travailler ces verres.

1.° *Pour préparer les différens émerils.*

Il faut prendre trois ou quatre livres d'émeril groſſier, qu'on nomme à la Manufacture des glaces, *premier émeril*, & une douzaine de pots de faïence; il faut choiſir ceux dont le fond eſt le plus uni; ceux qui ſont larges en haut & étroits au fond ſont les plus commodes: les grands vaſes de terre ou de grès dont on ſe ſert pour mettre de l'eau ou du lait, pourroient être auſſi d'un bon uſage.

Mettez tout l'émeril dans un des pots avec de l'eau; délayez bien juſqu'à ce qu'il n'y ait plus de grumeaux. Remuez enſuite la matière, & au bout d'une ſeconde, tranſvaſez l'eau chargée d'émeril dans un autre pot, par le moyen d'un ſiphon: répétez cette opération une vingtaine de fois, ou plus, ſi vous le jugez à propos, & vous aurez l'émeril d'une ſeconde, duquel vous tirerez tous les autres.

Le but de l'opération eſt de ſéparer chaque émeril d'une qualité, de ſorte qu'il ne contienne rien ou preſque rien d'une autre.

Remuez votre émeril d'une ſeconde, & après l'avoir laiſſé repoſer huit ſecondes, tranſvaſez avec le ſiphon l'eau chargée de l'émeril de huit ſecondes; on l'appellera *ſecond émeril.*

Tirez de la même manière de l'émeril d'une ſeconde, & de celui de huit ſecondes, l'émeril de vingt-ſix ſecondes, qu'on appellera *troiſième émeril.*

De ces trois premiers émerils, tirez de même le quatrième qui eſt d'une minute, & ainſi des autres juſqu'à celui de ſeize minutes, qui eſt ordinairement le dixième & qui doit être tiré des neuf autres à pluſieurs fois.

2.° *Pour travailler les verres.*

Après avoir dégroſſi ſur un mauvais baſſin de fer & centré le verre

qu'on veut tailler, on le travaillera sur le bon bassin avec le premier émeril, jusqu'à ce qu'il en ait bien pris la forme & qu'il soit atteint également par-tout. Alors travaillez-le encore avec le même émeril pendant vingt minutes.

Passez au second émeril: travaillez le verre avec cet émeril une première fois pendant cinq minutes, une seconde fois pendant vingt minutes; passez ainsi d'émeril en émeril, jusqu'au sixième inclusivement.

Travaillez avec le septième & le huitième émeril une demi-heure; avec le neuvième, trois quarts d'heure; avec le dixième & dernier, une heure & demie.

Il y a des verres qui étant d'une matière plus dure, sont plutôt travaillés: j'en ai vu qui pouvoit être poli au sortir du huitième émeril.

Pour travailler de grands verres, il faut peut-être employer un peu plus de temps; mais bien peu si je ne me trompe.

Mes bons bassins n'éprouvent jamais la chaleur: je les fais faire plats en dessous avec une vis au centre, qui entre dans un écrou fait dans une petite planche quarrée, que je fixe à une table. Je mets un carton entre la planche & le bassin, afin que l'effort du bois ne gâte pas le bassin.

Mes verres étant dégrossis ne sont plus présentés au feu; je colle dessus, avec de la colle de farine, un morceau de carton circulaire, sur lequel j'ai auparavant mastiqué une petite bande mince & pliante de cuivre ou de plomb, sur laquelle est pareillement mastiqué avec de la poix ou de la cire d'Espagne un petit morceau de liége rond ou quarré.

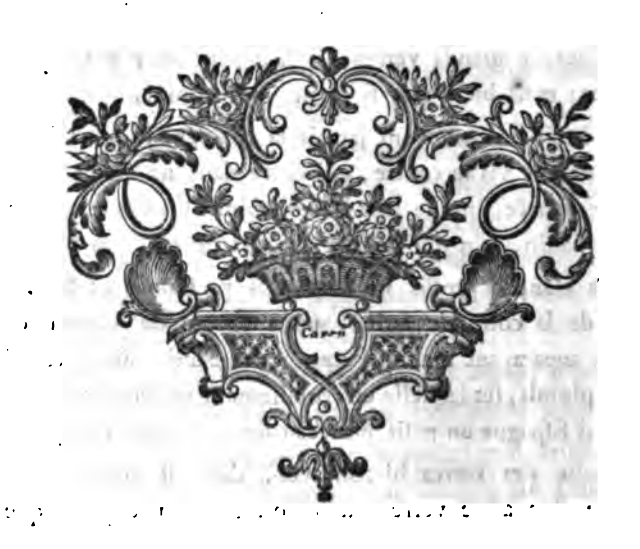
Si je travaille des verres bi-concaves, dont le centre soit mince; je les double d'un autre verre, aussi convexe à peu près, que l'autre est concave.

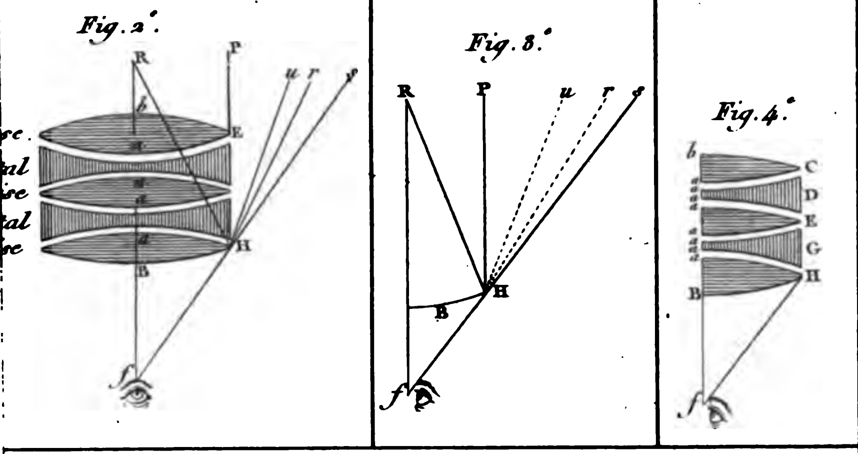
Pour éprouver le *flint-glass*, il faut qu'il soit poli des deux côtés: alors on y voit les filandres, en l'exposant au Soleil, & recevant la lumière rompue sur un papier blanc: avec un peu d'attention on distingue facilement les raies du verre d'avec les filandres.

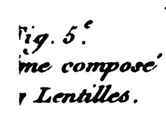
On voit aussi les filandres en tenant le *flint-glass*, entre l'œil & une croisée: les filandres paroissent à l'émergence des traverses de la croisée.

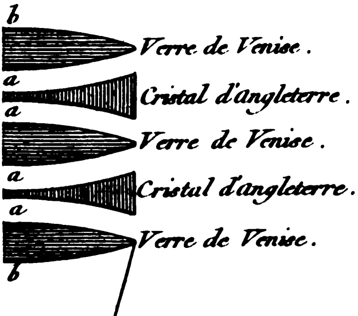
Mais la meilleure manière est de mettre le morceau de *flint-glass*, qu'on veut éprouver, au foyer d'un objectif & de l'examiner avec une loupe. Alors on voit les moindres défauts du verre.

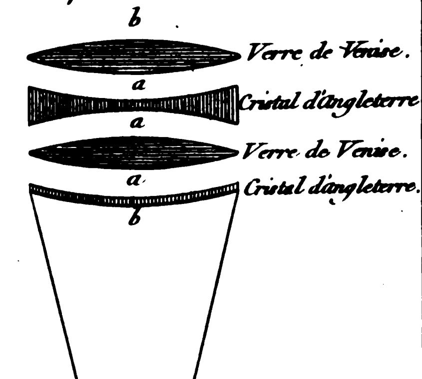
Enfin pour travailler ensemble deux morceaux de verre dans un même bassin, il ne s'agit que de les coller sur un morceau entier aussi concave que les deux morceaux sont convexes ; & en inclinant le morceau de *flint-glass* dans lequel on voit des filandres ; on voit si elles sont d'un côté ou de l'autre, relativement à un point observé dans l'une ou dans l'autre surface, & on peut juger ainsi quel côté on doit le plus user pour les enlever quand l'épaisseur le permet.











e doit peser 950. grains le pouce cube.

leterre doit peser 1216. grains le pouce cube.

Y. le G. Sc.

...e le Verre de Venise pesant ...... 960 grains le pouce cube.
...e le Cristal d'angleterre pesant .. 1213 grains le pouce cube.
...e l'Eau distillée pesante .... 373 grains le pouce cube.

...composé ...lles.





Fig. 8.e IV.e Système composé de trois Lentilles.

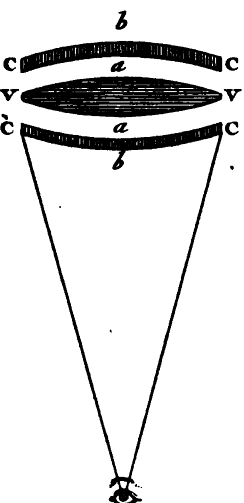
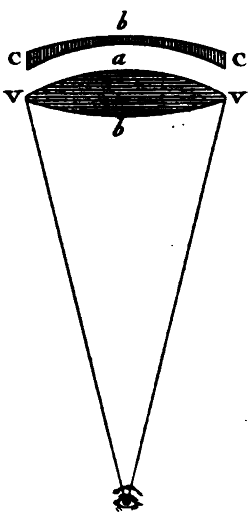


Fig. 9.e V.e Système composé de deux Lentilles.



...compose ...s.



Fig. 11.e VII. Système composé de deux Lentilles et d'Eau distillée.

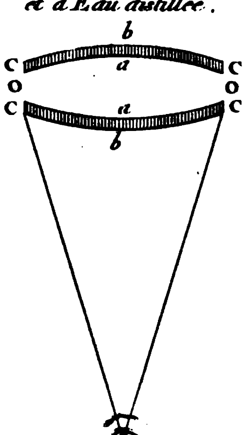
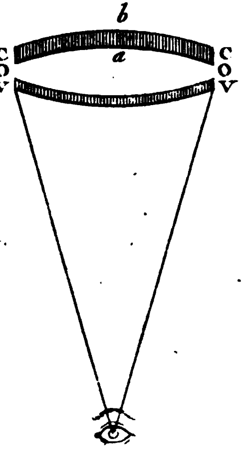


Fig. 12.e VIII.e Système composé de deux Lentille et d'Eau distillée.



Y. le G. Sc.

PRÉCIS
D'UN VOYAGE EN AMÉRIQUE,
OU
Essai Géographique sur la position de plusieurs Isles, & autres lieux de l'Océan atlantique; accompagné de quelques Observations concernant la Navigation.

Par M. PINGRÉ.

L'*Isis*, frégate ou corvette du Roi, de dix-huit pièces de canon, fut armée à Rochefort en Novembre 1768; l'unique objet de cet armement étoit la vérification des méthodes de déterminer les Longitudes sur mer. M. de Fleurieu, Enseigne des Vaisseaux du Roi, étoit nommé pour commander la frégate: le Roi ayant ordonné à l'Académie de nommer un de ses Astronomes pour cette expédition, je fus chargé de cette commission; il nous étoit enjoint, à M. de Fleurieu & à moi, d'agir toujours de concert en tout ce qui pouvoit concerner l'objet de l'expédition. 25 Avril 1770. Objet du voyage.

Cet objet étoit, comme je l'ai dit, la vérification de toutes les méthodes de Longitudes; cela étoit expressément porté dans nos instructions: cependant nous avions un ordre bien plus spécial de vérifier la marche des horloges marines construites par le sieur Ferdinand Berthoud, Horloger de Paris. Nous profitions de toutes les occasions possibles pour envoyer à M. le Duc de Praslin, Ministre & Secrétaire d'État ayant le département de la Marine, des procès-verbaux authentiques de nos opérations. Ces procès-verbaux ont été mis sous les yeux de l'Académie; je ne puis que souscrire au jugement favorable qu'elle a porté de la marche de ces horloges.

Nous ne nous attendions pas à trouver dans ces horloges une précision égale à celle des meilleures horloges astronomiques, leur auteur même ne prétendoit point avoir atteint ce degré de perfection;

il ne s'étoit engagé qu'à construire des horloges dont l'écart n'excéderoit pas 4 minutes de temps durant l'intervalle de soixante jours ou deux mois. Il nous en livra deux, numérotées *6* & *8*, & c'est par ces numéros que nous les avons toujours distingués. Le *n.° 6* a paru conserver son isochronisme, à la précision même d'une minute sur chaque intervalle de temps prescrit, durant les six premiers mois de l'expédition; ses écarts sont montés ensuite à 4 minutes ou au degré entier & même au-delà. Le *n.° 8* nous avoit été recommandé par une pièce authentique, comme devant être fort supérieur au *n.° 6;* dès les premiers mois il éprouva un retardement sensible dans sa marche; mais outre que ce défaut ne paroît pas avoir été jusqu'au point de pouvoir occasionner dans la détermination de notre longitude plus de 2 minutes de temps d'erreur en six semaines ou un mois & demi, intervalle de temps que n'ont jamais atteint nos plus longues traversées; ce retardement semble d'ailleurs avoir toujours suivi une marche assez régulière, de manière que d'une relâche à l'autre on peut regarder la variation de ce retardement comme proportionnelle au temps, sans crainte d'erreurs sensibles. Cette manière d'envisager la marche de nos horloges marines ne pouvoit nous être d'aucune utilité à la mer; nous ignorions quel seroit le retard de ces horloges à la relâche suivante: connoissant maintenant toutes les variations de leur marche, nous pouvons en faire usage pour déterminer la longitude des Isles, Ports & Caps que nous avons relevés. Je ne donne pas ces déterminations comme astronomiquement précises, mais je pense qu'elles le seront assez pour l'usage de la Géographie & de la Navigation, cet usage est l'unique objet auquel je m'attacherai dans ce Mémoire.

Départ de l'île d'Aix.

Embarqués le 8 Décembre 1768, nous fumes retenus par les vents contraires pendant plus de deux mois en rade de l'île d'Aix. Deux fois nous essayames de sortir; & deux fois nous fumes contraints de regagner notre mouillage: enfin le 12 Février 1769, nous appareillames sous des auspices moins défavorables; nous essuyames cependant deux coups de vent, le 14 & le 16 du même mois; heureusement ils durèrent peu, nous reconnumes les côtes d'Espagne le 18, & notre navigation fut depuis très-heureuse.

Le

Le 19 Février à 4 heures du soir, nous estimant par $43^d\ 50'$ de latitude & par $10^d\ 59'\ 45''$ de longitude *(a)*, nous relevames la Tour de fer qui est à l'ouverture de la Corogne au sud-sud-est *(b)*, à la distance de six lieues, & l'extrémité la plus occidentale des îles Sisarga au sud $36^d\ 15'$ ouest, à la distance de cinq lieues. Selon ce relèvement, la tour de Fer est par $43^d\ 33'$ de latitude & par $10^d\ 50'$ de longitude; la latitude de l'extrémité la plus occidentale des îles Sisarga est de $43^d\ 38'$ & sa longitude de $11^d\ 12'$. Nous avions pris la veille la hauteur méridienne du Soleil, nous la primes encore le lendemain 20; mais le jour même 19, les nuages nous cachèrent le Soleil à midi; à $7^h \frac{1}{2}$ du matin le 19, nous avions pris des hauteurs du Soleil pour nous assurer de notre longitude: ces deux jours nous avons fait un grand nombre de routes différentes. Ces circonstances ajoutent nécessairement quelque degré d'incertitude à celle qui accompagne ces sortes de déterminations; je ne puis répondre qu'à 10 à 12 minutes près de la longitude & de la latitude que nous avons assignées aux objets relevés. La Corogne.

Le 20 à midi, nous étions selon la hauteur méridienne du Soleil, observée à cet instant même, par $42^d\ 46' \frac{1}{4}$, & notre longitude, dont l'estime avoit été corrigée par des observations faites à $8^h \frac{1}{2}$ & à $9^h \frac{3}{4}$ du matin, étoit de $11^d\ 49' \frac{1}{2}$. On releva le cap Finistère à l'est $13^d\ 45'$ sud. Le vaisseau étoit en panne depuis onze heures. La distance du point relevé étoit de deux lieues; il s'ensuivroit que sa latitude seroit de $42^d\ 45'$, & sa longitude de $11^d\ 41' \frac{1}{2}$. Quand on eut remis en route & regagné le large, M. de Fleurieu a prétendu que le point relevé n'étoit pas le vrai cap Finistère, que nous voyons alors plus au nord; il suivroit en effet des observations de M. de Bory, faites à terre, que ce cap est par $42^d\ 51'\ 50''$ de latitude; mais si cela est, quel est donc cet autre cap ou cette autre terre que nos Pilotes ont ainsi Cap Finistère.

(a) Nous avertissons une fois pour toutes, que les latitudes déterminées dans ce Mémoire sont toutes septentrionales, & les longitudes comptées à l'ouest du méridien de Paris.

(b) Tous les relèvemens sont corrigés de la variation ou déclinaison de l'aiguille. Le long des côtes d'Espagne & de Portugal, nous avons supposé cette variation de 20 degrés.

relevée? Aucun de nos Officiers, aucun de nos Pilotes, n'avoit encore eu connoissance de ce cap.

Isles Barlingues. Le 21 à midi, étant par $39^d\ 30'\frac{2}{3}$ de latitude observée, & par $12^d\ 09'\frac{1}{2}$ de longitude, corrigée sur des observations faites le jour même à $7^h\ 20'$ du matin, on releva l'île des Barlingues, qui nous paroissoit être le plus au large, au sud $2^d\ 30'$ ouest, à la distance d'environ quatre lieues & demie; sa latitude seroit donc de $39^d\ 17'$, & sa longitude de $12^d\ 10'\frac{1}{2}$. Le même jour, à 4 heures, l'Isis étant par $39^d\ 23'\frac{1}{2}$ de latitude, & par $12^d\ 17'\frac{1}{2}$ de longitude, la plus haute extrémité des Barlingues nous restoit au sud $14^d\frac{1}{3}$ vers l'est à la distance de deux lieues; elle seroit donc par $39^d\ 17'\frac{3}{4}$ de latitude, & par $12^d\ 15'\frac{1}{2}$ de longitude. Enfin à 5 heures & demie du soir, la pointe du nord-est de la plus grosse Barlingue nous restoit au sud $36^d\ 52'$ est, & l'extrémité du sud-ouest de la même île au sud $31^d\ 15'$ ouest. Depuis 4 heures, nous nous étions approchés de cette île d'environ un mille ou un tiers de lieue; d'où il suivroit que la latitude du milieu de l'île est par $39^d\ 16'\frac{1}{3}$, sa longitude au plus de $12^d\ 16'\frac{1}{2}$, & que l'île s'étend environ un demi-mille du sud-sud-ouest au nord-nord-est. Le soir vers 9 heures, nous nous assurames de notre latitude par la hauteur méridienne de *Procyon*. Ainsi je ne doute point que la principale des îles Barlingues ne soit par $39^d\ 17'$ de latitude. Quant à notre longitude, nous ne pumes l'assurer que le 23; en donnant à l'île $12^d\ 12'$ de longitude, je ne crois pas que l'erreur puisse excéder 4 à 5 minutes; je serois même tenté d'assurer qu'elle ne peut être que de 2 à 3 minutes au plus.

Cap la Roque. Le 22 au lever du Soleil, notre latitude, estimée & corrigée par les observations du 21 & du 23, étoit de $38^d\ 07'$, & notre longitude de $12^d\ 36'$. Le cap la Roque étoit de 6 degrés au sud du centre du Soleil, lorsque cet astre parut tout entier hors de la montagne, c'est-à-dire, lorsque son centre étoit réellement dans l'horizon; le cap la Roque nous demeuroit donc à l'est $18^d\frac{1}{2}$ vers le sud, à la distance d'environ six lieues; la latitude du cap de la Roque est donc à 3 ou 4 minutes près de $38^d\ 01'$, & sa longitude de $12^d\ 13'$. Dans cette détermination de la longitude, je ne garantirois pas que l'erreur fût moindre que 12 à 15 minutes.

Le lendemain nous nous propofions de relever le cap de Saint-Vincent; nos Pilotes manœuvrèrent de manière qu'il ne nous fut pas poffible de le reconnoître.

Le 24 de Février, nous relâchames dans la baie de Cadiz. La latitude de Cadiz eft bien conftamment de 36^d 31′ 07″; c'eft le réfultat d'un grand nombre d'obfervations faites en 1724 par le P. Feuillée. Ce Père a fait toutes fes obfervations dans une maifon particulière, fituée vers le milieu de la ville, & non dans l'Obfervatoire royal de l'Académie de M.^{rs} les Gardes de la Marine; mais j'ai vu à Cadiz même un ouvrage de Don George Juan, Commandeur d'Aliaga, Chef d'Efcadre, & Commandant des Gardes de la Marine, Correfpondant de l'Académie; dans cet ouvrage, Don George donne à l'Obfervatoire de Cadiz la même latitude de 36^d 31′ 07″; & il appuie cette détermination fur une infinité d'obfervations faites dans l'Obfervatoire, apparemment par Don George lui-même & par feu M. Godin. Au refte il eft très-poffible que l'Obfervatoire de Cadiz foit fous le même parallèle que la maifon où le P. Feuillée obfervoit. Cadiz.

La longitude de Cadiz avoit été déterminée de 33′ 25″ de temps fur une feule éclipfe du premier fatellite de Jupiter, qui n'avoit pas même été obfervée à Paris, mais feulement à Rome & à Lifbonne. Une telle détermination devoit néceffairement être fujette à révifion. La formation de l'anneau, fa rupture, & la fin de l'éclipfe annulaire du Soleil du 1.er Avril 1764, furent obfervées à Cadiz par Don Gérard Hénay, Lieutenant des Vaiffeaux de Sa Majefté Catholique, Directeur de l'Académie des Gardes de la Marine, & par Don Vincent Tofiño, alors Lieutenant de Frégate, & depuis Lieutenant de Vaiffeaux & Directeur de la même Académie. L'anneau fe forma à 9^h 24′ 51″ du matin, il fe rompit à 9^h 27′ 43″; l'éclipfe finit à 11^h 00′ 07″. M. du Séjour ayant appliqué à cette obfervation la méthode ingénieufe qu'il a inventée pour déterminer la différence des méridiens fous lefquels de telles obfervations ont été faites, a conclu qu'il falloit augmenter de 51″ de temps la longitude de Cadiz : cette longitude feroit donc de 34′ 16″. J'ai pareillement comparé les obfervations de Cadiz avec le travail que j'avois déjà

fait ſur cette même éclipſe, & j'ai trouvé que la formation de l'anneau plaçoit Cadiz par 34′ 09″, ſa rupture par 34′ 32″, la fin de l'éclipſe par 34′ 29″ de longitude. Le commencement de l'éclipſe de Soleil du 4 Juin 1769, obſervé par M. Tofiño à 6^h 01′ 34″ du matin, reculeroit cette ville juſqu'à 34′ 50″; la fin, obſervée à 7^h 17′ 59″, la rapprocheroit à 34′ 37″. En prenant un milieu entre ces cinq déterminaiſons, Cadiz ſeroit par 34′ 31″ $\frac{1}{2}$ de longitude. Les Obſervateurs de l'éclipſe de 1764, avertiſſent qu'ils ne s'attendoient point à voir l'éclipſe annulaire; ils auront probablement été ſurpris, & auront vu l'anneau plus tard qu'il n'a été réellement formé; c'eſt ce qu'il ne ſeroit pas difficile de confirmer par les obſervations faites immédiatement avant la formation de l'anneau. D'un autre côté, quelque ſuppoſition raiſonnable que l'on faſſe, il eſt impoſſible que l'éclipſe de 1769 ait duré à Cadiz une heure 16 minutes 25 ſecondes; je ſoupçonnerois volontiers qu'il s'eſt gliſſé une erreur dans les chiffres des ſecondes, & que le commencement eſt arrivé à 6^h 01′ 54″, & non à 6^h 01′ 34″. Quoi qu'il en ſoit, ſi on exclut ces deux obſervations, dont le réſultat s'écarte trop du réſultat moyen, la longitude de Cadiz ſera de 34′ 32″ $\frac{1}{2}$; en admettant toutes les obſervations, nous l'avions trouvée de 34′ 31″ $\frac{1}{2}$; je penſe qu'on peut l'établir avec quelque confiance, de 34′ 32″ de temps, ou de 8^d 38′.

Port de Sainte-Croix, île de Ténériffe.

Nous appareillames de Cadiz le 15 Mars vers 10 heures du matin, & nous mouillames le 19 avant midi dans la baie de Sainte-Croix, île de Ténériffe. Ce port de Sainte-Croix eſt maintenant le lieu le plus fréquenté des Canaries, le centre du commerce de toutes ces îles, & la réſidence du Gouverneur général. Don Miguel-Lopez-Fernandez de Heredia, maintenant Lieutenant général des armées de Sa Majeſté Catholique, occupoit alors, & occupe encore maintenant la place de Gouverneur général des Canaries. Aux termes du pacte de famille, les Eſpagnols & les François ne compoſent plus qu'une ſeule & même nation, ſelon Don Lopez : ſa conduite à notre égard fut conſéquente à ce principe. Il n'omit rien de ce qui pouvoit contribuer à nous rendre le ſéjour de Sainte-Croix gracieux, & faciliter le ſuccès de nos opérations; il nous permit même de diſpoſer de ſon palais, s'il

pouvoit nous être de quelque utilité. La maison de M. Casalon, Consul de France, située sur le port, & surmontée d'une terrasse très-solide en quelques-unes de ses parties, nous parut plus convenable; nous y établimes notre observatoire. A notre seconde relâche, nous y observames l'émersion du premier satellite le 16 Août à $9^h\ 16'\ 05''$ *(c)*. Nous ne trouvons aucune observation faite en Europe, à laquelle celle-ci puisse être comparée.

Le 22 Mars, nous fumes, quelques Officiers, Gardes de la Marine, & moi, à la Laguna, capitale de l'île Ténériffe; nous y retournames le 20 Août à notre seconde relâche. On compte une lieue de Sainte-Croix à la Laguna; cette lieue nous parut forte, mais le chemin n'est pas toujours droit, il est d'ailleurs très-inégal, on monte presque perpétuellement en allant; aussi la température de l'air est-elle bien différente d'un endroit à l'autre. A Sainte-Croix la chaleur nous paroissoit assez vive; à la Laguna nous nous trouvions habillés trop à la légère. Tant en allant qu'en revenant, je m'assurai par la position du Soleil, comparée à l'heure de ma montre, que le milieu du port de Sainte-Croix, où est située la maison de M. Casalon, est sensiblement à l'est de la Laguna, déclinant très-peu vers le sud. Or il suit des observations faites en 1724 à la Laguna par le P. Feuillée *(d)*, que cette ville est par $28^d\ 29'$ de latitude, & par $18^d\ 39'\frac{1}{2}$ de longitude. La longitude du port de Sainte-Croix doit donc être de $18^d\ 36'$, ou $36'\frac{1}{2}$; & c'est à 2 minutes près la longitude que nous avons conclue de la marche de l'horloge, *n.° 8*.

Nous quittames la rade de Sainte-Croix le 28 Mars à 6 heures du soir. Le 30 à $6^h\frac{1}{4}$ du soir, étant par $25^d\ 06'$ de latitude & par $18^d\ 35'$ de longitude, nous sondames sans trouver de fond à 100 brasses. Le lendemain à $8^h\frac{1}{4}$ du matin, nous trouvames à 65 brasses un fond de coquilles pourries, mêlées avec du sable gris & roux, quelques fragmens de madrépores & de petite roche. Nous étions par $24^d\ 21'$ de latitude, & par $18^d\ 57'\frac{1}{2}$ de Sondes.

(c) Cette observation est de M. de Fleurieu, je n'ai aperçu le satellite que 15 secondes plus tard, il y avoit un verre dérangé dans ma lunette.

(d) Voyez les Mémoires de l'Académie, *année 1746*.

longitude, ſelon l'eſtime confirmée par des obſervations faites le même jour à midi & à $4^h \frac{1}{4}$ du ſoir.

Sondes près le cap Blanc.

Le 1.er Avril à 5 heures du ſoir, par 21^d 28′ de latitude; & 20^d 03′ de longitude, nous ne trouvames point de fond. A $7^h \frac{1}{2}$, par 21^d 16′ de latitude, & 19^d 50′ de longitude, nous trouvames à 150 braſſes un fond de ſable vaſard, mêlé d'une très-petite quantité de coquillages pourris. La latitude avoit été obſervée à midi, & la longitude à $4^h \frac{1}{2}$ du ſoir.

Le cap Vert.

Le 4 Avril à 8 heures du matin, notre latitude corrigée ſur celle qui fut obſervée à midi, étoit de 15^d 04′ $\frac{1}{2}$, & notre longitude de 19^d 53′, ſelon les obſervations faites à cet inſtant même. On releva les mamelles du cap Vert au ſud 11^d 15′ oueſt *(e)*, à la diſtance d'environ cinq lieues; & à midi, étant par la latitude obſervée de 14^d 53′ & par la longitude de 20^d 04′, on releva la pointe des mamelles, qui nous paroiſſoit dirigée vers le nord-oueſt, au ſud-eſt du monde, à la diſtance d'environ trois lieues: ce ſecond relèvement eſt plus ſûr que le premier, quant à l'eſtime de la diſtance. Le premier donne 14^d 50′ de latitude & 19^d 56′ de longitude aux mamelles du cap Vert; il ſuit du ſecond que la pointe des mamelles, qui eſt le plus au nord-oueſt, eſt par 14^d 47′ de latitude & par 19^d 57′ $\frac{1}{2}$ de longitude.

Les mamelles du cap Vert ſont deux hautes montagnes qui paroiſſent terminer la terre de ce côté. Au bas de ces montagnes eſt une pointe baſſe, qui s'étend au moins une lieue ou une lieue & demie en mer, & qui finit par des roches dont pluſieurs ſont cachées ſous l'eau, cela forme un écueil dangereux. A midi nous avions preſque doublé cette pointe qu'on appelle *pointe d'Almadie*. De-là juſqu'à 3 heures & un quart nous fumes pouſſés par un vent bon frais & tout-à-fait favorable; nous rangeames de fort près les îles de la Magdeleine & le cap Manoël. Les îles de la Magdeleine ſont au nombre de quatre, elles ſemblent décroître en grandeur à raiſon de leur proximité au cap Manoël: toute cette côte eſt ſaine, il n'y a pas d'écueil caché. On ne jugeoit plus à propos de jeter le loch pour eſtimer la route; mais je ne doute

(e) J'ai ſuppoſé ici la déclinaiſon de l'aiguille de 11^d 15′ du nord à l'oueſt.

pas que durant ces trois heures nous n'ayons parcouru environ 21 milles ou 7 lieues. Je fais cette remarque, parce que je pense que M.[rs] Varin, des Hayes & de Glos se sont trompés dans leur estime, en ne comptant que deux lieues de distance entre les mamelles du cap Vert *(f)* & l'île de Gorée; il m'a paru que cette distance étoit au moins de quatre lieues. M. d'Après compte quatre lieues de la pointe escarpée du cap Vert au cap Manoël, & une demi-lieue de ce cap à Gorée, ce qui s'accorde assez avec mon estime. Nous fumes obligés de courir une bordée pour gagner le mouillage, & à quatre heures nous laissames tomber l'ancre en rade de Gorée.

Nous eumes à Gorée de belles journées; durant les nuits une brume perpétuelle, ou plutôt de légers nuages, qui ne paroissoient avoir aucun mouvement, nous dérobèrent constamment la vue des étoiles tant fixes qu'errantes. La latitude de cette île est de $14^d\ 40'$ selon les observations de M.[rs] Varin, de Glos & des Hayes; sur l'autorité de nos montres marines je crois pouvoir fixer sa longitude à $19^d\ 47'$. A notre arrivée à Gorée le mercure dans le baromètre étoit à la hauteur de 28 pouces, les jours suivans il se soutint constamment entre 28 pouces 1 ligne & 28 pouces 1 ligne $\frac{3}{4}$, sans qu'il m'ait paru de distinction entre le soir & le matin, la nuit & le jour. Gorée.

Du lieu de notre mouillage nous relevames le milieu des mamelles du cap Vert à l'ouest 29 degrés nord *(g)*. Nous étions au nord-est de l'île, à plus d'un quart de lieue de distance; je conclus de cette position que les mamelles, relevées de dessus l'île de Gorée, auroient paru 5 ou 6 degrés plus au nord. Le 9 du même mois d'Avril, ayant appareillé vers le soir, & nous estimant à une lieue & demie de Gorée, nous relevames le milieu de cette île au nord $33^d\ 45'$ est, & la plus boréale & occidentale

(f) Au VII.e Volume des anciens Mémoires de l'Académie, *pages 448 & suiv.* M.[rs] Varin, de Glos & des Hayes ne comptent que 5 minutes de degré en longitude & 3 minutes en latitude entre l'extrémité occidentale du cap Vert & Gorée; mais il me paroît clair, par leurs expressions, que sous le nom d'*extrémité occidentale du cap Vert*, ils ont entendu l'extrémité occidentale des mamelles, & non la pointe d'Almadie.

(g) J'ai supposé encore ici un rumb de variation du nord à l'ouest.

des mamelles au nord 33^d 45′ ouest, si ces trois relèvemens sont exacts, la distance de Gorée à cette mamelle doit être de 11 milles ou 3 lieues & deux tiers, & c'est à très-peu près la distance que l'on conclueroit de nos observations sur la longitude & la latitude de ces lieux.

Isle de Mai. Le 11 Avril à 7 heures du soir, nous relevames l'extrémité la plus haute de l'île de Mai, & nous conclumes que cette extrémité étoit par 15^d 12′ de latitude & 25^d 20′ de longitude. Nous courumes des bordées durant la nuit, pour pouvoir le lendemain faire un relèvement plus certain. Le 12 donc, à $5^h\frac{1}{2}$ du matin, la pointe méridionale de l'île de Mai nous restoit à l'ouest du monde, à la distance de trois lieues; la latitude de l'*Isis* étoit alors de 15^d 6′ & sa longitude 25^d $17'\frac{1}{2}$ selon notre estime corrigée tant par les observations faites le jour précédent que par celles que nous fimes le jour même & les jours suivans en rade de la Praya; donc la partie la plus méridionale de l'île de Mai est par 15^d 6′ de latitude & par 25^d $26'\frac{1}{2}$ de longitude. Nous relevames au même instant la partie septentrionale de la même île au nord 33^d 45′ ouest *(h)*. A 8 heures étant par la même latitude & par 25^d 34′ de longitude, on releva la pointe la plus occidentale de la rade des Anglois dans l'île de Mai, à l'est $43^d\frac{1}{2}$ nord, & la pointe la plus méridionale de l'île de Sant-Yago à l'ouest $32^d\frac{1}{2}$ sud.

Personne de l'équipage n'avoit encore eu connoissance de ces îles; en conséquence nous allions comme à tâtons, les yeux cependant très-ouverts, le routier de M. Daprès à la main, conjointement avec quelques instructions communiquées à M. de Fleurieu par M. de l'Eguille, Lieutenant général des armées navales, Commandant de la marine à Rochefort. On peut observer que si nous avons fait quelques remarques qui ont échappé à ces deux excellens Navigateurs, cela doit venir en partie de ce que nous avons attaqué ces îles par un côté par lequel il n'est pas ordinaire de le faire. L'île de Mai est haute par son milieu; on y distingue des mornes assez reconnoissables. Il y a au nord une

(h) Nous avons ici supposé la variation de 10 degrés du nord à l'ouest.

longue

longue terre basse, dont M. Daprès fait mention, ainsi que des roches qui s'étendent de-là dans la mer. Il ne parle pas d'une longue terre basse au sud; elle est terminée par une pointe, qui met les vaisseaux à couvert des vents d'est & de nord-est : ces vents soufflent presque perpétuellement dans ces parages. La baie des Anglois est au-delà de cette pointe du sud, ou plutôt au sud-ouest de l'île : il y avoit alors trois vaisseaux à l'ancre dans cette rade. La côte orientale de l'île n'est pas haute; les mornes ou montagnes paroissent au-dessus à quelque distance de la côte. Lorsqu'on est nord & sud de la rade Angloise, en doublant la pointe méridionale de l'île, ou même un peu avant que de la doubler, on voit l'île de Sant-Yago à l'ouest-sud-ouest; il faut se mettre au vent de la partie la plus méridionale de cette dernière île, pour pouvoir gagner plus facilement le mouillage de la Praya; les deux pointes méridionales des deux îles m'ont paru assez sensiblement nord-est & sud-ouest : on distingue plusieurs anses dans la partie orientale de Sant-Yago. Sur les avis de M. Daprès, nous étions attentifs à ne point prendre la fausse baie pour la véritable; des vaisseaux à l'ancre nous ont fait connoître celle-ci, avant même que nous eussions soupçonné la première : il nous a paru que pour s'y tromper il falloit le vouloir. Nous rangions la terre de près; c'est un conseil très-sage que donne M. Daprès, autrement on risqueroit d'être emporté sous le vent du mouillage; mais en conséquence nous ne vimes que très-tard les maisons couvertes de tuiles, que M. Daprès donne pour signal de la véritable baie, nous étions déjà dans la baie lorsque nous les reconnumes; nous vimes encore plus tard le pavillon du fort. Un signal que je regarde comme plus certain que tous ceux-là, c'est un morne rouge peu élevé, mais très-reconnoissable : il est situé assez précisément à l'ouest-quart-nord-ouest du mouillage, dont il est peu éloigné; l'îlet aux Cailles étoit entre notre mouillage & ce morne. Du mouillage on voit le volcan ou le pic de l'île de Feu à l'ouest $3^d\ 40'$ vers le nord, ainsi que je m'en suis assuré par plusieurs observations célestes; ce pic est encore une bonne reconnoissance pour distinguer la véritable rade, je doute qu'on puisse le voir vis-à-vis de la fausse baie. Ce n'est au reste que quand on s'est assuré par ces signaux

Mouillage de la Praya.

de la proximité de la véritable baie, qu'on peut ranger de fort près la côte; par-tout on la trouvera très-saine. M. de Fleurieu l'a fait sonder avec la chaloupe; à la distance de la côte de deux fois au plus la longueur de la chaloupe, on a trouvé par-tout 5, 6 & 7 brasses au moins de profondeur. Il ne seroit cependant pas prudent de mouiller sans discrétion le long de cette côte, il y a des roches en plusieurs endroits. Nous étions très-bien mouillés par 8 brasses, fond de gros sable, un peu vasard, la pointe de l'est de la rade nous restant à l'est-quart-sud-est du compas, la pointe de l'ouest au sud-ouest-quart-d'ouest, le fort qui est au fond de la baie, par un grand piton coupé, au nord-ouest 5 degrés nord. La rade de la Praya est absolument à la partie la plus méridionale de l'île de Sant-Yago; nous y mouillames le 12 d'Avril vers $10^{h}\frac{1}{2}$ du matin.

Raz de Marée.

Le petit îlet aux Cailles nous parut très-propre à y établir notre observatoire: nous demandames & obtinmes les permissions nécessaires; mais un raz de marée s'éleva dans la nuit du 12 au 13, & dura tout le temps de notre séjour en cette rade. Les vagues rouloient impétueusement le long du rivage, la terre blanchissoit d'écume, l'îlet aux Cailles étoit inondé; le canot d'un vaisseau Anglois fut mis en pièces, & les morceaux dispersés; notre propre chaloupe chavira par l'effort de la lame, & se brisa contre des roches. Nous n'osames exposer nos instrumens; nous nous contentames de faire à bord toutes les observations que l'exposition de la rade pouvoit permettre.

Position de la Praya.

La rade de la Praya étoit autrefois marquée par $14^{d}\ 55'$ de latitude. M. Daprès a réduit cette latitude à $14^{d}\ 42'$; cela forme une autorité bien respectable. Mais il paroît que ce savant Navigateur n'a observé qu'une seule fois la hauteur méridienne en cette rade; dix-huit ou vingt observations faites en ma présence le 12 Avril, & les six jours suivans, ne me permettent pas de douter que la hauteur du pôle à la Praya ne soit à très-peu près de $14^{d}\ 57'$. Le 13 du même mois, & les cinq jours suivans, nous avons multiplié les observations des hauteurs du Soleil, pour nous assurer de l'heure vraie du vaisseau; & comparant les heures données par les observations avec celles qui étoient marquées par nos

horloges marines, nous croyons pouvoir établir $25^d\ 56'$ pour la longitude de la Praya : je ne crois pas qu'il puisse y avoir 4 à 5 minutes d'erreur dans cette détermination.

Pic de l'île de Feu.

Nous appareillames de la Praya le 18 Avril au soir. Nos Pilotes ne nous conduisoient pas toujours au gré de M. de Fleurieu; ils nous éloignèrent des îles de Feu & de Brava plus qu'il ne leur étoit ordonné. Nous reconnumes cependant ces îles le 19 après midi ; à $4^h\frac{1}{4}$ l'île de Feu, c'est-à-dire son pic, fut relevée au nord-quart de nord-est du compas, & l'île de Brava au nord-quart de nord-ouest 5^d ouest ; c'est-à-dire, que la première nous restoit au nord du monde $1^d\ 45'$ vers l'est, & la seconde au nord $25^d\ 45'$ ouest : nos Pilotes estimoient que nous étions à 9 lieues de l'île de Feu, & à 10 lieues de l'île de Brava. Quant à ce qui regarde l'île de Feu, il nous étoit indifférent de connoître bien précisément sa distance ; nous connoissions son gisement, tant à l'égard de la rade de la Praya, qu'à l'égard du point où nous étions alors ; & d'ailleurs la position de ces deux points étoit déterminée, celle de la Praya par $14^d\ 57'$ de latitude, & par $25^d\ 56'$ de longitude, comme nous l'avons vu ci-dessus; celle de l'Isis par $14^d\ 27'\frac{1}{2}$ de latitude, selon les hauteurs méridiennes prises le jour même & le lendemain, & par $26^d\ 43'$ de longitude, selon cinq bonnes hauteurs du Soleil prises à l'instant même du relèvement. De ces données, il est facile de conclure que le pic ou volcan de l'île de Feu est plus boréal de 3 minutes, & plus occidental de 47 minutes que la rade de la Praya ; que sa longitude est de $26^d\ 43'$, & sa latitude de $15^d\ 00'$, & qu'enfin sa distance étoit de 11 lieues lorsque nous l'avons relevé. Je regarde cette détermination comme une des plus certaines de toutes celles que je propose dans ce Mémoire, & qui ne sont fondées que sur de simples relèvemens.

Isle Brava.

Quant à l'île de Brava, elle nous paroissoit effectivement alors un peu plus distante que l'île de Feu, peut-être parce qu'elle n'est pas tout-à-fait si haute. Quand nous fumes par son travers, il me parut que nous en passions un peu plus près que de l'île de Feu, quoique notre route dans l'intervalle eut un peu décliné vers le sud. Supposons qu'à $4^h\frac{1}{4}$ nous en fussions distans de 11 lieues $\frac{1}{2}$, sa latitude seroit de $14^d\ 58'\frac{1}{2}$, & sa longitude de $26^d\ 58'$. A

6h ½ on releva la plus haute pointe de l'île de Feu au nord 24d 15′ est, & la plus haute partie de l'île de Brava au nord 4d ½ ouest; ce qui, comparé avec la route que nous avions faite dans l'intervalle, confirme la longitude que j'ai attribuée à l'île de Brava: quant à la latitude, je pense qu'on pourroit la diminuer de 3 à 4 minutes, & l'établir de 14d 55′.

Méthode pour trouver la latitude en mer, équivoque.

Le 28 Avril, la hauteur méridienne du Soleil approchant de 90 degrés, fut difficile à saisir; des différences de 20 & 30 minutes entre les Observateurs, rendirent la détermination de notre latitude incertaine. Le lendemain 29, les uns prirent hauteur du côté du sud, les autres du côté du nord; les résultats s'accordèrent moins mal que la veille, mais non pas assez pour nous tranquilliser sur notre latitude. Il nous étoit essentiel de la connoître, nous devions doubler durant la nuit une vigie, marquée sur les cartes du Dépôt. Entre midi & une heure on prit trois hauteurs du bord du Soleil, en marquant avec précision l'intervalle de temps écoulé entre ces hauteurs. M. l'abbé de la Caille, *Nouveau Traité de Navigation, &c. page 204, n.° 526 & suiv.* propose cette méthode comme la seule bonne dans la pratique, lorsqu'on ne peut employer la hauteur méridienne des Astres; mais il se contente de la proposer sans la démontrer. Le P. Pézenas, *Astronomie des Marins, chap. IV, problème XXI*, la propose pareillement, & y joint une demi-démonstration. Deux autorités aussi puissantes seroient bien capables de jeter les Marins dans de dangereuses erreurs. J'ai analysé cette méthode; on y suppose qu'une partie du parallèle que le Soleil décrit vers l'heure de midi, peut toujours être prise pour une partie de parabole, ce qui n'est pas généralement vrai. Voici la règle que je crois pouvoir proposer; toutes les fois que la déclinaison du Soleil & la latitude du lieu diffèrent de 18 à 20 degrés, ou davantage, on peut sans danger user de la méthode des trois hauteurs; lorsque la différence entre la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil est au-dessous de 10 degrés, la méthode conduit à un résultat impossible ou imaginaire, & par conséquent elle ne peut être alors ni utile ni préjudiciable : c'est le cas où nous nous trouvions alors; enfin lorsque cette différence est entre 10 & 18 degrés, le résultat de l'opération peut conduire à des erreurs de la dernière

conséquence : on ne peut trop alors se défier de cette méthode.

Obligés de recourir à une autre méthode, nous primes, peu avant 7 heures du soir, la hauteur de *Sirius*, & 4′ 56″ ½ plus tard, celle de la Chèvre; la hauteur vraie de *Sirius* étoit de 38d 41′ 37″, & celle de la Chèvre de 26d 35′ 30″: nous conclumes notre latitude de 14d 28′, & nous poursuivimes en toute sécurité notre route. Cette méthode me paroît très-bonne, & dans la théorie & dans la pratique, pourvu qu'on puisse répondre de la marche de sa montre pendant un intervalle de temps de quelques minutes seulement. On trouve presque par-tout la solution de ce Problème, le P. Pézenas la donne, c'est le trentième du Chapitre déjà cité; il remarque que d'autres l'ont déjà résolu par une équation du second degré; *mais une telle équation*, dit-il, *indique deux latitudes*, ce qui peut embarrasser un Marin; *on ne trouve pas*, ajoute-t-il, *cet inconvénient dans les règles tirées de la Trigonométrie.* Le P. Pézenas n'a pas fait réflexion qu'il est impossible qu'une équation, que l'analyse démontre être du second degré, n'ait qu'une seule solution en synthèse. Le Problème dont il s'agit ici se résout synthétiquement par trois triangles sphériques; pour avoir un angle du troisième triangle, il faut prendre selon les circonstances, ou la somme ou la différence de deux angles, l'un du premier, l'autre du second triangle, & voilà les deux solutions; je n'ai vu aucun Auteur qui en fît la distinction. Pour n'être pas embarrassé dans le choix, il faut que les Étoiles dont on voudra prendre les hauteurs, soient tellement situées qu'on puisse juger sans peine & d'un seul coup d'œil de quel côté du pôle & du zénith passera la ligne droite ou l'arc de grand cercle qui joint les deux Étoiles; en rapportant le tout sur une figure, même grossièrement faite, on se mettra facilement à l'abri de toute perplexité.

Méthode plus sûre.

Le 3 Mai, vers 4 heures ¼ du soir, nous conclumes des hauteurs du Soleil comparées avec l'heure de nos horloges marines, que nous n'étions plus qu'à vingt-une lieues de la Martinique; jusqu'à minuit nous nous approchames de l'île de douze lieues: à minuit, nonobstant les représentations du premier Pilote, qui se faisoit encore à plus de quarante lieues de la terre, M. de Fleurieu fit courir une bordée au nord, & une autre à 2 heures & demie

Le Fort Saint-Pierre de la Martinique.

au ſud; à 4 heures on reprit la route de l'oueſt, & à 5 heures ½ on découvrit la Martinique, à ſix lieues de diſtance. Nous mouillames le même jour, 4 Mai, en rade du fort Saint-Pierre; les obſervations que nous y fimes le 7, comparées avec l'heure marquée par les horloges marines, donnent 63^d 33' de longitude à la batterie de Sainte-Marthe où nous obſervions; cette batterie eſt à une bonne portée de fuſil au ſud des maiſons les plus méridionales du fort Saint-Pierre. La longitude de ce fort ſeroit de 63^d 41' en conſéquence de l'obſervation d'une ſeule émerſion du premier ſatellite de Jupiter, faite par Mrs Varin, de Glos & Deshayes, & ſa latitude de 14^d 44'.

Le Fort-royal. Nous levames l'ancre le 8, & nous mouillames le 9 dans le port, ou, ſelon l'expreſſion du pays, dans le cul-de-ſac du Fort-royal. Nous établimes le 10 notre Obſervatoire ſur le terre-plain du baſtion neuf: pluſieurs hauteurs méridiennes d'Étoiles, priſes en nombre égal du côté du ſud & du côté du nord, nous donnèrent 14^d 35' 46" pour la latitude du lieu; quant à la longitude, elle eſt de 63^d 26', ſi nous voulons nous en rapporter abſolument à nos horloges marines. D'ailleurs les obſervations multipliées faites par le P. Feuillée au Gros-morne, près du cul-de-ſac Robert, ne permettent pas de donner à ce morne plus de 63^d 19' de longitude; le Fort-royal eſt de 6 à 7 minutes plus occidental que le Gros-morne, ſelon les cartes du P. Feuillée & de Guillaume de l'Iſle, qui me paroiſſent en ce point préférables à celles du P. Labat & du Dépôt. Il ſuit de-là que la longitude du Fort-royal ne peut excéder 63^d 26'; cependant deux émerſions du premier Satellite, que nous y avons obſervées, paroîtroient le reculer de 20 minutes plus à l'oueſt: il eſt vrai que ce Satellite étoit bien près de Jupiter en ſortant de l'ombre. Jupiter avoit été en oppoſition le 8 Mai: le 12, je vis le premier Satellite pointer hors de l'ombre à 16^h 28' 23", temps vrai; je me ſervois d'une lunette achromatique de 5 pieds de foyer, faite à Paris par M. de l'Étang. Le 13, à 10^h 01' 00", je vis le troiſième Satellite; M. de Fleurieu, avec une lunette achromatique de Dollond de 2 pieds & demi ſeulement, mais excellente d'ailleurs, n'aperçut le Satellite qu'à 10^h 01' 22". La même nuit à 12^h 44' 09",

émersion du second Satellite, selon M. de Fleurieu; je ne le vis que 8 secondes plus tard, & il étoit déjà brillant. Le 14, à 10^h $57'$ $14''$, émersion du premier Satellite, selon M. de Fleurieu; fatigué d'une posture très-gênante, j'avois quitté la lunette. En comparant les deux émersions du premier Satellite, avec celle qui fut observée le 16 Mai à Paris par M. Messier, on seroit tenté d'admettre 63^d $48'\frac{3}{4}$ ou 63^d $46'$ de différence entre les méridiens de Paris & du Fort-royal. Cette distance ne seroit diminuée que de $1'\frac{3}{4}$, si au lieu de l'observation de M. Messier, on prenoit pour terme de comparaison une observation faite le même jour à Greenwich avec un télescope catadioptrique de 6 pieds; mais encore une fois, les observations du P. Feuillée ne paroissent pas permettre que le Fort-royal soit reculé vers l'ouest fort au-delà de 63^d $26'$.

Les colons de la Martinique commençoient à accuser de lenteur la saison des pluies; elle arriva enfin dès le 15 Mai, trop tard selon leurs desirs, un peu trop tôt selon les nôtres. N'ayant plus de beaux jours à espérer sur l'horizon de la Martinique, nous levames l'ancre le 17 au soir, & nous primes la route de Saint-Domingue: chemin faisant, nous reconnumes & relevames beaucoup d'îles; mais sous prétexte que nous étions toujours en vue des terres & par conséquent en sûreté, on ne jugea pas à propos de faire la plus légère observation pour constater notre longitude. Nous mouillames dans la baie du Cap-François, île de Saint-Domingue, le 23 Mai après midi.

Le lieu que nous choisimes au Cap, pour nous servir d'observatoire, est situé sur un petit morne au nord-nord-est de la ville, à quelques quatre cents toises de la nouvelle église. Nous y fimes peu d'observations, la saison ne nous étoit pas favorable; les matinées étoient ordinairement fort belles, peu après midi les nuages paroissoient en quelque sorte sortir des montagnes; ils s'accumuloient bientôt, le ciel se couvroit, le tonnerre grondoit sur nos têtes, la pluie tomboit à grands flots, sans qu'elle tempérât en rien l'ardeur de ce climat brûlant; l'orage duroit jusque bien avant dans la nuit. Tout le temps de notre séjour au Cap, le thermomètre gradué selon la méthode de M. de Reaumur & exposé à l'air libre, se soutint

Le cap François à S.t-Domingue

jour & nuit entre 25 & 26 degrés de dilatation, & la chaleur cependant nous paroiſſoit étouffante; le mercure dans le baromètre s'eſt toujours maintenu entre 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ & 28 pouces 3 lignes $\frac{2}{3}$, ſans que j'aie remarqué de différence ſenſible entre le jour & la nuit, le matin & le ſoir. J'avois fait la même obſervation à la Martinique.

Des hauteurs méridiennes d'Étoiles, priſes la nuit du 10 au 11 Juin, les unes au ſud & les autres au nord, nous donnèrent $19^d\ 47'\ 04''$ pour la latitude de notre obſervatoire; ainſi la latitude de la nouvelle égliſe du Cap, ſiſe à peu près au milieu de la ville, ne doit pas être fort éloignée de $19^d\ 46'\ 40''$. Nos horloges marines nous ont donné $11^d\ 12'$ de différence entre les méridiens du Fort-royal de la Martinique & du Cap-françois de Saint-Domingue; ſi donc le Fort-royal eſt par $63^d\ 26'$ de longitude, le Cap ſera par $74^d\ 38'$. C'eſt auſſi à très-peu près le réſultat de quelques obſervations de la hauteur de la Lune, faites le 10 Juin, & comparées avec les Tables corrigées ſur d'autres obſervations de la Lune, faites à Oxford les 10, 11 & 12 Juin, & communiquées par M. Maskelyne; mais quelque incertitude ſur l'erreur des inſtrumens, & principalement ſur la quantité de la réfraction qu'il convenoit d'appliquer à nos obſervations, m'empêchent de regarder cette détermination comme abſolument préciſe. Le 3 Juin, nous obſervames le contact intérieur des bords du Soleil & de Vénus à $2^h\ 44'\ 44''\frac{1}{2}$ temps vrai; en prenant un milieu entre l'obſervation de M. de Fleurieu & la mienne, elles ne diffèrent que d'une ſeule ſeconde. Or en comparant cette obſervation du Cap avec le réſultat moyen de toutes les obſervations faites à Paris, à Greenwich, à Hawkill, à Stockolm, à Upſal & à Capnebourg, la longitude du Cap eſt de $4^h\ 58'\ 43''$ ou de $74^d\ 40'\ 45''$, dans la ſuppoſition de 9 ſecondes de parallaxe ſolaire le 3 Juin. Pour chaque dixième de ſeconde dont on voudra augmenter ou diminuer la parallaxe, il faudra augmenter ou diminuer la longitude du Cap de 3 ſecondes de temps ou de 45 ſecondes de degré; en établiſſant cette longitude de $74^d\ 39'$, l'erreur, s'il y en a, doit être bien peu conſidérable.

Éclipſe de Lune. Nous appareillames le 16 Juin au matin, les jours ſuivans le Soleil

Soleil ne parut que rarement, & lorsqu'il paroissoit il étoit environné d'une brume qui ne permettoit pas de distinguer clairement les bords de son disque. Cependant la nuit du 18 au 19 fut assez claire, nous en profitames pour observer une éclipse totale de Lune, une lunette achromatique de Ramsden de 6 pouces de longeur, fut le meilleur instrument que le mouvement du vaisseau me permit d'employer. Nous étions, selon nos horloges marines, par $73^d\ 26'$ de longitude. Je crus pouvoir déterminer le commencement à $13^h\ 38'\ 30''\frac{1}{2}$ temps vrai, l'immersion à $15^h\ 7'\ 32''$, l'émersion à $15^h\ 41'\ 18''$; la fin nous fut cachée par les nuages qui bordoient l'horizon. J'ai calculé cette Éclipse sur les Tables de feu M. Clairaut, leur erreur n'est que de 9 secondes en longitude à l'heure du milieu de l'Éclipse, dans la supposition de l'exactitude de l'observation & de la précision de notre longitude.

Le 2 Juillet, nous observames notre latitude à midi, & notre longitude à $4^h\frac{1}{4}$ du soir. Le 3 à midi, nous nous trouvames de $4'\frac{1}{2}$ plus au nord que par l'estime; le 4, nous observames encore une erreur égale sur la latitude; les jours suivans, nous fumes enveloppés d'un brouillard froid, épais & humide, nous traversames le grand banc de Terre-neuve. Le ciel ne redevint serein que le 9; nous en profitames pour assurer notre longitude & notre latitude; nous nous trouvames de $26'\frac{1}{2}$ plus au nord, & d'une minute & demie seulement plus à l'est que par notre estime. Je vais donc supposer que nous avons été emportés par les courans de $5'\frac{1}{3}$ chaque jour vers le nord, & que l'estime de la longitude du Vaisseau a été à peu près exacte.

Sondes du grand banc de Terre-neuve.

Le 5 Juillet à 4 heures du soir, point de fond à 200 brasses par $43^d\ 23'$ de latitude & par $57^d\ 4'$ de longitude.

Le 6 à 4 heures du matin, par $44^d\ 6'$ de latitude & par $55^d\ 41'$ de longitude; & à 9 heures du matin, par $44^d\ 22'\frac{1}{2}$ de latitude & $55^d\ 11'\frac{1}{2}$ de longitude; point encore de fond à pareille profondeur.

Le même jour à midi, par $44^d\ 23'$ de latitude & $54^d\ 49'\frac{1}{2}$ de longitude, à 60 brasses fond de sable vasard, fin & gris, tirant un peu sur le vert.

A 2 heures après midi, par 44^{d} 24′ de latitude & 54^{d} 35′ de longitude, 52 brasses, fond de sable gris piqué de noir, mêlé de petits cailloux blancs & de coquilles pourries.

A 4 heures, 44^{d} 25′ de latitude, 54^{d} 20′ de longitude, 55 brasses, fond de sable vasard noir & très-fin.

A minuit, latitude 44^{d} 30′, longitude 53^{d} 22′, 45 brasses, fond de sable gris, mêlé d'un peu de gravail & de coquillages pourris.

Le 7 à midi, latitude 44^{d} 43′, longitude 53^{d} 10′, 45 brasses, fond de cailloutages & de coquilles pourries.

A 6 heures du soir, latitude 44^{d} 38′, longitude 52^{d} 12′, 33 brasses, fond de gravier & de coquillages.

A 10 heures, latitude 44^{d} 35′, longitude 51^{d} 29′, 35 brasses, fond de gros gravier & coquillages cassés.

A minuit, latitude 44^{d} 33′, longitude 51^{d} 7′, 35 brasses, fond de sable fin & gris.

A 2 heures du matin le 8, par 44^{d} 27′ de latitude & 50^{d} 49′ de longitude, 200 brasses n'atteignirent point le fond.

Cette brume constante, que nous éprouvames sur le grand banc, n'y étoit point un phénomène extraordinaire; un matelot d'Olonne, qui avoit fait quarante-six voyages sur ce banc, me dit qu'il étoit rare d'y voir le Soleil en été; qu'on le voyoit plus fréquemment en Octobre, Novembre, Décembre, Janvier & Février; mais que les coups de vent étoient alors plus fréquens: un autre Navigateur, M. Jeanne, Capitaine de vaisseaux marchands, qui a beaucoup fréquenté ces parages, m'a ajouté qu'il y avoit vu assez souvent le Soleil, mais jamais ou presque jamais l'horizon.

Isles de Flores & de Corvo.

Le 18 Juillet, à 4 heures du soir, nous étions par 39^{d} 36′$\frac{1}{2}$ de latitude, corrigée sur les observations faites à midi le jour même & les jours précédens & suivans; notre longitude fut trouvée par des observations faites à l'heure même de 33^{d} 58′. On releva à cet instant la partie la plus boréale de l'île de Flores, la plus occidentale des Açores, à l'est 11^{d}$\frac{1}{2}$ sud *(i)*, à la distance estimée de 9 lieues, & la pointe la plus australe de l'île de Corvo à l'est

(i) Pour réduire les relèvemens faits sur le compas, j'ai supposé la variation de 15 degrés du nord à l'ouest.

20 degrés nord, à peu près à la même distance. Il suivroit de ce relèvement, que le canal entre les deux îles auroit 5 lieues de largeur. A $6^h\frac{1}{2}$ on ne se croyoit plus qu'à 4 lieues de l'île de Flores, & depuis 4 heures notre route estimée étoit tout au plus de 3 lieues; ainsi à 4 heures nous étions tout au plus à 7 lieues de l'île de Flores, & dans cette supposition la largeur du canal ne seroit que de 4 lieues. Il n'est pas impossible que le courant, aidé peut-être de la marée, nous ait portés vers la terre bien au-delà de notre estime; les observations faites à 4 heures, comparées avec celles de $6^h\frac{1}{4}$, nous donnent au moins 5 lieues de chemin dans l'intervalle : il est cependant vrai qu'après les observations de 4 heures on oublia de vérifier l'octant.

Le même jour à $6^h\frac{1}{4}$, notre latitude étant de $39^d\ 30'\frac{1}{2}$, & notre longitude, vérifiée à cet instant même, de $33^d\ 38'$, la pointe la plus boréale de l'île de Flores nous restoit à l'est 21^d nord, & la plus australe à l'est 25^d sud, à la distance de 4 lieues; l'île s'étend donc en latitude depuis $39^d\ 25'\frac{1}{2}$ jusqu'à $39^d\ 35'$, & la longitude de sa partie occidentale est de $33^d\ 24'$.

Les jours suivans nous fîmes beaucoup de relèvemens des autres îles Açores; le détail ne pourroit en être qu'ennuyeux, d'autant plus que le ciel ne nous favorisoit pas toujours assez pour que nous fussions bien pleinement assurés de notre longitude & de notre latitude; je me contenterai donc de proposer & d'apprécier nos résultats.

L'île Fayal s'étend depuis $38^d\ 31'$ jusqu'à $38^d\ 42'$ en latitude, & en longitude depuis $30^d\ 47'\frac{1}{2}$ jusqu'à $30^d\ 59'$; c'est le résultat d'un assez grand nombre de relèvemens faits en des occasions où nous nous croyons bien assurés de la position actuelle de l'*Isis*. Je desirerois que toutes les autres positions des Açores fussent aussi assurées que celle-ci. Isle Fayal.

Le Pic des Açores est par $38^d\ 30'$ de latitude, & par $30^d\ 39'$ de longitude. Cette position me paroît aussi exacte que la précédente, au moins par rapport à la longitude; elle est fondée sur de bonnes observations faites lorsque nous nous trouvions dans la ligne nord & sud de ce pic. Quant à l'île même du Pic, elle peut s'étendre depuis $38^d\ 27'$ jusqu'à $38^d\ 34'$ du sud au nord, & Isle du Pic.

depuis 30^d 33′ jufqu'à 30^d 46′ de l'eft à l'oueft; mais je ne réponds pas de la précifion de ces limites, du moins à l'eft & au nord. Le pic des Açores ne reffemble en rien à la gravure qu'on en voit fur les cartes du Dépôt; le pied en eft fort large, il s'élève tant au fud qu'à l'eft & à l'oueft par une pente qui ne paroît pas bien roide, & le terrain femble affez uni; il fe termine au fommet par une pointe ou par une efpèce de chapeau pointu, beaucoup plus roide que le refte de la montagne. En étant à peu près à 7 lieues, fa hauteur au-deffus du niveau de la mer me parut être de 2^d 52′; fi cela eft, cette hauteur ne fera guère que de mille toifes.

Ifle de St-George. La partie méridionale de l'île Saint-George eft par 38^d 38′ de latitude, & par 30^d 6′ de longitude; je ne donne pas cette détermination comme bien précife.

Rade d'Angra. Le 23 de Juillet, vers 3 heures après midi nous mouillames dans la rade d'Angra, ville capitale de l'île Tercère & de toutes les Açores. Nous en étions encore à trois lieues, lorfqu'un canot vint à notre rencontre; après mille queftions, on promit de nous amener un pilote du Port, fi l'on obtenoit le confentement du Gouverneur général. Nous pourfuivimes notre route, fans attendre ce confentement, & nous fimes bien; le Gouverneur étoit abfent; il s'étoit tranfporté le jour même à la *Praya*, à 3 lieues d'Angra, pour prendre connoiffance d'une île qu'on affuroit s'être formée peu de jours auparavant à 3 ou 4 lieues en mer; il revint à Angra le même jour à la nuit, fans avoir pu découvrir la prétendue île nouvelle: on nous mouilla fous le canon du Fort qui eft au bas du mont Brefil. L'accueil que l'on nous fit, fans être décififivement impoli, ne fut rien moins que gracieux; il nous fembla que la vue de la flamme du Roi, vue extrêmement rare dans cette rade, occafionna de la frayeur. Pour ne point accréditer ni augmenter les foupçons, nous crumes devoir renoncer à la penfée d'établir un obfervatoire à terre; nous nous contentames d'obferver, toutes les fois qu'il fut poffible, des hauteurs tant méridiennes que non méridiennes du Soleil, les premières pour connoître notre latitude, les fecondes, tant pour vérifier la marche de nos horloges marines, que pour déterminer la longitude de la rade. La latitude fut trouvée de 38^d 43′ $\frac{1}{2}$; l'horloge *n.° 8* nous donna 29^d 32′ de

longitude, par comparaison avec les observations faites quarante-cinq jours auparavant au cap François de Saint-Domingue, & 29^{d} 36′ en prenant pour terme de comparaison les observations qu'on fit à Sainte-Croix de Ténériffe, dix-huit jours après celle de la rade d'Angra; la différence, comme on voit, n'est que de 4 minutes. En donnant à la rade d'Angra 29^{d} 35′ de longitude, je crois sa position mieux déterminée que la plupart de celles qui ne l'ont été que par un petit nombre d'éclipses des satellites de Jupiter: c'est d'après cette longitude, & la vérification de la marche de l'horloge marine, *n.° 8*, faite à Angra, que j'ai déterminé toutes les autres longitudes des Açores.

Angra est située vers le milieu de la partie méridionale de l'île Tercère; lorsque l'on aborde l'île par cette partie, on distingue aisément deux mornes qui se joignent par le pied, qui sont à peu près d'une égale élévation, qui semblent s'élever de la mer même, & qui y forment une pointe ou cap; c'est ce qu'on nomme *le mont Bresil*, & c'est-là la pointe la plus occidentale de la baie d'Angra. Au de-là, ou à l'ouest du mont Bresil est une autre baie, nommée l'*Anse du Fanal*, à laquelle on a probablement donné ce nom, parce qu'autrefois on allumoit un fanal sur le mont Bresil, pour que de nuit on ne prît pas l'anse du fanal pour la baie d'Angra. Cette anse du fanal ne vaut rien, elle est semée de roches; sa pointe occidentale se nomme *pointe Saint-Matthieu*, du nom d'un village dont elle est voisine; on nous a assuré qu'on ne connoissoit sur l'île aucune anse, aucun village, du nom de *Saint-Martin*. De la pointe du Bresil, en tournant par l'ouest, on ne trouve aucun bon mouillage jusqu'à l'est-nord-est de l'île, où est *la Playa*, ou *la Praya*, dont la rade, faite en forme d'anse demi-circulaire, peut contenir deux cents vaisseaux, sur un bon fond de sable blanc; c'est le meilleur mouillage de l'île. Au sud de *la Praya*, est l'anse de *Porto-Novo*, beaucoup plus petite; mais d'un fort bon mouillage, même fond. A la pointe du nord de l'anse de la *Playa*, est un îlet; & à la pointe du sud ou entre les anses de la *Playa* & de *Porto-Novo*, une suite de roches, cachées sous l'eau, s'étend à environ une lieue en mer. *Porto-judio* est plus bas que *Porto-novo*, & ne vaut rien.

Isle Tercère.

A l'est de la baie d'Angra on voit deux îles, qu'on nomme les *îles aux Chèvres;* elles sont situées ouest & est l'une de l'autre sur le compas, la variation étant à peu près de 15 degrés nord-ouest dans ces parages. La plus grande des deux îles est la plus orientale; elle a environ deux encablures (ou 240 brasses) de longueur, du sud-est au nord-ouest. Le canal entre les Chèvres & l'île de Tercère a environ un mille (ou un tiers de lieue) de largeur : on peut y passer sans danger; il a dans son milieu 15 brasses d'eau, fond de gros gravier. On peut même passer entre les Chèvres, le canal, qui n'a qu'environ une demi-encablure de large, a en son milieu 8 & 10 brasses de profondeur, fond de roches. A un mille & demi des Chèvres, au sud-est du compas, est un écueil élevé au-dessus de l'eau, on le nomme *los Frayles* ou *les Frères;* toutes les roches qui le composent ne paroissent pas hors de l'eau, il ne faut pas l'approcher de trop près. Les îles aux Chèvres sont à environ une lieue & demie de la baie d'Angra, à l'est $33^d\ 45'$ sud sur le compas, ou 2 degrés plus à l'est. Cette baie n'est pas bien saine, le fond est presque par-tout de roches; il faut choisir le mouillage, ou plutôt il faut se faire mouiller par le Pilote du port. On ne peut avoir de trop bons cables, sur-tout dans la mauvaise saison; on est alors exposé aux coups de vent du large, le navire chasse, les cables frottent contre les roches; on risque non-seulement de perdre ses ancres, mais encore d'être jeté à la côte : elle est roide & escarpée. La mauvaise saison commence souvent dès le commencement de Septembre, elle ne finit qu'en Avril.

Isle S.t-Michel. Nous levames l'ancre le 1.er Août à 9 heures du matin; dès le lendemain nous eumes connoissance de l'île de Saint-Michel; à midi, la partie de cette île qui nous étoit visible, s'étendoit depuis l'est jusque 13 degrés & demi vers le sud : la hauteur méridienne du Soleil que nous primes alors, nous mettoit par $37^d\ 59'\frac{1}{2}$ de latitude; telle est donc aussi la latitude de la partie la plus boréale de l'île de Saint-Michel. De plusieurs autres relèvemens faits le 2 & le 3, nous avons conclu que cette île s'étendoit du nord au sud entre $38^d\ 00'$ & $37^d\ 40'$, & de l'est à l'ouest depuis $27^d\ 45'$ jusqu'à $28^d\ 14'$: de ces limites la plus

certaine est la boréale; l'occidentale ne paroît pas pouvoir être avancée du côté de l'ouest, elle pourroit au contraire être reculée vers l'est de 2 ou 3 minutes; je ne puis décider rien de bien certain sur les deux autres.

Enfin d'après plusieurs relèvemens faits le 3 & le 4, je bornerois volontiers l'île de Sainte-Marie entre $36^d\ 57'$ & $37^d\ 10'$ de latitude, & entre $27^d\ 24'$ & $27^d\ 34'$ de longitude, avec un peu plus de doute cependant sur les limites orientale & méridionale que sur les deux autres; l'occidentale me paroît la plus certaine de toutes, ayant fait une observation de longitude à l'instant que la pointe occidentale de l'île nous restoit presqu'au nord du monde. Dans la partie méridionale de l'île, nous vîmes une espèce de ville vis-à-vis de laquelle il y avoit quelques bâtimens à l'ancre; elle nous restoit au nord 22 degrés & demi est *(k)*, à la distance de deux lieues & demie, lorsque notre latitude, corrigée quatre heures après par l'observation, étoit de $36^d\ 52'\frac{1}{2}$, & notre longitude selon les observations faites à l'instant même, de $27^d\ 35'$. La ville est donc par $36^d\ 59'\frac{1}{2}$ de latitude & par $27^d\ 31'\frac{1}{2}$ de longitude. Isle S.te-Marie.

Nous avions éprouvé des calmes fréquens dans le parage des îles Açores, les courans nous portoient souvent plus que le vent; ces calmes nous poursuivirent même au-delà de l'île de Sainte-Marie, la plus orientale de toutes ces îles: ils firent place ensuite à des vents contraires qui ne nous permirent pas d'attaquer l'île Madère par la partie du nord-ouest, comme M. de Fleurieu se l'étoit proposé. Nous découvrimes cette île le 12 Août au matin, nous en relevames plusieurs parties ce jour-là même & le lendemain 13; voici ce que j'ai pu conclure de plus certain de ces relèvemens. La partie occidentale de l'île ne s'étend pas au-delà de $19^d\ 47'$ de longitude, & peut-être même n'excède-t-elle pas $19^d\ 34'$; cette même partie occidentale s'étend au nord jusqu'à 33 degrés de latitude & probablement au-delà. Le cap qui forme à l'ouest l'entrée de la baie de Funchal, (lequel doit être fort près de l'îlet du Lion, si ce n'est pas cet îlet même) est assez préci- Isle Madère.

(k) La variation a été supposée de 16 degrés nord-ouest.

sément par 19^d 21′ de longitude, & à peu près par 32^d 41 ou 42′ de latitude; l'île du côté du sud ne paroît pas s'étendre en deçà de 32^d 41′; la pointe du sud-est de l'île, telle qu'on peut la voir à deux lieues au large de la rade de Funchal, peut être par 19^d 10 ou 12′ de longitude, & par 32^d 45′ de latitude; l'îlet le plus oriental de ceux qui sont à la pointe du sud-est de l'île, est à peu près par 19^d 07′ de longitude, & 32^d 46′ de latitude; enfin la pointe la plus boréale de la plus grande des îles Désertes est assez exactement par 32^d 35′ de latitude, & à peu près par 18^d 58′ de longitude.

Isle Salvage.

Le 13 Août au soir, étant fort près de Funchal & étant en calme plat, nous nous disposions à entrer dans la rade, à l'aide de notre chaloupe & de nos canots que nous avions mis à la mer pour nous remorquer jusqu'au mouillage: le vent commença à souffler de terre & nous fit rebrousser chemin; ce n'avoit pas été la première intention de M. de Fleurieu de relâcher à Madère, nous mimes le cap sur l'île Salvage. Nous la reconnumes le lendemain, elle fut relevée à trois reprises, & les résultats de ces relèvemens s'accordent à donner à la partie boréale de cette île, 30^d 08′ de latitude & 18^d 23′ de longitude: un gros piton qui est au sud-ouest de l'île Salvage, a 29^d 57′ 30″ de latitude, & 18^d 32′ de longitude.

Retour en France.

Le 15 Août au matin, nous mouillames à Sainte-Croix-de Ténériffe; nous y restames jusqu'au 24 au soir. Le 26, nous découvrimes la belle Comète qui paroissoit alors; nous lui trouvames au commencement de Septembre une queue de 90 & 100 degrés de longueur. Nous l'observames d'ailleurs assez régulièrement, mais nos observations faites sur un sol vacillant, soutiendroient mal le parallèle avec celles qui ont été faites à Paris & ailleurs. Nous eumes encore connoissance de l'île Madère, mais de fort loin; on ne fit aucun relèvement. Nous avions fait en Mars le trajet de Cadiz à Sainte-Croix dans l'intervalle de quatre fois vingt-quatre heures; vingt-deux jours à peine nous suffirent pour aller de Sainte-Croix à Cadiz; les vents d'est, de nord-est & de nord soufflent la plus grande partie de l'année dans ce parage, ils favorisent la traversée de Cadiz aux Canaries, ils s'opposent au retour.

Nous

Nous jetames l'ancre le 15 Septembre dans la baie de Cadiz, & après y avoir séjourné jusqu'au 13 Octobre, nous reprimes le chemin de la France. Nous relevames, en passant, le cap de Saint-Vincent; mais trop incertains sur notre propre position, nous ne pouvons tirer aucune conclusion de ce relèvement. Les vents contraires nous interdirent l'approche du cap Finistère, de la position duquel nous voulions nous assurer par de nouvelles opérations. Enfin nous mouillames l'ancre en rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre vers trois heures du soir, après huit mois dix-neuf jours d'une navigation assez heureuse.



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

SECONDE PARTIE.

Nouveau procédé pour traiter les minéraux d'argent & cuivre, ainsi que ceux d'argent, cuivre & plomb.

10 Mars 1770.

PAR toutes les méthodes connues de traiter par la fonte les minéraux d'argent & cuivre, on sait que l'on consomme une quantité considérable de plomb, qui se scorifie en pure perte; d'où l'on pensoit qu'une mine d'argent & cuivre ne pouvoit être exploitée à moins que l'on n'eût abondamment des minéraux de plomb dans le pays. J'ai ouï dire plusieurs fois à feu M. Hellot, qui en a fait mention dans la préface de sa traduction du Traité des Fonderies de Schlüter, que l'on avoit découvert en basse Navarre un minéral gris de cette espèce, dont il m'a montré plusieurs morceaux; mais que l'on ne pouvoit exploiter, faute d'avoir une mine de plomb qui fût à portée.

Pendant six mois que j'ai passé il y a quatorze ans à Sainte-Marie-aux-mines, à m'instruire par moi-même de tous les procédés en usage, de même que depuis dans les endroits les plus remarquables de l'Europe, j'ai reconnu que la consommation en plomb pour extraire l'argent des minéraux d'argent & cuivre, étoit très-considérable, sans compter une partie de ce dernier métal, qui est immanquablement vitrifiée avec le plomb. La preuve en est dans les scories qui proviennent de ce travail, & dont on retire du cuivre & du plomb dans le comté de Mansfeld, en les fondant avec des pyrites pour les minéraliser.

Avant que d'entrer dans le détail du procédé que j'ai à publier,

il eſt à propos que je mette ſous les yeux du Lecteur, une idée ou un précis de la méthode des Anglois, qui eſt exécutée avec beaucoup de ſuccès en baſſe Bretagne, pour traiter par la fonte les minéraux de plomb, & ceux de plomb & argent; me réſervant d'en donner tous les détails dans l'ouvrage dont j'ai déjà parlé dans la première partie.

Les fourneaux dont on fait uſage pour la première fonte, ſont des *cupols*, ou fourneaux de réverbère à l'angloiſe; on y introduit ſur le ſol par la trémie deux mille livres ou vingt quintaux de minéral de plomb concaſſé. On chauffe lentement le fourneau pendant ſix heures, à l'effet de rôtir ou griller le minéral, que l'on remue ſouvent pendant cet intervalle, pour qu'il préſente plus de ſurfaces au feu. On y jette de la chaux fuſée à l'air, & du menu charbon de terre; cette première abſorbe ſans contredit une partie du ſoufre, mais ſa principale action eſt de s'unir à l'acide vitriolique qui peut demeurer uni au métal après la décompoſition, comme ayant avec cet acide plus d'affinité que celui-ci n'en a avec le plomb; par ce moyen les chaux métalliques ſe trouvent à nu, rencontrent le principe inflammable du charbon, ſe revivifient, & viennent couler en gouttes dans le baſſin ménagé à cet uſage, à meſure que l'on remue & que l'on augmente le feu. A l'égard de la combinaiſon de la chaux avec l'acide vitriolique dont je viens de parler, elle eſt une ſorte de ſélénite, dont l'acide peut à la vérité reformer du ſoufre par le contact du principe inflammable des charbons; mais il eſt probable que ce ſoufre ſe brûle de nouveau, ou ſe diſſipe, avant d'avoir eu le temps de ſe combiner avec les métaux.

Il faut quinze heures environ pour retirer tout le plomb poſſible de la quantité mentionnée ci-deſſus, mais cela ſe fait en trois coulées différentes; la première au bout de neuf heures, la ſeconde trois heures après, & enfin la troiſième lorſque finit l'opération. L'expérience a fait connoître que la première coulée eſt la plus riche de toutes en argent; de ſorte que j'ai eſſayé du minéral dont le plomb ne tenoit que trois quarts d'once d'argent par quintal, lequel en produiſoit un dans la première coulée, qui rendoit juſqu'à une once & demie, la ſeconde moins riche, & enfin la dernière eſt la plus pauvre; ce qui eſt de la plus grande utilité pour le travail

en grand, puiſque par-là, ſur-tout lorſqu'un minéral eſt pauvre en argent, on concentre preſque tout le fin dans la première coulée. Pour peu qu'on ſe rappelle tout ce que j'ai dit de mes expériences ſur les minéraux & mattes de cuivre dans la première partie, on reconnoîtra ici les mêmes loix des affinités, l'argent abandonne le premier le ſoufre pour s'unir avec le plomb, avec lequel il a la plus grande affinité à meſure que celui-ci ſe trouve déſoufré.

Les minéraux d'argent & cuivre ſont ordinairement minéraliſés par le ſoufre & l'arſenic; mais comme on ne doit établir aucun procédé de Métallurgie ſans qu'il ſoit précédé de différens eſſais docimaſtiques, pour bien connoître les matières que l'on a à traiter, on s'aſſurera d'abord ſi l'arſenic contenu dans le minéral ne domine pas au point de volatiliſer un peu d'argent, ou de reſter intimément uni au cuivre, même juſqu'après le raffinage; il diminue de beaucoup la valeur de ce métal dans l'uſage du commerce: j'aurai occaſion d'en parler dans un autre Mémoire. En pareil cas il ſeroit à propos de le fondre d'abord dans un fourneau à manche avec des pyrites martiales, qui, par leur abondance de ſoufre, étendroient l'arſenic de façon à n'avoir que peu ou point du tout d'action ſur l'argent, qu'il abandonneroit pour s'unir au fer de la pyrite, avec lequel il a une plus grande affinité; partie ſe combineroit auſſi avec le ſoufre, pour former de l'orpiment.

Loin d'augmenter par un tel procédé le volume des matières à traiter, on en diminuera la maſſe; puiſque par cette fonte on vitrifiera toutes les matières terreſtes, comme le ſpath, le quartz, qui n'étoient pas minéraliſés avec eux. Le cas de la volatiliſation de l'argent d'un pareil minéral eſt rare, ainſi il n'arrivera pas ſouvent que l'on ſoit obligé d'avoir recours à ce procédé; d'ailleurs par la méthode que je vais preſcrire, cela eſt moins dangereux que par celles qui ſont en uſage. La matte provenant de cette fonte ou le minéral crud ſera traité comme je vais le rapporter.

Les uns ſont en uſage de traiter le minéral de cuivre & argent, comme s'il ne contenoit que ce premier métal; lorſqu'ils en ont obtenu le cuivre noir, ils le font paſſer par le travail de la liquation pour en ſéparer l'argent; procédé qui a paſſé long-temps pour un ſecret, & dont on fait encore un myſtère dans pluſieurs

fonderies; d'autres mêlent ce minéral avec celui de plomb, & les fondent ensemble; il est bien vrai que par-là ils concentrent une partie de l'argent dans le plomb, qui se trouve dégagé le premier de son soufre; mais après plusieurs rôtissages & fontes, ils ont encore un cuivre qui contient assez d'argent pour être liquéfié. On sent de reste que le feu violent d'un pareil travail, doit nécessairement scorifier beaucoup de plomb; cela est au point, que les scories qui en proviennent, & qui sont très-abondantes par les additions que l'on fait aux minéraux de matières propres à accélérer la fusion, & à leur donner toute la fluidité nécessaire, tiennent depuis 20 jusqu'à 25 pour cent, & quelquefois plus en plomb; d'ailleurs la fonte est trop prompte, pour que le départ puisse s'en faire facilement.

Si j'avois un pareil minéral à traiter, je m'y prendrois comme il suit:

Dans le cas où ce minéral seroit mêlé avec beaucoup de roche, je le ferois fondre dans un fourneau à manche, pour concentrer les parties métalliques; j'y ajouterois même des pyrites martiales, comme cela est en usage dans toutes les fonderies, si la séparation de ce qui seroit hétérogène ne s'en faisoit pas bien; mais si le minéral étoit riche & dégagé de roche, il seroit inutile d'avoir recours à cette fonte préliminaire; ce minéral ou la matte provenue de la fonte dont je viens de parler, seroit concassé de façon que les plus gros morceaux seroient comme des fèves (un bocard à sec seroit destiné à cet usage). Je le mêlerois avec une quantité de minéral de plomb, proportionnée à celle de l'argent contenu dans le minéral ou la matte de cuivre; je mettrois deux milliers de ce mélange, plus ou moins suivant la grandeur du fourneau, sur le sol d'un fourneau de réverbère à l'angloise; je procéderois d'abord comme pour la fonte du minéral de plomb, mentionnée ci-dessus, en ajoutant aussi un peu de chaux & du poussier de charbon; à mesure que le plomb se dégageroit de son soufre, il viendroit couler avec l'argent dans le bassin intérieur.

Le procédé de la liquation ordinaire est fondé, 1.° sur ce que le plomb a plus d'affinité avec l'argent que celui-ci n'en a avec le cuivre; 2.° sur ce que ce premier entre en fusion à un degré

de chaleur moindre que ce dernier. Le même raiſonnement autoriſe ma nouvelle façon de procéder; j'y ai de plus le ſoufre contenu dans les deux minéraux, qui par ſa grande affinité avec le cuivre ne l'abandonne qu'autant que l'évaporation continue, & que les deux autres en ont été dégagés; enfin l'on reconnoît aiſément, ſans avoir beſoin de le répéter, le double rapport qui agit en même temps pour rendre la ſéparation plus exacte.

On donneroit à la fin de l'opération une chaleur plus forte qui acheveroit de dégager le plomb, ce que l'on pourroit nommer une eſpèce de reſſuage, mais en prenant toujours bien garde de ne point chauffer la matière reſtante jusqu'au degré de fuſion; elle ſeroit alors très-pâteuſe, on la retireroit du fourneau à l'aide d'un rable, on en feroit l'eſſai pour connoître la quantité d'argent qui lui reſteroit uni; s'il y en avoit encore beaucoup, & que le cuivre parût ſe développer par la privation de ſon ſoufre, & qu'il y eût de l'arſénic qui ſeroit immanquablement le plus puiſſant intermède qui retiendroit l'argent & qui nuiroit au raffinage du cuivre, comme il a été dit, il n'y auroit pas à héſiter de fondre le tout dans un fourneau à manche, avec addition de pyrites pour obtenir de nouveau une matte ſur laquelle on procéderoit comme ci-deſſus dans le fourneau de réverbère, avec addition de minéral de plomb ou de litarge.

Mais s'il y avoit encore aſſez de ſoufre dans cette matière reſtante & peu d'argent, on la fondroit dans un fourneau à manche, avec addition de *teſt* ou cendre de coupelle imbibée; on pourroit eſſayer d'y ajouter des grenailles de fer ou du laitier de fer, ſi on en avoit qui fût à portée; car celui-ci en abſorbant un peu de ſoufre, donneroit des ſcories admirables dont toutes les parties métalliques ſe précipiteroient aiſément: ſuivant toute apparence le reſtant de l'argent ſe trouveroit concentré dans les culots de plomb que l'on obtiendroit, ſinon on acheveroit de procéder ſur les mattes, comme le fait M. Cramer.

Mais ſi l'on ſe trouvoit dans un pays où l'on n'eût point de minéral de plomb, mais ſeulement du plomb que l'on pût tirer du dehors, on s'y prendroit comme il ſuit.

Il ſeroit queſtion de fondre crud le minéral de cuivre & argent,

c'eſt-à-dire tel qu'il ſort de la mine après avoir été trié ou lavé ſuivant les cas, dans un fourneau à manche, avec les ſcories de la fonte dans le même fourneau des matières qui auroient été reſſuées dans celui de réverbère & dont il ſera queſtion ci-après; ſi les ſcories de cette fonte étoient trop épaiſſes, & empêchoient par-là tous les globules régulins de ſe précipiter, on ajouteroit des pyrites martiales rôties ou grillées une, deux ou trois fois, ſuivant que le minéral l'exigeroit.

On auroit l'avantage par l'addition des ſcories plombifères, de reſſuſciter, en le minéraliſant avec le ſoufre du minéral, le plomb vitrifié contenu dans leſdites ſcories, pour l'incorporer dans les mattes qui ſeroient le produit de cette fonte. Les pyrites martiales fondent aiſément & facilitent la fuſion des matières auxquelles on les mêle; elles donnent des ſcories claires & fluides qui empêchent les autres de retenir des parties régulines : je preſcris de les rôtir, afin d'étendre dans une moindre quantité de matte l'argent & le cuivre, puiſqu'il eſt queſtion ici de les concentrer autant qu'il eſt poſſible, ſans pourtant qu'ils prennent leur forme métallique; car ſi le minéral étoit trop ſulfureux, il ſeroit à propos de le faire rôtir avant la fonte. Les pyrites bien grillées dans ce cas-ci ſeroient d'un grand avantage, elles fourniroient alors une ocre ou chaux de fer qui abſorberoit une partie du ſoufre du minéral. Je ne puis déterminer aucune proportion, chaque eſpèce de minéral doit en exiger une différente : j'obſerverai qu'il n'y a aucun danger d'introduire un peu de fer dans les mattes, un bon Métallurgiſte trouve toujours les moyens de le ſcorifier par le ſoufre; d'ailleurs ces mattes devant paſſer par un travail de plomb, tous les Chimiſtes ſavent que ces deux métaux ne contractent aucune union entr'eux.

On auroit un fourneau de réverbère ſemblable aux précédens; on feroit concaſſer la matte, ainſi qu'il a été dit, & on la mêleroit avec de la litarge provenue d'un précédent affinage, on étendroit ce mélange ſur le ſol du fourneau, & on donneroit un feu très-doux. Il faudroit ſe bien garder de mettre d'abord du pouſſier de charbon, n'étant point queſtion ici de commencer par revivifier la litarge, mais de minéraliſer d'abord le plomb qu'elle

contient, ce qui arriveroit aisément par le contact du soufre contenu dans les mattes; ce ne seroit qu'au bout de quelques heures, & lorsqu'on seroit sûr que la minéralisation auroit eu lieu, que l'on ajouteroit la chaux éteinte, le poussier de charbon, &c. pour procéder, comme j'ai dit précédemment que l'on devoit le faire pour le minéral d'argent & cuivre, mêlé avec celui de plomb. Si l'on ne commençoit pas par minéraliser le plomb de la litarge, il arriveroit que ce métal se revivifieroit & couleroit dans le bassin, n'entraînant avec lui que peu ou point d'argent, au lieu que la minéralisation se faisant aux dépens du soufre des mattes, qui y est toujours très-abondant, l'argent qui est celui des métaux contenus dans le mélange, qui a le moins d'affinité avec le soufre, commenceroit à s'en dégager le premier, & à mesure que le feu de flamme volatiliseroit plus de soufre, le plomb se métalliseroit par le contact du poussier de charbon, & entraîneroit avec lui l'argent qui se sépareroit du minéral.

Les matières ressuées restantes dans le fourneau, seroient fondues dans un fourneau à manche avec les cendres de coupelle imbibées, dont le métal se revivifiant entraîneroit avec lui l'argent qui seroit resté avec le cuivre, & ainsi de suite, comme il a été dit plus haut: on ajouteroit dans cette fonte le plomb frais, tel qu'on l'acheteroit dans le Commerce, pour suppléer au déchet de ce métal; ce sont les scories de ce travail que j'ai recommandé d'ajouter dans la première fonte du minéral crud. Par cette méthode, on économiseroit certainement beaucoup de plomb; tous les Métallurgistes en seront aisément convaincus à la lecture de ce procédé.

Si les minéraux d'argent & cuivre se trouvoient dans un pays où la matière combustible fût à très-bon compte, & que le plomb y fût très-cher, je crois qu'il seroit possible, par une répétition de rôtissages bien gradués, & de fontes avec des additions de substances ferrugineuses ou autres, qui eussent plus d'affinité avec le soufre que n'en ont l'argent & le cuivre, de parvenir à concentrer l'argent dans un très-petit volume de cuivre, lequel seroit ensuite minéralisé avec des pyrites, pour être traité dans un fourneau de réverbère avec de la litarge, en observant de procéder comme il a été rapporté plus-haut.

Je n'ai

Je n'ai pas besoin de dire de quelle façon on s'y prendroit si on avoit un minéral qui contînt en même temps de l'argent, du cuivre & du plomb; car je ne pourrois que répéter tout ce qui a été dit ci-dessus.

TROISIÈME PARTIE.

DÉPART par la voie sèche, des Matières d'argent & cuivre tenant or.

C'EST sur les mêmes principes mentionnés dans les deux premières parties, qu'est fondé le départ de l'or d'avec l'argent, par la voie sèche, dont plusieurs Auteurs, tels que M.rs Schlüter, Cramer, Eller, &c. ont donné les procédés, mais dont la manipulation est encore tenue secrète dans les ateliers où elle est en usage; on peut rapporter aussi aux mêmes principes la séparation de l'or d'avec le cuivre.

J'observerai d'abord que cette opération n'a été décrite & faite jusqu'à présent que par des voies docimastiques; j'entends par-là toutes les opérations qui se font dans des creusets, par conséquent trop en petit, tandis qu'elles peuvent l'être dans des fourneaux plus en grand: je parle d'après l'expérience, pour avoir fait par moi-même ce départ, sur lequel je n'entrerai dans aucun détail pour le présent, dans la crainte de passer les bornes que je me suis prescrites par ce Mémoire.

Avant que de passer au procédé que je propose, je ferai seulement remarquer que l'opération ordinaire expose à nombre de détails minutieux, celui de granuler l'argent & de le cémenter ensuite avec le soufre; on se propose par-là une union qui ne se fait pas toujours parfaitement pour peu qu'on manque d'exactitude dans la manipulation; d'ailleurs le soufre pur ne minéralise pas aussi-bien un métal quelconque, que lorsqu'il est déjà mêlé lui-même avec un autre métal; la pyrite martiale est sans contredit la matière la moins chère & la plus convenable pour ce procédé. On peut très-bien rapporter ceci à ce que M. Macquer dit dans son Dictionnaire de Chimie, à l'article de *la purification de l'or*

par l'antimoine; je dois dire que je ſuis extrêmement flatté que mes idées s'accordent auſſi-bien avec celles d'un ſi ſavant Chimiſte: voici de quelle façon il s'exprime.

« Cette purification de l'or eſt une ſorte de *départ ſec;* elle
» réuſſit mieux néanmoins que le départ ſec par le ſoufre ſeul : la
» raiſon de cette différence, c'eſt que le ſoufre étant très-volatil
» & très-inflammable, ſe diſſipe & ſe conſume en grande partie
» lorſqu'on l'emploie ſeul, avant d'avoir pu ſaiſir les métaux alliés
» à l'or; au lieu que lorſqu'il eſt déjà lié à une ſubſtance métallique,
» comme il l'eſt dans l'antimoine avec la partie réguline qui l'empêche
» de ſe conſumer & de ſe diſſiper ſi promptement, il a beaucoup
plus de facilité à ſe porter ſur les métaux alliés à l'or, &c. »

Ce n'eſt point ici le cas, comme dans le traitement des minéraux d'argent & cuivre, de faire uſage d'un fourneau de réverbère, mais bien de celui à manche; il faudroit donc en conſtruire un petit, pratiquer dans ſon intérieur un baſſin en forme de cône, renverſé & profond, & un extérieurement de même forme, dans lequel on pût faire couler en perçant tout ce qui ſeroit dans le premier; on en pourroit avoir un troiſième, dans lequel le trop plein du premier pût ſe répandre; la tuyère par où paſſeroit le vent du ſoufflet, ſe placeroit au niveau du baſſin inférieur, & inclinée de façon à frapper au tiers de la profondeur dudit baſſin; le fourneau ayant été bien échauffé, & rempli de charbon, on feroit agir les ſoufflets, & l'on chargeroit d'abord autant de pyrites qu'il en faudroit pour remplir à moitié le baſſin, enſuite de l'argent aurifère conjointement avec de la même pyrite. Le baſſin intérieur étant une fois plein, on laiſſeroit aller le fourneau, mais ſans charger de nouvelle matière. On pourroit alors introduire par la tuyère de la grenaille de fer, ou quelqu'autre précipitant; cela fait, on perceroit pour faire couler la maſſe fluide dans le baſſin en forme conique, où on la laiſſeroit refroidir, pour en ſéparer enſuite le culot d'avec la matte ou le *plachmall,* comme on voudra le nommer. Pendant ce temps-là on recommencera à procéder de nouveau comme il a été dit, on fera l'eſſai du culot; ſi l'or n'y eſt pas aſſez concentré (car je conſeillerois de le pouſſer ainſi juſqu'à la quartation, pour achever enſuite le départ par la voie humide),

on mettroit tous les culots à part, jusqu'à ce qu'on en eut une quantité suffisante pour le concentrer davantage en répétant la même opération; quant à la matte ou le *plachmall*, s'il contenoit encore de l'or, on le refondroit de la même manière, mais sans aucune addition de pyrites, & on répéteroit jusqu'à ce que tout fût concentré; pour peu que l'on réfléchisse, on verra avec quelle vîtesse se feroient de pareilles opérations. J'ai dit qu'il falloit d'abord laisser remplir à moitié, avec des pyrites en fusion, le bassin intérieur avant que de fondre l'argent, c'est afin que celui qui n'auroit pas été attaqué par le soufre des pyrites en fondant dans le fourneau, pût être minéralisé en tombant goutte à goutte dans un bain de pyrites, dont la surabondance du soufre attaqueroit aussi-tôt l'argent pour laisser l'or, qui ne se mêle point avec lui dans une division infinie, lequel se précipiteroit en raison de sa pesanteur spécifique, qui reste d'autant plus grande, que l'argent par sa minéralisation devient plus léger, sur-tout étant minéralisé par une pyrite qui rend cette pesanteur d'autant moindre, qu'elle contient plus de fer; mais comme il y auroit des globules trop petits pour se précipiter tout de suite, ainsi qu'on en a l'exemple par les procédés connus, il arriveroit dans celui-ci que le vent du soufflet frappant continuellement sur la matière, en faisant l'effet du chalumeau au travers des charbons pour la tenir toujours la plus chaude possible, & dans le plus grand degré de fluidité, il arriveroit, dis-je, que la matière seroit tellement agitée, que chaque partie de sa masse se présenteroit alternativement au coup de soufflet, comme l'expérience le démontre dans le raffinage du cuivre: le vent à chaque fois enleveroit un peu de soufre, mettroit ainsi des molécules d'argent à nu, lesquelles rencontrant d'autres molécules d'or suspendues par leur petitesse, s'uniroient entr'elles pour se précipiter au fond du bassin; la précipitation se feroit ainsi également dans toutes les parties de la masse, on voit même qu'on n'auroit pas besoin du précipitant dont on fait usage par la voie sèche ordinaire; mais si on le croyoit nécessaire, j'ai dit de l'introduire par la tuyère, étant inutile de lui faire subir une fonte préliminaire par le fourneau; l'état d'agitation dans lequel seroit alors la matière, feroit que ce précipitant se mêleroit avec toute l'égalité & la promptitude possibles dans toutes les parties de

la maſſe, s'uniroit au ſoufre pour précipiter autant de molécules d'argent, leſquelles accrocheroient l'or qui y ſeroit ſuſpendu.

Il eſt plus que prouvé que ſi l'on avoit du cuivre aurifère, ce procédé ſeroit encore plus avantageux que pour l'argent, puiſque le ſoufre à plus d'affinité avec lui qu'avec ce dernier métal, & que ſa peſanteur ſpécifique eſt moindre que celle de l'argent.

Dans le cas où on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, (comme cela peut arriver dans une mine, je puis citer celle de Newſſol en Hongrie, dont le cuivre tient certainement aſſez d'or pour mériter ce départ, puiſque j'ai vu ſéparer de l'or de ſon minéral dans les bocards & laveries, par le ſeul lavage. J'ai demandé pourquoi on ne retiroit pas celui qui devoit naturellement ſe trouver uni au cuivre, on m'a répondu qu'il ne payoit pas les frais; je n'ai pas eu peine à le croire, puiſque j'ai appris qu'on avoit tenté de le faire par la voie de la liquation avec le plomb. On a auſſi dans ce pays-là une très-grande quantité de pyrites aurifères, dont on ne traite que les plus riches, & que l'on pourroit fondre avec un très-grand avantage en partant des mêmes principes & prenant pour guide ce procédé); dans le cas, dis-je, où l'on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, la ſéparation de l'or du cuivre, après qu'il auroit été minéraliſé, s'en feroit très-bien avec la litarge dans le fourneau de réverbère; car quoique l'or ait plus d'affinité avec le cuivre qu'il n'en a avec le plomb, l'or ſe trouvant dégagé du cuivre par l'intermède du ſoufre, s'uniroit au plomb, qui dans le rôtiſſage prend le premier ſa forme métallique.

La matte ou le *plachmall* privée d'or, ſera enſuite caſſée en morceaux, rôtie à feu ouvert entre quatre murs, & fondue dans le même fourneau à manche, que l'on aura préparé à l'ordinaire pour cet ouvrage.

Combien de matières d'argent & cuivre tenant or, qui ſe trouvent tous les jours dans le commerce, que l'on regarde comme ne méritant pas le départ ou la ſéparation, & que l'on travailleroit avec le plus grand avantage par la voie que je viens de décrire!

On m'objectera, ſans doute, que l'on n'a que par petites parties de ces matières aurifères, & que l'on ne pourroit pas pour ſi peu monter un travail en grand; je réponds que, quoiqu'il fut plus

avantageux pour des Entrepreneurs d'avoir un établissement uniquement à cet usage, & d'acheter les matières ou bien de les y travailler pour le compte des particuliers, à tant le marc; on peut traiter par le procédé ci-dessus aussi-bien 100 marcs, que si on en avoit plusieurs milliers, tout dépend de la grandeur du fourneau, des soufflets & des bassins; car il en est ici de même qu'avec les creusets, on fait le départ de 25 marcs à la fois, ainsi que de 600, & plus la quantité est grande, plus il y a de profit.

Je fus consulté en 1763 pour donner des procédés Métallurgiques, à l'effet de retirer de la pyrite des environs de Saumur de l'argent, que l'on prétendoit y exister, & être volatilisé par l'arsénic, quoique par tous les procédés docimastiques connus je n'y trouvasse pas de fin; cela me fut recommandé par une personne que je respectois trop, pour ne pas tenter toutes les voies Métallurgiques que j'imaginai: j'étois alors aux mines de Saint-Bel. Je fis venir 100 livres de cette pyrite; je construisis un fourneau à manche, qui n'avoit que 18 pouces de hauteur, 8 pouces de profondeur, & 5 pouces de largeur; j'y fis cinq procédés différens avec 10 livres de pyrites à chaque fois, sans y comprendre les additions. Je puis certifier que j'y opérai tout aussi-bien que si j'avois eu des milliers à traiter dans de grands fourneaux; d'où on peut conclure que le procédé ci-dessus peut être mis en usage dans tous les cas.



RÉFLEXIONS SUR LES ARÉOMÈTRES,

Particulièrement sur les Principes d'après lesquels on peut en faire de comparables;

Avec la description d'Aréomètres d'argent (a), destinés à déterminer les pesanteurs spécifiques des Esprits-de-vin & des Eaux-de-vie, & des moyens d'en faire de pareils ou de comparables.

Par M. LE ROY.

Lû le 5 Déc. 1770.

AVANT d'entretenir l'Académie, des Aréomètres que j'ai l'honneur de lui présenter, il est à propos de dire un mot des raisons qui m'ont déterminé à les faire faire.

On sait, & M. de Malesherbes le rappela à la dernière Assemblée, que les Fermiers généraux demandent depuis long-temps un règlement au sujet des eaux-de-vie & des esprits-de-vin, & qu'il est question d'avoir des aréomètres qui puissent être employés & par les Commis des Fermiers, & par les Commerçans, pour reconnoître avec exactitude la qualité ou plutôt la pesanteur de ces liqueurs, & par-là le droit qu'elles doivent payer.

On tint en conséquence, au commencement de 1768, plusieurs assemblées à ce sujet, tant chez M. de Montigny, de cette Académie, que chez M. de Mazières, Fermier général. Vers le mois de Mars, pour obliger le sieur Germain, Orfévre du Roi, je me rendis avec lui à une de ces assemblées, qui se tenoit chez M. de Montigny. On parla de ces aréomètres, & sur ce que j'exposai de la possibilité d'en faire en argent de comparables, & qui pussent remplir tout ce qu'on demandoit de cet instrument pour le

(a) Ces aréomètres sont à peu près de la forme de ceux de Boyle. *Voyez la figure.*

commerce ; M. de Mazières chargea le ſieur Germain d'en faire faire de cette eſpèce, conformément à mes vues.

Pour ſatisfaire à ce que demandoient les Fermiers généraux, il me parut :

1.° Que l'inſtrument en queſtion devoit être ſimple, commode & portatif :

2.° Qu'il devoit être auſſi mobile qu'il ſe pouvoit relativement à ſon objet, afin que plongé dans le même fluide ou dans des fluides différens, il indiquât toujours les mêmes degrés reſpectifs ou à très-peu près dans la même température; ce qui n'a lieu qu'autant que l'inſtrument a toute la mobilité qu'il peut avoir :

3.° Que pour qu'il eût cette mobilité, il étoit abſolument néceſſaire qu'on ſe bornât à le faire *marquer (b)* dans l'eſprit-de-vin & dans une eau-de-vie fort foible & au-deſſous de la moindre des eaux-de-vie marchandes, mais non dans l'eau toute pure, parce que l'eſprit-de-vin & l'eau diffèrent tellement de peſanteur ſpécifique, qu'un aréomètre ne peut avoir la propriété de *marquer* dans ces deux liqueurs, ſans avoir une échelle ou fort longue ou fort groſſe. Or dans le premier cas l'inſtrument ne peut être portatif à cauſe de la longueur de ſon échelle, & dans le ſecond il ne peut avoir la mobilité néceſſaire, à cauſe de ſa groſſeur :

4.° Enfin que cet inſtrument fût comparable, c'eſt-à-dire que l'Orfévre en ayant fait faire un, deux, trois, conformément à mes vues, il pût en faire faire enſuite dix, vingt, trente, quarante, &c. tous pareils, ou indiquant le même degré pour la même liqueur, dans la même température.

C'eſt en conſéquence de ces différentes conditions auxquelles il me parut que ces aréomètres devoient ſatisfaire, que l'on a conſtruit ceux qui ſont ſous les yeux de l'Académie. M.rs de Montigny *(c)*,

(b) J'emprunte cette expreſſion des perſonnes qui ſe ſervent d'aréomètres pour reconnoître la peſanteur des eaux-de-vie & des eſprits-de-vin, parce qu'elle me paroît déſigner aſſez bien la propriété de ces inſtrumens, relativement aux différentes liqueurs dont ils peuvent indiquer les peſanteurs ſpécifiques, par leurs diviſions, en n'entrant ni trop, ni trop peu dans ces liqueurs.

(c) Ce ſont ceux dont parle cet Académicien, dans ſon Mémoire ſur les Aréomètres, *année 1768, p. 458*, ſur lequel j'aurai occaſion de faire quelques obſervations dans la ſuite.

Macquer & plusieurs autres Académiciens les ont vus chez moi dans l'été de 1768, ainsi que M. Aublin, Employé dans les Fermes; ils ont été divisés dans le même temps par M. Canivet: enfin l'un de ces aréomètres est resté chez M. Baumé plus d'un an, ayant été employé chez lui l'année passée à faire des expériences en comparaison avec les siens, comme M. Macquer peut facilement se le rappeler.

Après ce détail qui m'a paru nécessaire pour faire connoître, non-seulement l'usage auquel ces aréomètres sont destinés & les vues que j'ai eues dans leur construction, mais encore le temps où ils ont été faits *(d)*; il faut entrer en matière & exposer les principes sur lesquels, si cela se peut dire, la *comparabilité* de ces sortes d'instrumens est établie. Cette exposition servira à faire comprendre plus facilement ce que je dirai dans la suite, relativement aux différentes méthodes d'en faire qui soient comparables.

Dans les aréomètres il faut considérer deux choses, le volume & le poids; ils ne peuvent être comparables, que les volumes déterminés ou indiqués par les degrés de leur échelle qui sont censés se correspondre, que ces volumes, dis-je, ne soient entr'eux respectivement comme les poids de ces aréomètres. Cela est évident, car les liqueurs étant chacune en particulier censées homogènes, les poids de leurs volumes sont toujours comme ces volumes, *&* *vice versâ;* ainsi toutes les fois que des arèomètres indiqueront par leurs divisions correspondantes des volumes qui seront entr'eux comme les poids respectifs de ces aréomètres, ces instrumens seront comparables, dans toute la rigueur du mot, puisque ces divisions correspondantes exprimeront toujours de la même manière la relation entre le poids & le volume de la liqueur dans laquelle ils

(d) Je n'aurois peut-être jamais fait voir ces instrumens à l'Académie, n'y attachant pas assez d'importance pour l'en occuper; mais les sieurs Péron & Cartier étant venus quelques jours auparavant présenter à la Compagnie des aréomètres pour les eaux-de-vie & les esprits-de-vin, qu'ils disoient être comparables & avoir été faits par une méthode sûre & générale, sur laquelle ils gardoient le secret; je me crus obligé, non-seulement de montrer à l'Académie des aréomètres comparables destinés au même usage, & que j'avois fait faire plus de deux ans auparavant; mais encore d'exposer les différentes méthodes de faire des instrumens qui aient cette propriété, & dont l'une entr'autre est aussi sûre & aussi générale qu'on puisse l'espérer.

seront

feront actuellement plongés. Or ce principe une fois établi, toute la théorie de la *comparabilité* des aréomètres eſt fort facile à en déduire; car il eſt clair que pour faire des aréomètres comparables il ne faut que les graduer de manière que les volumes qu'ils occupent dans les liqueurs, marqués par leurs degrés correſpondans, ſoient toujours comme leurs poids reſpectifs. De-là toutes les méthodes, par leſquelles on pourra déterminer ſur leurs échelles, deux points où les volumes indiqués aient la même relation que les poids reſpectifs de différens aréomètres, fourniront des moyens de diviſer ces échelles en parties ſimilaires, de façon que les degrés qu'elles indiqueront ſe correſpondront parfaitement dans les mêmes liqueurs. Ainſi, par exemple, ſi l'on prend deux aréomètres & qu'on les plonge dans deux liqueurs différentes, en ſorte que dans l'une ils s'enfoncent preſque juſqu'au haut de leurs tiges, & dans l'autre qu'ils n'y entrent que vers le commencement, & qu'on marque enſuite ſur chacune de ces tiges ces points d'enfoncement; on aura en diviſant dans le même nombre de parties, l'intervalle qui ſépare reſpectivement ces deux points; on aura, dis-je, deux aréomètres comparables. Cela eſt clair, car lorſqu'on marquoit les points reſpectifs de ces enfoncemens dans les différentes liqueurs, il eſt bien conſtant que les volumes déplacés dans ces liqueurs, ſe trouvoient alors reſpectivement comme les poids de ces aréomètres, puiſqu'ils reſtoient tranquilles; or en ajoutant ou en retranchant des volumes occupés dans ces deux différens points, des parties ſimilaires des échelles, la proportion entre les poids & les nouveaux volumes indiqués reſtera toujours la même; donc ces inſtrumens feront comparables dans tous les points de leur échelle.

On parviendra encore au même but, c'eſt-à-dire, à déterminer un ſecond point ſur chacune des échelles, où les volumes ſoient encore en proportion des peſanteurs des aréomètres, en ſubſtituant de petits poids, à la plus légère des liqueurs.

En effet, ſi au lieu d'avoir plongé ces inſtrumens dans cette dernière liqueur, on les eût chargés dans la première de poids qui euſſent été entr'eux comme les différentes peſanteurs de ces aréomètres, & qui les euſſent fait enfoncer reſpectivement, autant qu'ils s'enfonçoient dans la liqueur la plus légère; on auroit

trouvé pareillement un point sur chacun de ces aréomètres; d'où divisant, comme ci-devant, on auroit eu encore des aréomètres comparables. Il est presque inutile d'ajouter que si ces instrumens s'étoient trouvés de la même pesanteur, les petits poids se seroient trouvés égaux.

La méthode que je viens d'exposer pour faire des aréomètres comparables, est si simple, & en même-temps d'une application si étendue, qu'on peut s'en servir encore pour reconnoître ou établir la proportion entre les divisions de différens aréomètres, qui correspond à leurs pesanteurs respectives, & par-là les rendre comparables.

Il suffit pour cela que leurs poids soient connus, & qu'ils soient de nature à pouvoir marquer dans les mêmes liqueurs. En effet, supposons pour un moment deux aréomètres, dont les pesanteurs respectives soient dans la raison de 18 à 20, & que la tige de l'un soit divisée en 90 parties, & celle de l'autre en 100, & qu'on les plonge successivement dans la même liqueur; que le premier s'y enfonce de quatre de ses divisions, & le second de six; qu'on les mette ensuite dans une nouvelle liqueur beaucoup plus légère que la première, en sorte que le premier aréomètre y descende jusqu'au 80.me degré de sa division, & le second jusqu'au 90.me; ces instrumens restant tranquilles dans ces liqueurs à ces différentes immersions; il s'ensuit, comme nous l'avons dit plus haut, que les points marqués respectivement par leur échelle dans ces liqueurs, indiquent des volumes qui sont en proportion de leur poids; or il est évident que les différences respectives des enfoncemens de ces aréomètres dans ces deux liqueurs, qui sont pour le premier de 76 & le second de 84, il est évident, dis-je, que ces différences sont dans la raison des poids des aréomètres, & par conséquent qu'on pourra toujours s'en servir pour régler le rapport des divisions de ces instrumens qui établit leur *comparabilité*. Tout cela est assez facile à comprendre, pour que nous ne nous y arrêtions pas davantage.

Je viens de donner une idée générale des différentes manières de faire des aréomètres comparables en ce sens, qu'au moyen des aréomètres divisés selon la méthode que j'ai donnée, ou des

liqueurs mêmes qui ont servi à former leur graduation, on pourra en faire de semblables; mais les personnes qui n'auroient pas ces aréomètres, ou ces liqueurs, ne pourroient pas en faire de comparables, & en ce sens cette manière de faire des aréomètres dont les divisions se correspondent, n'est pas générale dans toute l'étendue du mot.

Pour y parvenir par une méthode qui ait cet avantage, tellement que tout le monde en puisse faire de semblables en leur annonçant la manière d'y procéder, on peut employer deux sortes de moyens; 1.° se servir de deux différentes liqueurs, comme nous l'avons dit (pour marquer les deux points nécessaires pour la division de leurs tiges), qui soient de telle nature, qu'on puisse s'en procurer de semblables ou d'identiques; 2.° employer une seule liqueur, pour avoir le premier terme de la division, comme l'eau distillée, par exemple, & obtenir le second en chargeant l'aréomètre de petits poids connus, comme nous l'avons déjà indiqué, qui le fasse enfoncer de la quantité requise.

Quant au premier moyen, il faut avouer qu'on ne peut guère l'employer avec sûreté, par la grande difficulté de se procurer deux liqueurs dont on puisse tellement constater la nature & le degré de pureté ou de rectification, qu'un tiers ait la possibilité d'en avoir de parfaitement identiques. Il est vrai qu'on peut s'aider dans cette détermination de leur poids dans une mesure connue; mais ce n'est pas une chose facile que d'avoir deux mesures parfaitement les mêmes, & encore d'avoir avec une exactitude suffisante la quantité de liquide qu'elles contiennent. L'eau distillée, il est vrai, peut diminuer la difficulté en l'employant comme l'une de ces liqueurs, sa pesanteur spécifique étant assez constante, mais il reste toujours à trouver la seconde liqueur, ce qui n'est rien moins que facile. On ne peut s'assurer bien exactement du degré de rectification des esprits-de-vin; & si l'on vouloit avoir recours à une liqueur qui donnât un terme au-dessous de l'eau distillée, on n'y trouveroit pas moins de difficulté. M. Baumé a proposé dans sa Pharmacie *(e)* une manière de graduer un pèse-liqueur, en prenant pour premier terme de la division ou zéro, le point où s'enfonce

(e) Élémens de Pharmacie, *deuxième édition, page 468.*

un aréomètre dans une liqueur composée de neuf parties d'eau pure & d'une partie de sel marin purifié & bien sec, & pour second terme le point où cet aréomètre se plonge dans l'eau distillée; & divisant ensuite cet espace en dix parties, en former les degrés de l'échelle, &c. Mais on sent combien il est difficile de s'assurer que le sel marin dissous dans cette eau soit toujours pur & bien exactement séché au même degré, & par conséquent que le premier terme de cette graduation soit bien constant. Cette circonstance est cependant d'autant plus nécessaire, que l'intervalle entre ce terme & celui de l'eau distillée n'est pas fort considérable, leurs pesanteurs spécifiques n'étant que dans le rapport à peu près de 1103 à 993.

On voit par tout ce que je viens de dire l'extrême difficulté d'avoir des liqueurs parfaitement identiques dans leur espèce, ou qu'on puisse indiquer comme telles aux personnes qui voudroient les employer; d'où il résulte qu'il sera toujours très-difficile de faire des aréomètres bien exactement comparables (en prenant ce mot dans toute sa généralité), lorsqu'on divisera leur échelle au moyen de deux points déterminés, par la différence de leurs enfoncemens dans deux liqueurs indiquées.

La plus sûre méthode pour y réussir, est d'employer le second moyen dont nous avons parlé, savoir, de se servir d'eau distillée, dont la pesanteur est supposée constante, pour avoir le premier terme de la graduation, & de déterminer ensuite le second au moyen de petits poids, égaux, si les aréomètres sont de la même pesanteur; & proportionnés à leur poids, s'ils sont différens, comme nous l'avons suffisamment expliqué plus haut. Car par-là dans la graduation de l'échelle, on n'aura que la petite erreur qui peut résulter de la différence dans l'eau distillée, qu'on regarde comme insensible; ou, si l'on emploie une autre liqueur à la place de cette eau, pour déterminer le premier terme, on n'aura à craindre que la moitié de l'erreur qu'on auroit en employant deux liqueurs dans cette graduation *(f)*.

Au reste, ce dernier moyen, quoique le meilleur sans contredit,

(f) On a toujours supposé dans tout ce qu'on a dit ici, que la température étoit la même dans ces différentes déterminations.

ne laiſſe pas que de comporter encore des difficultés; & deux perſonnes qui ne ſe ſeront jamais communiquées ni les liqueurs qu'elles emploient pour diviſer leurs aréomètres, ni ces mêmes aréomètres, auront toujours de la peine à en conſtruire dont les diviſions ſe rapportent très-exactement. Il en eſt ici à peu près de même que dans les thermomètres, qui lorſqu'ils n'ont pas été faits d'après un même thermomètre, ſervant de modèle, diffèrent ſouvent entr'eux quoique ſoigneuſement gradués par la même méthode.

Quoi qu'il en ſoit, cette extrême généralité dans la manière de faire des aréomètres comparables, n'eſt pas auſſi importante pour le Commerce qu'on pourroit ſe l'imaginer; car ſi on ſuppoſe qu'un homme ſoit chargé par le Gouvernement d'en faire qui ſoient comparables, afin d'indiquer d'une manière conſtante la qualité des eaux-de-vie & des eſprits-de-vin par leur peſanteur, il lui ſera toujours facile d'y réuſſir, rien n'étant plus aiſé que d'avoir pluſieurs étalons qui lui ſervent en même temps de comparaiſon, & de moyens pour reconnoître l'identité, ou la non-identité des liqueurs qu'il emploie pour graduer ſes aréomètres.

Et quant aux particuliers, peu leur importe que l'aréomètre qu'on leur préſente ait été gradué par une méthode générale ou non, lorſqu'ils ne la connoiſſent pas; il leur ſuffit que la graduation ſoit conſtatée juridiquement, & que comparé à d'autres de la même eſpèce, il indique les mêmes degrés pour les mêmes liqueurs, afin que ces perſonnes ſachent reconnoître, au moyen de cet inſtrument, leur peſanteur, & en conſéquence leurs qualités & les droits qu'ils doivent payer. Mais en voilà aſſez ſur ce ſujet.

Il faut, après avoir expoſé les différentes méthodes de faire des aréomètres comparables, paſſer à la deſcription de ceux qui ſont devant l'Académie, & rapporter les moyens qui ont été employés pour les faire, de manière qu'ils aient cette propriété.

Ayant déterminé les dimenſions de l'œuf *(e)* & de l'échelle ou de la tige de ces aréomètres, j'en fis faire un en conſéquence; & pour qu'il le fût avec toute la préciſion poſſible, l'œuf compoſé de deux parties fut tourné ſur un mandrin & calibré de la

(e) J'ai donné ce nom à cette partie de l'aréomètre, à cauſe de ſa forme ovoïde. *Voyez la Figure.*

même épaiſſeur, la tige creuſe formée d'une lame d'une épaiſſeur donnée, fut tirée à la filière pour qu'elle fût bien cylindrique & exactement du même diamètre par-tout.

Cet aréomètre fini, on fit le ſecond, en donnant autant qu'on le put, les mêmes dimenſions & les mêmes épaiſſeurs à l'œuf & à l'échelle. Pour cet effet, on tourna les deux parties de l'œuf ſur le même mandrin, en leur ménageant la même épaiſſeur, & on donna pareillement à la lame formant la tige, la même épaiſſeur qu'à la première, & on la tira à travers du même trou de la même filière. Ces deux aréomètres étant leſtés à peu près avec la même peſanteur de leſt, j'en plongeai un que je nommerai *A*, dans une liqueur qui étoit une eau-de-vie fort affoiblie ou fort au-deſſus du poids ordinaire de cette liqueur, & dans laquelle l'aréomètre ne devoit entrer que juſqu'au pied de l'échelle, ayant déterminé auparavant par des calculs, qu'un volume de cette liqueur, occupé par l'œuf, devoit peſer à peu près le poids total de l'aréomètre. Cette opération faite, je marquai ſur la tige le point où il s'enfonçoit, qui ſe trouva un peu plus haut que l'endroit où l'échelle tient à l'œuf. Je mis enſuite cet aréomètre dans de l'eſprit-de-vin bien rectifié de M. Cadet, de cette Académie, & je marquai de même vers le haut de l'échelle le point où ſon enfoncement répondoit. Je plongeai de même, & à la même température, le ſecond aréomètre, que j'appelle *B*, dans la première liqueur, il ſe trouva qu'il n'entroit pas tout-à-fait juſqu'au collet; mais après avoir fait racler un peu l'œuf, il s'enfonça davantage dans la liqueur, & entra juſqu'au point requis. Je le mis enſuite comme l'autre dans l'eſprit-de-vin de M. Cadet, & je marquai le point de ſon enfoncement dans cette liqueur. Ces deux points établis reſpectivement ſur chacun de ces aréomètres, je les portai chez M. Canivet, pour qu'il diviſât l'intervalle, qui les ſéparoit reſpectivement, en ſoixante parties égales. Cette diviſion ayant été faite, je les plongeai ſans aucune autre préparation, dans différens mélanges d'eſprit-de-vin & d'eau, dans différentes eaux-de-vie, & j'eus la ſatisfaction de voir qu'ils s'accordoient avec beaucoup de préciſion : l'Académie peut en juger par la manière dont ils ſe correſpondent aujourd'hui, qu'il y a plus de deux ans qu'ils ſont faits. L'aréomètre que j'ai

appelé *B*, a été un peu sali par une liqueur dans laquelle il a trempé, & qui a obligé de le nettoyer; cependant on va voir la précision avec laquelle il s'accorde avec l'aréomètre *A* (g).

Les moyens qu'on a pris pour les faire semblables en dimensions & en poids, ont si bien réussi, que l'un pèse 1947 grains $\frac{1}{2}$, & l'autre 1944; de façon qu'ils ne diffèrent que de 3 grains $\frac{1}{2}$ sur près de deux mille.

Je prie l'Académie de considérer de plus que ceci n'est qu'un essai, & qu'un homme qui en auroit fait plusieurs, & qui y seroit stilé, acquerroit bientôt le moyen de les faire facilement & en peu de temps; mais il faut dire quelque chose de plus détaillé sur la fabrication de ses instrumens, on voit qu'elle dépend de deux choses, & de la manière de les fabriquer, proprement dite, & de celle de les graduer. Pour les faire facilement du même volume & du même poids, il faut ajouter à ce que j'ai dit sur la fabrication de l'œuf, qu'il faut avoir un moule dans lequel on fasse entrer chaque partie de l'œuf, de manière qu'on puisse s'assurer par-là & par le mandrin, qu'ils ont la même forme intérieurement & extérieurement, & aussi qu'ils sont de la même épaisseur; par-là on sera assuré que les deux moitiés de l'œuf, soudées & réunies ensemble, formeront le même volume & le même poids. Quant à l'échelle, ce que j'en ai déjà dit suffit pour les graduer; on prendra un esprit-de-vin bien rectifié, & on le mêlera avec une quantité d'eau distillée, de façon qu'il en résulte un mélange qui donne une liqueur plus lourde ou plus pesante que la plus commune des eaux-de-vie. On plongera les aréomètres dans cette liqueur, ils s'y enfonceront un peu au-dessus du collet ou du point de réunion de l'échelle & de l'œuf; il faut observer qu'il est nécessaire que ce point d'immersion soit à quelque distance du collet, pour que s'il se trouve quelque différence dans les poids de ces aréomètres, cet intervalle serve comme de remède pour faciliter leur graduation: on suppose ici qu'on veut les faire à peu près de la même grandeur; ensuite on plongera ces aréomètres dans le même esprit-de-vin dont je viens de parler, ou un autre, car cela est égal, & ayant

(g) L'expérience en fut faite sur le champ, & toute la Compagnie vit avec quelle justesse les mêmes degrés de ces instrumens se répondoient dans les mêmes liqueurs.

marqué ce ſecond terme ou le point où ils s'enfoncent dans cette liqueur, on diviſera l'intervalle qui ſépare ces deux points dans un nombre de parties égales, à volonté. Ces aréomètres ainſi fabriqués & ainſi gradués, ſeront de toute néceſſité comparables dans toutes les liqueurs où on les plongera : au lieu de cet eſprit-de-vin, on auroit pu déterminer le ſecond point par un petit poids, comme nous l'avons dit. On voit évidemment que cette méthode s'étend à des aréomètres de toutes grandeurs, plus petits ou plus grands que ceux que nous venons de décrire; & que pourvu qu'ils marquent dans les mêmes liqueurs, on pourra toujours les graduer de manière qu'ils ſoient comparables à ceux-ci.

En décrivant ces aréomètres, je n'ai point parlé des raiſons qui m'ont déterminé à leur donner la forme qu'ils ont, afin de ne point interrompre ce que j'avois à dire ſur la manière de les faire & de les graduer; cependant cet article eſt aſſez important pour mériter que nous nous y arrêtions. J'ai fait obſerver au commencement de ce Mémoire, combien il eſt néceſſaire qu'ils aient la plus grande mobilité; or c'eſt un objet qu'on ne peut remplir qu'autant que la figure de la partie qui porte l'échelle eſt régulière, & d'une forme à produire la moindre réſiſtance dans les mouvemens d'aſcenſion ou de deſcenſion de l'inſtrument, dans les liqueurs. En effet, ſans cela, quelqu'attention que vous ayez dans la conſtruction & la graduation de votre inſtrument, il vous induira fréquemment en erreur, en ne revenant pas, ou ne s'enfonçant pas au même point, dans la même liqueur; j'inſiſte d'autant plus là-deſſus, que c'eſt une choſe à laquelle on ne fait pas aſſez d'attention, & qui ajoute beaucoup à l'imperfection de ces inſtrumens. On en voit dont le plus grand diamètre ne ſe trouve pas au milieu du flotteur, de façon que ſi l'aréomètre tend à ſe mouvoir d'un ſens, il éprouve plus de réſiſtance que s'il ſe meut de l'autre; ce qui fait qu'il indique différens degrés ſelon qu'on l'enfonce au-deſſus ou au-deſſous du point où il doit revenir. J'ai ſoigneuſement évité cet inconvénient dans mes aréomètres; l'on voit *(h)* que le plus grand diamètre ſe trouve préciſément au milieu de la hauteur du flotteur, & j'ai eu ſoin pareillement qu'ils éprouvaſſent le moins de réſiſtance dans leur

(h) Voyez *la Figure*.

mouvement,

mouvement, en leur donnant la forme ou à peu près du solide produit par la révolution de la chaînette; aussi qu'on lâche ces aréomètres dans une liqueur au-dessus ou au-dessous du point où ils doivent s'arrêter, ils y reviennent toujours avec exactitude. Enfin je dois observer qu'on leur a donné une espèce de *douci*, pour qu'ils n'aient pas ce *gras* qu'on observe sur certains métaux polis, & qui auroit nui à l'exactitude de ces instrumens, en diminuant leur mobilité & les empêchant de revenir au même point.

ADDITION AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

LORSQUE je lûs ce Mémoire à l'Académie, celui de M. de Montigny, que j'ai cité *page 525*, n'étoit pas encore imprimé, autant que je puisse m'en souvenir; mais ce Mémoire ayant paru depuis, & M. de Montigny y faisant quelques objections contre mes aréomètres, je me trouve obligé d'y répondre, & de faire voir qu'elles ne sont pas fondées.

Cet Académicien observe que « mes aréomètres ont deux inconvéniens; le premier, que les divisions deviendroient trop « inégales & les sous-divisions impossibles pour toutes les liqueurs « qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin, une « partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageant toujours « au-dessus de ces liqueurs foibles. «

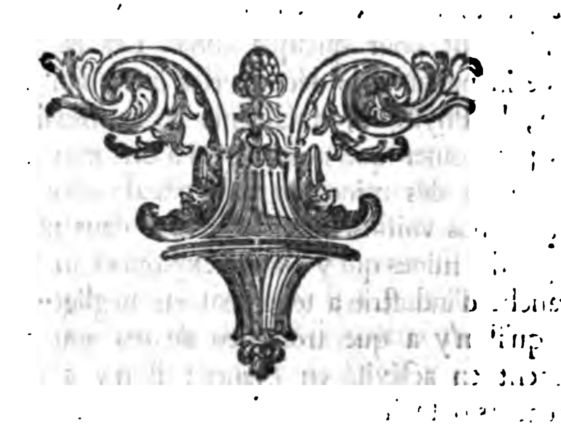
Le second, que ces aréomètres deviendroient beaucoup trop « chers, par les soins & les attentions scrupuleuses qu'ils exigent « dans leur construction, & cela pour approcher d'un degré de pré- « cision que nous devons regarder comme superflu, relativement « aux besoins du commerce. ».

Je réponds, 1.° que le premier inconvénient ne peut en aucune façon avoir lieu dans ces aréomètres, considérant l'objet auquel ils sont destinés, & *que ces divisions & ces sous-divisions pour des liqueurs qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin* me deviennent absolument inutiles.

En effet, j'ai dit & prouvé dans le commencement de ce Mémoire, que ces instrumens ne doivent pas avoir la propriété de *marquer* dans l'eau & dans l'esprit-de-vin, parce qu'il en résulteroit

nécessairement que leur échelle seroit ou trop longue ou trop grosse, & dans le premier cas que l'instrument ne seroit plus portatif, & dans le second qu'il n'auroit pas toute la mobilité requise; il s'ensuit donc qu'ils devoient être construits de manière *qu'une partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageât toujours au-dessus des liqueurs foibles*, c'est-à-dire, car cela mérite explication, de toutes celles qui sont beaucoup plus pesantes que les eaux-de-vie les plus communes; toutefois en *marquant* dans ces dernières. Or dès qu'ils en ont la propriété, ils ont, comme je l'ai déjà fait voir, tout ce qu'il faut pour le commerce, puisqu'on est en état d'essayer avec ces instrumens toutes les eaux-de-vie marchandes, & même de beaucoup plus foibles. Il faut le dire, en passant, on tient beaucoup trop, & dans les Sciences même, aux premières formes des choses. Quand on commença à se servir du pèse-liqueur dans la Physique, on voulut qu'il pût indiquer les pesanteurs de toutes sortes de liqueurs; & comme l'eau est celle qui est la plus commune, il fallut qu'on y rapportât toutes les autres, & conséquemment que sa pesanteur fût indiquée par l'échelle de ces pèse-liqueurs; il fallut donc qu'il y eût un grand rapport de volume entre sa boule & sa tige, & pour cela que cette tige fût fort longue ou fort grosse; & il en résulta les inconvéniens dont nous venons de parler. On n'aura donc des pèse-liqueurs bien mobiles, & par conséquent capables de donner de très-petites différences, qu'autant qu'ils seront construits uniquement pour les liqueurs particulières auxquelles leur usage est destiné; il faut donc que les pèse-liqueurs pour les eaux-de-vie & les esprits-de-vin ne marquent que dans ces liqueurs, afin qu'ils aient toute la perfection dont ils sont susceptibles. En effet, de quelle utilité peut-il être pour le Commis du Fermier ou pour l'Épicier, de savoir par son aréomètre, qu'une certaine liqueur contient huit parties d'eau sur une d'esprit-de-vin, lorsque le premier n'aura jamais de droits à exiger sur une pareille liqueur, & que le second n'en vendra jamais une semblable? Mais il ne leur est pas indifférent d'avoir un instrument qui leur indique promptement, sûrement & nettement la pesanteur de la liqueur dont ils veulent savoir la qualité. Ainsi je crois qu'il suffit de cette observation pour répondre à l'excès de précision que

M. de Montigny suppose que j'ai donné à mes aréomètres ; & je suis assuré, comme je l'ai déjà dit, que des ouvriers stilés à en faire, les donneront à un prix tout aussi modique que la chose peut le comporter. Au reste, M. de Montigny convient que mes aréomètres peuvent se diviser par sa méthode ; & en effet rien n'est plus facile, mais je dois ajouter que cette méthode, qui n'est pas aisée dans la pratique, n'est point du tout nécessaire, & qu'on peut aisément s'en passer ; car il suffit d'avoir une fois pour toutes établi le rapport entre les divisions de l'échelle d'un aréomètre dont on sera convenu, & les pesanteurs des différentes liqueurs composées de parties d'eau & d'esprit-de-vin, selon les proportions que cet Académicien a données, ou toutes autres, pour avoir des aréomètres qui fassent connoître ensuite, avec toute l'exactitude & la précision possible, la conformité ou la différence des liqueurs qu'on essaye, avec celles dont les degrés de l'aréomètre annoncent la composition.



OBSERVATION SUR LES MINES EN GÉNÉRAL, ET PARTICULIÈREMENT SUR CELLES DE LA PROVINCE DE CORNWALL EN ANGLETERRE.

Par M. JARS.

4 & 6 Avril 1770.

L'UTILITÉ de l'exploitation des Mines dans un État quelconque, est tellement reconnue, que je n'entreprendrai point d'entrer dans un détail à cet égard; je me contenterai de dire qu'après l'Agriculture, on peut regarder l'exploitation des Mines comme la branche d'induſtrie la plus importante & la plus utile aux hommes. Nous connoiſſons des peuples entiers qui ne ſont chauffés qu'avec le charbon de terre; & nous ſavons qu'il n'y a pas un ſeul Art où les métaux, les ſoufres, les vitriols, les bitumes & les ſels n'entrent pour quelque choſe. Les Mines offrent enfin une ſource inépuiſable de découvertes intéreſſantes pour l'Hiſtoire Naturelle, la Phyſique, la Chimie & la Métallurgie. Nous ne pouvons pas douter que nous n'ayons des montagnes en France qui renferment des mines en auſſi grande abondance que celles des États de nos voiſins. Nous trouvons dans pluſieurs provinces des veſtiges des mines qui y ont été exploitées anciennement; mais cette branche d'induſtrie a tellement été négligée depuis pluſieurs ſiècles, qu'il n'y a que très-peu de ces entrepriſes qui ſoient actuellement en activité en France; il n'y a que celles où les Entrepreneurs ont fait une étude particulière de ce genre de travail, qui aient réuſſi d'une manière à en continuer avantageuſement l'exploitation.

Dans les vues de rendre à la France une branche de commerce ſi utile & ſi importante, le Miniſtère a fait voyager en différens temps pluſieurs perſonnes dans les pays ſeptentrionaux de l'Europe;

il y a quelques années qu'il me fit l'honneur de jeter les yeux sur moi. Pénétré de reconnoiſſance & animé du zèle le plus ardent pour tout ce qui peut être avantageux à ma patrie, j'ai fait avec toute l'exactitude dont j'ai été capable, des obſervations ſur toutes les parties qui dépendent de l'exploitation des mines; j'oſe me flatter d'avoir déjà fait reſſentir la France, non-ſeulement de quelques-unes des connoiſſances que j'ai puiſées chez l'Étranger, mais encore de quelques nouvelles découvertes que j'ai faites. L'Académie a bien voulu donner ſon approbation à pluſieurs de mes Mémoires ſur l'Hiſtoire Naturelle, la Phyſique & la Métallurgie; c'eſt dans l'intention de mériter de plus en plus ſon ſuffrage, que je me propoſe de lui communiquer un très-grand nombre d'obſervations que j'ai faites dans les mines les plus remarquables en tout genre qu'il y ait en Europe.

Les veines minérales varient dans preſque tous les pays, ſoit par la nature du minéral, ſoit auſſi par celle des matières qui l'accompagnent, & par le rocher qui les renferme: ces obſervations feront l'objet de pluſieurs Mémoires; je paſſerai enſuite aux moyens que l'on met en uſage dans chaque pays pour l'extraction des minéraux, relativement à la diſpoſition des veines, filons ou couches minérales; je décrirai les moyens dont on ſe ſert pour étançonner les ſouterrains & donner de la ſûreté aux ouvrages, ce que l'on peut nommer l'*architecture ſouterraine;* je détaillerai enſuite tout ce qui fait l'objet de l'écoulement & épuiſement des eaux hors des mines, ainſi que la manière dont on retire le minéral des ſouterrains; je ferai un détail des différentes méthodes de trier, bocarder & laver les minéraux; je décrirai leur rôtiſſage ou grillage, leur fonte, la ſéparation des métaux qui y ſont contenus, & leur raffinage ou purification; à quoi j'ajouterai mes obſervations ſur les différens procédés que j'aurai décrits; je dirai quels ſont ceux que je trouverai les meilleurs, & les changemens que je croirai néceſſaires d'y faire, relativement aux principes de Chimie & de Métallurgie & à la grande expérience que j'ai été à même d'acquérir dans cette partie.

Je commencerai par les mines d'étain, comme étant celles qui ſont les moins connues en France, puiſque juſqu'à préſent on n'en

a encore découvert aucune; trop heureux si les observations que je vais rapporter pouvoient donner lieu à quelques recherches fructueuses dans le Royaume! & comme la province de Cornwall en Angleterre est celle qui jusqu'à présent a fourni le plus d'étain à l'Europe, je décrirai d'abord les mines de cette province; je laisserai pour un autre Mémoire à parler de celles de la Saxe & de la Bohème, je traiterai alors en même temps des différentes méthodes de laver & fondre ces minéraux.

OBSERVATIONS faites en Angleterre sur les mines d'Étain & de Cuivre de la province de Cornwall.

La province de Cornwall est une espèce de péninsule ou presqu'île qui forme une langue de terre dans la direction de l'est à l'ouest, située dans la partie occidentale de l'Angleterre.

Cette province joint celle de Devonshire où l'on a exploité anciennement une grande quantité de mines d'étain; elles sont de peu de conséquence aujourd'hui, & elles n'ont jamais été aussi abondantes que celles de la partie occidentale de la province de Cornwall. Ces deux provinces sont limitrophes; à leur point de réunion, ainsi que fort avant de chaque côté, elles sont composées de montagnes fort élevées, dans lesquelles on a exploité quelques mines; les rochers qui les composent sont semblables à ceux du reste de la province de Cornwall dont il sera parlé ci-après, mais en allant à l'ouest de cette province, les montagnes diminuent beaucoup de hauteur & ne forment plus entr'elles que des collines & des vallons fort agréables; c'est cependant dans cette partie de la province où les veines minérales sont les plus multipliées & les filons les plus abondans. J'observerai à cette occasion qu'en général j'ai remarqué que les mines les plus abondantes ne se trouvoient pas dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce qu'en termes de Mineurs on nomme *demi-montagnes*, c'est-à-dire des montagnes dominées par d'autres plus élevées.

En allant dans la partie occidentale de la province de Cornwall, peu après avoir passé la ville de Bodmin d'un côté, & celle de Lostwithiel de l'autre, on rencontre presque par-tout des mines

jusqu'à l'extrémité de ladite province, nommée *Landsend;* ce qui fait une étendue de soixante milles de longueur ou vingt lieues de France.

Cette province a été, depuis les temps les plus reculés, très-renommée pour ses mines d'étain; elle l'est aujourd'hui presque autant pour ses mines de cuivre, comme on le verra par la suite; on y a travaillé quelques mines de plomb & une de cobolt, mais sans succès.

On distingue en fait de mines d'étain deux espèces différentes d'exploitation, celle des *streams-work* & celle des filons; il y en a encore une troisième & qui participe des deux, comme on le verra ci-après: je traiterai d'abord des *streams-work*, mais pour rendre mes observations plus intéressantes & plus utiles, il sera nécessaire dans certains cas, que j'entre dans quelques détails de l'exploitation.

EXPLOITATION de mines d'Étain, nommées Streams-work.

Dans les environs de la ville de Saint-Austle, dans la province de Cornwall, on a travaillé anciennement beaucoup de mines d'étain; mais il y en a peu d'exploitées aujourd'hui. Les travaux les plus considérables consistent à laver les terrains qui sont dans le fond des vallons, & à en retirer des morceaux de minéral d'étain, dont les angles sont arrondis, & qui paroissent avoir été roulés par les eaux; on en trouve principalement dont la grosseur tient le milieu entre le gravier & le sable: ces minéraux sont répandus dans les terres des vallons sur de très-grandes étendues; on prétend dans le pays que cet accident doit son origine au temps du déluge, & que ces morceaux de minéral ont été détachés alors des filons mêmes. Il me paroît bien plus vraisemblable de croire qu'ils doivent leur origine à d'anciennes mines, & que ce n'est autre chose que les déblais de ces mines qui ont été chariés par les eaux dans le fond des vallons. Il est vrai que l'on observe que quoique l'on reconnoisse d'anciennes mines sur les hauteurs de ces vallons, il est nombre de ces endroits où on n'en reconnoît pas du tout; mais je crois qu'il est très-possible qu'il y en ait dont les traces n'aient

pas encore été découvertes; cependant il y a toujours des filons sur ces hauteurs dont le minéral est de la même nature que celui que l'on rencontre dans le bas : ces minéraux sont de la même espèce que ceux qui seront décrits dans la suite de ce Mémoire. Quoiqu'il soit possible que les eaux des gros orages puissent détacher quelque chose des filons, d'autant mieux qu'il est commun à ceux d'étain d'avoir du minéral jusqu'à la surface de la terre, & qu'il y en a sur-tout dans ces cantons-là d'une espèce dont le rocher est très-tendre, comme je le dirai ci-après; cependant il me paroît comme impossible qu'elles en aient pu charier une aussi grande quantité. Pour soutenir mon sentiment, j'observerai qu'il y a toute apparence, & on le voit même par les vieilles mines, que les Anciens travailloient moins avantageusement les mines que l'on ne le fait aujourd'hui, qu'ils négligeoient & jetoient dans les déblais beaucoup de bon minéral; peut-être aussi qu'anciennement il y avoit une moindre consommation d'étain, & que l'on en retiroit une plus grande quantité que l'on n'en pouvoit vendre; & comme les mines n'étoient pas profondes alors, & coûtoient peu d'exploitation, on ne fondoit, sans doute, que le meilleur minéral. Quoi qu'il en soit, je suis persuadé, d'après ce que j'ai vu dans les comtés de Cumberland & de Northumberland en Angleterre, que si l'on continue à y travailler les mines de plomb, comme je le rapporterai dans un autre Mémoire, on aura dans un siècle ou plus des *Streams-work* en minéraux de plomb, semblables à ceux d'étain; car j'y ai observé que pendant plusieurs milles de longueur, tout le fond du ruisseau qui passe aux mines, consiste en déblais des mines, mêlés d'une très-grande quantité de minéral de plomb.

Ces terrains chargés de minéral d'étain, sont d'une consistance plus ou moins dure, de sorte qu'il en est qui paroissent bien plus anciens les uns que les autres, quoique dans le même endroit; il y en a qui annoncent absolument des terres remuées, ce qui me fait croire qu'il y a eu de ces terrains qui ont déjà été lavés, comme ceux que l'on lave aujourd'hui le seront encore par la suite, car on laisse échapper bien du minéral.

On a trouvé l'été dernier, dans ces terrains chargés de minéral

d'étain,

d'étain une maſſe de matière, qui a été caſſée en pluſieurs pièces; on la regarde comme contenant de l'étain natif ou vierge. Je dois convenir que ces débris ſont de toute beauté, & que l'on peut s'y méprendre aiſément; j'en fus frappé au premier coup d'œil, mais j'avouerai qu'après l'avoir bien examiné, j'ai peine à croire que ce ſoit réellement de l'étain natif, malgré le ſentiment de pluſieurs Naturaliſtes Anglois; l'endroit où ce prétendu étain natif a été trouvé me le rend d'abord très-ſuſpect. Voici ce que m'ont paru ces échantillons à la vue; c'eſt une maſſe de quartz criſtalliſé, dont tous les vides qui ſont entre les criſtaux ſont remplis d'un étain qui m'a paru très-beau, très-pur & très-malléable; ce quartz eſt adhérent d'un côté, ou paroît porter ſur une baſe minérale, mais que je crois être d'une eſpèce de régule ou matte, ſans doute un mélange d'étain, de ſoufre & d'arſénic. Tout conſidéré, j'imagine qu'anciennement on faiſoit des fourneaux à fondre le minéral ſans beaucoup de précaution, & qu'il eſt poſſible qu'un quartz criſtalliſé (ils ſont très-communs dans les mines de Cornwall) ait ſervi de ſol ou de paroi à un fourneau de fonte, & que l'étain en coulant ait rempli les vides que laiſſoient entr'eux les criſtaux de quartz. Quoi qu'il en ſoit, je ſuis très-perſuadé qu'artificiellement je pourrois imiter ce prétendu étain vierge ou natif; je ne prétends pourtant pas par-là dire qu'il n'exiſte point d'étain natif dans la Nature, mais je n'en ai point encore vu.

MINE d'Étain & Streams-work *tout enſemble.*

A un éloignement d'à peu-près un mille & demi de la ville de Saint-Auſtle, il y a une montagne peu élevée, mais très-étendue, dont une partie forme ce que les Allemands nomment *ſtockwerck*. C'eſt un rocher de la nature du granit; il eſt blanchâtre, mais pour la plus grande partie très-friable; il contient par-tout un peu de minéral d'étain, il eſt entre-mêlé par un nombre infini de petites veines noires, qui contiennent plus de minéral d'étain que le rocher lui-même; il y en a où le minéral d'étain eſt tout pur. Ces veines ſont preſque toutes parallèles, & ont leur direction de l'eſt à l'oueſt; la partie du rocher où ſe trouvent ces veines, quoique

de la même nature que l'autre, est beaucoup plus dure; cependant elle se détache à coups de pic & avec des coins de fer.

La méthode de travailler ce rocher est en plein air, comme une carrière très-étendue. La facilité qu'a le rocher de se détacher & de se réduire de lui-même en sable, a fait imaginer de conduire dans cette carrière des petits courans d'eau, sur-tout en hiver & dans tous les temps humides, mais on y a pratiqué auparavant une galerie d'écoulement; des ouvriers sont occupés à faire passer les petits courans d'eau sur les endroits tendres du rocher, lequel se réduit aussi-tôt en sable; les ouvriers agitent bien ce sable, afin que l'eau puisse l'entraîner; mais comme le minéral d'étain qui y est répandu est extrêmement pesant, eu égard au rocher, il se précipite dans le fond, on l'en retire pour achever de le laver sur des pêles, comme il sera dit dans un autre Mémoire. Tout ce qui ne peut être détrempé par l'eau, & qui est d'une consistance solide, est cassé à coups de masse, pour le mettre en état d'être transporté aux bocards; mais comme il en auroit trop coûté pour élever tout ce minéral au-dessus de cette carrière, qui peut avoir actuellement huit à dix toises de profondeur perpendiculaire, on a pratiqué un canal horizontal d'environ un mille de long, & qui a été creusé de près de cinquante toises de longueur sous terre pour arriver au fond de la carrière, c'est-à-dire, deux toises au-dessus de la galerie d'écoulement. Ce canal étant de niveau, contient une eau dormante; on a construit des bateaux exprès pour ce canal, avec lesquels on va chercher le minéral dans la carrière même, pour le conduire aux différens bocards qui sont tout près de ce canal.

On a commencé un autre canal, qui prendra douze toises encore plus bas, moyennant quoi on aura pour bien des années à exploiter ce rocher: on en ignore l'étendue. Le travail en est aisé, & on n'y emploie point de poudre, quoique l'on y pratique quelques galeries pour suivre les veines minérales les plus fortes. Les déblais ne gênent point, ils sont entraînés par les courans d'eau. Ce rocher n'est pas riche en étain; mais son abondance & le peu de frais rendent cette entreprise très-bonne.

Il y a toute apparence que cette méthode de travailler cette

mine comme une carrière, n'aura lieu que pendant le temps que le minéral ne sera pas suivi dans la profondeur; mais par la suite cette mine se travaillera, sans doute, comme toutes les autres, avec des ouvrages souterrains; d'ailleurs le rocher friable qui est à la surface, devient plus dur en approfondissant.

Des Filons en général.

Tous les filons principaux de la province de Cornwal, soit en étain, soit en cuivre, ont leur direction de l'est à l'ouest, & leur pente communément du côté du nord; il y en a pourtant quelques-uns qui sont inclinés au midi, mais il y en a très-peu d'une direction différente que celle que je viens de rapporter; ainsi on peut les regarder tous comme parallèles.

Il y a aussi des filons ou couches horizontales, que les Allemands nomment *floz*, & qu'en Cornwal on nomme *floors*, mais très-peu de cette espèce.

Les filons d'étain se trouvent dans deux espèces différentes de rocher, je puis même dire trois espèces; l'une se nomme dans le pays *killas*, ce n'est autre chose qu'un *schiste* ou roche *schisteuse*; l'autre espèce, que l'on nomme *moor-stone* ou *growen*, est un granite; il y en a enfin un autre, que l'on nomme aussi *moor-stone*, mais qui se rapproche plus de la nature du grès que du granite. Quant aux filons de cuivre, tous ceux que j'ai vus sont dans l'espèce de *schiste*, nommée *killas*; mais la couleur en est un peu différente. Avec les minéraux d'étain ce *killas* est brun, noir & bleuâtre; mais avec les minéraux de cuivre il est plutôt grisâtre, blanchâtre & rougeâtre. Il est très-commun de rencontrer des filons qui produisent du minéral de cuivre & de celui d'étain en même-temps; mais il y en a toujours un qui domine. L'étain est si abondant dans ce pays, qu'il est répandu presque par-tout; de sorte que les filons de cuivre les plus abondans, contiennent de l'étain dans leur partie supérieure, c'est-à-dire, proche de la surface de la terre; ce minéral y est même assez abondant pour mériter l'extraction. D'autres fois le minéral de cuivre & celui d'étain se trouvent dans le même filon, quoique séparément; ce qui ne

continue pas ordinairement dans la profondeur. Je vais donner la description de quelques-uns de ces filons pour servir d'exemple.

Mine d'Étain & de Cuivre.

Presque joignant la ville de Redruth, on exploite une mine d'étain très-considérable, nommée *Peduaudrea.* Cette mine fut d'abord commencée comme mine de cuivre : on y a extrait une très-grande quantité de ce minéral. On y travailloit alors deux filons parallèles, qui se touchoient presque l'un l'autre, de sorte qu'ils n'en formoient qu'un seul; l'un produisoit du minéral jaune de cuivre ou pyrite cuivreuse, & l'autre du minéral d'étain. Ce premier étoit joignant le toit *(a),* & le second joignant le mur *(b);* mais en allant dans la profondeur, le minéral de cuivre a cessé; de sorte qu'il ne reste plus que le filon d'étain, qui est fort abondant : cette mine a de cinquante à soixante toises de profondeur perpendiculaire.

On fait une distinction en général dans cette province des matières qui accompagnent & annoncent les minéraux de cuivre & ceux d'étain; celles qui forment les filons de cuivre & qui conduisent au minéral, & en contiennent souvent elles-mêmes, se nomment *gossan* ou *gozan.* Elles consistent, proche de la surface de la terre, en une espèce de minéral de fer décomposé en partie, ou substance ocreuse mêlée de quartz ou d'un rocher bleuâtre; mais dans la profondeur le *gozan* est composé de quartz, d'un mica blanc sur une pierre ou roche d'un bleu clair, assez souvent de la pyrite, tantôt blanche, tantôt jaune; quelquefois le tout est parsemé avec des taches de minéral de cuivre.

Quant aux matières qui composent les filons d'étain, & que l'on nomme *scovin*, c'est une roche bleue foncée, quelquefois mêlée de quartz, & contenant toujours un peu d'étain. On nomme *flucan* l'argile qui accompagne les filons.

L'habitude fait que les ouvriers distinguent très-bien ces

(a) On nomme *toit* le rocher supérieur qui recouvre un filon.

(b) On nomme *mur* le rocher inférieur sur lequel est appuyé le filon; ainsi un filon a toujours un *toit* & un *mur* formés par le rocher dans lequel il est renfermé.

différentes matières. Je puis dire en général que les mineurs de cette province sont très-entendus pour les recherches & les suites des filons; le grand nombre d'exemples qu'ils ont chaque jour sous les yeux, leur a appris à se faire des règles générales.

Le filon de la mine de *Peduaudrea*, dont j'ai parlé ci-dessus, a sa direction de l'est à l'ouest, comme l'ont tous les filons principaux de ce district, & sa pente ou inclinaison de 65 degrés du côté du nord.

Le rocher dans lequel est renfermé ce filon, est celui que l'on nomme en général dans le pays *killas;* c'est une roche bleuâtre qui se délite, mais en morceaux épais; dans d'autres endroits c'est une roche *schisteuse*, qui se délite en morceaux très-minces. Elle est entre-mêlée de beaucoup de veines de quartz; le minéral d'étain est uni aussi quelquefois avec du quartz, on trouve très-peu de ce minéral pur; il en est cependant de cristallisé, mais en petits grains d'un brun noir, cependant moins noirs & bien moins gros que ceux de Bohème & de Saxe. Il est de ce minéral mêlé dans le rocher, mais que l'on ne distingue qu'avec une très-grande habitude : le poids doit pourtant faire voir qu'il y a plus que de la pierre. J'avoue qu'avant d'avoir vu les mines de ce pays-là, j'y aurois été trompé, & qu'il n'y a que le poids seul qui auroit pu me faire soupçonner qu'il y avoit quelque chose de métallique dans certains morceaux.

Comme il y a des endroits où le filon est plus ou moins large, j'ai jugé que sa largeur commune pouvoit être environ de quatre pieds.

Mine de Cuivre.

Au-dessus de la ville de Redruth, on exploite une mine de cuivre très-abondante, elle se nomme *wheal-spernon;* son filon est à très-peu de distance de celui d'étain de la mine de *peduaudrea* dont je viens de parler; il lui est parallèle, mais son inclinaison est du côté du midi d'à peu-près 70 degrés. La largeur commune du filon peut être de quatre à cinq pieds, dans laquelle il produit un très-bon minéral jaune ou pyrite cuivreuse, point de blinde,

aſſez ſouvent du quartz & de la pyrite, ſur-tout de la blanche qui eſt arſénicale, quelquefois du quartz tranſparent criſtalliſé, qui n'eſt autre choſe qu'une eſpèce de criſtal de roche; on le nomme *diamant de Cornwall;* il s'en trouve dans beaucoup de mines différentes, on le taille pour en faire des boucles & des boutons à pierre. On rencontre aſſez ſouvent dans ce filon, du cuivre natif; mais il ne ſe trouve guère que dans les endroits où le filon n'eſt pas riche, & ſur-tout dans la partie ſupérieure de la mine: c'eſt une obſervation que j'ai faite aſſez généralement par-tout. Le filon eſt enfermé dans le rocher ſchiſteux, nommé *killas,* dont il a été queſtion ci-deſſus; le côté du mur du filon eſt tendre, ſouvent il eſt compoſé d'une matière jaune, ocreuſe & poreuſe, ſouvent auſſi d'une eſpèce d'argile: ce n'eſt point un inconvénient, parce qu'on détache ordinairement cette partie pour abattre plus aiſément le filon. Le filon eſt quelquefois diviſé par des parties de rocher qui en forment deux branches ſur une diſtance plus ou moins conſidérable, comme cela arrive à preſque tous les filons; ces rochers ſe nomment en Cornwall, en termes de Mineurs, *horſe:* ce nom vient, dit-on, de ce qu'ils préſentent la forme d'un cheval.

Ce filon n'eſt pas bien réglé dans ſa pente ou inclinaiſon, mais il l'eſt très-bien dans ſa direction; quoiqu'il ne produiſe pas également, il eſt très-riche & abondant dans la plus grande profondeur, qui eſt de 60 & quelques toiſes.

Quoique cette mine ſoit très-conſidérable, il y en a de bien plus étendues & qui ſont d'un plus grand produit, à un, deux, trois, quatre & cinq milles de la ville de Redruth ſur la route de Truro, nommément la mine de *north-down* où on exploite pluſieurs filons parallèles, & celle de *wheal-virgin;* mais comme le rocher & les minéraux ſont de la même nature que ceux dont je viens de parler, il eſt inutile d'en faire une deſcription particulière: mais ce que je viens de dire doit ſuffire pour faire voir que les environs de Redruth ſont très-abondans en mines de cuivre; il y en a même une toute différente des autres pour la nature de ſon minéral, qui eſt une mine vitrée de cuivre extrêmement riche, mais très-peu abondante. Il y a auſſi pluſieurs

autres mines d'étain que celle dont je viens de parler, mais moins considérables, une entr'autres à demi-mille au-dessus de celle de *peduaudrea*, dont le minéral d'étain est dans l'espèce de rocher qui tient le milieu entre le granit & le grès, mais qui est très-pauvre quant-à-présent.

Il y a une quantité innombrable d'anciens puits sur plusieurs milles d'étendue, qui annoncent qu'on y a travaillé un nombre infini de mines de cuivre & d'étain; mais si l'on va à six milles au nord de la ville de Redruth, on rencontre sur toute la route des vestiges de mines de cuivre & d'étain, jusqu'à ce qu'on arrive dans la paroisse de Sainte-Agnès & particulièrement tout proche des bords de la mer. La différence de ce district avec celui dont je viens de parler, est qu'aux environs de Redruth, les filons de cuivre sont les dominans & les plus abondans, au lieu que dans la paroisse de Sainte-Agnès, les filons d'étain y sont très-multipliés, & qu'il n'y a presque point de ceux de cuivre.

On exploite dans ce district, tout proche des bords de la mer, plusieurs mines d'étain très-étendues; une de ces mines est de vingt-neuf toises au-dessous de la galerie d'écoulement, & par conséquent de cette profondeur au-dessous de la mer, puisque la galerie a son embouchure au niveau de la haute marée.

Les filons ont également qu'à Redruth, leur direction de l'est à l'ouest, & leur pente communément au nord; cependant il y en a un qui a sa pente au midi, à peu de distance d'un autre qui l'a au nord, de sorte qu'il y a apparence qu'ils se rencontrent dans la profondeur.

Ces filons dans leur pente ou inclinaison, s'éloignent plus de la perpendiculaire que ceux des environs de Redruth; ils sont également qu'à Redruth, dans l'espèce de rocher nommé *killas*, mais ils sont séparés tantôt du toit & tantôt du mur par un quartz qui se mêle quelquefois dans le filon avec le minéral, de sorte qu'il contient lui-même assez souvent de l'étain; on y trouve aussi un peu de minéral jaune de cuivre, assez souvent de la blinde qui est fort difficile à distinguer du minéral d'étain, parce qu'elle en a la couleur, il n'y a que le poids & l'habitude qui en puissent faire connoître la différence.

On y rencontre quelquefois du minéral criſtallifé & ſemblable à des grains de grenats quant à la forme; cela eſt pourtant rare, car le minéral eſt plus communément entre-mêlé dans le rocher.

En ſortant de la ville de Redruth pour ſe rendre au bourg de Camborn, on rencontre ſur toute cette route une très-grande quantité de mines de cuivre de la même nature que celles dont j'ai parlé plus haut & dont il y en a pluſieurs en exploitation; il y en a auſſi quelques-unes d'étain.

Mine d'Étain.

A peu-près à ſix milles de la ville de Marazion, & à trois à quatre milles de celle de Helſtone, dans un endroit nommé *Godolphin-ball*, eſt la mine d'étain la plus étendue qu'il y ait dans la province de Cornwall; ſon exploitation eſt auſſi des plus anciennes; elle eſt dans une très-belle ſituation, dans un pays preſque plat, entre deux petites montagnes dont l'une eſt au nord & l'autre au ſud; la direction des filons eſt toujours de l'eſt à l'oueſt comme dans toutes les mines du pays, ſon inclinaiſon eſt au nord d'environ 70 degrés. Cette mine a, dit-on, 90 toiſes de profondeur perpendiculaire; mais je n'ai pu deſcendre que juſqu'à celle de 52 toiſes, la partie la plus profonde étant pleine d'eau depuis quelque temps; on fut obligé de laiſſer monter les eaux pendant que l'on conſtruiſoit une nouvelle chaudière à la machine à feu; cette mine n'eſt travaillée actuellement que ſur une petite étendue, mais on reprend chaque jour les anciens ouvrages.

On compte cinq filons parallèles ſur 50 à 60 toiſes d'étendue, mais qui ne ſont point exploités également; ils l'ont été ſeulement à différentes hauteurs lorſqu'ils ont produit du minéral, il n'y a que le principal qui a été & qui eſt exploité totalement.

Ces filons ſont renfermés dans un granit à gros grains, très-dur, mais il n'en eſt pas ici comme je l'ai obſervé ailleurs, ſur-tout en Saxe & en Bohème; l'étain ne ſe trouve jamais réuni & confondu dans cette pierre, mais dans une eſpèce de rocher bleuâtre qui paroît être la matrice générale du plus grand nombre des

mines d'étain en Cornwall. On rencontre communément le long du filon joignant le *mur*, ce que l'on nomme le *guide;* c'est un quartz mêlé quelquefois de *mica*, lequel le rend peu solide. Le filon consiste lui-même en un quartz fort dur, qui n'est pas toujours parfaitement blanc, mais a un œil bleuâtre; il est réuni à la roche bleue dans laquelle se trouve le minéral d'étain, mais presque toujours en petits grains cristallisés comme des grenats. On y trouve aussi quelquefois du quartz cristallisé en hexagone; il y a des endroits du filon qui sont très-riches, mais fort tendres, ce minéral est parsemé de beaucoup de mica & des petits grains de minéral d'étain, comme des grenats: ce filon a 2, 3, 4, 5 pieds de large, plus ou moins, il est quelquefois divisé par des parties de rocher venant du *toit* ou du *mur*, & que j'ai dit que l'on nommoit dans ce pays-là *Horse*, ces parties de rocher sont toujours du granite.

On rencontre assez souvent dans ces filons, du très-bon minéral jaune de cuivre.

Aux environs de la ville de Marazion, on exploite plusieurs filons de minéral de cuivre & de celui d'étain, à peu près de la même nature & dans la même roche *schisteuse*, nommée *Killas*, que ceux des environs de la ville de Redruth, & dont j'ai parlé ci-dessus; il y a aussi des minéraux d'étain dans le granite, entre autre dans le rocher qui compose le Mont-Saint-Michel; ce mont n'est séparé de la ville de Marazion ou Market-jew, que par un petit bras de mer, dans le temps seulement de la haute marée, il consiste en un rocher de granite où l'on aperçoit dans les endroits où il est à découvert, une très-grande quantité de filons d'étain, qui contiennent de fort bon minéral; on y en a extrait pendant quelque temps, mais le Seigneur propriétaire de ce rocher, en a fait cesser l'exportation, dans la crainte que cela ne gâtât ce mont, qui est digne en effet de la curiosité de tous les Étrangers, il y a un château bâti sur son sommet.

Je n'entreprendrai pas de donner la description d'autres mines & filons de cette province, je crois en avoir assez dit pour en donner une idée étendue.

On estime le produit en étain de cette province à la valeur de

190 à 200 mille livres ſterlings chaque année, & qu'il ſe vend du minéral de cuivre, également produit de cette province, pour 140 mille livres ſterlings, de ſorte que le cuivre qui en eſt extrait, doit ſe monter à peu près à la même ſomme que l'étain.

Par une ſuite d'obſervations que j'ai faites dans mes voyages, j'ai remarqué qu'en général les filons principaux, & les plus avantageux à exploiter dans un pays, étoient parallèles aux rivières principales, quoique cette règle ſouffre des exceptions, elle doit pourtant ſervir pour ceux qui veulent entreprendre des mines, à préférer dans un pays quelconque, de faire des recherches ſur les filons qui ſont à peu près parallèles à la rivière principale des environs.

Par la deſcription que je viens de faire des veines minérales de la province de Cornwall, on voit que tous les filons que l'on y exploite ſont dans les mêmes cas de la règle générale que je viens de citer, puiſque cette province n'eſt qu'une langue de terre dirigée de l'eſt à l'oueſt, même direction que celle des filons, & que la mer qui eſt de chaque côté, peut être conſidérée comme deux rivières principales parallèles.

Ces différentes obſervations & pluſieurs autres que je rapporterai dans d'autres Mémoires, pourroient conduire à établir un ſyſtème général ſur la formation des veines minérales, mais je ne communiquerai point mes idées à cet égard pour le préſent, je n'y vois aucune utilité, au lieu que je ne puis trop me hâter de communiquer mes obſervations, puiſqu'elles ne peuvent que devenir très-avantageuſes pour la découverte des mines en France.

Il réſulte de tout ce qui vient d'être rapporté, que par la direction des veines minérales qui ſont dans la province de Cornwall, on voit que ces filons ont une ſuite très-étendue, puiſqu'on rencontre pluſieurs mines d'étain dans les îles de Scilly, qui ſont ſituées dans la même direction & latitude que la province de Cornwall; cela doit nous ſervir de preuve que nous ne pouvons eſpérer de trouver la même continuité des filons d'étain dans la Bretagne, comme pluſieurs perſonnes ſe l'étoient imaginées, cependant nous pouvons en rencontrer qui leur ſoient parallèles, avec d'autant plus de raiſon que l'on y voit dans pluſieurs endroits

des rochers de la même nature & espèce que ceux qui sont en Cornwall; nous avons, sans contredit, aussi plusieurs provinces en France où l'on rencontre des rochers semblables.

Il doit paroître surprenant, après tout ce que j'ai rapporté sur les mines d'étain dans le présent Mémoire, que nous n'ayons encore aucune mine de cette espèce, découverte en France, cela pourroit même induire à penser que nous ne devons pas espérer de trouver pareils minéraux en France, puisqu'il est constant, comme je l'ai déjà dit, que de tous les minéraux connus, le minéral d'étain est celui qui, dans les filons, se trouve le plus proche de la surface de la terre, mais je dois observer à cette occasion, que tous les filons, à l'exception de ceux d'étain, se manifestent au jour, c'est-à-dire à la surface de la terre où le rocher est à découvert, par du quartz, du spat, de la pyrite & quelquefois du minéral même; tous les Mineurs savent qu'un filon de quartz ou de spat, conduit ordinairement à une veine minérale, & tout le monde est surpris du brillant d'une pyrite ou d'un minéral quelconque; l'imagination frappée de l'apparence de l'or contenu dans une pyrite, a occasionné la découverte de plusieurs mines, il n'en est pas de même des filons d'étain, qui ne s'annoncent à la surface de la terre, que par des veines d'un brun noir & quelquefois rougeâtre; cette matière est souvent le minéral même, mais elle n'a rien de brillant, rien qui annonce une matière métallique cachée dans son intérieur; d'ailleurs de tous les minéraux à essayer, celui d'étain est le plus difficile par la facilité qu'a ce métal à être privé de son phlogistique; ce n'est que depuis très-peu d'années que M. Gellert a trouvé une méthode pour en obtenir un produit exact; les procédés qui avoient été décrits jusqu'alors dans presque tous les livres ou traités de Chimie, sont très-fautifs; l'addition du fer que l'on y prescrit, ne peut qu'induire en erreur, je m'en suis convaincu en réduisant en limaille tout le bouton que j'avois obtenu d'un minéral d'étain fort riche & très-pur, je trouvai, ainsi que je m'y étois attendu, que le fer s'étoit si intimement uni à l'étain, que tout ce qui étoit réduit en limaille, étoit devenu attirable par l'aimant; il n'en est pas de même par le procédé de M. Gellert: si je n'avois pas

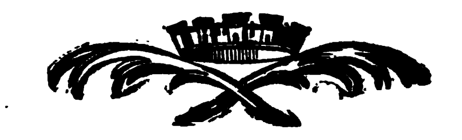
craint de paſſer les bornes que je me ſuis preſcrites dans ce Mémoire, j'aurois donné le réſultat des différens procédés que j'ai faits par comparaiſon.

Je terminerai ce Mémoire par preſcrire la méthode la plus ſimple de faire des recherches des mines d'étain, laquelle méthode ſe déduit naturellement de toutes les obſervations qui viennent d'être rapportées.

Toute perſonne vivant à la campagne peut s'occuper à peu de frais de la découverte des mines d'étain; elle obſervera ſi dans le pays qu'elle habite on y voit des rochers à découvert, conſiſtant en granite ou en grès, ou bien en une roche bleuâtre qui ſe délite par lames ou feuilles plus ou moins épaiſſes, & dans une poſition qui approche plus de la perpendiculaire que de la ligne horizontale, elle examinera ſi dans ces différens rochers on aperçoit des veines ou petits filons d'une couleur d'un brun noirâtre ou rougeâtre; elle en fera extraire une petite quantité, & fera pulvériſer & tamiſer le tout, après quoi elle en fera le lavage dans une ſebile de bois, la grande peſanteur ſpécifique du minéral d'étain rendra la ſéparation des parties pierreuſes très-facile, s'il exiſte de ce minéral dans la matière que l'on aura pulvériſée; ſi l'on voyoit que réellement il ſe précipitât une poudre d'un brun noirâtre au fond de la ſebile, on réitéreroit cette opération juſqu'à ce que l'on eût obtenu au moins une demi-once de ladite poudre, c'eſt alors qu'il faudroit s'adreſſer à un Chimiſte très-verſé dans l'art & pratique de la Docimaſie, pour en faire l'eſſai: ſi dans le lavage on n'apercevoit qu'une quantité imperceptible de cette poudre brune, ſe précipiter au fond de la ſebile, il ſeroit à propos de faire creuſer de quelques pieds ſur ces petites veines ou filons, afin de s'aſſurer s'ils ont une continuité, & ſi la matière brune n'y eſt pas abondante & ne s'y développe pas davantage, on obſervera auſſi s'il n'y a pas quelques petites cavités dans ces filons, & ſi la matière brune n'offre pas des ſurfaces unies comme ſi elle avoit été polie; ce ſeroit alors immanquablement des petits criſtaux d'étain; j'ai obſervé beaucoup de petits filons de cette eſpèce aux rochers du Mont-Saint-Michel en Cornwall, dans les endroits où ils ſont à découvert & lavés par la mer.

Les temps les plus convenables pour faire ces recherches, font après de fortes pluies, fur-tout en été après celles d'orage, qui forment très-fouvent des ravins dans lefquels on voit le rocher à découvert; on ne doit pas négliger auffi d'examiner les fables & les pierres détachées & roulées dans le fond des valons, toutes celles qui font brunes & fort pefantes, méritent d'être effayées, elles contiennent du fer ou de l'étain, ce dernier minéral eft toujours plus pefant que le premier, fi l'on étoit affez heureux pour faire la découverte d'un morceau ou d'un fable de minéral d'étain dans le fond d'un vallon, il faudroit remonter la colline & vifiter tous les ravins jufqu'à ce que l'on fut parvenu à découvrir le filon d'où il auroit été détaché. Je ne faurois trop recommander auffi d'examiner fcrupuleufement certains rochers de granite qui font blanchâtres, tendres à la furface, & paroiffent pour ainfi dire avoir été décompofés à l'air; fi on aperçoit dans ledit rocher des petites veines brunes ou noires, il n'y a pas à héfiter de le pulvérifer & de le laver, comme il a été dit ci-deffus.

On ne doit pas confondre avec le minéral d'étain, des grains de mica noir qui font communément répandus dans le granite; au furplus fa légèreté au lavage le fera bientôt connoître; toute matière brune ou noire, qui au lavage paroîtra d'une pefanteur fpécifique égale ou plus légère que le rocher même, ne fera pas du minéral d'étain.



EXAMEN CRITIQUE DES OBSERVATIONS DU PASSAGE DE VÉNUS SUR LE DISQUE DU SOLEIL, Le 3 Juin 1769;

Et des conséquences qu'on peut légitimement en tirer.

Par M. PINGRÉ.

DE toutes les méthodes qu'on peut employer pour conclure la parallaxe horizontale du Soleil d'un passage de Vénus sur le disque de cet astre, la plus simple, la plus naturelle, la plus facile, la moins exposée aux contradictions, est celle où l'on ne fait usage que de la différence des durées observées en des lieux où l'effet de la parallaxe ait le plus sensiblement différé. Des autres méthodes, les unes, excellentes dans la théorie, demandent dans la pratique une délicatesse dont la plupart des instrumens qu'on transporte pour ces sortes d'observations ne sont pas susceptibles; les autres ne peuvent réussir qu'autant que la différence des méridiens des Observateurs est exactement connue; & cette connoissance n'est pas facile à acquérir, au moins avec la précision requise pour l'usage qu'on se propose d'en faire. J'ai eu une trop grande part dans les observations du passage de 1761 & dans l'espèce de contestation que ce passage a occasionnée, pour ne pas m'intéresser aux conséquences qu'on peut tirer de celui de 1769. L'amour seul de la vérité m'affecte; c'est le desir de la trouver, & de lui rendre un hommage libre & volontaire, qui m'a engagé dans le calcul de toutes les observations qui sont venues à ma connoissance. J'ai espéré que de ce puits immense il pourroit sortir quelques étincelles de vérité, & plus de certitude que n'en ont procuré les observations du premier passage.

Les observations de la durée entière du passage de 1761, ont été au nombre de sept ou huit; mais elles ont été faites en des

lieux trop défavorablement situés, pour qu'on pût en tirer des conséquences absolument décisives. Il ne nous est encore parvenu que deux observations complètes du passage de 1769, mais elles ont été faites en des lieux mieux situés que tous ceux qu'on auroit pu choisir en 1761; la latitude de Vénus avoit changé, elle étoit de même dénomination que sa déclinaison, c'est ce qui a rendu le passage de 1769 bien plus décisif que le précédent.

M. Étienne Rumowski, déjà célèbre par l'observation du premier passage de Vénus, & par beaucoup d'autres observations qu'il avoit faites en 1761 à Sélinginsk, s'étoit transporté à Kola en Lapponie, pour y observer le passage de Vénus. Cette observation auroit certainement été très-bonne & extrêmement utile; mais le ciel ne favorisa pas le zèle & l'intelligence de M. Rumowski; un vent de sud poussa une nuée noire & épaisse qui cacha la partie du Soleil par laquelle Vénus devoit entrer. Que cela fût arrivé un quart-d'heure plus tôt, dit M. Rumowski, ou que le nuage se fût dissipé une ou deux minutes plus tôt qu'il ne l'a fait, l'observation eut été telle qu'on pouvoit la desirer. A $9^h\ 24'\ 11''$, temps vrai, Vénus couvroit déja un petit segment du disque solaire; à $9^h\ 42'\ 03''$, contact intérieur, mais par estime, plus que par observation. *Integra observatio (ingressûs Veneris)* dit M. Rumowski, *peracta est, Sole nubibus tecto, ita ut nec limbus Solis nec Veneris benè distingui potuerit.* A $9^h\ 42'\ 26''$ *(a)*, ou dès $9^h\ 42'\ 23''$, selon M.rs Ochtenski & Borodulin, qui observoient avec M. Rumowski, les nuages s'étant dissipés, les bords du Soleil & de Vénus paroissoient écartés d'un petit intervalle. Contact intérieur à la sortie entre $15^h\ 35'\ 21''$ & $15^h\ 35'\ 25''$ selon M. Rumowski, $18''\frac{1}{2}$ plus tard selon M.rs Ochtenski & Borodulin. Je supposerai avec M. Rumowski que cette phase est réellement arrivée à $15^h\ 35'\ 23''$. M. Rumowski ajoute qu'à $15^h\ 35'\ 37''$ le limbe de Vénus paroissoit déjà un peu confondu avec celui du Soleil: il ajoute que toute cette observation du second contact intérieur a été faite, *Sole nubeculâ tecto;* il la croit cependant passablement bonne. A $15^h\ 53'\ 33''$ le limbe de Vénus paroît mordre

(a) Dans ce Mémoire, tous les temps marqués sont vrais, si l'on n'avertit du contraire.

encore un peu ſur celui du Soleil; un petit nuage ſurvient, & à $15^h\ 54'\ 38''$ il ne reſte aucun veſtige de Vénus.

A $23^h\ 30'\ 20''$ ſelon M. Rumowski, ou 2 ſecondes plus tôt ſelon M.rs Ochtenski & Borodulin, fin de l'éclipſe de Soleil. J'ai calculé cette éclipſe ſur les Tables de Clairaut, & j'ai corrigé l'erreur de ces Tables ſur les obſervations de M. Caſſini à Paris & de M. Maskelyne à Greenwich. M. Maskelyne a obſervé le commencement à $18^h\ 38'\ 54''$, la fin à $20^h\ 23'\ 30''$; ſelon M. Caſſini le commencement eſt arrivé à $18^h\ 46'\ 44'',6$; la fin à $20^h\ 27'\ 13'',8$ temps vrai. Ces deux obſervations m'ont donné la même erreur des Tables à une demi-ſeconde près; les Tables de Clairaut donnent la longitude de la Lune au Soleil trop occidentale de $33''\frac{2}{3}$, & la latitude trop boréale de 10 ſecondes. J'ai fait entrer l'aplatiſſement de la Terre dans ce calcul, & j'ai diminué de 4 ſecondes le demi-diamètre de la Lune, pour compenſer l'effet de l'inflexion des rayons du Soleil. L'obſervation de la fin de l'éclipſe faite à Kola, donne à cette ville $2^h\ 02'\ 43''$ de longitude orientale à l'égard du méridien de Paris; M. Rumowski a déterminé ſa latitude boréale de $68^d\ 52'\ 56''$.

M. Planman avoit déjà obſervé avec ſuccès le paſſage de 1761 à Cajanebourg, ville capitale de la Cajanie ou Bothnie orientale; c'eſt dans cette même ville qu'il a obſervé le paſſage de 1769, mais moins favoriſé de la ſérénité du ciel. Les nuages s'étant diſſipés à $9^h\ 08'\ 30''$, Vénus paroiſſoit en partie ſur le Soleil; immerſion totale à $9^h\ 20'\ 45''\frac{1}{2}$, bonne obſervation; puis nuages, pluie & tonnerre. Le Soleil reparoît à $15^h\ 20'\ 46''$, & Vénus eſt déjà ſortie d'un tiers de ſon diamètre; à $15^h\ 32'\ 27''$ émerſion totale, M. Planman croit que cette dernière obſervation eſt bonne, nonobſtant l'ondulation des bords du Soleil. Il employoit une lunette de 21 pieds, dont il s'étoit déjà ſervi en 1761; commencement de l'éclipſe du Soleil à $21^h\ 00'\ 53''$; fin à $23^h\ 00'\ 00''\frac{1}{2}$. La latitude boréale de Cajanebourg eſt de $64^d\ 13'\ 30''$; j'avois déterminé en 1761 ſa longitude de $1^h\ 41'\ 41''$ à l'eſt de Paris, & cette même longitude eſt bien préciſément confirmée par l'obſervation de la fin de l'éclipſe; elle ſeroit moindre de 6'', s'il falloit s'en rapporter à l'obſervation du commencement.

A Ponoi

A Ponoi en Lapponie, M. Jacques-André Mallet avoit comme marqué le point du disque solaire où Vénus devoit paroître, & il avoit l'œil fixé sur ce point. A $9^h\ 56'\ 33'',6$ il crut apercevoir quelque chose; ce ne fut qu'une demi-minute après qu'il ne douta plus de la présence de Vénus; second contact à $10^h\ 15'\ 03'',7$; lunette achromatique de 12 pieds. M. Mallet fit ensuite diverses observations jusqu'à 13 heures un quart; des nuages survinrent alors, & la pluie qui succéda nous a privés de la fin d'une observation si heureusement commencée. A $22^h\ 01'\ 00''$ de la pendule, ou à $22^h\ 07'\ 05''$ temps vrai, l'éclipse du Soleil étoit commencée, mais la partie éclipsée étoit encore très-petite. Le 4 Juin à $0^h\ 07'\ 55'',1$ fin de l'éclipse : donc longitude orientale de Ponoi, $2^h\ 35'\ 11''$; & dans cette supposition à $22^h\ 07'\ 05''$ la Lune ne mordoit encore que de $9''\frac{1}{2}$ sur le disque du Soleil, ce qui s'accorde avec ce que dit M. Mallet, que l'éclipse étoit alors très-petite. La latitude de Ponoi est selon M. Mallet de $67^d\ 04'\ 30''$.

A Oumba en Lapponie, par $66^d\ 45'\ 02''$ de latitude, le ciel se couvrit le 3 Juin, 2 heures avant midi; il ne cessa de pleuvoir depuis 8 heures jusqu'à 16 heures. Le ciel s'étant ensuite éclairci, M. Pictet soupçonna le commencement de l'éclipse à $21^h\ 34'\ 00''$, il en fut assuré à $21^h\ 34'\ 03''$; fin de l'éclipse à $23^h\ 34'\ 25''$. Cette dernière observation met Oumba à $2^h\ 07'\ 43''$ à l'est de Paris; & cela supposé, à $21^h\ 34'$ la Lune mordoit déjà d'environ 6 secondes sur le disque du Soleil.

De toutes les observations faites au nord de l'Europe, la plus complète est celle de Wardhus, ville capitale de la Lapponie danoise. Le célèbre P. Maximilien Hell, Astronome de Leurs Majestés Impériales à Vienne, s'y étoit transporté avec son confrère le P. Sajnovics; M. Borgrewing se joignit à eux; il est à remarquer que celui-ci, selon le témoignage du P. Hell, n'avoit encore fait aucune observation astronomique. Le P. Hell, persuadé que le premier contact extérieur ne peut être observé avec précision, ne jugea pas à propos de fatiguer inutilement ses yeux; les deux autres Observateurs marquèrent ce premier contact à $9^h\ 16'\ 39'',8$; *quo tempore*, dit le P. Hell, *particula aliqua diametri Veneris in limbum Solis jam ingressa cernebatur.* Le P. Hell conjecture que

le contact avoit précédé de 30 secondes l'heure marquée; je trouve par le calcul, qu'il s'étoit écoulé déjà 41 ou 42 secondes. Le P. Sajnovics employoit une lunette de 10 pieds & demi, & M. Borgrewing se servoit d'une lunette achromatique de 10 pieds. Vénus étoit alors élevée sur l'horizon de 7^d 37'. À 9^h 33' 57",6 le P. Hell, avec la même lunette achromatique, juge que Vénus a presque recouvré sa circonférence entière; à 9^h 34' 04",6 il juge que les circonférences de Vénus & du Soleil coincident parfaitement; enfin à 9^h 34' 10",6, un filet de lumière paroît entre les bords voisins du Soleil & de Vénus. Le P. Sajnovics, avec la lunette de 10 pieds & demi, décide que Vénus a recouvré toute sa rondeur à 9^h 33' 52",6; il voit les bords des deux astres séparés par un fil de lumière à 9^h 34' 07",6, trois secondes plus tôt que le P. Hell. M. Borgrewing, avec une lunette ordinaire de 8 pieds & demi, ne détermine le contact intérieur qu'à 9^h 34' 32",6; Vénus avoit alors 6^d 33' de hauteur apparente. Le ciel étoit assez serein, les bords du Soleil paroissoient avoir un mouvement d'ondulation très-léger; le P. Hell ne croit cependant pas que cette circonstance ait pu nuire à la précision de l'observation.

À la sortie de Vénus, le ciel étoit parfaitement serein & l'air extrêmement calme: à 15^h 27' 24",6, le P. Hell voit une goutte noire se former entre le limbe obscur de Vénus & le limbe lumineux du Soleil, *gutta nigra intra limbum obscurum Veneris & lucidum Solis formatur;* à 15^h 27' 30",6, cette goutte diminue, elle s'évanouit ensuite pour un moment, *momentaneè disparet & veluti diffluit,* & les limbes de Vénus & du Soleil se joignant, le véritable contact intérieur optique arrive à 15^h 27' 35",6; le P. Sajnovics détermine ce contact une seconde plus tard, & M. Borgrewing 7 secondes plus tôt que le P. Hell; la hauteur de Vénus étoit de 9^d 43'; sortie totale de Vénus, douteuse à 15^h 45' 40",4, certaine à 15^h 45' 44",4 suivant le P. Hell, à 15^h 45' 45",4 selon le P. Sajnovics, à 15^h 45' 38",4 selon M. Borgrewing.

À 21^h 22' 47", commencement de l'Éclipse du Soleil observé avec une lunette de 4 pieds, une partie du disque de la Lune étoit même déjà entrée sur celui du Soleil; en conséquence

le P. Hell suppose que le commencement a pu arriver 5 ou 6 secondes plus tôt. Fin de l'Éclipse dans la précision d'une seconde à $23^h\ 22'\ 35''$, observée par le P. Hell avec une lunette de 8 pieds & demi; le P. Sajnovics avec une lunette de 10 pieds, a déterminé la fin à $23^h\ 22'\ 36''$.

Le P. Hell, d'après deux cents Observations, a déterminé la latitude de Wardhus de $70^d\ 22'\ 36''$. Quant à la longitude, il se plaint beaucoup de ce que la situation de Wardhus ne lui a pas permis d'observer des Éclipses de satellites de Jupiter; il est malheureusement obligé de se contenter d'une Éclipse de Soleil, quelque insuffisant que soit ce moyen, selon lui, pour déterminer avec précision la différence des Méridiens. Je suis cependant persuadé que si le P. Hell vouloit mettre un moment de côté les préjugés qu'il a conçus contre les occultations d'Étoiles par la Lune & contre les Éclipses de Soleil, il concevroit facilement que dans les cas les plus défavorables, cas extrêmement rares, & qui n'ont guère lieu que dans la zone Torride, l'erreur d'une seconde dans l'observation de ces phénomènes ne peut occasionner plus d'une seconde & demie d'erreur dans les longitudes qu'on en déduit. Le P. Hell ayant comparé son observation de la fin de l'Éclipse avec celles de Stockolm & quelques autres qui étoient parvenues à sa connoissance, a trouvé que le Méridien de Wardhus étoit plus oriental que celui de Paris de $1^h\ 55'\ 06''$. J'ai trouvé le même résultat, à une seconde près, en comparant cette même observation avec celle de M. Cassini à Paris & celle de M. Maskelyne, à Greenwich; cette comparaison m'a donné $1^h\ 55'\ 07''$ pour longitude de Wardhus. Quant au commencement de l'Éclipse, pour lequel le P. Hell s'est contenté d'une lunette de 4 pieds, j'ai trouvé qu'à $21^h\ 22'\ 47''$ la Lune mordoit déjà de 18 à 20 secondes. En admettant l'heure du commencement, telle que le P. Hell la conjecture, il faudroit reculer Wardhus de 25 à 30 secondes à l'est; il faudroit au contraire rapprocher d'autant son Méridien vers l'ouest, si on vouloit régler sa longitude sur les observations de l'entrée de Vénus faites à Wardhus d'une part, & de l'autre à Cajanebourg, à Stockolm & à Upsal. On pourroit sauver cette difficulté en donnant à Stockolm $1^h\ 03'\ 13''$.

de longitude orientale, comme on le faisoit autrefois, & en reculant d'autant vers l'est Cajanebourg & Upsal; on peut voir ce que j'ai cru pouvoir dire de plus plausible sur ce sujet dans un Mémoire sur les Longitudes de plusieurs villes. *(Mémoires de l'Académie, année 1766, pages 61 & suivantes)* Mais je ne dois pas dissimuler que la fin de l'Éclipse de 1769, observée à Stockolm à $22^h\ 04'\ 51''$ *(a)* par M. Wargentin avec une lunette de 20 pieds, ne permet pas de donner à cette ville plus de $1^h\ 02'\ 53''$ de longitude orientale. Enfin le contact intérieur à la sortie de Vénus, observée tant à Wardhus qu'à Saint-Pétersbourg, concourroit encore à rapprocher Wardhus de 25 à 30 secondes vers notre méridien; il y a dans tout cela quelque chose que je ne conçois pas facilement, & que je n'entreprendrai pas d'expliquer.

On a de plus demandé pourquoi le P. Hell avoit tant tardé à communiquer ses Observations au Public? Cet Astronome s'est excusé sur ce qu'observant sous les auspices du Roi de Danemarck, il avoit cru devoir faire à ce Monarque le premier hommage de son Observation. Soit, mais cet hommage pour n'être que manuscrit, auroit-il perdu de son mérite? pourquoi attendre une impression qui n'a été exécutée que plusieurs mois après l'observation? Il est certain que le P. Hell, avant de publier son observation, a eu le temps d'en voir & d'en combiner beaucoup d'autres. Qui assurera qu'il n'a pas travaillé la sienne, pour la faire cadrer avec les préjugés, tant physiques qu'astronomiques, qu'il avoit pu précédemment concevoir? Voilà, je pense, tout ce que l'on peut objecter pour répandre quelque doute sur l'observation du P. Hell, & sur les conséquences qu'on en peut tirer pour la détermination de la parallaxe du Soleil. Si cette Observation est exacte, elle doit nous être bien précieuse, puisqu'elle est unique quant à la longueur de la durée du passage; & c'est la longueur de cette durée qui nous intéresse principalement ici. Je ferai usage

(b) Le P. Hell marque $22^h\ 04'\ 53''$; il y a $22^h\ 04'\ 51''$ dans une lettre de M. Wargentin à M. de la Lande. Admettant la leçon du P. Hell, la longitude orientale de Stockolm à l'égard de Paris; seroit de $1^h\ 02'\ 54''\frac{1}{2}$ selon l'observation de la fin de l'éclipse.

de la durée obſervée par le P. Hell, & je me flatte que j'établirai ſa certitude ſur des raiſons fort ſupérieures à celles que je viens d'employer pour infirmer le total de l'obſervation, c'eſt-à-dire ſur des raiſons priſes de la combinaiſon des autres obſervations, tant de l'entrée que de la ſortie de Vénus, faites au nord de l'Europe dans des Obſervatoires bien déterminés de poſition, & par des Obſervateurs dont l'expérience eſt univerſellement reconnue.

Un de ces Obſervatoires ſera Saint-Péterſbourg; l'Impératrice Catherine II, protectrice éclairée des Lettres & des Sciences, héritière des vertus comme du trône de Pierre le Grand, avoit attiré dans cette ville le P. Mayer, Aſtronome de l'Électeur Palatin & Profeſſeur de Mathématiques. Outre le P. Mayer, le paſſage fut obſervé par le P. Stahl, que le P. Mayer avoit mené avec lui, par M. le Profeſſeur Euler & par M. Lexell; le P. Mayer ſe ſervoit d'une excellente lunette achromatique de 18 pieds, faite à Londres, le P. Stahl d'un téleſcope catoptrique de Short de 3 pieds & demi, M. Lexell d'un ſemblable téleſcope de 2 pieds & demi, & M. Euler, d'une lunette achromatique de Dollond de 7 pieds.

Le P. Mayer crut voir le premier contact extérieur à $9^h\ 09'\ 39''$ temps vrai, le Soleil étant déjà preſqu'entièrement couché; il ne donne pas cependant cette obſervation comme bien certaine, & elle ne l'eſt pas en effet, le contact extérieur n'a dû arriver pour Saint-Péterſbourg que 2 minutes après le coucher total du Soleil.

Contact intérieur à la ſortie de Vénus.

Selon le P. Stalh	à	$15^h\ 25'\ 33'',7$
Selon M. Lexell	à	15. 25. 40,7
Selon le Profeſſeur Mayer	à	15. 25. 43,7
Il eſt certainement paſſé ſelon le P. Mayer,	à	15. 25. 46,7
Il eſt paſſé ſelon le Profeſſeur Euler	à	15. 25. 47,7

Le limbe du Soleil étoit un peu ondulant, celui de Vénus étoit cependant bien déterminé.

Contact extérieur.

Selon le P. Stalh	à	15^h 43′ 13″,7
Selon M. Lexell	à	15. 43. 23,7
Selon M. Euler	à	15. 43. 30,7
Selon le P. Mayer	à	15. 43. 40,7

Le P. Mayer avec la lunette achromatique de 7 pieds, marqua le commencement de l'éclipse de Soleil à 21^h 10′ 28″,7, la fin à 23^h 06′ 14″. Commencement, selon M. Lexell avec le télescope de 2 pieds & demi, à 21^h 10′ 28″,7; fin à 23^h 06′ 09″. Le P. Stahl détermina le commencement à 21^h 10′ 24″,7; il se servoit de la lunette du quart-de-cercle palatin; il n'observa point la fin. M. Euler vit l'éclipse finir dès 23^h 06′ 05″, mais ce fut à l'aide d'une chambre obscure. M. le Professeur Kotelnikow s'accorda avec M. Euler pour la fin de l'éclipse. Le P. Mayer croit qu'on peut fixer le commencement de l'éclipse à 21^h 10′ 23″, & la fin à 23^h 06′ 14″. Cette détermination de la fin de l'éclipse met Saint-Péterſbourg par 1^h 51′ 56″ à l'est de Paris, & telle est probablement la véritable longitude de cette ville; mais dans cette supposition, à l'heure marquée pour le commencement, la Lune mordoit déjà de 6 à 7 secondes. En admettant la longitude que l'on a coutume de donner à Saint-Péterſbourg, de 1^h 52′ 00″, le commencement auroit dû être observé environ 8 secondes plus tôt, & la fin 3 à 4 secondes plus tard.

L'Impératrice de Russie, persuadée que les observations d'un phénomène aussi rare & aussi intéressant que le passage de Vénus ne pouvoient être trop multipliées, ne s'est pas contentée d'envoyer des Observateurs au nord de ses États d'Europe, elle en a fait partir pour le Nord, le Sud & l'Est des vastes provinces qu'elle possède en Asie. Il n'est encore parvenu à ma connoissance que quatre observations asiatiques. M. Islenief à Jakoutzk n'a pu observer l'entrée; il détermina le contact intérieur, à la sortie de Vénus, à 22^h 02′ 55″, & le contact extérieur à 22^h 19′ 15″; le temps de cette sortie est bien court; j'ignore d'ailleurs la latitude précise de Jakoutzk.

M. Lowitz a fait un mystère des observations qu'il a faites

à Gurief, on a cependant réussi à avoir connoissance des principales. De trois hauteurs méridiennes du Soleil, d'une de α de l'Aigle & d'une de θ d'Antinoüs, j'ai conclu la latitude de Gurief de 47^d 07′ 08″,5. Contact intérieur, à la sortie de Vénus, à 16^h 52′ 54″,4; contact extérieur à 17^h 11′ 06″,1. Commencement de l'éclipse le 3 Juin à 23^h 29′ 44″,7 ou à 23^h 29′ 50″,7; fin le 4, à 0^h 26′ 47″,7; donc selon l'observation de la fin, la différence des méridiens de Paris & de Gurief est de 3^h 18′ 28″, & en admettant cette longitude, la Lune ne mordoit pas tout-à-fait de 4 secondes à 23^h 29′ 44″,7.

M. Wolfgang-Louis Krafft observa la sortie de Vénus à Orenburg. « A 17^h 05′ 00″ $\frac{1}{2}$, temps vrai, les bords parurent se toucher; encore, dit M. Krafft, je remarquai là clairement l'effet « d'un mouvement de vacillation; à 17^h 05′ 06″, continue-t-il, « les bords me parurent se joindre très-vîte, je regarde ce moment « comme celui du contact intérieur; à 17^h 05′ 08″ $\frac{1}{2}$, le contact « est certainement arrivé; à 17^h 23′ 30″ $\frac{1}{2}$, on ne voyoit plus qu'une « très-petite partie de Vénus; à 17^h 23′ 34″ $\frac{1}{2}$, sortie totale. Au « temps de la sortie totale le ciel étoit parfaitement serein; je crois l'ob- « servation de cette sortie aussi exacte & même plus exacte que celle du « contact intérieur. A 23^h 30′ 22″ la Lune mord sur le disque du « Soleil; bonne observation, quoique la lunette fût un peu agitée « par le vent, & que j'eusse été obligé d'attendre ce commencement « dans une posture fort incommode. A 23^h 30′ 29″, l'éclipse est « notablement commencée. Le 4 à 1^h 02′ 44″, fin de l'éclipse. » Orenbourg est par 51^d 46′ de latitude nord, selon M. Krafft, & à 3^h 31′ 01″ à l'Est du méridien de Paris, tant selon l'observation du commencement, que selon celle de la fin de l'éclipse.

M. Christophe Euler, à Orsk, n'a point épargné les observations; de soixante-dix-huit hauteurs méridiennes, tant du Soleil que des Étoiles qu'il a observées, j'ai calculé les cinquante-quatre principales, & j'ai conclu la latitude d'Orsk de 51^d 12′ 11″. Au défaut de l'Éclipse du Soleil, il a observé plusieurs immersions & émersions des satellites de Jupiter; j'en ai comparé quelques-unes à nos observations d'Europe, la conclusion seroit que Orsk est plus oriental que Paris de 3^h 45′ 03″, mais ce résultat ne peut se soutenir;

le contact intérieur de Vénus à sa sortie a dû être observé à Orsk une minute plus tard qu'à Saint-Péterſbourg, & il y auroit été obſervé 20 à 25 ſecondes plus tôt. A $17^h\ 17'\ 36''$, temps vrai, les bords de Vénus & du Soleil ſe joignirent ſubitement, & à $17^h\ 18'\ 26''$, la ſortie commença. A $17^h\ 36'\ 58''$, la dernière marque de Vénus ſe perdit entièrement. A $23^h\ 52'\ 13''$, l'Éclipſe du Soleil étoit commencée, je crois depuis 30 ſecondes au plus, dit M. Euler; à $1^h\ 30'\ 42''$, elle étoit déjà finie. Si la longitude d'Orsk eſt $3^h\ 45'\ 03''$, à $23^h\ 52'\ 13''$ la Lune ne couvroit encore que 3 ſecondes & un quart du diamètre du Soleil; combien d'Obſervateurs n'auroient pas même jugé l'Éclipſe commencée? en diminuant cette longitude d'Orsk de 50 ſecondes, la Lune à ladite heure auroit mordu de 20 ſecondes, ce qui paroîtroit plus vraiſemblable; quant à la fin de l'Éclipſe, le temps en étoit déjà bien écoulé à $1^h\ 30'\ 42''$.

Dans cette obſervation d'Orsk, il eſt une circonſtance qui par ſa ſingularité me donne lieu de faire ici quelques réflexions. Que ſignifie cette jonction des bords, diſtinguée du commencement de la ſortie de Vénus? j'ai bien obſervé en 1761 comme un nuage noir, qui rompit en un inſtant le fil lumineux qui ſéparoit les bords de Vénus & du Soleil, lorſque je jugeois ce fil aſſez large pour durer encore pluſieurs ſecondes, mais je n'ai pas balancé à prendre ce jugement pour une illuſion d'optique, & à marquer l'inſtant de la rupture du fil lumineux pour celui du contact intérieur, & en cela je penſe avoir bien fait; on a trouvé que mon obſervation donnoit trop de parallaxe au Soleil; elle lui en auroit donné bien davantage, ſi j'euſſe attendu un commencement de la ſortie poſtérieure de près d'une minute à cette rupture de l'anneau lumineux. Le P. Hell a remarqué quelque choſe d'analogue au temps de la ſortie de Vénus, mais outre que ce n'a été que 11 ſecondes avant ce qu'il nous donne pour contact intérieur, cette tache du P. Hell après s'être montrée, a diminué & diſparu totalement. On a pareillement jugé à Rouen, & ſur-tout à Greenwich, que les bords des deux Aſtres ſe touchoient à l'entrée de Vénus pluſieurs ſecondes avant que le filet lumineux parût, mais on a marqué l'apparition ou la diſparition de ce filet lumineux comme lié immédiatement

immédiatement avec le contact intérieur. Si les deux circonférences ne paroissent pas se toucher géométriquement au moment de la formation ou de la rupture de ce filet, je pense que c'est à des causes purement physiques & étrangères à l'observation, qu'il faut attribuer cet effet illusoire; ce qui me le persuade, est que peu d'Observateurs ont remarqué cet effet, soit en 1761, soit en 1769 : je l'ai vu très-clairement en 1761, le Soleil ayant 45 degrés environ de hauteur, & le Ciel paroissant très-serein dans cette partie; il est vrai que 20 ou 25 minutes après commença une pluie abondante & qui fut de durée: je m'attendois à revoir le même phénomène en 1769, je ne vis rien d'approchant, le Soleil n'étoit cependant guère plus élevé qu'en 1761. A Wardhus il ne paroît pas que le P. Sajnovics ni M. Borgrewing aient observé la goutte noire dont parle le P. Hell. A Greenwich, de quatre Observateurs qui ont remarqué ce phénomène, un le fait durer 73 secondes, un autre 52 secondes, un troisième 20 secondes, enfin un quatrième, celui qui manioit le meilleur instrument, 10 secondes seulement. Je conclurois volontiers que ce phénomène dépend des vapeurs de notre atmosphère, de la qualité de l'instrument qu'on emploie, & peut-être même en partie de l'état de l'œil qui observe; que ces causes concourent à faire paroître le disque obscur de Vénus plus petit qu'il n'est réellement, l'effet dont nous parlons me paroît se présenter nécessairement, sur-tout si les mêmes causes, comme cela ne peut manquer d'arriver, se réunissent pour donner au disque du Soleil une étendue apparente plus grande que la réelle.

Pour revenir à l'observation d'Orsk, j'ai été tenté de regarder la première jonction ou confluence des bords, comme le commencement de la sortie; deux considérations m'ont retenu, il faudroit conclure de ce contact une longitude d'Orsk, moindre de 2 minutes & plus qu'elle n'est donnée par les Éclipses des satellites de Jupiter, & d'ailleurs la durée de la sortie de Vénus auroit été à Orsk plus longue que par-tout ailleurs, tandis que selon le calcul, ce lieu est un de ceux où la parallaxe devoit diminuer le plus cette durée.

Comme je me propose d'employer les observations de Stockolm, d'Upsal & de Greenwich, je vais en donner un précis.

À Stockolm, premier contact à l'entrée de Vénus.

Selon M. Ferner... à 8^h 24′ 07″ lunette achromatique de 10 pieds
Selon M. Wargentin à 8. 23. 57 lunette de 20 pieds.
Selon M. Wilke... à 8. 24. 06 télescope catoptrique de 1 pied $\frac{1}{2}$.

Contact intérieur.

Selon M. Ferner... à 8^h 41′ 48″.
Selon M. Wargentin à 8. 41. 47.
Selon M. Wilke... à 8. 41. 45.
Par un milieu..... à 8. 41. 46 $\frac{1}{2}$.

À Upsal, premier contact.

Selon M. Melander... à 8^h 22′ 01″.
Selon M. Prosperin... à 8. 22. 12.

Contact intérieur.

Selon M. Melander... à 8^h 40′ 12″ lunette de 20 pieds.
Selon M. Bergmann à 8. 40. 09 lunette de 21 pieds.
Selon M. Prosperin... à 8. 40. 12 lunette de 16 pieds.
Selon M. Salenius... à 8. 40. 15 lunette de 12 pieds.
Par un milieu..... à 8. 40. 12.

À Greenwich, premier contact.

Selon
M. Nevil Maskelyne à 7^h 10′ 58″ télesc. de 2 pieds, grossiss. 140 fois.
M. Malachie Hitchins à 7. 10. 54 télesc. de 6 pieds, grossiss. 90 fois.
M. Guillaume Hirst... à 7. 11. 11 télesc. de 2 pieds, grossiss. 55 fois.
M. Jean Horsley... à 7. 10. 44 lun. achr. de 10 pieds, grossiss. 50 fois
M. Samuel Dunn... à 7. 10. 37 lun. achr. de 3 $\frac{1}{2}$ pieds, grossiss. 140 fois.
M. Pierre Dollond... à 7. 11. 19 lun. achr. de 3 $\frac{1}{2}$ pieds, gross. 150 fois
M. Édouard Nairne... à 7. 11. 30 télesc. de 2 pieds, grossiss. 120 fois.

Les circonférences des deux disques paroissent se toucher,

Selon M. Maskelyne..... à 7^h 28′ 31″.
Selon M. Hitchins...... à 7. 28. 47.
Selon M. Horsley....... à 7. 28. 15.
Selon M. Dunn........ à 7. 29. 28.

Fil de lumière complet, ou Contact intérieur,

Selon M. Maskelyne.....	à $7^h\ 29'\ 23''$.
Selon M. Hitchins......	à 7. 28. 57.
Selon M. Hirst........	à 7. 29. 18.
Selon M. Horsley.......	à 7. 29. 28.
Selon M. Dunn........	à 7. 29. 48.
Selon M. Dollond......	à 7. 29. 20.
Selon M. Nairne.......	à 7. 29. 20.

J'ai tiré tout ce détail d'une Lettre de M. Maskelyne à M. de la Lande; M. Maskelyne ajoute que M.rs Dollond & Nairne ont marqué, non pas l'heure à laquelle le filet de lumière étoit complet, mais celle à laquelle ils ont jugé qu'il étoit prêt de se compléter; ainsi ces deux observations se rapprochent encore davantage de celle de M. Maskelyne; celle de M.rs Hirst & Horsley n'en diffèrent que de 5 secondes, l'une en plus, l'autre en moins, les deux autres se compenseront réciproquement, & je regarderai $7^h\ 29'\ 23''$ comme l'heure vraie du contact intérieur à Greenwich : c'est aussi d'après M. Maskelyne que j'ai supposé plus haut que le télescope de 6 pieds étoit le meilleur de tous les instrumens employés à cette observation à Greenwich.

En supposant le diamètre apparent de Vénus de 58 secondes, presque tous les Observateurs ont trouvé l'entrée & la sortie de Vénus moindre qu'elle ne devoit être; je n'en suis pas surpris; vu la lenteur du mouvement de Vénus & la petitesse de cette Planète relativement au Soleil, il est difficile de saisir avec précision les contacts extérieurs des deux limbes: d'ailleurs n'est-il pas probable qu'on doit reconnoître encore ici cette inflexion des rayons du Soleil, dont M. le Monnier a si bien démontré l'existence dans les Éclipses du Soleil? son effet doit être d'abréger la durée de l'entrée & de la sortie de Vénus; or l'entrée à Greenwich devoit durer 18′ 40″ selon le calcul, elle a duré moins selon cinq Observateurs, & 4 secondes seulement de plus selon M. Horsley; mais qu'elle ait pu durer 19′ 11″ comme il paroît que M. Dunn l'a observé, c'est ce que j'ai beaucoup de peine à me persuader: de trente-huit observations de l'entrée de Vénus, que j'ai sous les

yeux, celle de M. Dunn eſt la ſeule dont la durée excède 18′ 44″.

Le fort du Prince de Galles ſur la baie d'Hudſon, eſt ſitué par 58d 47′ 30″ de latitude boréale ſelon pluſieurs obſervations.

Premier contact extérieur à l'entrée de Vénus.

Par M. J. Dymond..................	à 0h 57′ 01″.
Par M. Wales......................	à 0. 57. 08.

Premier contact intérieur.

Par M. Dymond.....................	à 1. 15. 25.
Par M. Wales......................	à 1. 15. 21.
En prenant un milieu..............	à 1. 15. 23.

Contact intérieur à la ſortie de Vénus.

Par M. Dymond.....................	à 7. 00. 49.
Par M. Wales......................	à 7. 00. 46.
En prenant un milieu..............	à 7. 00. 47½.

Dernier contact extérieur.

Par M. Dymond.....................	à 7. 19. 21.
Par M. Wales......................	à 7. 19. 02.

Les deux Obſervateurs employoient chacun un téleſcope catoptrique amplifiant de cent vingt fois le diamètre des objets: au moment de la ſortie totale, le Ciel étoit très-brumeux & les bords mal terminés: telle eſt l'unique obſervation que nous ayons actuellement d'une durée du paſſage, ſenſiblement plus courte que toutes les durées qu'on auroit pu obſerver au nord de l'Europe & de l'Aſie: on voit que l'obſervation du ſecond contact extérieur n'eſt pas exempte d'incertitude, l'inconvénient n'eſt pas grand, pourvu que cette brume n'ait pas nui à la préciſion de l'obſervation du contact intérieur, ce que je n'oſerois décider bien affirmativement: quant aux contacts extérieurs, j'aurois peine à leur accorder une entière confiance; Vénus employoit 19 ſecondes de temps pour couvrir ſeulement une ſeconde du diamètre du Soleil, qu'une ſeconde de degré occupe bien peu d'eſpace dans le Ciel, & qu'il eſt difficile de ſaiſir, ſur-tout le commencement des Éclipſes de

Soleil avec cette précision, quoique la Lune ait un tout autre volume & un mouvement bien plus sensible que celui de Vénus? Je me dispenserai donc de faire usage des contacts extérieurs, quoique je les aie calculés avec autant de précision que les contacts intérieurs.

Il nous est parvenu bien d'autres observations de l'entrée de Vénus, faites en Amérique par des Observateurs Anglois, mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, permet d'autant moins de les employer à la recherche de la parallaxe du Soleil, que de petites erreurs sur la longitude de ces lieux en produisent de très-sensibles sur la parallaxe: il n'est aucun de ces lieux où 20 secondes de longitude ne répondent à une seconde & plus de parallaxe, & les longitudes ne sont fondées que sur un petit nombre d'Éclipses des satellites de Jupiter.

Dans un *Mémoire sur le choix & l'état des lieux où le passage de Vénus du 3 Juin 1769, pouvoit être observé avec le plus d'avantage, &c.* Mémoire qui a été imprimé séparément de ceux de l'Académie, je donnois une Table des lieux du Soleil & de Vénus pour le jour du passage depuis 7 heures jusqu'à 14 heures: cette Table, plus exacte que celle qu'on auroit tirée des Tables astronomiques, n'étoit cependant pas assez précise, le passage est arrivé 5 à 6 minutes plus tard que je ne l'avois annoncé; j'aurois pu pourtant m'en tenir à cette Table, son erreur étoit légère, elle portoit également sur toutes les observations, & par conséquent elle influoit peu ou même point du tout sur leur combinaison réciproque: nonobstant cette réflexion j'ai voulu corriger au moins la plus grande partie de cette erreur: la Table suivante représente avec assez de précision presque toutes les observations européennes, dans la supposition que la parallaxe du Soleil est de 9",2, son demi-diamètre 15' 47" & celui de Vénus 29": l'erreur qui pourroit être dans ces suppositions n'en peut occasionner qu'une absolument insensible dans la détermination de la vraie parallaxe solaire, pourvu que celle-ci ne soit pas énormément différente de celle que j'ai supposée.

TABLE des lieux du Soleil & de Vénus, le 3 Juin 1769.

TEMPS MOYENS.		LIEU moyen du SOLEIL.			LIEU VRAI du SOLEIL.			LIEU VRAI de VÉNUS.			LATITUDE boréale de VÉNUS.	
H.	*M.*	*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
7.	00	72.	28.	50	73.	19.	40,30	73.	32.	20,70	12.	13,25
7.	05	72.	29.	00	73.	19.	52,25	73.	32.	12,85	12.	10,30
7.	10	72.	29.	15	73.	20.	04,20	73.	32.	05,05	12.	07,35
7.	15	72.	29.	25	73.	20.	16,20	73.	31.	57,20	12.	04,40
7.	20	72.	29.	40	73.	20.	28,15	73.	31.	49,35	12.	01,45
7.	25	72.	29.	50	73.	20.	40,10	73.	31.	41,55	11.	58,50
7.	30	72.	30.	05	73.	20.	52,05	73.	31.	33,70	11.	55,55
7.	35	72.	30.	20	73.	21.	04,00	73.	31.	25,85	11.	52,55
7.	40	72.	30.	30	73.	21.	15,95	73.	31.	18,00	11.	49,60
7.	45	72.	30.	45	73.	21.	27,90	73.	31.	10,15	11.	46,65
7.	50	72.	30.	55	73.	21.	39,90	73.	31.	02,35	11.	43,70
7.	55	72.	31.	10	73.	21.	51,85	73.	30.	54,50	11.	40,75
8.	00	72.	31.	20	73.	22.	03,80	73.	30.	46,70	11.	37,80
9.	00	72.	33.	50	73.	24.	27,30	73.	29.	12,75	11.	02,35
10.	00	72.	36.	15	73.	26.	50,80	73.	27.	38,75	10.	26,90
11.	00	72.	38.	45	73.	29.	14,30	73.	26.	04,75	9.	51,50
12.	00	72.	41.	10	73.	31.	37,80	73.	24.	30,75	9.	16,05
13.	00	72.	43.	40	73.	34.	01,30	73.	22.	56,80	8.	40,60
13.	05	72.	43.	50	73.	34.	13,25	73.	22.	48,95	8.	37,65
13.	10	72.	44.	05	73.	34.	25,20	73.	22.	41,15	8.	34,70
13.	15	72.	44.	15	73.	34.	37,20	73.	22.	33,30	8.	31,75
13.	20	72.	44.	30	73.	34.	49,15	73.	22.	25,45	8.	28,80
13.	25	72.	44.	40	74.	35.	01,10	73.	22.	17,65	8.	25,85
13.	30	72.	44.	55	73.	35.	13,05	73.	22.	09,80	8.	22,85
13.	35	72.	45.	10	73.	35.	25,00	73.	22.	02,00	8.	19,90
13.	40	72.	45.	20	73.	35.	36,95	73.	21.	54,15	8.	16,95
13.	45	72.	45.	35	73.	35.	48,90	73.	21.	46,35	8.	14,00
13.	50	72.	45.	45	73.	36.	00,90	73.	21.	38,50	8.	11,05
13.	55	72.	46.	00	73.	36.	12,85	73.	21.	30,65	8.	08,10
14.	00	72.	46.	10	73.	36.	24,80	73.	21.	22,85	8.	05,15

La première colonne donne le temps moyen pour le méridien de l'Observatoire royal de Paris, la seconde contient le lieu moyen du Soleil dans la précision de 5 secondes, précision suffisante pour

l'usage qu'on peut faire de cette colonne: dans les trois colonnes suivantes on a poussé la précision jusqu'aux demi-dixièmes de secondes: le vrai lieu du Soleil a été calculé sur les Tables de M. l'abbé de la Caille, celui de Vénus est affecté de la nutation & de l'aberration.

Pour réduire les temps vrais des observations en temps moyens, j'ai par-tout retranché 2′ 15″ des temps vrais, lorsqu'il s'est agi de l'entrée de Vénus, & 2′ 13″ seulement lorsqu'il a été question de sa sortie: pour plus de précision, j'aurois pu ajouter à ces nombres ou en retrancher quelques décimales de seconde, mais ce défaut de précision, si c'en est véritablement un, étant commun à toutes les observations, & d'ailleurs la variation diurne de l'équation étant à peine de 10 secondes, quelques décimales de plus ou de moins n'auroient influé en rien sur le résultat des observations.

Pour déduire maintenant la parallaxe horizontale du Soleil des observations faites à Wardhus & au fort du Prince de Galles, je suppose comme auparavant cette parallaxe de 9″,2, le demi-diamètre du Soleil de 15′ 47″, & celui de Vénus de 29″, la longitude de Wardhus de 1h 55′ 07″ à l'est, & celle du fort du Prince de Galles de 6h 26′ 06″ à l'ouest; il nous suffit que ces longitudes soient à peu près connues, une erreur de quelques minutes ne devroit pas passer ici pour bien importante, il faudroit en dire autant à proportion des latitudes, si elles étoient moins parfaitement connues qu'elles ne le sont.

Par un calcul direct, strict & précis, fondé sur la Table précédente, j'ai trouvé que le passage de Vénus entre les deux contacts intérieurs, a dû durer à Wardhus 5h 53′ 32″,4, & au fort du Prince de Galles 5h 45′ 26″,3; donc le passage a dû durer au fort du Prince de Galles 8′ 06″,1 de temps moyen moins qu'à Wardhus; or en prenant un milieu entre les observations du P. Hell & du P. Sajnovics, le passage a duré à Wardhus 5h 53′ 29″ de temps moyen, au fort du Prince de Galles, en prenant pareillement un milieu entre les deux observations, il a duré 5h 45′ 26″,5; donc la différence des durées observées a été de 8′ 02″,5, & elle devoit être de 8′ 06″,1,

dans la supposition de 9",2 de parallaxe du Soleil : je dis; 8' 06",1 : 8' 02",5 :: 9",2 : 9",132 ; telle est la vraie parallaxe horizontale du Soleil, si nous admettons les observations de Wardhus & du fort du Prince de Galles comme exactes & précises.

On n'a rien objecté contre les observations du fort du Prince de Galles, & en effet ces observations paroissent se suivre très-bien en elles-mêmes ; d'ailleurs elles ont été envoyées en Europe, lorsque les observations européennes, & sur-tout celles de Wardhus n'avoient pu pénétrer jusqu'en Amérique. Quant à celles de Wardhus, mettons-les un moment de côté, & employons au lieu d'elles des observations qui soient à l'abri de tout soupçon. Nous ne trouverons point, il est vrai, de durée entière observée; mais ne pouvons-nous pas suppléer à ce défaut, en comparant l'entrée de Vénus, observée en des lieux bien donnés de position, avec la sortie observée en d'autres lieux, dont la position soit également bien déterminée. Par exemple, Stockolm est au moins par 1^h 02' 50" de longitude orientale, & Saint-Péterfbourg au plus par 1^h 52' 00" de longitude aussi orientale à l'égard de Paris; donc Saint-Péterfbourg est de 49' 10" au plus à l'orient de Stockolm. Selon la Table précédente, & dans la supposition de 9",2 de parallaxe, le premier contact intérieur a dû être observé à Stockolm à 7^h 36' 40",4, temps moyen, méridien de Paris, & le second contact intérieur a dû arriver à Saint-Péterfbourg lorsqu'il étoit à Paris 13^h 31' 27",4 de temps moyen. Donc entre l'entrée de Vénus à Stockolm, & sa sortie à S.t Péterfbourg, il a dû s'écouler 5^h 54' 47", c'est-à-dire, 9' 20",7 plus que la durée du passage calculée pour le fort du Prince de Galles. Or le premier contact intérieur a été observé à Stockolm à 8^h 39' 31",5, temps moyen ; le second a été observé à Saint-Péterfbourg par un milieu entre les observations de M. Lexell & des PP. Stahl & Mayer, à 15^h 23' 26",4, temps moyen. La différence est de 6^h 43' 54",9 ; ôtez au plus 49' 10" pour la différence des méridiens, il restera au moins 5^h 54' 44",9 pour le véritable intervalle de temps moyen écoulé entre le premier contact intérieur observé à Stockolm, & le second observé à Saint-Péterfbourg.

Ce

Cet intervalle excède de 9′ 18″,4 la durée obſervée au fort du Prince de Galles; or l'excès devoit être de 9′ 20″,7 dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe horizontale du Soleil. Je dis 9′ 20″,7 : 9′ 18″,4 : : 9″,2 : 9″,161; donc ſelon les obſervations de Stockolm & de Saint-Péterſbourg, combinées avec celles du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil eſt au moins de 9″,161; elle ſera plus forte, ſi la longitude de Stockolm excède 1^h 02′ 50″, ou ſi celle de Saint-Péterſbourg eſt au-deſſous de 1^h 52′ 00″; la fin de l'éclipſe du 3 Juin 1769 met Stockolm par 1^h 02′ 52″,5, & Saint-Péterſbourg par 1^h 51′ 56″, alors la parallaxe concluе ſeroit de 9″,267.

En comparant pareillement les obſervations d'Upſal & de Saint-Péterſbourg avec celles du fort du Prince de Galles, & donnant à Upſal 1^h 01′ 10″ de longitude à l'Eſt de Paris, on trouve que l'intervalle entre la fin de l'entrée à Upſal & le commencement de la ſortie à Saint-Péterſbourg, a dû être de 9′ 20″,7 plus long que la durée obſervée au fort du Prince de Galles, dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe horizontale. Or cet excès a été au moins de 9′ 12″,9; donc la parallaxe eſt au moins de 9″,072.

Subſtituant Cajanebourg à Upſal, & donnant à Cajanebourg 1^h 41′ 41″ de longitude orientale, la parallaxe ſeroit de 9″,242; de 9″,302, en prenant l'obſervation de M. Maskelyne à Greenwich au lieu de celle de Cajanebourg (celle de M. Hitchins donneroit 9″,747); enfin prenant un milieu entre les obſervations de M.rs Caſſini, Maraldi & Meſſier, on a le premier contact intérieur obſervé à Paris à 7^h 36′ 33″,7 de temps moyen; comparant ce milieu avec les obſervations de Saint-Péterſbourg & du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil eſt de 9″,150. Il me ſemble que l'accord de tous ces réſultats avec celui de l'obſervation de Wardhus, ne laiſſe aucun lieu de douter de l'exactitude de cette obſervation; comparée avec celles que nous attendons de la Californie & de la mer du Sud, elle décidera la queſtion de la parallaxe avec toute la préciſion que l'on peut deſirer, & le paſſage de 1769 nous aura procuré une connoiſſance, dont celui de 1761 n'avoit fait que nous approcher.

Si la parallaxe horizontale du Soleil étoit le 3 Juin de 9",150; la parallaxe horizontale moyenne est de 9",288, ou de 9",339 si la première est de 9",2, ou enfin de 9",135 si celle du 3 Juin n'est que de 9 secondes.

Je n'ai point fait usage des observations de Gurief & d'Orenburg, parce que je me crois moins assuré de la longitude de ces deux villes que de celle de Saint-Pétersbourg; leur longitude n'est fondée que sur la dernière éclipse de Soleil, & cette éclipse étoit bien petite, sur-tout à Gurief. Je remarquerai seulement qu'en substituant dans les comparaisons précédentes les observations de Gurief & d'Orenburg à celle de Saint-Pétersbourg, la parallaxe du Soleil seroit un peu au-dessous de 9 secondes; celle qui résulteroit de l'observation de M. Rumowski à Kola, excéderoit à peine 9 secondes; elle excéderoit au contraire 9",3, si à l'observation de M. Rumowski on substituoit celle de M.rs Ochtenski & Borodulin.

Admettant la parallaxe du Soleil de 9",15, nous pouvons nous servir des observations américaines, pour déterminer la longitude des lieux où elles ont été faites; observant qu'il faudra augmenter ou diminuer cette longitude de 2 secondes par chaque dixième de seconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe. Je prends l'observation de M. Maskelyne à Greenwich pour terme de comparaison; si au lieu de cette observation on vouloit prendre un milieu entre les observations de Paris, Greenwich, Hawkhill, Stockolm, Upsal & Cajanebourg, il faudroit augmenter de 4 à 5 secondes de temps toutes les longitudes américaines que je vais déterminer. J'ai préféré l'observation de Greenwich, parce que le Soleil y étoit plus élevé, & peut-être le ciel plus pur qu'à Paris, Stockolm & Upsal.

A Norriton en Pensilvanie, par 40d 09′ 56″ de latitude boréale, contact intérieur à l'entrée de Vénus, ou apparition du fil de lumière à 2h 30′ 14″ selon M. Lukens, à 2h 30′ 15″ selon le Docteur Smith, par un milieu à 2h 30′ 14″ ½. Donc longitude de Norriton 5h 11′ 44″ ½ à l'ouest de Paris; par quelques éclipses du 1.er satellite de Jupiter, j'avois trouvé 5h 11′ 17″.

A Philadelphie, dans la place de la maison-de-ville, par la

latitude boréale de 39^d 56′ 55″, contact intérieur à 2^h 29′ 11″ temps moyen, ſelon M. Ewing, & ſelon M. Prior à 2^h 29′ 23″; donc longitude occidentale de Philadelphie de 5^h 10′ 33″ ſelon l'obſervation de M. Ewing, ou de 5^h 10′ 21″ ſelon celle de M. Prior.

A Leweſtonn, dans la maiſon du Capitaine de Laware, latitude nord 38^d 47′ 27″, ſous un méridien, dit-on, d'une ſeconde de temps ſeulement plus oriental que la partie la plus ſud de Philadelphie, ou exactement ſous le même méridien que la place de la maiſon-de-ville, M. Owen Biddle a obſervé l'apparition du fil de lumière à 2^h 29′ 57″, temps moyen; donc longitude de Leweſtonn 5^h 09′ 52″ à l'oueſt de Paris. Si cela eſt ainſi, il paroît que les meſures géodéſiques, d'après leſquelles on a probablement décidé que Leweſtonn & la place de la maiſon-de-ville de Philadelphie étoient ſous le même méridien, n'ont pas été priſes avec la plus grande préciſion.

A New Cambridge dans la nouvelle Angleterre, par 42^d 25′ de latitude nord, M. le Profeſſeur Winthrop vit à 2^h 47′ 33″ la circonférence du diſque ſolaire rendue à ſa parfaite intégrité; donc Cambridge eſt de 4^h 54′ 01″ plus occidentale que Paris. M. Maskelyne avoit déterminé cette longitude moindre ſeulement de 2 ſecondes, d'après quelques obſervations d'émerſions du 1.er ſatellite de Jupiter, faites à Cambridge par M. Winthrop, & comparées avec les ſiennes.

A l'île Coudre, près de Québec, par la latitude de 47^d 17′ nord, M. Thomas Wright vit le fil de lumière ſe compléter à 2^h 50′ 50″ $\frac{1}{2}$, temps vrai; cette île eſt donc plus occidentale que Paris de 4^h 50′ 20″ $\frac{1}{2}$. On ajoute que cette île eſt ſituée au nord 41^d $\frac{1}{2}$ Eſt de Québec, à 55 milles Anglois de diſtance; le mille Anglois terreſtre eſt de 69 $\frac{1}{6}$ au degré. Il eſt clair d'abord que cette diſtance & ce giſement ſont incompatibles avec la latitude qu'on donne à l'île Coudre, combinée avec celle de Québec. De plus, la longitude de cette île, telle qu'elle réſulte de l'obſervation, eſt plus occidentale d'une minute & demie de temps, que celle par laquelle on place ordinairement Québec. Au reſte, je ne voudrois pas garantir l'exactitude de celle-ci; je crois l'île Coudre réellement plus orientale que Québec.

Le premier contact intérieur, observé au fort du Prince de Galles sur la baie d'Hudson, détermine la longitude occidentale de ce fort, de $6^h\ 26'\ 20''$.

Par un milieu entre l'observation de M. de Fleurieu & la mienne, le contact intérieur des bords est arrivé au cap François, île de Saint-Domingue, à $2^h\ 44'\ 44''\frac{1}{2}$; donc la longitude de cette ville est de $4^h\ 58'\ 43''$ à l'ouest de Paris. Cette longitude doit être augmentée ou diminuée, non de deux, mais de 3 secondes par chaque dixième de seconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe.

On pourroit par cette même voie parvenir à déterminer la position d'Édimbourg, qui n'est pas encore assez précisément connue; on peut aussi employer à cette même fin l'observation de l'éclipse du Soleil faite à Hawkill, à un mille & demi Anglois de distance du collége d'Édimbourg, au nord-est. Avec deux lunettes achromatiques, l'une de trois pieds & demi, l'autre de deux pieds, on s'accorda à une seconde près à déterminer la fin de l'Éclipse le 3 Juin 1769 à $20^h\ 17'\ 30''$, temps moyen. Latitude du lieu $55^d\ 57'\ 37''$ nord; donc longitude occidentale $0^h\ 21'\ 55''\frac{1}{2}$ ou $0^h\ 21'\ 56''\frac{1}{2}$, selon qu'on prendra pour terme de comparaison l'observation de M. Cassini ou celle de M. Maskelyne. Le Lord Alemoer avec un télescope catoptrique de dix-huit pouces, avoit déterminé le premier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil à $7^h\ 14'\ 32''$, temps moyen; M. Jacques Hey avec une lunette achromatique de 3 pieds & demi, à $7^h\ 14'\ 35''$, & M. le Docteur Lind à $7^h\ 14'\ 37''$, avec une lunette achromatique de deux pieds; par un milieu, ce contact est arrivé à $7^h\ 14'\ 34'',7$, temps moyen; & la longitude de Hawkhill seroit de $0^h\ 21'\ 53''$, je l'établis de $0^h\ 21'\ 55''\frac{1}{2}$, comme elle est donnée par l'éclipse du Soleil. Ceci posé, le collége d'Édimbourg étant à un mille & demi Anglois (le mille de $69\frac{1}{6}$ au degré) au sud-ouest de Hawkhill, sera plus méridional que Hawkhill de $55''$, & plus occidental de $1'\ 38''$ ou de $24''\frac{1}{2}$ de temps; sa latitude sera donc de $55^d\ 56'\ 42''$, & sa longitude de $22'\ 20''$ de temps à l'ouest de Paris.

La longitude de Coppenhague n'est que de $41'\ 01''$ de temps

à l'est de Paris, selon l'observation de la fin de l'éclipse du Soleil; cette phase a été observée par M. Horrebow à $21^h\ 30'\ 55''$, temps vrai. M. Johnson l'a observée 5 secondes plus tôt, M. Karup 2 secondes plus tôt, M. Soroé 3 secondes plus tard, & M. Aasheim 5 secondes plus tard. L'observation de M. Horrebow tient le milieu entre toutes; selon celle de M. Aasheim, la longitude de Coppenhague seroit de $41'\ 06''$: c'est la plus forte qu'on puisse conclure de cette éclipse.

Cette même fin d'Éclipse observée à Ingolstat à $21^h\ 07'\ 41''$ par le P. Aman, donne $36'\ 18''$ de longitude orientale à cette ville.

La même phase observée à Vienne à $21^h\ 48'\ 42''$ par le P. Pilgram, & à $21^h\ 28'\ 50''$ par M. Sambach, restreindroit la longitude de cette ville à $55'\ 57''$ selon la première observation, & à $56'\ 05''$ selon la seconde.

Cadiz, selon la fin de l'Éclipse observée à $19^h\ 17'\ 59''$ par Don Vincent Tofiño, est plus occidentale que Paris de $34'\ 37''\frac{1}{2}$; le contact intérieur à l'entrée de Vénus, observé par le même Don Vincent, donneroit une longitude encore plus occidentale à cette ville, mais le Soleil étoit à Cadiz trop voisin de l'horizon pour permettre une observation bien précise.

P. S. Depuis la lecture de ce Mémoire, il nous est parvenu plusieurs Observations du passage de Vénus, les plus intéressantes sont celles qui ont été faites à Saint-Joseph en Californie, & à l'île du Roi George dans la mer du Sud.

Je n'entrerai point dans le détail des observations de feu M. l'abbé Chappe à Saint-Joseph, M. Cassini le fils, s'est chargé de ce soin, il s'en acquittera mieux que je ne pourrois le faire: d'un nombre presque infini d'observations de hauteurs méridiennes du Soleil & de différentes Étoiles prises tant au Nord qu'au Sud, j'ai conclu la latitude de l'Observatoire de M. l'abbé Chappe, de $23^d\ 03'\ 42''$ vers le Nord: l'observation du passage de Vénus faite à Saint-Joseph & comparée avec les observations européennes, place le méridien de ce même Observatoire $7^h\ 28'\ 24''$ à l'ouest de celui de Paris.

Le 3 Juin 1769 à $11^h\ 59'\ 16'',9$, temps vrai selon M. l'abbé

Chappe; à $11^h\ 59'\ 13''\ 41'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Vincent Doz; à $11^h\ 59'\ 17''\ 41'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Salvador de Medina, premier contact extérieur des bords du Soleil & de Vénus.

Le fil de lumière paroît, ou premier contact intérieur, à $0^h\ 17'\ 26'',7$ ſelon l'abbé Chappe, à $0^h\ 17'\ 24''\ 55'''$ ſelon Don Vincent, à $0^h\ 17'\ 29''\ 55'''$ ſelon Don Salvador.

Ce même fil diſparoît à la ſortie, ou ſecond contact intérieur, à $5^h\ 54'\ 50'',2$ ſelon l'abbé Chappe, à $5^h\ 54'\ 44''\ 32'''$, ou à $5^h\ 54'\ 47''\ 32'''$, ſelon les deux autres Obſervateurs.

Enfin ſortie totale à $6^h\ 13'\ 19'',1$ ſelon M. l'abbé Chappe, à $6^h\ 12'\ 40''\ 58'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Vincent, 5 ſecondes plus tard ſelon Don Salvador.

La durée obſervée par M. l'abbé Chappe, comparée avec celle qui a été obſervée à Wardhus, ſelon la méthode que j'ai expoſée ci-deſſus, reſtreint la parallaxe du Soleil à $8'',75$. Les obſervations de Don Vincent & de Don Salvador, donnent le même réſultat, à quelques centièmes de ſeconde près, dont elles augmentent cette parallaxe.

Sur l'île du Roi George *(a)*, ſituée, ſelon M. Maskelyne, par $17^d\ 28'\ 55''$ de latitude auſtrale, & $149^d\ 26'$ à l'oueſt de Greenwich, M. Green a obſervé le 1.er contact extérieur le 2 Juin à $21^h\ 25'\ 40''$ temps vrai, & le Capitaine Cook à $21^h\ 25'\ 45''$. Filet de lumière à $21^h\ 43'\ 55''\frac{1}{2}$ ſelon M. Green, à $21^h\ 44'\ 15''\frac{1}{2}$ ſelon M. Cook, à $21^h\ 44'\ 02''\frac{1}{2}$ ſelon le Docteur Solander. Ce filet diſparoît le 3 à $3^h\ 14'\ 03''$ ſelon M. Green, à $3^h\ 14'\ 13''$ ſelon M. Cook. Sortie totale à $3^h\ 32'\ 14''$ ſelon M. Green, à $3^h\ 32'\ 02''$ ſelon M. Cook, à $3^h\ 32'\ 13''$ ſelon M. Solander. Le ciel étoit parfaitement ſerein; ainſi la durée du paſſage entre les deux contacts intérieurs a été de $5^h\ 30'\ 07''\frac{1}{2}$ ſelon M. Green, de $5^h\ 29'\ 57''\frac{1}{2}$ ſelon M. Cook; par un milieu de $5^h\ 30'\ 02''$ de temps vrai, ou $5^h\ 30'\ 04''$ de temps moyen, moindre par conſéquent de $23'\ 25''$ que la durée obſervée à Wardhus. Or dans la ſuppoſition de $9'',2$ de parallaxe

(a) Cette île ne diffère point de l'île Taiti, découverte par M. de Bougainville, la latitude eſt la même, la longitude ne diffère pas d'un degré, préciſion que les méthodes employées par feu M. Verron ne pouvoient excéder.

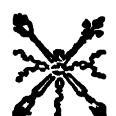
ſolaire, la différence des durées devoit être de 24′ 40″,6; donc la parallaxe horizontale du Soleil le 3 Juin 1769, étoit de 8″,73. Si au lieu de comparer l'obſervation de la mer du Sud avec celle de Wardhus, on veut la comparer avec celles de Stockolm, Upſal, Paris, Greenwich, Cajanebourg, d'une part, & Saint-Péterſbourg de l'autre, comme nous avons fait ci-deſſus à l'égard de l'obſervation du fort du Prince de Galles, on trouvera 8″,76 pour parallaxe ſolaire. Nouvelle preuve, à mon avis, de l'exactitude de la durée obſervée à Wardhus.

En admettant 8″,75 pour parallaxe ſolaire le 3 Juin, je penſe que cet élément ſera déterminé mieux que dans la préciſion d'un demi-dixième de ſeconde, & alors la parallaxe horizontale du Soleil dans ſes moyennes diſtances, ſera de 8″,88.

L'obſervation des deux contacts intérieurs, faite dans l'île du Roi George, & comparée aux obſervations Européennes, donne $10^h\ 07'\ 41''$ pour différence occidentale du méridien de Paris à celui de l'obſervation.

Le ſecond contact intérieur a été obſervé à Batavia par $6^d\ 12'$ de latitude ſud à $20^h\ 30'\ 13''$, & la ſortie totale à $20^h\ 48'\ 31''$ avec un téleſcope grégorien de 3 pieds & demi; ſelon la première obſervation, Batavia ſeroit de $5^h\ 05'\ 54''$ plus oriental que Saint-Péterſbourg, & par conſéquent de $6^h\ 57'\ 50''$ plus oriental que notre Obſervatoire royal.

A Mexico, le premier contact intérieur a été obſervé à $0^h\ 55'\ 34''$, par Don Joſeph-Antoine de Alzate & Don Gama, 2 ſecondes plus tard par Don Joſeph-Ignace-Antoine Bartolachi, ce qui réduit la longitude de Mexico à $6^h\ 50'\ 01''$ dont ſon méridien eſt plus occidental que celui de notre Obſervatoire royal.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commençer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER.

JANVIER 1769.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	4 ½	6	4	27.	6	pluvieux.
2	O.	2	4	3	27.	6	beau avec nuages.
3	N.	2	3 ½	1	27.	9	couvert.
4	N. E.	— 1 ½	1 ½	1	27.	8 ½	couvert & venteux.
5	E.	0	2 ½	1	27.	6	beau avec nuages; gelée blanche.
6	E.	1 ½	4	2	27.	8	beau avec nuages.
7	N.	2	2	1 ½	27.	10	couvert & bruine.
8	N.	2	2 ½	2	28.		couvert.
9	E.	1	2 ½	½	27.	11	couvert & nébuleux.
10	S.	½	1 ½	2	27.	8 ½	couvert & bruine.
11	S.	2	4	6	27.	7 ½	*idem.*
12	S. O.	6	7 ½	4	27.	9	pluvieux & venteux.
13	S. O.	6	8 ½	8	27.	9	*idem.*
14	S. O.	½	4	1	28.	1	beau temps.
15	S. E.	— 1 ¼	3	½	27.	9 ½	*idem.*
16	S. O.	3 ½	5	3	28.	1	couvert & variable avec brouillard.
17	N. E.	1 ½	4	1	27.	10 ½	grand brouillard, beau & venteux.
18	E.	— ½	5 ½	2	27.	7	beau temps.
19	N. E.	— 1 ½	1	— 1	27.	6	beau avec nuages.
20	E.	— 3 ½	— 1	— 3	27.	5	beau & venteux.
21	N. E.	— 4 ½	— 1	— 3 ½	27.	6	beau avec nuages.
22	N. E.	— 5 ½	— 2	— 4 ½	27.	8	givre & beau temps.
23	E.	— 5	1	1 ½	27.	7 ½	beau temps.
24	E.	— 1 ½	1	— ½	27.	8	brouillard & givre, beau le soir.
25	E.	0	5 ½	2	27.	8 ½	beau avec nuages.
26	E.	1 ½	6 ½	3	27.	9	beau & couvert.
27	S.	4 ½	7	4	27.	10	brouillard, grande pluie, grêle, vent & tonnerre.
28	S. O.	3 ½	6	5	27.	6	couvert & pluvieux.
29	O.	1 ½	5 ½	3 ½	27.	4 ½	variable avec nuage & vent.
30	N.	— 2 ½	0	— 3	27.	8	grand vent & nébuleux.
31	N. O.	— 3	0	— 2 ½	27.	9	beau avec nuages.

Le 6, la grande & la petite Bouſſole, 19 degrés 30 minutes.

Quoiqu'il n'y ait pas eu de grandes gelées pendant ce mois, & que le 22, au matin, le thermomètre n'ait pas descendu plus bas que $5\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro; cependant il peut passer pour froid : il est très-peu tombé de neige, & seulement 1 pouce $\frac{24}{48}$ de pluie; néanmoins les chemins ont été extrêmement mauvais, & on n'a pu faire de voitures, parce que les premiers jours de la gelée les chemins étoient trop rudes, & sur la fin lorsque la gelée a commencé à diminuer, la terre ne portoit plus.

Comme les pluies d'automne avoient rempli les étangs ainsi que les mares, la rivière d'Essonne a débordé plusieurs fois, mais ces débordemens n'ont pas duré, parce que les sources au lieu de pousser, recevoient une partie de l'eau qui les couvroit; cependant après les débordemens elles ont un peu poussé, mais ce n'étoit que pour rendre ce qu'elles avoient pris pendant le débordement; car les eaux n'ont point augmenté dans les puits où elles étoient même plus basses que l'année dernière.

Les perdrix se sont appareillées & les moineaux francs ont travaillé à faire des nids pendant les jours où le temps a été doux; mais ces premiers travaux sont abandonnés dès qu'il survient de la gelée.

Il y a eu pendant ce mois plusieurs fièvres malignes.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	−4	½	−1	27.	10	beau avec nuages.
2	S.	−2	0	−1½	27.	5½	couvert, pluvieux & verglas.
3	S. O.	2	5	2	27.	4½	beau avec nuages.
4	S.	1½	5½	2½	27.	2	couvert & pluvieux.
5	S.	2	6½	3½	27.	2	variable & pluvieux.
6	E.	3½	2	1	27.	2½	couvert & pluvieux.
7	S.	2	3½	2	27.	3	grand vent, pluie & grêle.
8	S. O.	1½	3½	½	27.	3	le matin 27½, beau avec gros nuages.
9	N. E.	−½	3	1	27.	3	couvert & neige fondue.
10	N.	0	½	0	27.	3½	couvert & neigeux.
11	E.	1	1½	½	27.	5	couvert & bruine.
12	N. E.	0	2	0	27.	6	beau avec nuages.
13	N. E.	−½	1½	1	27.	8	couvert & neigeux.
14	E.	½	2½	−1	27.	7½	variable ſans pluie.
15	N.	−1½	2½	1½	27.	11	beau avec nuages.
16	S.	1½	3	1	27.	8	couvert & pluvieux.
17	N. O.	1	4½	2	27.	9	*idem.*
18	N. O.	0	2½	1	27.	11	couvert & bruine.
19	S. O.	1	3	2	27.	10	pluvieux.
20	E.	1½	4	1½	28.	½	beau temps.
21	S. O.	2	5	4½	27.	10	couvert & bruine.
22	S. O.	5	7	3	27.	5	pluvieux.
23	S. O.	1	4	3	27.	2½	couvert, venteux & pluvieux.
24	O.	0	2½	−½	27.	6	grand vent & giboulées.
25	S. O.	−1½	3½	3	27.	5½	couvert, venteux & pluvieux.
26	O.	5	6	3	27.	6	mat. 27p 2l½, variable avec giboulées.
27	S.	3	6	7	27.	8	couvert & pluvieux.
28	S.	6½	9	7	27.	8	couvert & bruine.

Le 11, la grande & la petite Bouſſole, 19 degrés 30 minutes.

Les chemins ayant continué à être très-mauvais & la terre très-molle, on a fait peu d'ouvrages pendant ce mois, qui peut passer pour humide.

Le 3, on a vu quelques grives en bandes; on n'en avoit point encore vu cette année ni la précédente.

Le 4, la perce-neige & le petit ellebore jaune étoient en fleur.

Le 26, à 7 heures du soir, on vit une espèce d'aurore boréale qui a duré deux heures; c'étoit un grand bandeau blanc dont la direction étoit Est & Ouest, & qui fournissoit autant de clarté que la Lune en son plein; ce bandeau a augmenté entre 7 & 8 heures, & a diminué entre 8 & 9; il n'y a eu pendant ces deux heures rien de remarquable que son augmentation & sa diminution progressives.

MARS.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	7	8	4	27.	8	beau avec nuages.
2	S.	3	6	4	28.		variable avec giboulées.
3	S. O.	½	9	5	28.	2½	beau avec nuages.
4	S.	2½	10	4½	28.		beau temps.
5	O.	½	12	4½	27.	10	beau temps, gelée blanche.
6	O.	4½	7½	5	27.	11	beau avec nuages.
7	S. E.	3½	7	4	27.	8	couvert.
8	N.	½	5½	2	27.	10	petite gelée blanche, beau & froid.
9	N.	1	4	0	27.	9	beau avec nuages & vent.
10	E.	—2½	6	0	27.	6	beau temps.
11	S.	—1½	4½	4	27.	2	variable avec pluie & vent.
12	O.	4	7	3	27.	4	*mat.* 27^p 1^l, venteux & nébuleux.
13	S.	1	8½	6	27.	5½	gelée blanche, pluie & vent.
14	S.	6	7	5	27.	9½	variable avec giboulées.
15	S. O.	4	10	6½	28.		beau avec nuages.
16	O.	5	6	2	28.	½	pluvieux, giboulées.
17	N. O.	½	6½	3	28.	2	gelée blanche, beau temps.
18	O.	2	6	1	28.	½	variable avec vent & bruine.
19	N. O.	1	5	3	28.	1½	variable & couvert avec bruine.
20	S.	3	5½	2	27.	10	couvert & pluvieux.
21	N. E.	½	7	2½	28.		gelée blanche, beau temps.
22	N. E.	0	6	2	27.	11½	gelée, brouillard & beau temps.
23	N. E.	— ½	9	3	28.	1¼	beau temps.
24	N.	0	8	3½	28.	2	variable avec vent & giboulées.
25	N. E.	2	6½	3	28.	½	*mat.* 28^p 2^l, couvert & pluvieux.
26	N. E.	½	4½	2½	27.	11	gelée, venteux & giboulées.
27	N. E.	½	3	2	27.	10	gelée, couvert & venteux.
28	N. E.	— ½	7	2¼	27.	8	beau temps.
29	N. E.	0	7½	2	27.	6	*idem.*
30	N. E.	—1½	3½	½	27.	5	beau & grand vent.
31	N. E.	—1½	2	—1	27.	3½	grand vent & neige.

Le 18, la grande & la petite Boussole, 19 degrés 30 minutes.

Ce mois peut paſſer pour ſec, il a été variable & froid, ce qui a été avantageux pour retarder la sève tant de la vigne que des arbres fruitiers.

On a été occupé à ſemer les mars; à la fin du mois il y avoit environ la moitié des avoines de ſemées, & la moitié des vignes de taillées; il n'y avoit encore que les abricotiers en fleur; les boutons des pêchers commençoient à s'ouvrir; les poiriers étoient très-peu préparés ou montroient peu de boutons à fruits; les pommiers promettoient beaucoup plus; les oyaux, les jacinthes, les primevères étoient en fleur.

Le blé a valu, comme le mois dernier, entre 24 & 27 livres le ſetier de Paris; l'avoine 8 à 9 livres la même meſure, mais celle de la dernière récolte étoit de très-mauvaiſe qualité.

AVRIL.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	—3 ½	4 ½	2	27.	6	couvert & nébuleux.
2	N.	3	4 ½	2	27.	6	couvert & pluvieux.
3	N.	½	5	2 ½	27.	7	couvert & nébuleux.
4	N.	1 ½	6	1	27.	6 ½	beau avec nuages & neige.
5	N. E.	—1	6	3 ½	27.	6	nébuleux, couvert & bruine.
6	E.	1 ½	4 ½	2	27.	6	couvert & bruine.
7	N. E.	0	5 ½	2 ½	27.	3	couvert & vent froid.
8	S.	3 ½	6	5 ½	26.	11	pluvieux.
9	S.	4 ½	10 ½	8	27.	3	variable avec vent & bruine.
10	S.	9	14 ½	11	27.	3	tonnerre, grand vent & pluie.
11	S. O.	11	17 ½	8	27.	6 ½	beau après midi, vent de tempête, tonnerre & pluie.
12	S. O.	8	12 ½	8 ½	27.	9	variable avec petites ondées.
13	S. E.	6	14 ½	11	27.	5 ½	couvert & grand vent.
14	S. O.	11	9	9	27.	8	couvert, venteux & petite bruine.
15	S. O.	6	13	7 ½	27.	10	variable avec petites ondées.
16	S. O.	4	13	8	27.	7 ½	beau avec nuages & vent.
17	S.	6	7 ½	5 ½	27.	8	variable avec pluie & vent.
18	N.	5	10	6	27.	10	variable avec pluie, grèle & tonnerre.
19	N.	3	12	7	27.	10	beau avec nuages.
20	N. E.	6	15	5	27.	10	beau temps.
21	N. E.	6	15 ½	9	27.	10	beau temps.
22	E.	8	16	10 ½	27.	8 ½	beau temps.
23	N. E.	10	17	11	27.	10	beau avec nuages & tonnerre.
24	N. E.	9	17	10	27.	11	beau temps.
25	N. E.	8	16	11	27.	10 ½	beau avec vent.
26	N. E.	10	15 ½	9	27.	9	*idem.*
27	S.	17	17	11	27.	9 ½	beau avec nuages.
28	N. E.	12	19 ½	12	27.	9 ½	beau & brumeux.
29	N. E.	11	19	11	t	½	beau temps.
30	N.	10	18	11	28.	½	beau & brumeux.

Le 6, la grande Bouſſole, 19 degrés 30 minutes, la petite, 19 degrés.

Ce mois a été fort venteux & fort sec, ce qui étoit contraire aux seigles qui avoient très-mauvaise mine, qui étoient fort clairs & qui n'ont point monté en tuyau, parce qu'il n'y avoit point de chaleur pour les faire pousser, & que c'est dans le mois d'Avril qu'ils doivent montrer leurs épis; ils étoient même si foibles qu'on étoit tenté d'en retourner pour semer des pois; à l'égard des blés, ils étoient beaux sans être forts.

Les Vignerons se plaignoient que la taille de la vigne n'étoit pas bonne, que la moëlle étoit noire, & que beaucoup de sarmens étoient secs, parce que le bois n'avoit pas mûri l'année dernière.

Le 6 il tomba une petite pluie, il gela le matin, & quoique le soleil n'ait pas paru, beaucoup d'abricots & de pêches furent gelés.

Le 10, il tonna à 9 heures du matin, il plut toute la matinée, & l'après-midi par ondées avec un grand vent forcé; le 11 il fit un vent de tempête avec du tonnerre; le 18 le baromètre étant à 27 pouces 10 lignes, il tonna toute l'après-midi & il tomba assez de grêle pour blanchir la terre; les grains de la première ondée étoient la plupart gros comme de gros pois & plusieurs comme de petites noisettes, celles des autres ondées étoient comme des pois verds.

Le 8 au soir, on vit quatre hirondelles voler dans une cour; le 20, on vit le soir de ces petits hannetons rouges qui annoncent l'arrivée des gros; aussi le 24 & le 25 il en parut beaucoup, & le 31 il y en avoit une grande quantité.

Le 13 au matin, on entendit chanter le rossignol; le 30 le coucou chanta: les buis n'ont point fleuri cette année, ainsi on s'attendoit qu'on n'auroit point de graine.

L'élévation du mercure dans le baromètre a beaucoup varié.

On tua à la basse-cour une poule qui avoit un cul gros comme celles qui ont une descente, elle avoit de très-petits œufs dans le corps, elle étoit maigre, & étant vidée elle ne pesoit avec la tête, les pattes, les ailes, le gésier & le foie que 26 onces, & le foie seul en pesoit 8, ce qui est monstrueux: il étoit de couleur blonde, fort sain & délicat, ainsi les gros foies, qu'on nomme *gras*, à cause de leur délicatesse, n'appartiennent pas toujours aux volailles les plus grasses.

MAI.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	9	15½	7½	28.	1½	beau & grand vent.
2	N. E.	7	12	7	28.	2	beau & grand vent froid.
3	N.	6	14	9	28.	1½	beau & venteux.
4	N.	8	15	10	28.	1½	beau temps.
5	N. O.	9	18½	12	28.		beau avec nuages.
6	N. O.	10	17½	9	28.		beau avec nuages & vent.
7	N.	5½	11¼	6	28.		*idem.*
8	S.	7	8	7½	27.	9½	couvert & bruine.
9	O.	8½	11½	8½	27.	8½	couvert & pluvieux par ondées.
10	O.	8	10	6½	27.	9	couvert.
11	N. O.	8	10	5½	27.	7	gelée; variable.
12	S.	4	12	7	27.	6½	gelée, beau avec nuages.
13	E.	7	9½	9½	27.	5	pluvieux.
14	E.	9	15	10	27.	4½	couvert.
15	N	9½	15½	10½	27.	$6\frac{2}{1}$	beau avec nuages.
16	N.	9½	16½	12	27.	6½	beau temps.
17	E.	11	19	12	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
18	S. O.	13	13	10	27.	8	tonnerre & pluie tout le jour.
19	S. O.	10½	13½	10	27.	9	pluvieux.
20	S.	10½	10	12	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
21	S. E.	10½	15	13	27.	8½	variable & pluvieux.
22	E.	14	22	15½	27.	8	beau avec nuages & temps lourd.
23	S.	16½	22½	18	27.	8½	beau & nébuleux.
24	S. O.	16	22	14	27.	10	nébuleux, tonnerre & éclairs.
25	S. O.	14	18	13	27.	10½	beau avec nuages.
26	S.	13½	18½	14½	27.	9½	*idem*
27	S.	13½	20	13	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
28	S.	12	12½	9½	27.	6½	couvert & pluvieux.
29		10	11	9	27.	7½	variable avec pluie & tonnerre.
30	S.	11	14⅓	10	27.	6⅔	couvert & pluvieux.
31	S.	12	14	11½	27.	7½	variable avec pluie & tonnerre au loin.

... Le 8, la grande Boussole 20 degrés, la petite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été fort ſec dans le commencement & pluvieux vers la fin; la nuit du 12 au 13 il a gelé très-blanc, & le soleil a paru en ſe levant, ce qui a gelé une grande quantité de vignes; il y a des cantons qui ſont gelés entièrement pendant que d'autres n'ont preſque point été endommagés, ce qui peut venir de ce que les petites ondées de la veille n'avoient tombé que par endroits.

Le 13, il eſt tombé une bonne pluie qui a été fort avantageuſe aux grains, ſur-tout dans les terres légères; les blés étoient beaux, mais bas, & on s'attendoit à avoir peu de fourrage; les avoines étoient belles en herbe dans les endroits où elles n'avoient pas été attaquées par les vers.

Les ſainfoins entroient en fleur le 15 & ils étoient fort bas.

Le 23, les abeilles avoient commencé à donner quelques eſſaims; à la fin du mois il y avoit beaucoup d'hannetons, & le roſſignol chantoit.

JUIN.

Jours du Mois.	VENT.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	9	11½	8	27.	8	pluvieux.
2	S. O.	9	12½	11½	27.	10	pluvieux & tonnerre.
3	O.	11	15½	10	27.	11½	beau & nébuleux.
4	E.	10	16	11½	27.	10	*idem.*
5	S.	11½	15½	13	27.	8	variable avec grande pluie.
6	S. O.	12½	15½	12	27.	10	variable avec petite pluie & tonnerre.
7	N.	11½	14	12	28.	1	couvert.
8	N.	12½	18½	13	27.	11½	variable avec brouillard.
9	S. O.	13½	19½	13½	27.	10	beau avec nuages.
10	S. O.	11½	15½	12½	27.	9½	beau & couvert.
11	S. O.	13½	16	11½	28.		beau avec nuages.
12	N. E.	11½	17½	12	27.	11	*idem.*
13	S.	10	14	10½	27.	10	couvert & pluvieux.
14	S. O.	9½	15½	10½	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
15	N.	10	14	9½	27.	7	couvert avec ondées de pluie.
16	O.	11½	14	10	27.	7	*idem.*
17	O.	10½	11	10	27.	6	venteux & pluvieux.
18	O.	10½	12	9½	27.	8	variable avec ondées.
19	N. O.	10	14	8	28.	1	beau avec nuages.
20	S.	9	14	11	27.	11½	*idem.*
21	S.	10½	12½	11	27.	9	venteux, couvert & bruine.
22	O.	12½	16	12	27.	10	couvert.
23	S. E.	13	17	13	27.	8	petite pluie.
24	S.	13	16	11	27.	8½	pluie & tonnerre.
25	S. O.	11½	14½	11½	27.	10½	venteux & pluvieux par ondées.
26	S. O.	11	17	12	28.		beau temps.
27	S. O.	14	19	15	27.	11½	beau avec nuages.
28	O.	14	16	11	27.	10½	couvert & pluvieux.
29	N. O.	12	16⅔	10	27.	9	ondée le soir.
30	N. O.	11	14½	10	27.	11½	petites ondées.

Le 11, la grande & la petite Bouſſole 19 degrés 45 minutes.

Quoiqu'il ne ſoit pas tombé beaucoup d'eau, la terre étoit fort humide & les chemins très-mauvais, ce qu'on doit attribuer à ce qu'il ſe faiſoit peu d'évaporation, & pour cette raiſon la végétation étoit très-tardive: les ouvrages de labour étoient retardés à cauſe de l'humidité, tant pour les blés que pour les vignes qui étoient pleines d'herbes; cependant les blés étoient beaux quoique bas: à l'égard des avoines elles étoient fort belles: il y avoit des vers dans les vignes qui endommageoient les grappes, & la vigne étoit en pleine fleur le 20 de ce mois; les pois étoient très-beaux, mais les veſces ont été mangées par les pucerons.

Il y avoit beaucoup d'arbres fruitiers qui pouſſoient jaune, parce que le temps étoit très-humide & qu'il faiſoit toujours froid.

Le 4, il n'y avoit preſque plus de hannetons; le roſſignol chantoit encore un peu, mais on a ceſſé de l'entendre vers le 7.

Le 8, la moitié des foins étoient fauchés; comme le temps étoit venteux & pluvieux, il eſt ſorti fort peu d'eſſaims & les abeilles qui ne pouvoient pas aller aux champs, conſommoient leurs proviſions.

Le 24, les orangers commençoient à fleurir, le 30 ils étoient en pleine fleur.

On a travaillé pendant ce mois à arracher & à planter les oignons de ſafran.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N. O.	10	13½	10	28.	½	
2	N. O.	11	18½	12½	28.		beau avec nuages.
3	N. E.	13	18	12	28.	½	
4	N. E.	14	20½	15	28.		
5	E.	16	23	17	28.		beau temps.
6	N. E.	17½	25	18	27.	11	
7	S. E.	19	25½	18½	27.	9½	beau avec nuages.
8	S. O.	16½	18	15	27.	9	*idem.*
9	N.	14½	16	13½	27.	10½	petites ondées & tonnerre au loin.
10	N.	12½	15	11	27.	12½	couvert.
11	N.	12	18	14	28.		
12	E.	15	22½	16	27.	11	beau temps.
13	E.	16	23½	19	27.	11	
14	N. E.	18	25	18	27.	11	beau avec nuages.
15	S.	17	24½	21	27.	10	*idem*, l'horizon chargé.
16	S. O.	18	25	15	27.	8½	pluie & tonnerre.
17	S. O.	14½	20½	15	27.	9	petite pluie & tonnerre.
18	S. O.	15	17	12½	27.	9½	variable avec pluie & tonnerre.
19	O.	14½	20	13½	27.	11	beau avec nuages.
20	N E.	14	21½	14½	27.	9½	beau avec nuages.
21	N. O.	17	20	13	27.	8½	variable avec petite pluie.
22	N. O.	12½	12½	10	27.	9½	pluvieux toute la journée.
23	N. O.	10	16½	13	27.	10	vent, tonnerre & grande pluie.
24	N.	12½	18	14	27.	11	beau avec nuages.
25	N. O.	14	19	15	27.	11½	variable avec une ondée.
26	N.	14	19	15	28.		beau avec nuages.
27	S.	14	20	15	27.	10	*idem.*
28	S. O.	13	17	15	27.	8½	petite pluie & grand vent.
29	O.	13½	16	12½	27.	9½	couvert & venteux.
30	N. O.	13½	17	12½	27.	9½	*idem.*
31	S. O.	12	19	15	27.	9½	gros nuages, petite pluie.

Le 13, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 15 minutes.

Le commencement de ce mois a été froid & sec, & la fin fort humide. La terre étoit si pénétrée d'eau, qu'on ne pouvoit labourer les vignes pour leur donner la dernière façon appelée *binage.*

Il y avoit des vignes entièrement gelées, & d'autres qui n'avoient pas souffert de la gelée, mais où il n'y avoit pas beaucoup de fruit, & où la coulure avoit encore diminué plus de moitié de ce qu'il y avoit.

Le 17, on commença à seyer les seigles; la pluie fit interrompre ce travail, & on ne le reçommença que le 31. Les blés étoient fort mêlés & difficiles à couper, parce que le tuyau n'étoit pas bien sec dans le pied.

On a continué pendant ce mois à arracher & à replanter les oignons de safran.

Les fraises ont donné beaucoup de fruit, & pendant long-temps. On a servi vers le milieu du mois la prune jaune hâtive ou de Catalogne. Les avant-pêches blanches & rouges entroient en maturité, & à la fin du mois on servoit les cerneaux.

On a changé de ruche une partie des abeilles, & on les a conduit dans les pays de bruyères pour se remplir. Elles avoient jeté fort tard, à cause du froid; & depuis un mois elles avoient consommé beaucoup de leurs provisions.

AOUST.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	13½	19	14	27.	11	
2	N. E.	15½	21½	15	27.	11	beau avec nuages.
3	E.	15½	23½	17	27.	11	
4	E.	17	25	18	27.	9½	beau temps.
5	S. O.	17	20	15	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
6	S. O.	15	22	14½	27.	10	pluie & tonnerre au loin.
7	S. O.	13½	18	14	28.		
8	E.	14	21	16½	27.	10	beau avec nuages.
9	S. O.	15½	24	20	27.	8½	
10	S. O.	16	18½	15	27.	10	beau avec nuages, tonnerre la nuit.
11	S. O.	14	19	15½	27.	10½	beau avec nuages.
12	S. O.	14	18	15	27.	10½	couvert, venteux & pluvieux.
13	S. O.	16	21	15½	27.	10	beau avec nuages & vent.
14	S. O.	14½	20	14½	27.	10	variable avec petite pluie.
15	S. O.	14½	20½	13	27.	9	gros nuages.
16	S.	13	16½	10½	27.	9½	beau avec nuages.
17	N. O.	13	16½	11	27.	11	tonnerre & pluie.
18	O.	11½	15½	12	28.		beau avec nuages.
19	S. O.	10	15	12	27.	9	pluvieux tout le jour.
20	N. O.	13	16	12	27.	7½	beau avec nuages.
21	S.	10	14½	9½	27.	5½	venteux & pluvieux.
22	S.	10½	16	12	27.	4½	
23	S.	10	15½	10½	27.	7½	beau avec gros nuages.
24	S. O.	10	16	11	27.	9	
25	S.	11½	12½	11	27.	10½	pluie & tonnerre au loin.
26	S.	10	16	11 2/1	28.		
27	S.	12	18	13	27.	9½	
28	S.	13	16½	11½	27.	9	beau avec nuages.
29	E.	11	17	12½	27.	8½	
30	S.	13½	20	14	27.	8½	
31	S. O.	14	19½	14	27.	10	beau avec nuages, tonnerre le soir.

Le 15, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la pétite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été froid, & l'on peut dire qu'il n'y a point eu d'été; c'est pourquoi les melons ne valoient rien & les pêches ont eu peu de qualité. Quoiqu'il ait plu assez fréquemment, en général il a tombé peu d'eau, excepté dans les endroits où il y a eu de grands orages.

On a commencé la moisson des fromens, qui a duré tout le mois, & à la fin il n'y avoit plus que quelques avoines à serrer. Les blés ont été serrés secs, parce qu'il n'est venu de la pluie que par ondées, qui ont été assez abondantes en plusieurs endroits pour gâter les chemins. La récolte des blés n'a pas été fort abondante, mais elle étoit bonne; il y avoit moins de fourrage que l'année dernière, mais on espéroit qu'il y auroit autant de grain, & qu'il seroit de meilleure qualité.

SEPTEMBRE.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	11	10	10	27.	10	pluie & vent toute la journée.
2	N. E.	11½	15½	13½	28.	1	beau avec nuages.
3	N. E.	12	17½	14	28.		*idem.*
4	S.	13	18	13	27.	9	pluie & tonnerre.
5	S. O.	13½	17	14	27.	9	variable avec gros nuages & ondées.
6	E.	12	19	14	27.	7½	beau temps.
7	S.	13	12	11	27.	2½	pluie & grand vent.
8	S.	11	13	11	27.	8	vent, petite pluie & tonnerre.
9	S.	11½	16½	10½	27.	7½	pluie & tonnerre.
10	S.	11	15	10½	27.	6	beau avec nuages.
11	S. O.	11	12½	9½	27.	7	pluie la nuit, grand vent.
12	S. O.	10	14½	11	27.	7	grand vent & pluie par ondées.
13	S.	11	14½	11½	27.	10	couvert.
14	E.	11½	18	15½	27.	8	beau avec nuages.
15	S. O.	11½	15	11	27.	11½	
16	S. O.	9	14	10	28.	½	
17	E.	8½	15½	9½	28.		
18	S. O.	8	18	11½	28.		
19	S. E.	10½	21	14½	27.	11	
20	E.	12½	21	11	27.	10½	variable avec petite pluie.
21	N. E.	12½	14	11	27.	9½	petites ondées.
22	E.	10	14	13	27.	9	pluvieux la nuit, le jour variable.
23	S.	10½	11½	10	27.	8	pluvieux.
24	S.	9	12½	10	27.	9	
25	O.	11	13½	10	27.	9½	
26	O.	9	12½	8	27.	11	beau avec nuages.
27	S. O.	9	15	11	28.	10½	*idem.*
28	E.	10	18	12½	27.	11	beau temps.
29	N.	9½	15	9	28.	2	*idem.*
30	N. E.	6	13	8	28.	3	beau le ſoir.

Le 11, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 1 minute.

Ce mois a été humide, ſans qu'il ſoit tombé beaucoup d'eau; mais parce qu'il a été froid, & qu'il n'y a point eu d'évaporation, les Laboureurs ont été pluſieurs jours ſans pouvoir labourer leurs terres, qui étoient trop molles. On peut dire qu'il n'y a point eu d'été cette année; car il a fait ſi froid, que l'on a ſouvent été obligé de ſe chauffer. Cependant les raiſins mûriſſoient, & l'on ſe préparoit à faire la vendange.

Dès le commencement du mois il eſt parti beaucoup d'hirondelles, qui faiſoient route vers le Midi; elles étoient fort élevées, alloient en ligne droite, ce qu'on a obſervé le vent étant au Nord. Le 25 on n'en voyoit plus.

Il y a eu une grande quantité de mouches-guêpes, qui ont beaucoup endommagé les fruits, & en particulier les muſcats.

Les oies ont été attaquées d'une maladie qui en a fait périr une grande quantité. Un de nos Fermiers, de vingt-trois douzaines, en a perdu quatorze. Leur maladie venoit d'une glande ou bouton ſur le croupion, qui venant à abſcéder, produiſoit la gangrène. Ils perdoient l'appétit, & ne faiſoient plus que boire, ſans vouloir manger : ils mouroient les unes au bout de 7 ou 8 jours, & d'autres plus tôt. Enfin on s'eſt aviſé de couper ce bouton pour le faire ſaigner, & de laver la plaie avec du ſel & du vinaigre. Il a fallu les nourrir pendant 8 ou 10 jours; enſuite la plupart ont été en état d'aller aux champs avec les autres, & ſe ſont rétablies.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	7	12	8	27.	11	grand brouillard, beau avec nuages.
2	N. E.	5	9	5	27.	10½	beau avec nuages & vent froid.
3	N. E.	4	7	4	27.	11	*idem.*
4	N. E.	4	8	4	27.	9	couvert & petite pluie.
5	N. E.	3	4½	3	27.	9½	couvert.
6	S. O.	4	4½	3	27.	8	couvert, pluie, grêle & neige.
7	N.	3	3½	2	27.	9	*idem.*
8	N.	2½	4	3½	27.	9	couvert.
9	N.	2½	7	3	27.	10½	beau avec nuages.
10	N. E.	3	9	6½	28.		*idem.*
11	N. E.	3	9½	7	28.	1	gelée blanche, temps couvert.
12	N. E.	5	10½	5	28.	1	beau avec nuages & vent.
13	N. E.	2½	8	2	28.	1½	*idem.*
14	N. E.	2	6½	1	27.	11½	gelée, beau temps, vent froid.
15	N. E.	—1	5	4½	27.	9	couvert.
16	E.	4	11	8½	27.	9	pluie & tonnerre.
17	E.	8	15	9	27.	9½	beau avec nuages.
18	S. E.	8	14½	9	27.	10½	*idem.*
19	E.	7	15½	9	27.	11½	beau temps.
20	E.	5	14½	8½	27.	10½	grand brouillard, beau temps.
21	O.	5	12½	7	27.	7½	beau temps.
22	N.	4½	10	7	27.	7	brouillard & petite pluie.
23	N. E.	5	8½	5½	27.	9	couvert.
24	N. E.	2½	4½	3	28.		*idem.*
25	N. E.	—1	6	1	28.	1	beau; *le soir* aurore boréale rayonnante.
26	E.	1	8	2	28.	1	beau temps, gelée blanche.
27	E.	—2	7½	1	28.		*idem.*
28	S. E.	—2	8½	3½	27.	7½	beau temps.
29	S. E.	2	10½	9	27.	5	variable avec petite pluie.
30	S.	9	12½	11½	27.	4½	pluvieux.
31	S.	9	12	7	27.	6½	*idem.*

Le 14, la grande Bouſſole 19 degrés 15 minutes, la petite 19 degrés.

On a commencé la vendange le mardi 3, dans nos environs. Les raisins étoient noirs, mais peu sucrés, ayant été nourris d'eau. Ils ont demeuré trois semaines dans la cuve, & ont peu bouilli; cependant le vin paroissoit avoir plus de couleur que l'année dernière.

On ne voyoit point encore de grives.

Les abeilles qui avoient très-bien travaillé au printemps, ont consommé en grande partie leurs provisions pendant les jours de pluie & de vent qu'elles n'ont pu aller aux champs; mais celles qu'on a portées dans les pays de bruyères ont fait une bonne récolte pendant ce mois, & on les jugeoit en état de passer l'hiver.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	6½	10½	7	27.	8	beau avec nuages.
2	E.	4½	8	8	27.	5	*idem.*
3	S.	9	11	9	27.	7	beau avec nuages & vent.
4	S. O.	10	15½	12	27.	8	couvert & venteux.
5	S. O.	10	14½	12½	27.	7	*idem.*
6	S. O.	10	13½	9½	27.	8½	grand vent, ondées de pluie.
7	S.	9	12	10½	27.	5½	couvert.
8	S. O.	10	12½	8½	27.	6½	couvert & venteux.
9	E.	8	11½	9	27.	6	*idem.*
10	N. E.	8	8	7	27.	6	venteux & pluvieux.
11	N. E.	4	4	4	27.	9	couvert & venteux.
12	E.	½	4	4½	27.	6	petite pluie.
13	S.	4	12	8½	27.	5½	couvert, éclairs & tonnerre à l'est.
14	O.	8	4½	3½	27.	5	grande pluie continue, & vent.
15	N.	2	4½	1	27	8	beau avec nuages & vent.
16	N. E.	1	1	— 2	27.	6	gelée blanche, beau temps.
17	N. E.	— 2½	0	— 2	27.	4½	beau & venteux.
18	N. E.	— 4	— ½	— 2½	27.	6	beau & grand vent.
19	N. E.	— 4	— ½	— 3	27.	11	*idem.*
20	N. E.	— 4½	— ½	— 3	27.	11½	couvert & pluvieux.
21	S.	— 2½	1	0	27.	10½	couvert & pluvieux.
22	E.	— 2	2½	4	27.	4	couvert & pluvieux.
23	S.	— ½	4	1½	27.	7	variable avec pluie.
24	S. O.	0	3½	1	27.	10½	pluie & vent.
25	S. O.	1	8	7½	27.	11	couvert & petite pluie.
26	S. O.	4½	7½	7½	27.	10½	*idem.*
27	N.	5	5½	1	28.	4½	beau avec nuages.
28	S.	— 1	4	½	28.	5	beau temps.
29	S. O.	0	5½	4½	27.	10	variable avec pluie.
30	N. O	4½	5	2½	28.	1	beau avec nuages & vent.

Le 13, la grande Boussole 19 degrés 45 minutes, la petite 19 degrés.

Ce mois a été très-humide & très-doux pour la saison. Les chemins ont été si mauvais, qu'on n'a pu avancer les ouvrages de la campagne.

Les blés ont bien levé, & étoient beaux & verts.

Le baromètre a essuyé de prodigieuses variations. Le 3, il a été à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$. Le 18, à 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$. Le 23 au matin, à 26 pouces 11 lignes $\frac{1}{4}$; à midi, à 26 pouces 11 lignes; à 2 heures, à 26 pouces 10 lignes $\frac{3}{4}$; à 5 heures, à 26 pouces 9 lignes, & enfin à 27 pouces. Lorsque le mercure a été le plus haut, le temps a toujours été couvert & chargé de brouillard; & quand il a descendu très-bas, sur-tout le 23, où on devoit s'attendre à quelque tempête ou à quelque pluie abondante, le temps a été beau, ou au plus variable.

IDÉE GÉNÉRALE

des Productions de la Terre, pendant l'année 1769.

FROMENS.

LA récolte des blés a été bonne, en comparaison de plusieurs endroits, même en Beauce, sans pouvoir être estimée plus de bonne demi-année. Ils ont beaucoup gerbé dans les bonnes terres, & fort peu dans les terres médiocres : il en faut l'un dans l'autre de 15 à 18 gerbes à la mine. La qualité est bonne, sur-tout celui qui a été serré avant les pluies. Il est assez net de graines, & il a valu pendant l'année de 20 à 23 livres le sac ou le setier de Paris, pesant 240 livres.

ORGES ET AVOINES.

Les orges ont beaucoup rendu; les avoines étoient claires, parce qu'elles ont été faites tard, & par la sécheresse, mais le grain est d'une excellente qualité; & les chevaux, qui étoient très-fatigués à la sortie de la moisson, parce que l'avoine de l'année dernière ne valoit rien, se sont refaits avec l'avoine nouvelle; mais en Beauce il y en a eu très-peu : elle a toujours valu de 7 à 8 livres 10 sous le sac.

FOINS

FOINS ET SAINFOINS.

Les ſainfoins ont été fort bas; comme ils ont été coupés pendant l'humidité, on les a ſerrés avant qu'ils fuſſent ſecs, & il y en a beaucoup qui ſe ſont échauffés dans le tas, & qui ont moiſi.

Les foins ont été faits fort tard; cependant avec beaucoup de ſoins & de frais, ils ont été ſerrés en bon état : ils ont rendu un peu moins que l'année dernière.

LÉGUMES.

Les pois ont été bons, mais les veſces ont été mangées par les inſectes, & les fèves ont pourri en terre.

VINS.

La vendange a été faite fort tard. La récolte a été médiocre pour la quantité dans les cantons qui n'ont point été gelés, parce que le verjus a coulé, & dans les vignobles qui ont été gelés, il n'y a point eu de récolte. Comme il n'y a point eu d'été, le vin a peu de qualité; cependant on trouve qu'il en a un peu plus que l'année dernière, & un peu plus de couleur. Il a valu toute l'année de 100 à 120 livres le tonneau, & les vins vieux n'ont point eu de prix. Suivant leur qualité, ils ont valu dans le pays de 200 à 250 livres le tonneau.

SAFRANS.

Il y a eu une demi-année de ſafran, parce que beaucoup de fleurs n'ont pu ſortir de terre à cauſe de la ſéchereſſe; mais la qualité en a été très-bonne, & il s'eſt vendu de 33 à 36 francs la livre.

CHANVRES.

Les chanvres ont été bons, mais fort chers; ils ont valu à Maleſherbes 50 livres le cent peſant.

ABEILLES.

Les abeilles ont bien travaillé au printemps, mais pendant les pluies & les mauvais temps elles ont beaucoup conſommé, &

MÉMOIRE
QUI EXPLIQUE
LA CONSTRUCTION D'UNE TOUR PORTATIVE FAITE POUR SERVIR D'OBSERVATOIRE.

Par M. DE BORY.

CETTE Tour doit être de bois; le plus ſec eſt le meilleur, parce que comme elle doit ſe démonter en pluſieurs pièces, il faut que toutes ſes parties ſe rapportent très-exactement.

Elle a ſept pieds de diamètre, elle eſt ronde & ſurmontée d'un toit tournant ſur un pivot de fer; elle a cinq pieds de hauteur depuis le plancher juſques & compris la roue qui porte le toit.

Huit piquets *(A)* ferrés légèrement par le bout inférieur *(B)*, ſervent de montans; on enfonce dans la terre à coups de maillet, & l'on met de niveau huit douilles de fer dont la pointe eſt ſolide & bien acérée, & dans leſquelles entrent les huit piquets: ceux-ci ſoutiennent tout l'édifice, & ſont joints les uns aux autres par des traverſes parallèles *(C, c)* & chevillées dans les piquets; on peut les fortifier par des traverſes diagonales.

Deux piquets ainſi liés forment un chaſſis *(D)*, ſur lequel on ajuſte un panneau à l'aide d'une feuillure pratiquée ſur chaque montant & ſur chaque traverſe, & qui eſt recouverte par une feuillure du panneau.

Chaque panneau eſt couvert de deux toiles imprimées de peinture, l'une en dedans, l'autre en dehors; les panneaux ſont liés aux piquets par des vis ou crochets.

Il eſt aiſé de pratiquer à chaque panneau quatre ouvertures, dont trois ſerviront de fenêtre, & la quatrième de porte fermant à clé. Sur le ſommet des piquets eſt miſe une roue *(E, e)*, dont la circonférence eſt égale à celle de la tour; cette roue ſe briſe en quatre

parties que l'on aſſemble à l'aide des entailles qui y ſont faites, & dans leſquelles on paſſe des chevilles.

Dans cette roue, on pourra, s'il eſt néceſſaire, pratiquer quatre rouets *(F, f)*, qui faciliteront le mouvement de la couverture.

Cette couverture faite en cône *(G, g)*, a pour baſe une autre roue ſemblable à la précédente, qui ſe partage en autant de parties, & qui s'aſſemble de même.

Chaque partie de cette roue ſupérieure *(H)*, eſt ſurmontée d'un ſegment de cône; chaque ſegment eſt un cadre ou chaſſis *(I, i)* à peu-près triangulaire, ſur lequel on cloue une toile peinte à l'huile *(I')*. Ces quatre ſegmens ſont liés par des crochets, des charnières ou toutes autres liaiſons quelconques, & ils aboutiſſent au ſommet du cône *(G, g)*, qui eſt leur centre commun; ce centre eſt un boulon de fer, autour duquel s'adaptent les ſommets des quatre ſecteurs.

Ce boulon de fer eſt le pivot ſur lequel le toit tourne; il traverſe un petit cône ſolide de bois *(K, k)*, exactement tourné, dont la baſe eſt de ſept à huit pouces, & il eſt goupillé en dedans.

Quatre barres de fer *(L, l)*, appuyées ſur quatre des montans par des écrous, ſoutiennent le petit cône, auquel elles ſont adaptées par des charnières, de façon que quand on ôte les écrous, les barres de fer ſont libres, & même peuvent ſe ſéparer du petit cône.

Il y a de plus au dôme une fois aſſemblé, deux trappes à charnières *(M)* vis-à-vis l'une de l'autre, qui ſe lèvent & ſe baiſſent quand on le juge à propos.

On empêche la pluie de pénétrer le toit, en le couvrant en entier d'un capuchon de toile peinte à l'huile; & pour conſerver plus ſûrement les inſtrumens, on a deux autres capuchons de rechange dont on ſe ſert dans les cas de néceſſité.

On a préféré la forme ronde, parce qu'il paroît que de cette façon elle eſt plus ſolide & donne moins de priſe au vent.

Pour lui donner encore plus de ſolidité, il eſt aiſé de placer extérieurement aux montans quelques anneaux de fer dans leſquels

on passe des cordages qui se roidissent sur de petits piquets mis en terre, & qui servent de haubans à l'édifice.

Cette tour étoit bien exécutée & elle a eu tous les avantages d'un observatoire fixe.

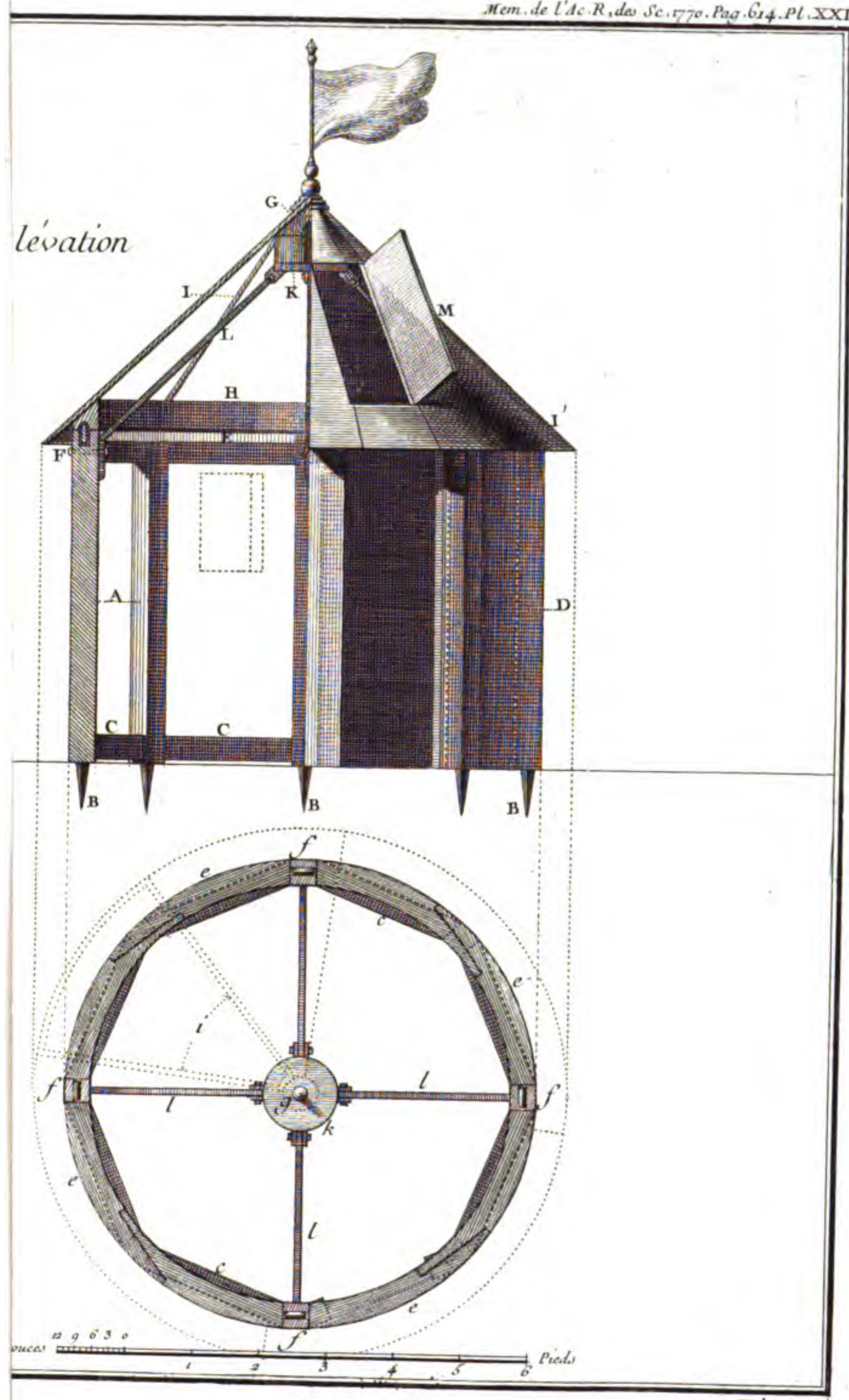
Si dans la tour on place la pendule sur un montant isolé, rien ne peut plus lui causer d'ébranlement.

Pour bien établir cette tour, il paroît nécessaire de choisir un terrain fort uni & de le rendre de niveau le plus qu'il sera possible. Cette précaution contribue beaucoup à tracer une méridienne exacte.

Si l'on prend les précautions dont on a parlé plus haut, la pluie ne pénètre point dans la tour; par conséquent les instrumens, le quart-de-cercle sur-tout, ne sont pas exposés à être mouillés.

Nota. *Les lettres italiques du Plan, répondent aux lettres capitales de l'Élévation.*




lévation
G
K
I
L
M
H
I'
F
A
D
C
C
B
B
B
f
e
e
e
i
f
l
l
f
g
k
e
l
e
e
f
Pouces
12 9 6 3 0
1 2 3 4 5 6
Pieds

Y. le G. Sc.

ADDITION

Aux Mémoires de M. le Marquis DE CONDORCET, pages 108, 151 & 191 de ce Volume.

I. JE crois devoir éclaircir ici ce que j'ai dit dans le cours du Mémoire imprimé à la *page 151*, sur les transcendantes qui peuvent entrer dans les intégrales des équations aux différences partielles.

On sait que dans les intégrales des équations aux différences totales, ce n'est pas une transcendante seule que chaque différentiation peut faire disparoître, mais une somme indéfinie de fonctions logarithmiques, ou un produit indéfini d'exponentielles & d'interscendantes; mais ici non-seulement chacune des transcendantes dont j'ai parlé, peut être un de ces produits ou sommes, mais elle peut être beaucoup plus compliquée.

En effet, soit Z l'intégrale d'une équation partielle du premier ordre, & que $Z = A + F \cdot B$, F désignant une fonction arbitraire, & A n'en contenant point, je dis que A peut être de la forme $A' + B'C + B''D + B'''E$, &c. C, D, E, &c. étant tels que $B'dC$, $B''dD$, &c. soient sans transcendantes, & B', B'', &c. étant des fonctions déterminées de B; en effet, en faisant évanouir FB par la différentiation de la proposée, CdB', CdB'', &c. disparoissent aussi. Or cela peut arriver si B', &c. sont algébriques, & que C, D, &c. sont des fonctions logarithmiques, & le nombre des C, D peut être indéfini. Si B' n'est pas algébrique, alors il faut que $dC = \frac{mdx + ndy}{B'}$, m & n étant algébriques; ce qui donne C' fonction de B.

Soit Z une fonction contenant deux fonctions arbitraires, & telle que $AZ + BdZ + C\partial Z + DddZ + E\partial dZ + F\partial\partial Z$ soient sans arbitraires, & Z', Z'', Z''', &c. des valeurs particulières de Z, en déterminant ces arbitraires

d'une manière quelconque; il eſt clair que ſi P', P'', P''' &c. ſont tels que faiſant $P'Z' + P''Z'' + P'''Z'''$, &c. + Z, l'intégrale d'une équation du ſecond ordre, on ait $BZ'\partial P' + CZ'dP' + D\partial(Z'\partial P') + Ed(Z'\partial P') + D\partial Z'\partial P' + EdZ'\partial P' + Fd(Z'dP') + FdZdP$, ſans tranſcendantes, cette forme conviendra aux équations du ſecond ordre.

Or cela peut arriver, quoique P' contienne des tranſcendantes, & il peut y avoir un nombre indéfini de ces fonctions P'.

Maintenant ſi l'on examine l'ordre des tranſcendantes qui peuvent entrer dans chaque $Z'P'$, on verra qu'il eſt égal à $\frac{n+1 \times n+2}{2} - 1$, celui de l'ordre de l'équation étant n; en effet un plus grand nombre de ces fonctions ne peut s'y trouver ſans qu'il y ait des fonctions arbitraires nouvelles, ce qui rentre dans la recherche de la fonction Z.

II. Dans le Mémoire ſur les différences finies, je n'ai conſidéré de tranſcendantes que celles qui viennent de ce que x devenant $x + \Delta x$, on a $f = nf$, f déſignant la fonction tranſcendante; mais il y en a d'autres dont j'ai parlé dans ma Lettre à M. d'Alembert, ce ſont celles qui viennent lorſque x devenant $x + \Delta x$, f devient f^n, n étant rationnel. Ces fonctions peuvent entrer dans les intégrales; voyons donc quelle en peut être la nature.

Si on a une fonction $e^{Ne^{ax}}$, & que x y devienne $x + \Delta x$, cette fonction devient $e^{Ne^{ax}e^{a\Delta x}}$; donc ſi $e^{a\Delta x}$ eſt un nombre rationnel, on peut en comparant l'intégrale Z & la différentielle ΔZ ou $Z + \Delta Z$, faire évanouir cette fonction. La quantité arbitraire eſt N; donc ſi une équation propoſée contient cette fonction dans ſon intégrale; il faut que ſi on a $Z = e^{Ne^{ax}}$, on ait $\frac{lZ}{e^{ax}} = N$, ou différentiant, $\frac{lZ + \Delta Z}{e^{ax + a\Delta x}} - \frac{lZ}{e^{ax}} = 0$, ou $\frac{l\frac{Z+\Delta Z}{Z^n}}{e^{ax}} = 0$, & cette quantité eſt une différentielle exacte;

exacte; donc il faudra dans la méthode ci-dessus, que lorsqu'on a $V = 0$, après avoir cherché si $AV \times e^{-ax}$ est une différentielle exacte, on cherche pour chaque valeur hypothétique de A, si $\frac{lAV}{e^x}$ n'est pas une différentielle exacte; & cette supposition ne peut faire entrer aucune nouvelle irrationabilité dans l'intégrale.

En effet, si n est une fraction $\frac{p}{q}$, on peut prendre $\frac{1}{q}$, $l\frac{(Z + \Delta Z)^q}{Z^p}$ qui doit être une différentielle exacte.

Si la proposée est des ordres supérieurs, & que l'on ait dans une des intégrales une fonction de cette espèce, il est aisé de voir que la seconde pourra en contenir une nouvelle, ou bien $e^{N'bx + N'' \times e^{ax}}$; en effet $Z + \Delta Z$ ne contient alors que $e^{bxne^{ax}} \times e^{(b\Delta x + N'')x^{e^{ax}}}$, quantités qu'on peut faire évanouir lorsque $(b\Delta x + N'') = N$, & on aura une formule comme ci-dessus à vérifier, excepté qu'il faudra vérifier pour chaque valeur hypothétique du facteur A, si $\frac{l\frac{Z + \Delta Z}{Z^n}}{xe^{ax}}$ est une différentielle exacte.

Si la proposée a deux intégrales de la forme que je viens d'examiner, & qu'elle soit d'un ordre supérieur au second, il y aura encore une intégrale qui pourra venir de la forme $e^{bx^2e^{ax}}$ avec les arbitraires convenables, & ainsi de suite.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $y + xy - x^2y^2 + x\Delta y + \Delta y = 0$, & $\Delta x = 0$, je trouve que faisant $AV = \frac{y + xy + \Delta y + x\Delta y}{x^2y^2}$; $\frac{lAV}{e^x}$ est une différentielle exacte, pourvu que $e^a = \frac{1}{2}$; & intégrant, j'ai $\frac{lxy}{e^{ax}} = N$, & $xy = e^{Ne^{-ax}}$.

EXEMPLE II.

Soit $\frac{y + 2\Delta y + \Delta^2 y}{(y + \Delta y^3)} - \frac{y + \Delta y^3}{y^3}$, j'aurai par la même méthode que ci-dessus, $\frac{+ 2\Delta y + \Delta\Delta y \times y^3)}{e^{ax}}$, différentielle exacte, lorsque $e^{a\Delta x} = \frac{1}{3}$; & intégrant comme ci-dessus, j'ai $\frac{y + \Delta y}{y^3} = e^{Ne^{-ax}}$, & par conséquent $\frac{l\frac{y + \Delta y}{y^3}}{xe^{ax} + N'e^{ax}}$ qui sera une différentielle exacte; d'où intégrant & repassant aux nombres $y = e^{N(x + N')e^{-ax}}$.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie les Mémoires ſuivans, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE PARTIALE DE LUNE,
Du 29 Avril 1771;
Faite à l'Obſervatoire de la Société Royale des Sciences, à Montpellier.

Par M.^rs DE RATTE & POITEVIN.

LES nuages n'ont laiſſé voir la Lune que dans des intervalles très-courts, & l'on n'a pu ſaiſir qu'un très-petit nombre de phaſes, avec une lunette de ſept pieds, garnie d'un réticule propre à déterminer la quantité de doigts éclipſés.

On a réduit ces phaſes au temps vrai, la pendule ayant été réglée par des hauteurs correſpondantes, priſes la veille & le lendemain de l'Éclipſe.

Temps vrai.

1^h 4′ 0″	On aperçoit un peu de pénombre du côté d'Héraclide & d'Ariſtarque.
1. 16. 33.	Commencement, douteux.
1. 18. 18.	L'Éclipſe eſt certainement commencée. (Beaucoup de nuages).
2. 18. 5.	L'Éclipſe eſt de 4 doigts 27 minutes.
2. 23. 59.	L'ombre à Manilius; la moitié de la Mer des Criſes eſt couverte; Ariſtarque près du bord de l'ombre, qui paroît peu-à-peu s'en éloigner.

Les nuages devenus plus épais, ont couvert preſque tout le Ciel, & il n'a pas été poſſible de continuer l'obſervation.

Cette Éclipſe devoit commencer, ſuivant les Éphémérides de M. de la Caille, à $1^h\ 17'\ 40''$, & ſuivant le calcul de la Connoiſſance des Temps, à $1^h\ 19'\ 18''$. Nous avons vu qu'à $1^h\ 18'\ 18''$, elle étoit certainement commencée. Pour la grandeur, elle ne devoit être que de 4 doigts 12 minutes, ſelon la Connoiſſance des Temps; mais les Éphémérides l'avoient marquée de 4 doigts 24 minutes, ce qui paroît mieux s'accorder avec l'Obſervation.

MÉMOIRE

SUR l'effervescence & la chaleur du Vin dans la fermentation ſpiritueuſe.

Par M. POITEVIN*.

L'EXAMEN de l'effervescence & de la chaleur du Vin fermentant, fait ſur de très-grandes maſſes de ce liquide, eſt l'objet de ce Mémoire. On voit que ce ſujet eſt purement Phyſique.

* Quoique les Auteurs qui ont écrit ſur la fermentation ſpiritueuſe, aient parlé preſque tous de la chaleur qui l'accompagne, & que M. l'abbé Rozier, ait même ſuivi ce phénomène avec une attention particulière, comme on le voit dans ſon Mémoire *ſur la manière de faire & de gouverner les vins*. Cependant, comme les Obſervations de M. Poitevin forment une ſuite de faits

Les phénomènes qui tiennent à la fermentation, proprement dite, c'est-à-dire, au développement des principes déjà préexistens dans un corps naturel, appartiennent à la Chimie; mais ceux que présente la substance fermentescible, considérée par rapport au volume, à la chaleur, aux variations de l'atmosphère, &c... sont du ressort de la Physique. J'ose même dire que, quoique les recherches des Chimistes aient répandu le plus grand jour sur la fermentation en général, & en particulier sur celle du vin, en nous faisant connoître les différens produits qui en résultent; on a très-peu observé les principaux caractères, & les phénomènes les plus sensibles que présente le vin dans sa formation. Le silence des Physiciens sur cette matière, a été pour moi un motif de plus pour m'en occuper *(a)*.

Ce Mémoire est divisé en deux parties; dans la première, je rapporterai, dans le plus grand détail, mes observations & mes expériences; dans la seconde j'exposerai les vues & les réflexions auxquelles elles ont donné lieu.

PREMIÈRE PARTIE.

Les observations que je vais rapporter, ont été faites sur des vins rouges, pendant l'Automne de 1772, dans une terre que je possède aux environs de Montpellier *(b)*.

J'avois préparé, avec le plus grand soin, plusieurs thermomètres à esprit-de-vin, gradués sur l'échelle de M. de Reaumur. Comme je me proposois de faire marcher, d'un pas égal, les observations météréologiques, & celles de la chaleur du vin en fermentation; j'avois un thermomètre exposé au nord, à l'air libre; un second

intéressans, qu'il s'est servi de thermomètres comparables, & que les circonstances dans lesquelles il a opéré, ne sont pas précisément les mêmes que celles dans lesquelles a opéré M. l'abbé Rozier; l'Académie a pensé que son Mémoire seroit utile aux Savans & à ceux qui s'occupent de la fabrication des vins.

(a) Le célèbre M. Macquer, *(Dict. de Chimie, art. VIN)* dit que cet objet est des plus vastes & des plus difficiles à connoître d'une manière générale.

(b) Le château de Mezouls, où j'ai fait ces observations, est à une lieue & demie au Sud-est de Montpellier, & éloigné d'environ une lieue de la mer. Les terres des environs sont en général peu substantielles & mêlées de cailloux.

placé dans un cellier près de la cuve où je devois observer; le troisième étoit destiné à marquer les degrés de chaleur de la cuve. La boule de ce dernier n'étoit point enchâssée, elle étoit détachée, avec une portion considérable du tube, de la planche sur laquelle étoient marqués les degrés de division. L'esprit-de-vin, de ces instrumens, étoit tel que l'employoit M. de Reaumur; savoir, cinq parties distillées au bain de sable, après avoir enflammé la poudre, & mêlées avec une partie d'eau.

Deux cuves différentes ont servi à mes observations. La première, que j'appellerai *A*, n'a été remplie qu'aux quatre cinquièmes de sa hauteur; elle renfermoit 226 pieds cubiques de vin, y compris le marc. La vendange, ou les raisins qui ont fourni cette première quantité, ont été pris de vignes de différens âges *(c)*, & la plupart situées sur des côteaux exposés au midi. On a commencé la vendange le 3 d'Octobre, & on a cessé de porter dans cette cuve le 6.

La seconde cuve que je nomme *B*, a été remplie du 10 au 14 inclusivement; sa contenance est de 550 pieds cubiques. Des vignes situées dans la plaine ont servi à la remplir.

Ces deux cuves sont bâties en pierre de taille; & leur enduit est composé d'excellente chaux mêlée, par portion égale, avec de la pozzelane; elles sont exposées au midi; & le cellier est ouvert en plusieurs endroits, ce qui est très-nécessaire pour établir des courans d'air propres à dissiper la vapeur du vin.

J'omets à dessein, de parler de la manière dont on fait la vendange, la méthode que l'on suit aux environs de Montpellier étant très-connue. Je me contenterai d'observer que l'on égrape les raisins avec le plus grand soin, avant que de les fouler, ce que l'on ne fait pas dans tous les pays.

J'aurois peut-être dû faire mention des différentes espèces de raisins qui formoient les différentes masses de liquide sur lesquelles j'ai fait mes observations; mais je n'aurois pu remplir cet objet que d'une manière très-vague, parce qu'une nomenclature arbitraire

(c) Les vignes, dont il est ici fait mention, sont de différens âges. J'ai noté cette circonstance, parce que dans les plantes vivaces, & sur-tout dans la vigne, la *différence* de l'âge produit des *différences* remarquables dans le fruit. On n'a peut-être point assez observé les végétaux sous ce point de vue.

a répandu une obſcurité étonnante ſur les différentes eſpèces, & ſur les variétés des raiſins, au point que l'on ne ſauroit reconnoître les eſpèces cultivées par les anciens, par les noms ſeuls qu'ils nous ont tranſmis, & que même, d'une Province à l'autre, les mêmes eſpèces maſquées par différens noms, ont été & ont dû néceſſairement être altérées par l'influence du ſol, du climat, & de la culture. D'ailleurs, une pareille omiſſion ne ſauroit influer ſenſiblement ſur l'objet que j'ai eu en vue, qui étoit d'examiner d'une manière générale, & par les voies les plus ſimples, la chaleur & l'efferveſcence ſur de très-grandes maſſes. Les obſervations que l'on pourroit faire ſur des eſpèces différentes, & ſéparément, exigeroient des expériences très-délicates; elles doivent d'ailleurs être placées dans l'ordre de nos connoiſſances, à la ſuite des vues générales, dont nous nous ſommes d'abord occupés.

L'Été dernier avoit été très-chaud & très-ſec, ce qui a avancé la maturité des raiſins. Des pluies conſidérables ſurvenues au mois de Septembre, & qui ont duré, avec des intervalles aſſez rares, juſqu'au 5 Octobre, des brouillards fréquens, des temps couverts, & des vents preſque toujours au Sud ou au Sud-eſt, toutes ces cauſes combinées enſemble ont détruit une partie des raiſins. Les eſpèces qui ont la peau la plus fine avoient réellement ſubi une fermentation putride; il a fallu abſolument rejeter ceux qui étoient entièrement pourris; d'autres n'avoient éprouvé que différens degrés de cette fermentation, qui, dans quelques individus n'avoient altéré que la peau. En général, la conſtitution de l'atmoſphère a été telle qu'elle a détruit ou altéré ſenſiblement le fruit, de manière que la quantité de marc a été très-conſidérable : on ſent aiſément la raiſon de ce dernier fait.

J'ai cru devoir rapporter tous ces détails, parce que les mêmes obſervations pouvant être faites dans des lieux différens, elles deviennent plus aiſément comparables, & qu'ils peuvent faire apercevoir les cauſes particulières ou locales, qui font toujours varier le même phénomène vu en grand, en ſe compliquant avec les cauſes générales.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES.

OCTOBRE 1772.

Jours du Mois.	VENTS Matin.	VENTS Soir.	THERMOMÈTRE exposé au Nord. À 8 heures du matin. Degrés.	À midi. Degrés.	À 8 heures du soir. Degrés.	ÉTAT DU CIEL
10.	E. foible.	S.	$12\frac{1}{2}$.	$17\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	Nuages.
11.	E. foible.	S.	14.	18.	13.	Beau temps.
12.	N. O.		13.	17.	13.	Beau avec nuages.
13.	N. O.		$12\frac{1}{2}$.	16.	13.	Nuages.
14.	N.		13.	17.	$12\frac{1}{2}$.	Nuages & vent frais.
15.	N.	S.	12.	$16\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	Beau temps, vent frais.
16.	N. foible.	S.	13.	$16\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	Beau temps.
17.	S. O.	N.	13.	17.	13.	Beau temps.
18.	S. O.	N.	$12\frac{1}{2}$.	$16\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	Couvert le matin, beau le soir.
19.	N.	S. O.	13.	$17\frac{1}{2}$.	13.	Couvert le matin, beau le soir.
20.	N.	S. O.	$12\frac{1}{2}$.	17.	13.	Beau temps.
21.	N.	S. E.	13.	$17\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	Nuages le matin, beau le soir.
22.	S. E.		13.	16.	$13\frac{1}{2}$.	Pluie le matin, orage avec tonnerre vers le S. O. nuages le soir.
23.	S. E.		$12\frac{1}{2}$.	$15\frac{1}{2}$.	14.	Pluie & quelques tonnerres.
24.	S. E.		$14\frac{1}{2}$.	16.	14.	Pluie & tonnerre le matin, couvert & vent très-fort le soir.
25.	S. E.		$13\frac{1}{2}$.	15.	13.	Couvert, grand vent & un peu de pluie.
26.	N.	S. E.	$12\frac{1}{2}$.	$16\frac{1}{2}$.	13.	Beau temps.
27.	N.	S. E.	12.	$14\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	Beau avec nuages, couvert, grand vent & pluie pendant la nuit.
28.	N. O.		12.	15.	$12\frac{1}{2}$.	Beau temps.

Nota. Du 10 au 18, il est tombé une forte rosée tous les matins.

OBSERVATIONS SUR LA CUVE A.

OCTOBRE 1772.

On a cessé de porter dans cette cuve le 6. Le même jour l'effervescence s'étoit déjà déclarée, & étoit très-forte. Ayant été obligé de quitter la campagne, je n'ai commencé à observer que le 11.

JOURS du MOIS.	HEURE de l'Observation.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE.
11.	9h du matin.	25 minutes.	$26^d\frac{1}{4}$.	14^d.	Très-forte.
11.	Vers midi....	25 minutes.	$26\frac{3}{4}$.	14.	
11.	Le soir....	Cinq heures.	$26\frac{1}{2}$.	14.	
12.	Le matin..	Fixe depuis la veille...	$25\frac{1}{4}$.	$13\frac{1}{2}$.	Elle paroît moindre.
12.	Le soir....	Fixe......	24.	$13\frac{1}{2}$.	
13.	Le soir....	Fixe......	$23\frac{1}{4}$.	14.	Elle a diminué sensiblement.
14.	Le soir....	Fixe......	$22\frac{1}{2}$.	14.	
15.	Le soir....	Deux heures.	22.	$12\frac{1}{2}$.	L'effervescence paroît détruite, le marc est abaissé, & on juge le Vin assez coloré.

Cette cuve a été vidée le 16 au matin. Le thermomètre ayant été plongé dans un tonneau que l'on venoit de remplir, la liqueur de cet instrument s'est arrêtée au bout d'une heure à $21^d\frac{1}{2}$, la température du cellier étant alors à 14 degrés, l'effervescence étoit très-sensible dans les tonneaux, par les bulles d'air qui paroissoient à la surface du vin.

OBSERVATIONS SUR LA CUVE B.

OCTOBRE 1772.

JOURS du MOIS.	HEURE de l'Observation	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE
15.	Le matin..	2 heures...	$28^{d}\frac{3}{4}$.	$12^{d}\frac{1}{2}$.	L'effervescence étoit très-forte les 15, 16, 17 & 18; elle étoit sensiblement décroissante les 19, 20, 21, 23, & paroissoit éteinte, le 24 & le 25. Le 26 au matin, elle a paru se ranimer, & la cuve a donné des marques d'ébullition. Le marc s'étoit affaissé depuis le 24. Le 27, on a jugé que le vin étoit assez coloré.
15.	Vers midi..	30 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	14.	
15.	Le soir...	50 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	
16.	Le matin..	2 heures...	$28\frac{1}{2}$.	14.	
16.	Vers midi.	30 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	$14\frac{1}{2}$.	
16.	Le soir...	50 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	14.	
17.	Vers midi.	Fixe... (17 – 27)	28.	15.	
17.	$7^{h}\frac{1}{2}$ du soir.		$27\frac{3}{4}$.	14.	
18.	Le matin..		$27\frac{1}{4}$.	14.	
19.	Le matin..		$27\frac{1}{4}$.	14.	
19.	Le soir....		27.	14.	
20.	Le matin. (20 – 27)		$26\frac{1}{4}$.	14.	
21.			$25\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	
22.			$24\frac{1}{2}$.	13.	
23.			$23\frac{3}{4}$.	$12\frac{1}{2}$.	
24.			$22\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	
25.			$22\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	
26.			$25\frac{1}{4}$.	$12\frac{1}{2}$.	
27.			$24\frac{1}{4}$.	13.	

Le 27 au soir, cette cuve a été vidée. J'ai observé la chaleur du vin en plongeant le thermomètre dans un tonneau que l'on venoit de remplir. Au bout d'une heure, il s'est arrêté à $21^{d}\frac{1}{2}$, comme dans l'expérience semblable faite sur le vin de la première cuve; la température du cellier étoit alors à 13^{d}. Le thermomètre

a resté dans la même position jusqu'au lendemain matin; je l'ai trouvé, alors au 20e degré; mais la boule ne touchoit que légèrement la surface du vin, qui avoit baissé. L'effervescence étoit sensible dans tous les tonneaux.

Après avoir observé la chaleur sur les deux cuves, il me restoit à comparer la chaleur respective des vins de la première & de la seconde; ce qui a donné lieu aux observations suivantes, faites dans le mois de Novembre.

JOURS du MOIS.	Heure de l'Observation.	VENTS.......	ÉTAT du CIEL.	Thermomètre au Nord.	Température du Cellier.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans le Tonneau.	Chaleur du Vin de la Cuve *A*.	Chaleur du Vin de la Cuve *B*.	Différence de la chaleur des deux Vins.
2.	Matin.	S.	Beau temps.	13^{d}.	11$^{d}\frac{1}{2}$	30 minutes.	14$^{d}\frac{1}{2}$.	16$^{d}\frac{1}{4}$.	1$^{d}\frac{3}{4}$.
5.		N.		7.	9.		12 $\frac{1}{4}$.	14$\frac{1}{4}$.	1 $\frac{1}{2}$.
23.		S. O.	Nuages. . .	8.	10$\frac{1}{2}$.		10.	11 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.
28.		S.		8 $\frac{1}{2}$.	11.		10.	10.	0.

Le 2 & le 5 Novembre on apercevoit une effervescence assez légère, qui se manifestoit par un pétillement momentané, & quelques bulles d'air. Le 23 & le 28, la surface du vin étoit tranquille.

SECONDE PARTIE.

Les réflexions auxquelles j'ai été conduit par les observations précédentes, seront l'objet de quelques propositions générales, qui me paroissent être autant de corollaires que l'on peut déduire de l'observation des faits. Il est vrai que ces propositions ne sont, à proprement parler, que relatives à la qualité du vin, à la nature du climat, & aux autres circonstances que j'ai eu soin d'indiquer; & qu'elles peuvent n'être regardées que comme locales & particulières. Cependant, comme il est très-probable que les mêmes

phénomènes, considérés en grand, ont lieu par-tout, & ne doivent présenter que des variétés, & non des exceptions, je n'ai pas craint de généraliser mes idées, mais j'ai tâché de les développer & de les éclaircir par des remarques nécessaires.

PROPOSITION I. Les degrés de chaleur du vin en fermentation, forment une progression irrégulière, mais toujours décroissante, depuis le premier instant de la fermentation, jusqu'au moment où la chaleur du vin est au même degré que celle de l'air ambiant.

PROPOSITION II. L'effervescence est à son plus haut degré, dans les premiers instans de la fermentation *(d)*, & elle décroît, ainsi que la chaleur, jusqu'à ce que le vin ait acquis la température de l'air ambiant.

Ces deux propositions résultent des observations rapportées dans la première partie de ce Mémoire, & nous les avons placées à côté l'une de l'autre, parce qu'en effet le décroissement s'observe dans la chaleur, en même temps que dans l'effervescence. Ces deux phénomènes paroissent être liés ensemble & avoir la même marche. On voit par les observations faites sur la cuve *B*, que le 26 Octobre la chaleur étoit montée à $25^{d}\frac{1}{4}$, de $22^{d}\frac{1}{2}$ où elle étoit la veille; l'effervescence s'est ranimée aussi, & la cuve a donné de nouveau des marques d'ébullition, ce qui paroît s'accorder avec l'augmentation subite de la chaleur. Nous parlerons plus bas des causes qui peuvent avoir influé sur cette irrégularité momentanée, qui présente une interruption à la marche rétrograde observée jusqu'alors.

Nous ne chercherons point à expliquer les rapports que la chaleur peut avoir avec l'effervescence, mais nous remarquerons, 1.° que la chaleur, mesurée par le thermomètre, peut être considérée comme exprimant le degré de raréfaction du liquide fermentant, & que la mesure de l'effervescence doit être celle de l'air élastique surabondant, qui se dégage dans la fermentation;

(d) Les Chimistes exacts ont toujours distingué l'*effervescence* de la *fermentation*, proprement dite. L'effervescence est l'agitation du liquide, le mouvement tumultueux occasionné par l'éruption de l'air, & elle n'est qu'un mode de la fermentation, qui est le phénomène général. M. Venel a employé une expression ingénieuse & vraie, en appellant l'effervescence une *précipitation d'air*. (Mémoire sur les eaux de Selters, *dans le second volume des Mémoires présentés à l'Académie Royale des Sciences*).

2.° que tous les degrés de chaleur, au-dessous du premier observé, expriment les différentes condensations du liquide, de même qu'à mesure que l'air s'échappe par l'effervescence, le volume du liquide devient moindre d'une quantité, qui est vraisemblablement proportionnelle au volume d'air qui s'est dégagé; 3.° que le premier période de fermentation du vin, celui pendant lequel elle est le plus sensible, a lieu tant que la chaleur du vin est supérieure à celle de l'air ambiant, & que ce temps est compris entre deux termes, qui doivent, à la vérité, varier selon les lieux & les circonstances, mais qui peuvent être déterminés par l'observation. Le premier terme est celui où le liquide commence à donner des marques de chaleur & d'effervescence, & le dernier, celui où il ne donne plus de signes d'effervescence, & où il acquiert la température de l'air ambiant; 4.° qu'en considérant les Vins sous ce point de vue général, on peut les rapporter à une échelle commune de comparaison, qui sera renfermée entre ces deux termes, & que l'on pourra tirer de cette comparaison même, des connoissances utiles, & parvenir à connoître les degrés intermédiaires, dont l'examen peut fournir des conséquences utiles pour la pratique.

PROPOSITION III. Les variations de l'atmosphère influent sur la chaleur & sur l'effervescence, mais leur action n'est guère sensible que lorsque ces variations sont promptes & inégales, & elles peuvent être regardées comme cause principale des irrégularités que l'on observe dans la progression décroissante.

Dans la première vue générale, nous avons considéré une masse quelconque de vin en fermentation, comme subissant diverses condensations, soit dans la cuve, soit dans le tonneau. Nous avons même observé que ces condensations pouvoient être représentées par les degrés de chaleur vus sur le thermomètre; il résulte encore des observations que la chaleur a toujours été en décroissant. Quelle que soit la cause de ce décroissement, il paroît qu'il doit toujours avoir lieu, & nous l'avons établi comme l'un des principaux caractères de la fermentation spiritueuse. Mais s'il arrive une interruption à cette chaîne de condensations successives, ne peut-on pas conjecturer qu'elle est dûe en grande partie aux variations de l'atmosphère? Il se présente ici une considération importante à faire.

A mesure que l'esprit ardent se développe, le liquide est plus susceptible de raréfaction & de condensation, & tandis qu'il tend sans cesse vers la diminution de chaleur, l'augmentation subite du froid ou du chaud, ou quelqu'autre variation de l'atmosphère, peut hâter, suspendre, ou déranger cette loi. Tout concourt donc à nous faire regarder les variations de l'atmosphère, comme la cause principale de l'irrégularité observée dans la progression décroissante de la chaleur, sans l'admettre cependant comme l'unique cause Physique, la quantité du liquide, le choix des vaisseaux qui le contiennent, la température particulière du lieu où ils sont renfermés, pouvant apporter des modifications à la cause générale que nous avons assignée.

Le vin de la cuve *A* a parcouru du 11 Octobre au 23 Novembre, les degrés de chaleur compris entre le $26^d\frac{3}{4}$ & le 10. Celui de la cuve *B*, du 15 Octobre au 28 Novembre, a parcouru les degrés compris entre le $28\frac{3}{4}$ & le 10. On doit remarquer en passant; 1.° que le second a dû arriver plus tard que le premier, au degré de la température de l'air ambiant; 2.° que ce période a été pour le premier, de quarante-quatre jours, & pour le second, de quarante-cinq, intervalles sensiblement égaux.

Ces deux termes extrêmes, déterminés par l'observation, établissent suffisamment le décroissement de la chaleur. Cela posé, il faut examiner les balancemens, ou l'irrégularité qu'elle a subis dans les degrés intermédiaires, & les comparer avec l'état de l'atmosphère, tel qu'il résulte de la Table Météorologique.

On trouve, par cette Table, que la chaleur moyenne de l'atmosphère du 10 au 28 Octobre, est exprimée par le $16^d\frac{1}{2}$ à midi, & celle du cellier, par le $13\frac{1}{2}$, à peu-près.

La cuve *A* n'a présenté aucune exception; & la chaleur a toujours été en diminuant.

La cuve *B* s'est soutenue les 15, 16 & 17 Octobre, à peu-près au même degré, au $28\frac{1}{2}$, terme moyen. La chaleur a diminué sensiblement les jours suivans, & elle étoit descendue le 25 au $22^d\frac{1}{4}$. Le 26 elle est remontée au $25\frac{1}{4}$, & a repris ensuite l'ordre

rétrograde. Si l'on jette les yeux ſur les obſervations Météorologiques *(e)*, on voit que le vent ayant été très-fort, & au Sud-eſt pendant cinq jours, par un temps très-pluvieux, il a paſſé tout-à-coup au Nord, le 26 au matin. C'eſt alors que l'on obſerve cette augmentation de chaleur, qui fait monter la cuve *B* au $25^d \frac{1}{4}$, du $22 \frac{1}{2}$ où elle étoit la veille. Quelle que ſoit la cauſe de cet écart, ſi je puis m'exprimer ainſi, nous nous contentons d'indiquer le changement qui eut lieu alors dans l'atmoſphère, comme la cauſe principale qui peut l'avoir produit, & nous ne l'admettons qu'avec ce doute raiſonnable, toujours inſéparable des recherches Phyſiques.

PREMIÈRE QUESTION.

L'air ambiant, ou l'air en maſſe qui environne le liquide fermentant (qu'il faut diſtinguer de cet air élaſtique qui s'échappe par l'effervelcence) ne doit-il pas être conſidéré par rapport à ſon action ſur le vin, dans des temps très-différens ? Dans le premier temps, celui durant lequel ſon degré de chaleur eſt au-deſſous de celui du vin, ſon action paroît nulle, & il peut n'être regardé que comme un milieu non réſiſtant. Dans le ſecond temps, celui qui ſuit l'identité de ſon degré de chaleur & de celui du vin, ce liquide demeure expoſé à toutes les impreſſions de l'air, & à ſubir toutes les modifications que l'expérience nous démontre, telles que l'abſorption de l'air, le tourner, &c.

SECONDE QUESTION.

En ſuivant cette analogie, ne doit-on pas regarder l'identité des degrés de chaleur du vin & de l'air ambiant, comme l'indication du moment où il faut boucher exactement les vaiſſeaux qui contiennent le vin, & le préſerver de l'action de l'air ?

TROISIÈME QUESTION.

Ce terme de la première fermentation ſenſible étant arrivé, & étant déterminé par l'obſervation (ce qu'il eſt très-aiſé de faire

(e) La température du mois d'Octobre, dans nos provinces méridionales, eſt ordinairement très-douce, & doit contribuer, non-ſeulement à la maturité des raiſins, mais encore à l'ouvrage de la fermentation.

au moyen du thermomètre), & les causes qui doivent altérer le vin, telles, par exemple, que l'évaporation, ne commençant à agir que depuis ce moment, ne doit-on pas le regarder comme indiquant le temps où le vin est le plus spiritueux, & celui qu'on doit choisir pour le soumettre à la distillation ?

On voit, par tout ce que nous venons d'exposer, combien il seroit nécessaire que l'on fit des observations semblables en différens pays. Ces observations nous feroient voir, peut-être, dans tel ou tel climat les deux termes extrêmes de la première fermentation sensible, plus rapprochés ou plus éloignés qu'ils ne le sont dans le cas particulier de nos expériences. Les variétés que pourroient présenter les degrés intermédiaires, seroient encore un objet de recherches intéressantes, qui répandroient un grand jour sur l'art de faire & de gouverner les vins; & dans un objet si important pour les Cultivateurs, ils verroient leurs doutes éclaircis, leurs pratiques justifiées ou détruites, & ils ne se plaindroient plus de l'inaction des Physiciens.



